

81

81
I

C 11 c. 5. N 610

This is a manuscript page from the 15th century. The text is written in a dense, cursive Gothic script on aged, yellowish-brown paper. The page contains approximately 20 lines of text, though some lines are very faint or heavily faded. The handwriting is fluid and varied, with some larger, more prominent letters. There are several small brown spots or stains scattered across the surface of the paper. The overall appearance is that of a historical document.

Erbardus radolt Augustensis impressor. Serenissimo
alme urbis venete Principi Joanni Docenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari
quid cause esset q̄ in hac tua prepotenti & fausta vrbe cum varia au/
ctorum veterum nouorumq; volumina quotidie imprimerent. In
bac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima
aut nihil aut parua quedam et fruola in tanta impressoru copia qui
in tua vrbe agunt: viderentur impreſſa. Nec cum mecum sepius discu
terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc
quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina ica/
tent: ac sine quibus nihil i his disciplinis sere intelligi optime potest
excogitauerant. Itaq; cum hoc ipsum tantummodo comuni omnium
utilitati que ex his percipitur. obſtaret mea industria no sine maximo
labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimitur. ea
etiam geometricę figure conficerentur. Quamobrem vt spero hoc
nostro inuenio he discipline quas mathemata greci appellant volu/
minum copia sicuti relique scientie breui illustrabuntur. De quarum
laudibus & utilitate possem multa imp̄ens adducere ab illustribus
collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus hec nota esset. Illud
etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematibus imper
se. ras ac veluti mancas eē. Neq; hoc proſecto negabunt Dialectici
neq; Philosophi abnuent: in quoꝝ libris multa reperiuntur: que si
ne mathematica ratione minime intelligi possint. Quam dinin' ille
Plato mere veritatis arcanū. vt adipisceretur cyrenas ad. Theo/
dorum summum eo tempore mathematicuꝝ & ad egyptios sacerdotes
enauigauit. Quid q̄ sine hac vna facultate viuendi ratio no perfecte
constat. Nam vt de muſice taceam: que nobis muneri ab ipia natura
ad perferendos facilius labores concessa videtur: vt astrologia pre/
tereani qua exculti celum ipsum veluti ſcalis machiniſq; quibusdam
conſidentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: ſine
arithmetica & geometria: quarum altera numeros altera mēſuras do
cet ciuiliter: comodeq; viuere q̄ possum⁹: Sed quid ego i his mo/
ror que iam omnibus vt dixi: notiora ſunt q̄z vt a me dicantur. Eu/
clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem
geometrie rationem consummatissime complexus eſt: quem ego ſum
ma & cura & diligentia nullo pretermiſſo ſchemate imprimentum cu/
ragi: sub tuo numine tutus felixq; prodeat.

Predeclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quaoeclisim:



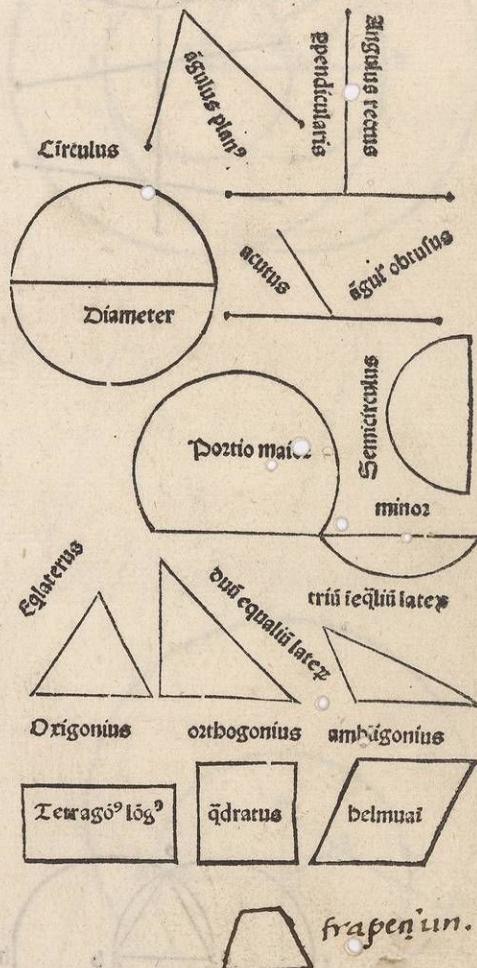
Unctus est cuius ps nō est. Línea est lōgitudo sine latitudine cui⁹ quidē ex 2. tremitates sī dno pūcta. Línea recta ē ab vno pūcto ad aliū brevissima extēsio i extremitates suas vtrūqz eoz recipiens. Supficies ē q̄ lōgitudinē ⁊ latitudinē tm̄ hz; cui⁹ termi quidē sūt linee. Supficies plana ē ab vna linea ad alia extēsio i extremitates suas recipies. Angulus planus ē duarū linearū alterius p̄tactus: quaz expāsio ē sup supficiē applicatioqz nō directa. Quādo aut angulum p̄tinēt due linee recte rectiline⁹ angulus noīat. Qn̄ recta linea sup rectā steterit duoqz anguli vtrobiqz fuerit eqles: eoz vterqz rect⁹ erit. Lineaqz linee supstas ei cni supstat ppndicularis vocat. Angulus vō qui recto maior ē obtusus dicit. Angul⁹ vō minor recto acut⁹ appellat. Termin⁹ ē qd vniuersiūsqz finis ē. Figura ē q̄ tmino v̄l terminis p̄tinēt. Circul⁹ ē figura plana vna qdem linea p̄teta: q̄ circūferentia noīat: in cui⁹ medio pūct⁹ ē: a quo oēs linee recte ad circūferētiā exēentes sibiūnicesz sūt equales. Et hic quidē pūct⁹ cētrū circuli dī. Diameter circuli ē linea recta que sup ei⁹ centz trāiens extremitatisqz suas circūferētie applicans circulū i duo media diuidit. Semicirculus ē figura plana dia/ metro circuli ⁊ medietate circūferētie p̄tenta. Portio circu/ li ē figura plana recta linea ⁊ parte circūferētie p̄teta: semicircu/ lo quidē aut maior aut minor. Rectilinee figure sūt q̄ rectis li/ neis cōtinent quarū quedā trilaterē q̄ trib⁹ rectis lineis: quedā quadrilaterē q̄ q̄tuor rectis lineis. quedā multilaterē que pluribus qz quatuor rectis lineis continent. Figurarū trilaterarū: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̄lia latera. Alia triangulus triū inequalium laterū. Hax iterū alia est orthogoniu: vñ. s. rectum angulum habens. Alia ē am/ bligonum aliquem obtusum angulum habens. Alia est origoni um: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarū autē quadrilateraz Alia est q̄dratum quod est equilaterū atqz rectangulū. Alia est tetragn⁹ long⁹: q̄ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: ⁊ pmo de diffini/ tionibus earundem.

Línea

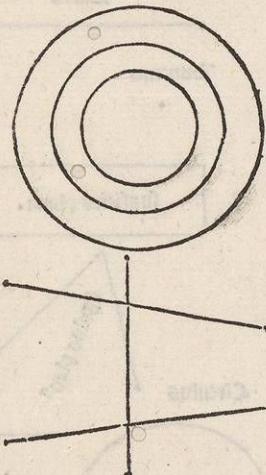
Punctus

Supficies plana.



Silis helmu

Paralelle.



C Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atqz oppositos angulos equales: idē tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinet: Preter has autē oēs quadrilaterē figure helmu/riphe nominantur. **C** Eqnidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atqz in alterutram partem ptracte non conueniunt etiā si in infinitam protrahantur.

P Etitiones sunt quinqz: **C** A quolibet pūcto in quemlibet punctum rectā lineā ducere atqz lineā definitā in cōtinnū rectūqz quātūlibet protrahere. **C** Super centrū quodlibet quātūlibet occupando spacium circuluz designare. **C** Omnes rectos angulos sibiūnicem esse equales: **C** Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoqz anguli ex una parte duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eadē ptractas pculdubio pūctum ire. **C** Duas lineas rectas superficie nul/ lam concludere.

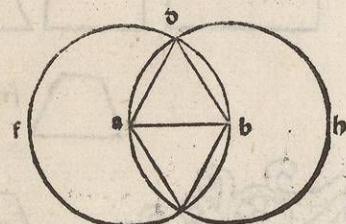
C Ommunes animi pceptiones sunt bee: **C** Que vni i eidē sunt equalia i sibiūnicē sunt equalia: **C** Et si equalib⁹ equalia addant tota quoqz fiēt equalia. **C** Et si ab equalib⁹ equalia auferant que relinquunt erūt equalia. **C** Et si ab ineqlib⁹ equalia demas q relinquunt erūt ineqlia. **C** Et si ineqlib⁹ equalia addas ipsa quoqz fiēt inequalia. **C** Si fuerint due res vni equales ipse sibiūnicem erūt equales. **C** Si fuerint due res quaz vtraqz vni⁹ eiusdez fuerit dimidiū vtraqz erit equalis alteri. **C** Si aliqua res alicui superponat applicetqz ei nec excedat altera alterā: ille sibiūnicē erunt eōles. **C** Omne totum ē maius sua pte.

S Liendū est aut q̄ preter has animi cōceptiōes: siue cōes scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles pretermisit Euclides: quarū hec est vna. **C** Si due quantitates equales ad quālibet tertiam eiusdem generis cōparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equales. **C** Itē alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdem generis tantā esse quālibet tertiam ad aliquam quartā eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter verum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo enim decrescit in infinitū. in numeris aut non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniam numerus crescit in infinitū: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

Propositio prima.

Riangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

I Esto data linea recta. a.b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituere super alterā eius extremitatē. f. in pūcto a. ponam pedē circini immobilem: et alterū pedem mobilem extendam usqz ad. b. et describā hūm quantitatem ipsius linee date per secūdam petitionē circulū. c.b.d.f.

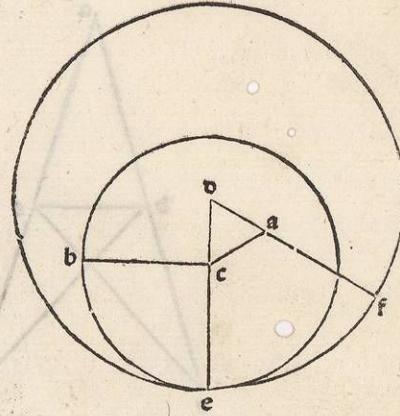
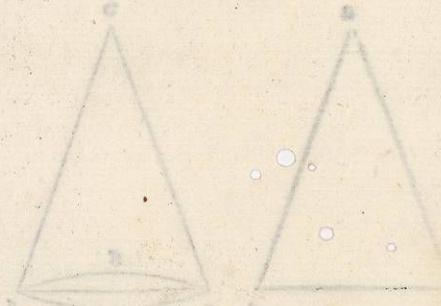
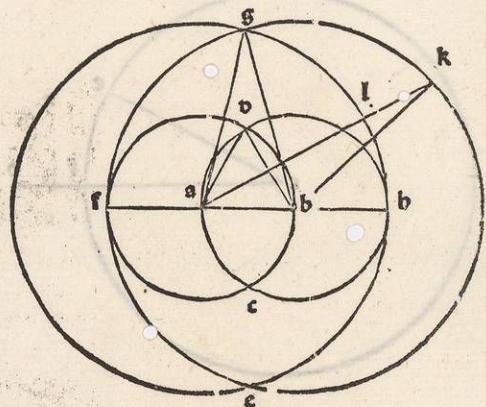


rursus alterā eius extremitatem. s. punctū b. faciam centrū: et per eandem petitio
nem et hīm eiusdem quantitatē lineabo circulum c.a.d.b. qui circuli intersecabūt
se in duobus punctis: que sint. c. d. et alteram duarū sectionum: sicut sectionem. d.
continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis. d.a.d.b.
per primā petitionem: quia ergo a punto a. qđ est centrum circuli. c.b.d. ptra/
cte sunt linee a.d. et a.b. vsqz ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffini
tionem circuli. Similiter quoqz: quia a punto b. quod est centrum circuli. c.a.d.
protracte sunt linee b.a. et a.d. vsqz ad eius circūferentiam ipse erunt et equales: qa
ergo vtraqz duarū linearū. a.d.b.d. equalis ē linee a.b. vt probatum est: ipse erit
equales inter se per primā cōceptionē: ergo super datam lineam collocaūimus tri
angulum equilaterū: quod est ppositum. Si autē super eandē lineaz libeat col/
locare reliquas duas triangulorū spēs. scz. triangulū duū eqūlū laterū et triangulū
trū ineqūlū laterū. ptractat linea. a.b. i vtraqz ptem vsqz quo occurret circūfe/
rentie amboꝝ circuloꝝ sup duo pūcta. f. z. b. et posito cetro i pūcto. a. lineat circu
lus. e. b. g. hīm quantitatē linee. a. b. Itēqz posito centro in pūcto. b. lineat circul. e.
f. g. hīm quantitatē linee. b. f. di aūt circuli intersecabūt se i duob⁹ pūctis q̄ sit e.g.
Coniungant igit̄ extremitates date linee cū altera dictarū sectionū p duas lineas
rectas q̄ sunt. a. g. b. g. et quia he linee a.b. z. a.f. exēnt a centro circuli. c.d.f. ad
eius circūferentia ipse erūt equales. Sitr quoqz. a.b. z. b.h. quia exēnt a centro cir
culi. c. a. d. b. vsqz ad ipsius circūferentiā ipse erūt equales: Quia ergo vtraqz dua
rū linearū. a.f. z. b.h. equalis est linee. a. b. ipse erunt inter se equales. ergo posito
a.b. cōi erit. b.f. equalis. a.b. f. b.f. est equalis. b.g. quia abo exēnt a centro circu
li. e. f. g. ad eius circūferentiam. Similiter quoqz. a.b. est equalis. a.g. z vtraqz eam
est maior. a.b. co q̄ vtraqz duarū linearū. b.f. z. a.b. maior est. a.b. quare sup
datam lineā collocaūimus triangulū duorū equaliū laterū: Triangulū etiā trū
inqualiū laterū sup eandē lineā collocabim⁹: si aliqd pūctū exīs in circūferentia
alterutrius duorū maiorū circuloꝝ qđ nō sit in altera duarū sectionū: et cui nō ob/
uet f.b. cū in vtralibet ptem ptracta fuerit in cōtinuū et directū: coniuxerimus p
duas lineas rectas cū ambab⁹ extremitatib⁹ date linee. Sit. n. pūctus. k. signat⁹ i
circūferentia circuli. e. f. g. et nō sit i altera sectionū nec occurrat ei. f.b. cū ptracta
re in p̄tinuū: et directū vsqz ad eius circūferentia. ptractam ergo lineas. a.k. z. b.
k. et secabit linea. a.k. circūferentia circuli. e. b. g. secet ergo in pūcto. l. eritqz. b.k.
equalis. a.l. quia. b.k. est equalis. b.g. z. a.l. equalis. a.g. quare. a.k. est maior. b.
k. sed z. b.k. est maior. a.b. triangul⁹ ergo. a.b.k. est trū ineqūlū laterū: Sic igi
tur sup datam lineam omnes triangulorū species collocaūimus.

Idropositio. 2

Dato punto cuilibet linee recte, pposite eam rectam
lineam ducere.

ASit. a. punctus datus z. b. c. linea data 'yolo a punto. a. ducere li
neā vnā equalem linee. b.c. in quācūqz ptem contingat: cōiungam
ergo punctū. a. cum altera extremitate linee. b.c. cum qua volviero. et
coniūgā ipsū. a. cū extremitate. c. per lineā. a.c. super quā constitūa triangulū eqūla
terū hīm doctrinā pcedentis qui sit. a. c.d. et in illa extremitate linee date cum qua
coniunxi punctū datū. s. in extremitate. c. ponā pedē circini imobile et describā su
per ipsum circulū hīm quantitatē ipsius date linee q̄ sit circul. e.b. et latus triāguli



equilateri qd̄ opponit pucto dato. s. latus. d. c. p̄traham p centru circuli descripti vsq ad ei⁹ circūferētiā: z sit tota linea sic p̄tracta. d. c. e. b̄m cui⁹ qrātitatē linea / bo circulū posito centro in. d. qui sit circulus. e. f. z postea p̄trahā latus. d. a. v̄sqz ad circūferētiā b⁹ vltimi⁹ circulū z occurrat circūferētiā ipsius in pucto. f. dico igū q. a. f. est equalis. b. c. nam. b. c. z. c. e. sunt equales: quia exēt a centro circuli. e. b ad eius circūferētiā. Sitr quoqz. d. f. z. d. e. sunt equales qz exēt a centro circuli e. f. ad circūferētiā. sed. d. a. z. d. c. sunt equales qz sunt latera trianguli equilateri ergo si. d. a. z. d. c. deman̄t. d. e. z. d. f. que sunt equales: erūt residua que sūt. a. f. z c. e. equalia qz ḡ vtraqz duarū linearū. a. f. z. c. b. ē equalis. c. e. ipse sūt equales int sc: quare a pucto. a. p̄traximus lineam. a. f. equalem. b. c. quod ē ppositum.

Propositio 3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breviori equalē abscindere.

C̄sint due linee. a. b. z. c. d. z sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscindere vñā que sit eq̄lis. a. b. duco p̄mo a pucto. c. vñā linea equalē. a. b. b̄z qd̄ docuit pcedens: que sit. c. e. posito ergo centro in pucto. c. describam circulū b̄m quantitatē. c. e. q̄ sc̄cabit linea. c. d. Sit ergo vt secer eā i pucto. f. eritqz linea. c. f. equalis linea. c. e. quia ambo exēt a centro eiusdem circuli ad circumferētiā: z qz vtraqz duarū linearū. a. b. z. f. c. est equalis. c. e. ipse sūt int se equalis: quod est ppositum.

Propositio 4.

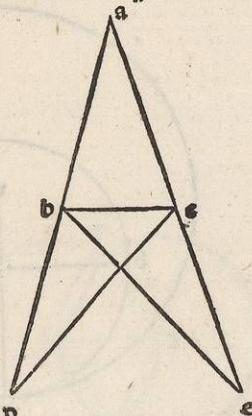
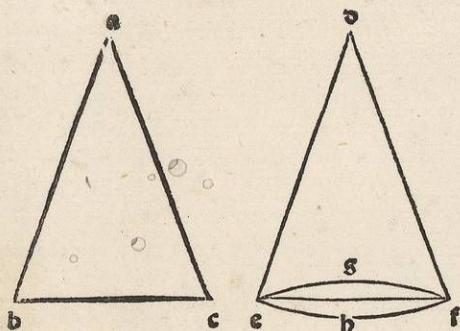
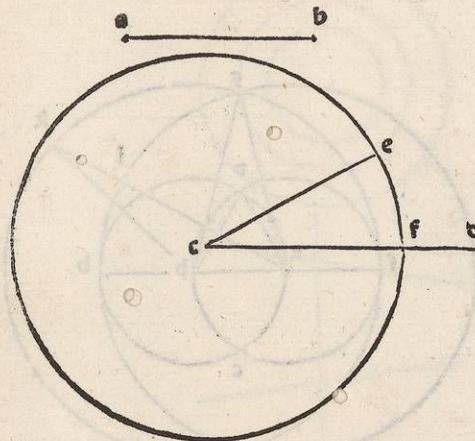
Mniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint: duoꝝ anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equalis fuerint alter alteri: latera quoꝝ illoꝝ reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero anguli vni⁹ reliqz angulis alterius equales erūt: ac totus triangul⁹ toti triangulo equalis.

C̄sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitqz latus. a. b. equale lateri. d. e. z lat⁹. a. c. e q̄ le lateri. d. f. z angul⁹. a. equalis angulo. d. tūc dico q̄ basis. b. c. ē equalis basi. e. f z angulus. b. equalis angulo. e. Itē angul⁹. c. equalis angulo. f. qd̄ pba: supponaz triangulū. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q̄ angulus. a. cadat sup angulū d. z lat⁹ a. b. sup latus. d. e. z latus. a. c. sup latus. d. f. z p̄z per penultimā p̄ceptionē q̄ nec anguli nec latera sese excedent eo q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. z latera supposta bis quibus supponunt p̄ ypothesym. puncta ergo. b. c. cadent sup pucta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit sup linea. e. f. p̄z ppositum: quia cum linea. b. c. superposita linea. e. f. non excedat eā nec excedat ab ea ē ei equalis p̄ p̄versionē penultime conceptiōis: eadem rōne erit angul⁹. b. equalis angulo. e: z angulus. c. eqlis angulo. f. si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit inter triangulum sicut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. b. f. tunc due linee recte concludūt superficie quod est contra vltimā petitionē.

Propositio 5.

Mnes trianguli duiz eqliū laterū angulos qui supra basim sunt equalis esse necesse est: q̄ si eius duo equalia latera directe p̄trahant sient, quoqz sub basi duo anguli inuicem equales.

C̄sit triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico q̄ angulus. a. b. c. ē equalis angulo. a. c. b. q̄ si p̄trahant. a. b. z. a. c. v̄sqz ad. d. z. e.



8

sicut angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur: protractis. a. b. et. a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem linee. a. e. et protraham lineas. e. b. d. c. et intelligam duos triangulos. a. b. e. et. a. c. d. quos probabo esse equales et equilateros et eqangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. et. a. e. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. et. a. d. trianguli. a. c. d. et angulus. a. e. cōis vtriqz ergo p̄ pmissā basis. b. e. est equalis basi. c. d. et angulus. e. est equalis angulo. d. et angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. et. e. c. b. quos simili ter probabo esse equilateros et equiangulos. nam duo latera. d. b. et. d. c. trianguli b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. et. e. b. trianguli. e. b. c. et angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per premissam: basis basi: et reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. et hoc est scđm p̄positū. s. q̄ anguli sub basi equales sunt: et angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. ut probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quoꝝ vterqz est super basim: quod p̄mū p̄positum

Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoqz latera angulos illos respicientia equalia erunt.

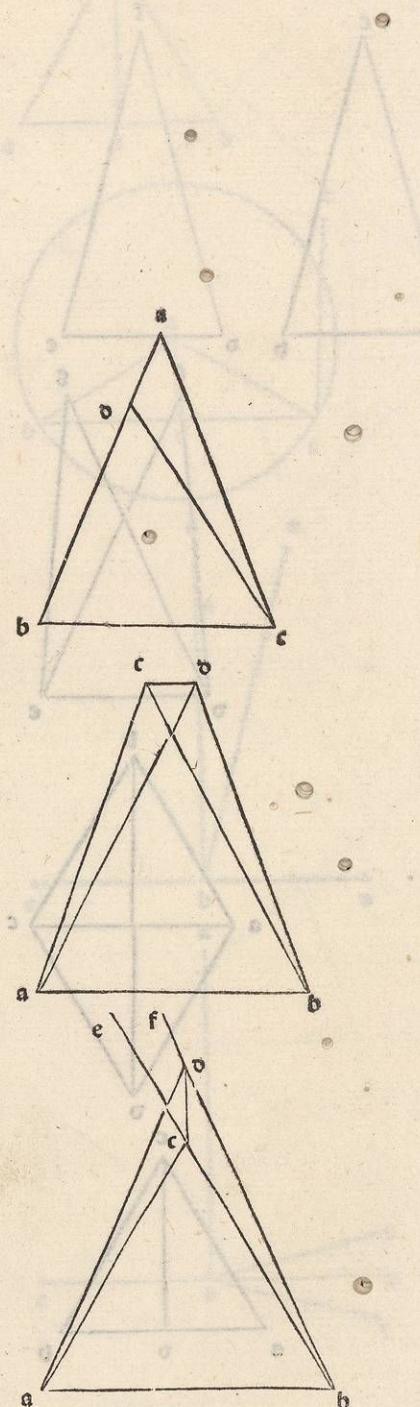
Chec ē conuersa p̄misile quantum ad p̄mā eius ptem. Sit enim tri angulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. et. c. sunt equales dico q̄ lat. a. b. est equalis lateri. a. c. Si enī non sunt equales erit alterū alio maius. sitqz. a. b. minus quod resecetur ad equalitatem. a. c. per tertiam p̄positionez ut superfluum sit a parte. a. et resecetur in puncto. d. sitqz. b. d. equalis. a. c. et ducat linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. et. d. b. c. quos probabo esse equilateros et equiangulos. sunt enīm duo latera. d. b. et. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. et. b. c. trianguli. a. b. c. et angulus. b. equalis angulo. c. totali p̄ hypothēsum ergo basis. d. c. est equalis basi. b. a. et angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars vñ toti quod est impossibile.

Propositio .7.

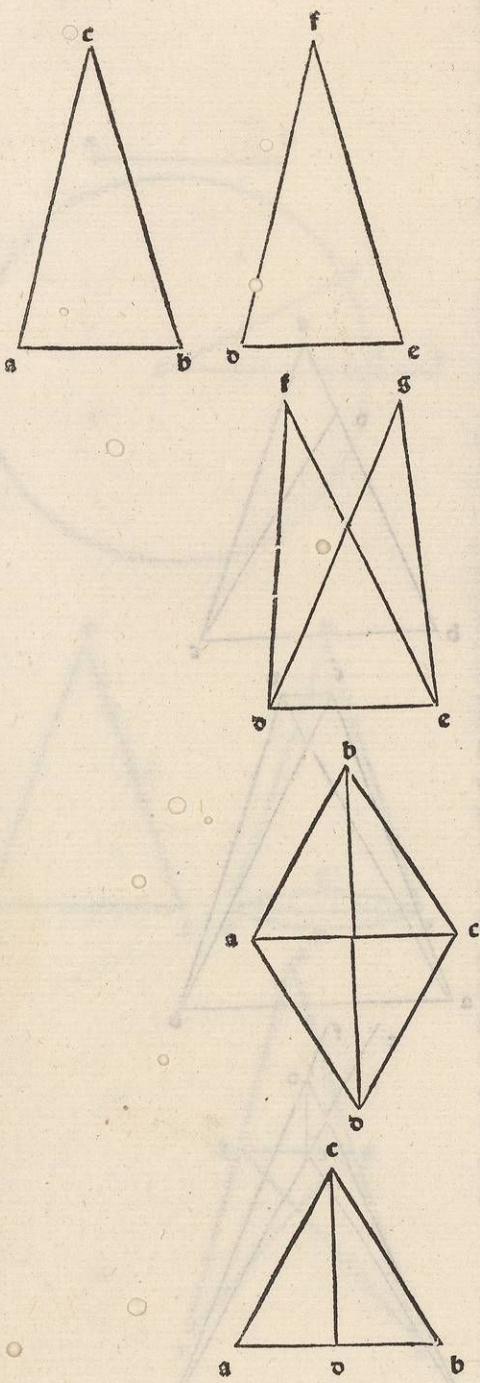
Si a duobus punctis aliquam lineā terminantibus dñe linee ad punctū vnum concurrentes exierint ab eisdē punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̄ ad aliū p̄currat in eandē ptem duci est impossibile.

Sit linea a. b. a cuius extremitatibus p̄trahant̄ one linee in partem vnam que concurrant in eodem punto ut sint. a. c. et. b. c. que concurrant in punto. c. dico q̄ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum: ita q̄ illa que egredietur a punto. a. sit equalis linee. a. c. et que egredietur a punto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuit possibile protrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in punto. d. sit linea. a. d. equalis linee. a. c. et linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. et. b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. et. b. d. secabit alteram linearum. a. c. et. b. c. aut neutra neutram: et secet primo altera alteram et protrahatur linea. c. d. quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. et. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per. 5. Similiter q̄a in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. et. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. et. b. d. c.

a 4



Similiter equales per eandem: et quia angulus. b. d. c. est maior angulo. a. d. c. se-
quitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. s. toto quod est ipso/
sibile: Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q̄ linee non se secant. protraha
lineam. d. c. et producam. b. d. et b. c. sub basi vsq; ad. f. et ad. e. et quia linee
a. d. et a. c. sunt equales: erunt anguli. a. c. d. et a. d. c. equales p. 5. Similiter quia. b. c.
et b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. et d. c. e. equales p. scdaz
partem eiusdem: quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angu-
lum. f. d. c. esse minorcm angulo. a. d. c. quod est impossibile: et eodem modo dedu-
cetur aduersarius ad inconveniens: si. d. puctus cadat intra triangulū. a. b. c. et c.



Propositio .8.

Duorum duorum triangulorum quorum duo latera uniusduo/
bus lateribus alterius fuerint equalia: basisq; unius basi
alterius equalis: duos angulos equis lateribus conten/
tos: equales esse necesse est.

C Sint duo triāguli. a. b. c. d. e. f. sitq; a. c. equalis. d. f. et b. e. eq̄lis
e. f. et a. b. equalis. d. e. dico q̄ angulus. c. est equalis angulo. f. et angulus. a. angu-
lo. d. et angulus. b. angulo. e. superponā basim. a. b. basi. d. e. que cum sint equales
neutra excedet alterā per penultimā conceptionem: aut ergo punctus. c. cadet su/
per punctū. f. aut non. Si sic: tunc quia angulus. c. superposit⁹ erit angulo. f. et neu-
ter eoꝝ excedit alterum: ipsi sunt equales per conversionem conceptionis p̄dicte:
Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus. c. non cadit su/
per. f. sed super quemlibet alium qui sit punct⁹. g. quia. e. g. est equalis. b. c. imo
eadem: itemq; d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. et d. g. equalis. d. f. quod est
impossibile per precedentem.

Propositio .9.

Atum angulum per equalia secare.

Dicitur datus angulus quem oportet dividere: angulus. a. b. c. lineas
ipsum continentes que sunt. a. b. et b. c. ponam equales per tertiam
et producam lineam. a. c. super quaꝝ constituam triangulum equila-
terum. a. d. c. et protraham linea. b. d. dico q̄ ipsa dividit datū an-
gulū per equalia: Intelligo duos triangulos. a. b. d. et c. b. d. et quia duo latera a.
b. et b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. et b. d. trianguli. c. b.
d. et basis. a. d. basi. c. d. ergo per preccdentem angulus. a. b. d. est equalis angulo
c. b. d. quod est p̄positum facere.

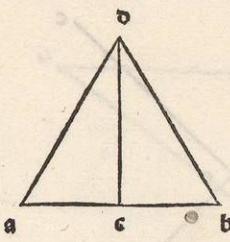
Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia dividere.

Dicitur proposita linea quā oportet dividere p̄ equalia linea. a. b. sup
ipsā p̄stitutā triāgulū eq̄laterū. a. b. c. et angulū. c. diuidō p̄ eq̄lia sūm
doctrinaz p̄cedentis per lineam. c. d. dico q̄ linea. c. d. diuidit datā
lineā. a. b. p̄ eq̄lia: Intelligo. n. duos triāgulos. a. c. d. et b. c. d. et ar/
guo sic: duo laſa. a. c. et c. d. trianguli. a. c. d. s̄t eq̄lia duob⁹ laterib⁹ b. c. et c. d. triā/
guli. b. c. d. et angulus. c. vnius angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. ba-
si. d. b. quod est p̄positum.

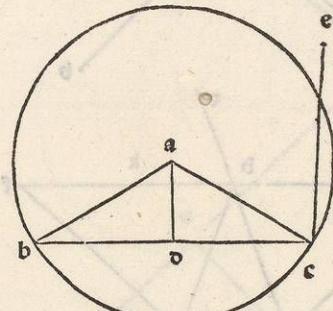


Data linea recta a pūcto in ea signato ppēdicularē extrahere duob⁹ qđem angul⁹ eqlib⁹ ac rectis vtrinq⁹ subnixam.
C̄ sit data linea. a.b. in q̄ sit datus pūctus. c. a quo oꝝ ppēdicularēz extrabere: faciā ḡ p̄ tertia linea. b.c. eqlē linee. a.c. et sup totā. a.b. cōstituo triangulū eqlaterū. a.b.d. et p̄traho. linea. c.d. q̄ dico q̄ ipa ē ppēdicularis sup linea. a.b. Intelligo duos triangulos. a.c.d. et b.c.d. et q̄ duo latera. a.c. et c.d. trianguli a.c.d. sūt eqlia duob⁹ laterib⁹. c.b. et c.d. trianguli. c.b. d. et basis. a.d. basi. b.d. erit p̄. s. angul⁹. a.c.d. eqlis angulo. b.c.d. q̄re v̄fqz corū erit rect⁹ p̄ diffinitōem anguli recti: et linea. c.b. ppēdicularis sup linea. a.b. p̄ diffinitōem linea ppēdicularis: qđ ē p̄positū.



Puncto extra signato ad datā linea indefinite quantitas perpendicularem deducere.

C̄ sit. a. punctus signat⁹ extra linea. b.c. a quo ad ipsā oꝝ deducē p̄ ppēdicularē: p̄trahā ergo linea. b.c. i vtrāq⁹ p̄tē q̄tū libuerit et super pūctū. a. describā circulū. b.c. sic vt secer linea datā in pūctis. b.c. et p̄trahā lineas. a.b. et a.c. et diuidā angulū. b.a.c. p̄ eqlia p̄ linea. a.d. p̄. 9. dico q̄ a.d. ē ppēdicularis sup linea. b.c. Intelligo duos triāgulos. a.b.d. et a.c.d. et quia duo latera. a.b. et a.d. triāguli. a.b.d. sūt eqlia duob⁹ laterib⁹. a.c. et a.d. trian/ guli. a.c.d. et angul⁹. a.vni⁹ eqlis angulo. a.alter⁹ erit p̄. 4. basis. b.d. eqlis basi. d. c. et angulus. a.d.b. eqlis angulo. a.d.c: q̄re v̄fqz eoꝝ rect⁹ et linea. a.d. ppēdicularis sup linea. b.c. p̄ diffinitōem anguli recti et linea ppēdicularis: qđ ē p̄positū.

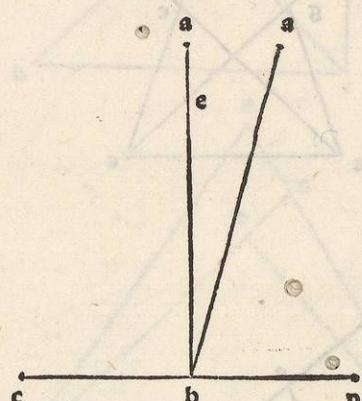


Propositio .13.



Mnis recte linee sup rectā linea stantis duo v̄trobīq⁹ anguli aut sunt recti aut duobus rectis equeales.

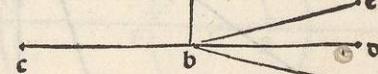
C̄ sit vt linea. a.b. supstet linea. c.d. q̄ si fuerit sup eā ppēdicularis sacer duos angulos rectos p̄ p̄uersiōne diffinitōis. Si at nō fuerit sup eā ppēdicularis a pūcto. b. ducat. b.e. ppēdicularis sup. c.d. p̄ vndeci mā: erūtq⁹ duo anguli. e.b. c. et c.b. d. recti p̄ p̄uersiōne diffinitōis: q̄r ergo duo anguli. d.b. a. et a.b. e. adequare angulo. d.b. e. ipse cū águlo. c.b. e. crūt eqlis duob⁹ rectis: q̄re tres águli q̄ sūt. d.b. a. a.b. e. et c.b. e. sūt eqlis duob⁹ rectis: s̄z águl⁹ c.b. a. ē eqlis duob⁹ angul⁹. c.b. e. et e.b. a. ḡ duo águli. c.b. a. et a.b. d. s̄t eqlis duob⁹ rectis: qđ ē p̄positū: Ex quo p̄z q̄ totū spaciū qđ i q̄libz supficie plana pūctū q̄libz circūstat q̄tuo et rectis agulis ēē egle.



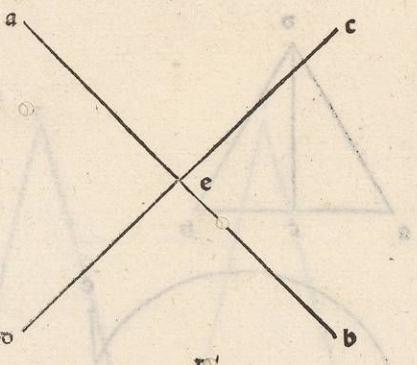
Propo .14.

Si due linee a pūcto vni⁹ linea i diuerlas ptes exierint duosq⁹ circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis equeales secerint: ille due linee sibi directe coniūcte sūt et linea vna.

C̄ sit vt a pūcto. b. linea. a.b. exeat due linee in oppositas ptes que sint. b.c. et b.d. et faciūt duos águlos q̄ s̄t. c.b. a. et d.b. a. eqlis duob⁹ rectis: tūc dico q̄ due linee. c.b. et d.b. s̄t sibiūnicē directe ciūcte et linea vna: et hec ē q̄si p̄uersa p̄oris: q̄ si nō fuerit linea vna tūc p̄trahāt. c.b. in p̄tinū et dire/ ctū q̄ q̄ nō ē linea vna cū. d.b. trāsibit sup eā vt. b.c. aut ifra eā vt. b.f. q̄r ḡ sup li/ neā rectā q̄ ē. c.b. e. cadit linea. a.b. erūt anguli. c.b. a. et e.b. a. eqlis duob⁹ rectis p̄ p̄cedēt: et q̄r oēs recti s̄t ad iniūcē eqlis p̄. 3. petitōem anguli quorū c.b. a. et d.b. a. s̄t eqlis duob⁹ angul⁹ rectis p̄ p̄othesym erūt duo águli. c.b. a. et e.b. a. eqlis duob⁹ angul⁹. c.b. a. et d.b. a. ḡ dēpto cōi angulo. c.b. a. erit águl⁹ e.b. a. eqlis angulo



a 5



d.b.a.ps toti:quod ē impossibile:silr linea.c.b.ptractā pbabis angulū d.b.a.esse eglem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersari linea.c.b.ptractā condere ifra.b.d.

Propositio .15.

Mnum duarū linearum se inicē secatiū: oēs anguli cōtra se positi sūt eglez: vnde manifestū est q̄ cū due linee recte iē inicē secat̄ q̄tuor q̄ sūt ḡulos q̄tuor rectis ēē eglez. **S**int due linee.a.b.ż.c.d.se inicē secates i pūcto.c.dico q̄ angulū d.e.b.est eqlis angulo.a.e.c.ż angulus.b.e.c.ż eqlis angulo.a.e.d. Erūt.n.p.iz.duo anguli.a.e.c.ż.c.e.b.eglez duob⁹ rectis:itēqz duo anguli.c.e.b.ż.d.e.b.eglez duobus rectis p candē:qre duo p̄mi s̄t eglez duob⁹ postremis eo q̄ oēs recti sūt ad inicē equales p .4. petitionē:dempto ergo cōi angulo q̄ ē.c.e.b. erit angulus.a.e.c.eqlis angulo.d.e.b. Eodē mō pbabit̄ anguluz.c.e.b.cē eglez angulo.a.e.d.qđ ē ppositū. **P**ropositio .16.

I quodlibet laterū trianguli directe ptrahat̄ faciet angulum extrinsecum vroqz angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b.ptrhabat̄ vloqz ad.d:dico q̄ angulus.d.b.c.maior ē vroqz duoz anguloz intrinsecoz sibi opposito/ rū q̄ sūt.b.a.c.ż.b.c.a.dividā.n.p.io.linea.c.b.p eqlia in pūcto.c.ż ptrhabā.a.e. vloqz ad.f.ita vt.c.f.fiat eqlis.a.e.ż ptrhabā linea.f.b.intelligo duos triangulos c.e.a.ż.b.e.f.ż q̄r̄ duo latera.a.e.ż.e.c.trianguli.a.e.c.sūt eqlia duobus laterib⁹ f.e.ż.e.b.trianguli.f.e.b.ż angulus.e.vniū ē eqlis angulo.e.alteri⁹ p̄missā q̄a sūt anguli p̄positi: erit p̄.4.angul⁹.e.c.a.eqlis angulo.e.b.f.ż iō angulus.e.b.d. maior erit angulo.b.c.a.Silr quoqz pbabitur q̄ est maior angulo.c.a.b.naz dividam.a.b.p eqlia in pūcto.g.p.io.ż ptrhabaz linea.g.b.equalē linee.c.g.p.3. po/ stea.ptrhabā.b.b.k.erūtqz duoz triāguloz q̄ sūt.a.g.c.ż.b.g.b.duo latera.a.g.ż g.c.p̄mi eqlia duob⁹ laterib⁹.b.g.ż.b.b.scōi:ż angulus.g.vni⁹ angulo.g.alteri⁹ p̄ 15.ergo p̄.4.angulus.g.c.a.est eqlis angulū.g.b.b.qre p̄.15.ż angulo.k.b.d.ż q̄r̄ angulus.c.b.d.ē maior angulo.k.b.d.erit etiā maior ḡulo.b.a.c.qđ ē ppositū.

Propositio .17.

Mnis triāguli duo q̄libet ḡuli duob⁹ rectis sūt minores. **S**it triangulus.a.b.c.dico q̄ duo q̄libet ei⁹ anguli duob⁹ rectis sūt minores:ptrhabat̄.n.vniū latus eius vt.b.c.vloqz ad.d.eritqz p̄ pce/ dentē angulus.e.extrinsecus maior.a.ż maior.b.ż.c.extrinsec⁹ cum c.intrinsecō ē eqlis duobus rectis p̄.iz.g.ż anguli.b.ż.c.intrinseci sine anguli.a.ż.c.intrinseci sūt minores duobus rectis:silr si ptrhabat̄ latus.b.a.pba/ bit̄ q̄ duo anguli.a.ż.b.sunt minores duobus rectis:quod ē ppositū.

Propositio .18.

Mnis trianguli lōgius lat⁹ maiorī angulo oppositū est. **S**it vt i triangulo.a.b.c.āgul⁹.a.sit maior ḡulo.c.dico q̄ lat⁹ c.b. maior erit latere.a.b.Si.n.sit egle erit p̄.5.āgul⁹.a.eql̄ angulo.c.qđ ē p̄ hypothesis:si aut̄.a.b.sit mai⁹ resecet̄ ad eqlitatē.c.b.p.3.sitqz.d b.egle.c.b.erit g.p.5.āgul⁹.d.c.b.eql̄ angulo.b.d.c.ż.b.d.c.ē maior ḡulo.b.a.c.p.16.g.ż.b.c.d.ē maior.b.a.c.qre mltō fort⁹ maior.a.c.b.ps toto:qđ ē impossibile. **P**ropositio .19.

Minis trianguli maioris angulo longius latius oppositum est. Sit ut in triangulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. dico quod angulus a. erit maior angulo. c. et est contra pcedentis: si. n. sit equalis tunc p. 6. latus. a. b. est equalis lateri. b. c. quod est per hypothesim: Si atque c. sit maior tunc p. pcedente latus. a. b. est maior latere. b. c. quod est per hypothesim quod astraruit ppositum.

Propositio .20. Minus trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

Sit triangulum. a. b. c. dico quod duo latera. a. b. et a. c. sunt longiora latere b. c. prout habet linea. b. a. vsque ad. d. ita ut a. d. sit equalis. a. c. et prout habet c. d. p. 5. crit angulus. a. c. d. equalis angulo. d. quod est angulus b. c. d. est maior angulo. d. ergo per p. 18. latus. b. d. est maior latere. b. c. sed b. d. est equalis a. b. et a. c. quod est a. c. si sunt iuncta sunt maiora. b. c.

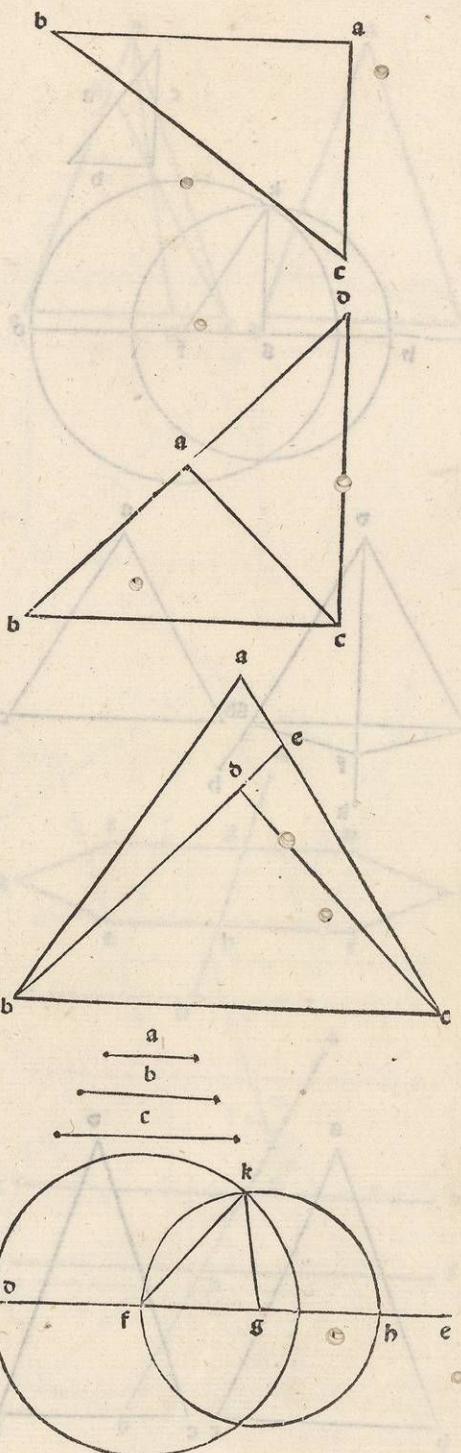
Propositio .21. Ide de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli due linee excentes intra triangulum ipsum ad punctum unum conuenient eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt et maior est angulum continebunt.

Sit ut in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c. concorrent due linee. b. d. et c. d. ad punctum d. intra triangulum. a. b. c. dico quod ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis. a. b. et a. c. si sunt iunctis et quod angulus. d. est maior angulo. a. prout habet enim. b. d. usque quo secet latus. a. c. in punto. e. eruntque per p. 20. b. a. et a. e. sunt similares et maiores. b. e. ergo. b. a. et a. c. sunt maiores. b. e. et e. c. At vero. d. c. et e. c. sunt iuncte per eandem sunt maiores. d. c. quod est b. e. et e. c. sunt maiores. b. d. et d. c. et q. b. a. et a. c. sunt maiores. b. e. et e. c. ut probatum est prius erunt multo fortius maiores. b. d. et d. c. quod est per p. 16. ppositum: At quem angulus. b. d. c. est maior angulo. d. e. c. per p. 16. et angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. per eandem: est angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. quod est per p. 20. ppositum.

Propositio .22. Rerum tribus lineis rectis quarum due quelibet simul iuncte relique sunt longiores de tribus alijs lineis sibi et qualibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte pposite. a. b. c. et sunt quelibet due sunt iuncte longiores reliquias. aliter. n. ex illis tribus equalibus triangulum non posset constitui per p. 20. cum enim ex illis tribus predictis volo constitui triangulum: sumo lineam rectam que sit. d. c. cui non ponitur a parte. e. determinatum finem: d. quod sumo per p. 3. d. f. equaliter. a. et f. g. equaliter. b. et g. h. equaliter. c. scilicet puncto. f. centro describo semicircumferentiam lineae. f. d. circulum. d. k. ita que facta. g. centro describo semicircumferentiam lineae. g. h. k. b. quod est circuli itersecabunt se in duobus punctis quorum unum sit. k. alioquin sequeretur una dicta linea rurum esse equaliter alijs duabus iunctis aut maioreis eis: quod est absurdum ponit: dico ergo lineam. k. f. et k. g. critque triangulus. k. f. g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis a. b. c. datis: sunt enim. f. d. et f. k. equaliter quia sunt a centro ad circumferentiam quare f. k. est equalis. a. Similiqueque. g. h. et g. k. sunt equaliter quia excentes a centro ad circumferentiam: quare. g. k. est equalis c. et quia. g. f. superius fuit equalis. b. patet propositionem manifeste.

Propositio .23.



Data recta linea sup terminū eius cuilibet angulo pposito equum angulum designare.

Sit data linea. f.e. que ē in superiori figura: et sint linee. b.a. p̄tinētes agulū datū cui subtendā basim. c. sup pūctū. f. linee. e.f. iuberē facere eq̄lē angulū angulo dato ad lineā. c.f. adiūgo. f.d. eq̄lem linee. a et ex f.e. sumo. f.g. eq̄lē. b. et ex. g.c. sumo. g.b. eq̄lē. c. et sup puncta. f. et g. describo duos circulos. d.k. et k.b. hīm quantitatē duarū linearū. f.d. et g.b. et infsecates se in pūcto. k. sicut docuit p̄cedēs: ductisq; lineis. k.f. et k.g. erūt eq̄lia duo latera. k. f. et g. trianguli. k.f.g. duobus laterib;. a. et b. trianguli. a.b.c. et basis. g.k. eq̄lis basi. c. ergo p.s. angul' k.f.g. qd̄ erit angulo p̄teō. ab.a. et a.b. qd̄ ē ppositum.

Propositio 24.

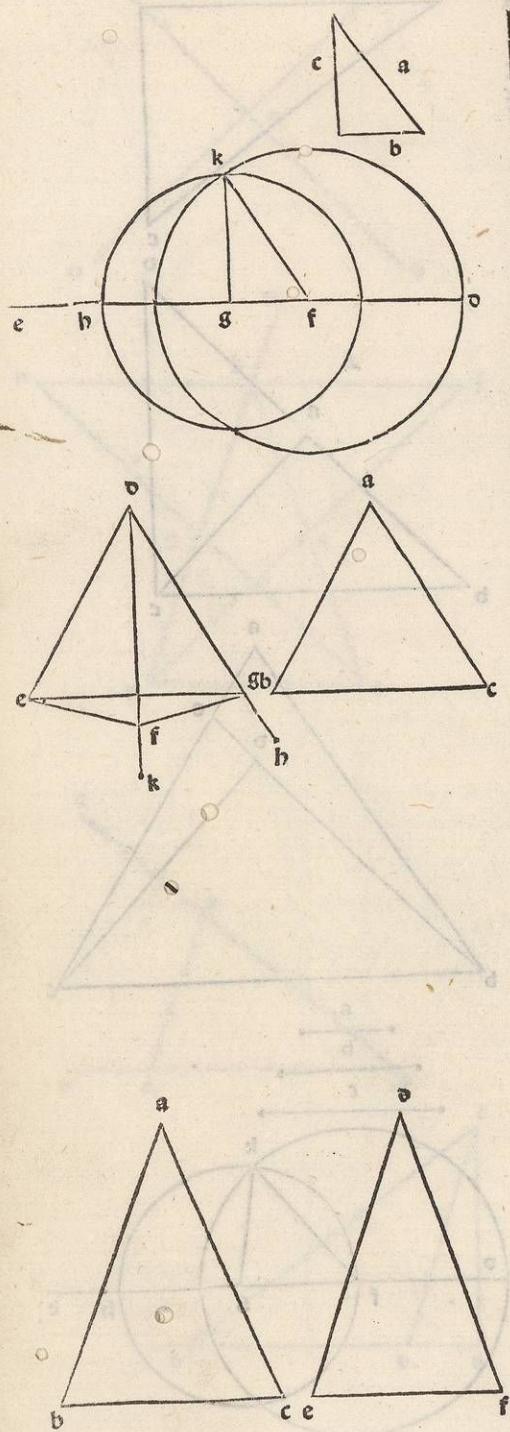
Mniū duoz trianguloz quoz duo latera vni duob; laterib; alteri fuerint eq̄lia: si fuerit anguloz sub illis eq̄s laterib; p̄teoz alter altero maior basis quoq; eiusdē balū alterius maior erit.

Sint duo trianguli. a.b.c. et d.c.f. sintq; duo latera. a.b. et a.c. eq̄lia duob; laterib;. d.e. et d.f. et vnuquodq; suo correlatio dextrū. f. dextro: sinistrū qd̄ sinistro: sitq; angulus. a. maior angulo d. dato: dico q̄ basis. b.c. maior erit basis. e.f. faciā. n. iuxta doctrinā p̄cedentis. e.d.g. eq̄lē angulo. a. eritq; agulū. e.d.f. ps ei et ponā. d.g. eq̄lē. a.c. et p̄trahā. e.g. q̄ aut trāsibit sup. e.f. vt secet lineā. d.f. aut sup. e.f. vt sit secū linea vna: aut infra. Transeat ergo p̄mo sup: et qz. a.b. et a.c. latera trianguli. a.b.c. s̄t eq̄lia. e.d. et d.g. laterib; trianguli. e.d.g. et angul'. a. angulo. d. totali: erit p.s. basis. b.c. eq̄lis basi. e.g. At vo qz. d.g. et d.f. s̄t eq̄les: nam vtraq; ē eq̄lis. a.c. erit p.s. angul'. d.f.g. eq̄lis angulo. d.g.f. q̄re d.f.g. maior erit f.g.e.g.e.f.g. mltō forti maior ē codē. f.g.e.g.p. is. lat'. e.g. mai' ē latere. e.f. q̄re z.b.c. maior ē e.f. qd̄ ē ppositū. Si vo. e.g. trāseat sup. e.f. et sit secū linea vna tūc e.f. erit ps. e.g. p. vltimā ḡ p̄ceptōem p̄z ppositū. Si vo. e.g. trāseat ifra. e.f. p̄trahant due linee. d.f. et d.g. q̄ s̄t eq̄les vt p̄batū ē vlsq; ad. k. et ad. b. sicutq; p̄scdaz p̄te. qntē sub basi. f.g. anguli. k.f.g. et f.g. h. eq̄les. q̄re angul'. e.f.g. maior erit angulo. f.g.e. ergo p. is. lat'. e.g. mai' ē latere. e.f. q̄re b.c. maior ē e.f. qd̄ ē pposi/ tū. Istud vltimū mēbrū poss̄t ē p̄bari p. 21. p. ipsā. ii. erunt i dispositōe tria due linee. d.g. et e.g. maiores duabus lineis. d.f. et f.e. et qz. d.g. ē eq̄lis. d.f. pp̄f hoc q̄ ambe s̄t eq̄les. a.c. erit. g.e. maior. e.f. q̄re z.b.c. maior: qd̄ ē ppositū: meli' ī est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguaē per quintam.

Propositio 25.

Mniū duoz trianguloz quoz duo latera vni duob; laterib; alteri fuerint eq̄lia: basis vo vni basi alteri fuerit maior: erit quoq; angul' trianguli maioris illis eq̄s laterib; contentus angulo alterius se respiciente maior.

Sint duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sintq; duo latera. a.b. et a.c. p̄mi eq̄lia duob; laterib;. d.c. et d.f. sc̄di vnuquodq; suo correlatio: sitq; basis. b.c. maior basi. e.f. dico q̄ agul'. a. maior erit angulo. d. hec ē quersa p̄cedentis: Eq̄lis qd̄ē non erit: sic. n. esset p. 4. basis. b.c. eq̄lis basi. e.f. qd̄ ē p̄ hypothesym: sed nec minor: quia sic esset. d. maior: et ita p̄ p̄cedētē basis. e.f. erit maior basi. b.c. qd̄ ē p̄riū ppositiōi q̄re maior erit sicq; ppositū astruit. Propo 26.



Dniūm duorū triangulorū quoq; duo anguli vnius duobus angulis alterius & utrūq; se respicienti eq̄les fuerint latus quoq; vni lateri alterius equale: fueritq; latus ilud inter duos angulos eq̄les aut vni eoꝝ oppositū: erūt quoq; duo vni reliq; latera duob; reliq; alteri trianguli laterib; vnu quodq; se respicienti equalia: angulusq; reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis.

Csint duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sitq; angulus. b. eq̄lis angulo. e. &. angulus. c. equalis agulo. f. sitq; latus. b.c. eq̄le lateri. e.f. aut alterū duorū laterū. a.b. &. a.c. equale alteri duorū laterū. d.e. &. d.f. ita q̄. a.b. sit eq̄le d.e. aut. a.c.d.f. dico q̄ re liqua duo latera vni crūt eq̄lia reliq; duob; laterib; alteri & reliqu; angul; reliquo angulo eq̄lis: agul; vñ. a. agulo. d. ponā ergo pmo vt lat. b.c. sup qd iacent anguli b.c. sit eq̄le lateri. e.f. sup qd iacent anguli. e.f. qui positi sūt eq̄les angulis. b.c. tūc dico q̄ latus. a.b. est eq̄le lateri. d.e. & latus. a.c. lateri. d.f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a.b. non sit equale lateri. d.e. alterū erit maius: sit ergo mai. d.e. qd resecabo ad equalitatē. a.b. sitq; g.e. equale. a.b. & pdicā linea. g.f. eritq; per. 4. angulus. g.f. e. eq̄lis angulo. a.c.b. q̄re & angulo. d.f.e. ps toti quod ē ipossible: erit ergo. d.e. eq̄le. a.b. ergo p. 4. d.f. eq̄le. a.c. & angulus. d. eq̄lis angulo. a. qd est pñū mēbrū diuisiōis pposito: Sint rursus vt pñū duo anguli. b. &. c. eq̄les duobus angulis. e. &. f. sitq; latus. a.b. quod opponit angulo. c. eq̄le lateri. d.e. qd opponit angulo. f. cui positus ē eq̄lis angulus. c. dico q̄ latus. b.c. erit eq̄le lateri. e.f. & latus. a.c. lateri. d.f. & angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. c.f. nō fuerit equale lateri. b.c. erit alterū maius: sit ergo. e.f. maius: ponat itaq; e.g. eq̄le. b.c. & pdicā linea. d.g. eritq; p. 4. angulus. d.g.c. equalis angulo. a.c.b. q̄re & angulo. d.f.e. extrinsecū videlz itrinseco qd ē ipossible: p. 16. erit ergo. e.f. eq̄le. b.c. ergo p. 4. latus. d.f. cquale lateri. a.c. & angulus. d. totalis angulo. a. qd ē scđm mēbrū diuisio nis pposite: q̄re totū manifeste p. **Propositio .27.**

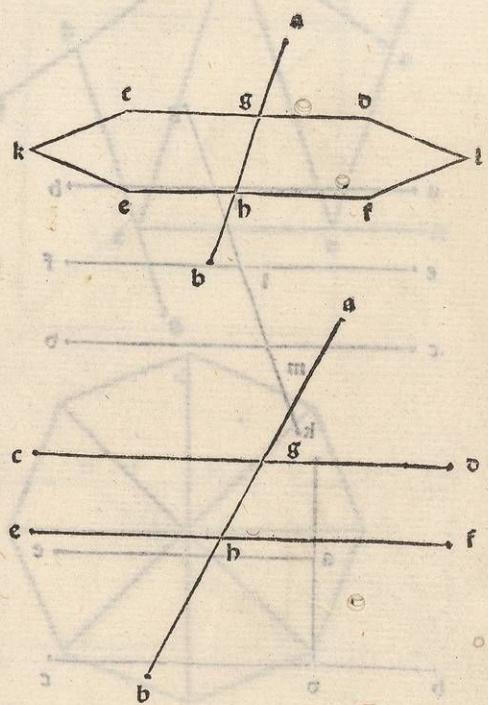
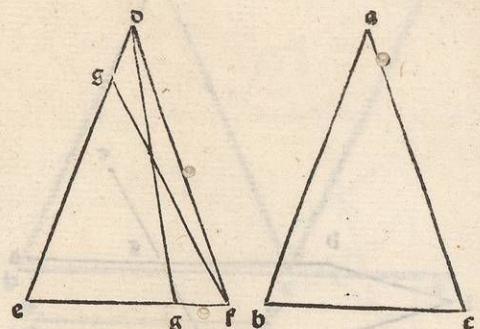
Si recta linea sup duas lineas rectas ceciderit duosq; angulos coalternos sibiūnicē equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

Csit vt linea. a.b. cadat super duas lineas. c.d. &. e.f. & secet linea c.d. in punto. g. & lineam. e.f. in punto. b. sitq; angulus. d.g.b. eq̄lis angulo. e.b.g. dico q̄ linee. c.d. &. e.f. sūt eq̄distātes. Si. n. nō pcurrant aut ad pte. c.e. sup pūctū. k. aut a pte. d.f. sup pūctū. l. & q̄līcūq; fuerit accident ipossible p. 16. videlz angulū extrinsecū cē eq̄le itrinseco: nā vñ dictorū angulorū coalternorū q̄ positi sūt eq̄les erit extrinsecū & reliquis intrinsecū: q̄r. igit̄ ipossible ē eas pcurrē i alterutā pte. ptractas ipse p diffinitōem erūt eq̄distātes: quod est ppositum.

Propositio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis supuenērūt fueritq; angulus eius itrinsecus angulo extrinseco sibi opposto equalis aut duo anguli itrinseci ex vna parte duob; angulis rectis eq̄les ille due linee equidistantes erunt.

Csit vt linea. a.b. secet duas lineas. c.d. &. e.f. i pūcto g. &. b. sitq; angulus. g. extrinsecus equalis angulo. b. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. &. b. intrinseci ex eadez parte sumpti sint equalis duobus angulis



rectis: dico q̄ duē linee. c. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angul⁹. d. g. a equalis angulo. f. b. g. eritq; per. iſ. angulus. c. g. b. equalis eidem aſigulo. f. b. g. q̄re p̄ pmissam. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. b. z. f. b. g. equales duobus rectis: z q̄ p. iſ. duo anguli. d. g. b. z. c. g. b. sūt sibi eq̄les duo/ bus rectis erit angulus. c. g. b. eq̄lis angulo. f. b. g. q̄re p̄ pmissā. c. d. z. e. f. erūt eq̄ distantes: quod est p̄positū.

Propositio 29.

Si duabus lineis equidistantib⁹ linea supnenerit duo an/guli coalterni equales erūt: angulusq; extrinsecus angulo/intrinseco sibi opposito e q̄lis. Itēq; duo anguli intrinseci ex alterutra pte consti turi duob⁹ rectis angul⁹ equales. **T**sint due linee. a. b. z. c. d. cquidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. z. h. dico q̄ anguli. g. z. b. coalterni sūt eq̄les: z q̄ angul⁹. g. extrinsecus est equalis angulo. b. intrinseci ex eadem pte sūpti sūt eq̄les duob⁹ rectis: z bec est p̄uersa duarū pcedentī. Prīmū sic p̄z: Si. enī agul⁹. b. g. b. nō ē eq̄lis angulo. c. b. g. alter cox erit maior. sit ġ maior agul⁹. c. b. g. z q̄ duo aguli. c. b. g. z. g. b. d sunt equales duobus rectis ergo p. iſ. erunt duo anguli. b. g. b. z. d. b. g. minores duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee. a. b. z. c. d. si protrahant p̄currēt in pte. b. z. d. ad punctum aliquē vt ad. k. non ergo sūt eq̄distantes p̄ diffi nitionem qđ ē p̄ hypothesim: z q̄ hoc est impossibile. erūt igit̄ duo anguli coalterni b. g. b. z. c. b. g. eq̄les quod est p̄mū p̄positū. Ex hoc p̄z secundū: ē. n. p. iſ. angulus b. g. b. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit eq̄lis angulo. c. b. g. extrin secus vñ intrinseco: quod ē scđ p̄positū. Ex hoc rursus p̄z tertīū: Sūt. n. p. iſ. duo anguli. a. g. e. z. a. g. b. eq̄les duobus rectis. ergo duo anguli a. g. b. z. c. b. g. erunt triā eq̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem pte sūpti: qđ ē tertīū p̄po situm.

Propositio 30.

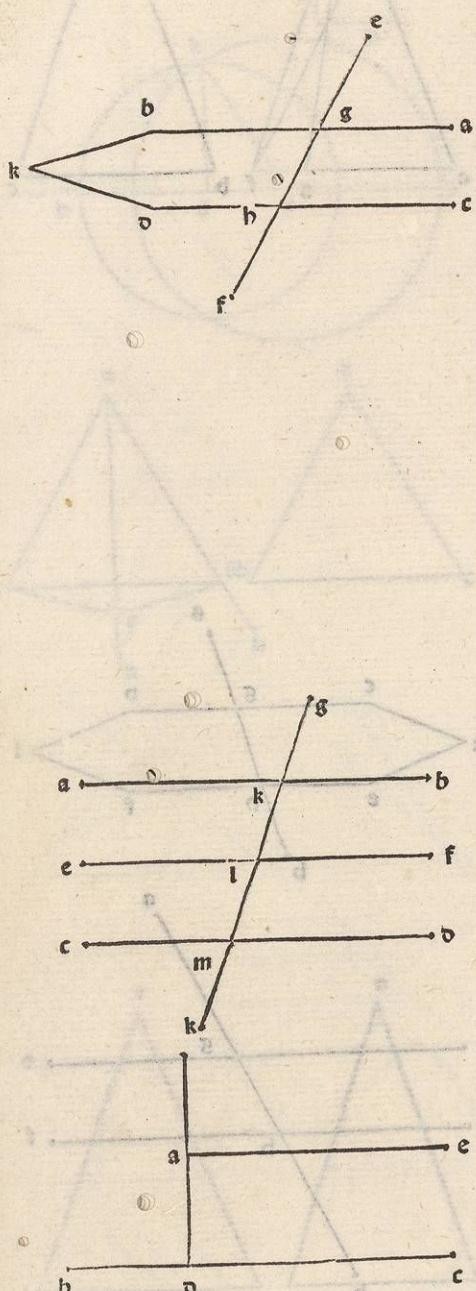
Si fuerint due linee vñi equidistantes eedem sibiūniicē e/ quidistantes erunt.

Tsint due linee. a. b. z. c. d. quarū vtraq; eq̄distet linee. e. f. dico il/ las duas videlz. a. b. z. c. d. esse equidistantes. hoc aut̄ est vñiversali ter vez sine due linee. a. b. z. c. d. sint in vna superficie cū linea. e. f. siue non: hic tñ non intelligi: nisi bñ q̄ oēs sunt in superficie vna: scđm. n. q̄ sūt in di uersis superficieb⁹ p̄bat̄ i nona libri. ii. q̄ sunt equidistantes. Sint ergo oēs i sup/ ficie vna: p̄trahā aut̄ linea. g. h. secātem lineas a. b. z. c. d. in punctis. k. l. m. z ga a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per p̄mā ptem pcedē tis cum illi sint coalterni: atq; c. d. equidistat. e. f. erit angulus. k. l. e. extrinsec⁹ eq̄ lis angulo. l. m. c. intrinseco p̄ scđam ptem pcedentis ergo angulus. b. k. l. est equa lis angulo. c. m. l. qui cū sint coalterni erūt p. 27. linee. a. b. z. c. d. equidistantes: qđ est p̄positum.

Propositio 31.

Apuncto extra lineam dato linee proposito equidistantē dicere.

Tpunctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq; pro/ trahatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus. a. datus extra lineā b. c. a quo oportet protrahere lineam. equidistantem. b. c. protra/ bo lineam. a. d. qualitercumq; contingat et super punctum. a. qui est extremitas

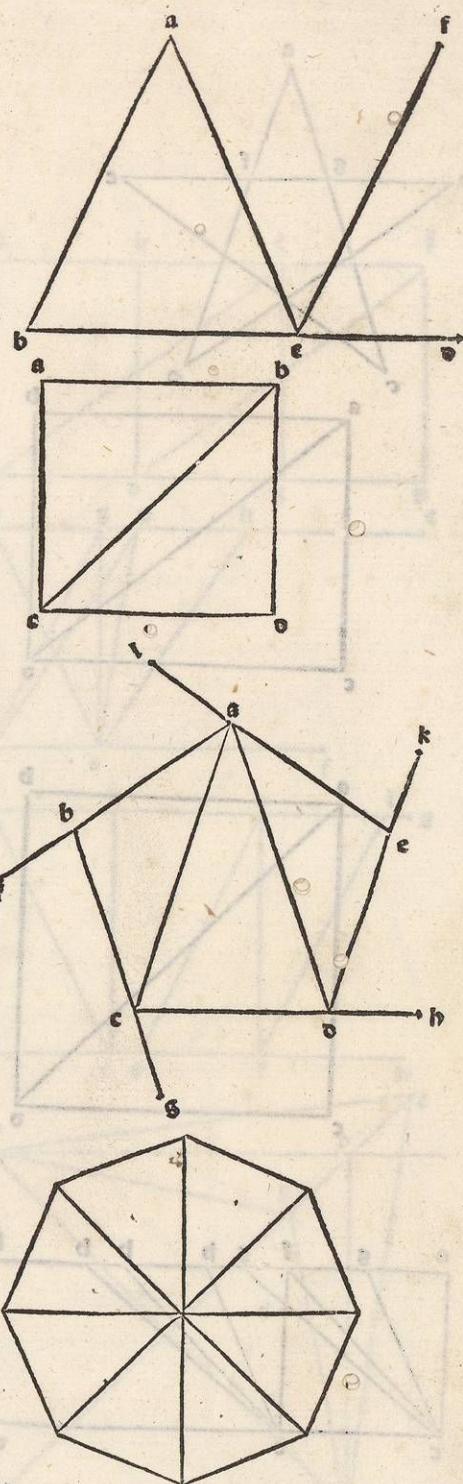


linee. a. d. constituo angulū. e. a. d. p doctrinā. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coal-
terno: critqz. a. e. equidistās. b. c. p. 27. quod est ppositum.

Propositio .32.

Monis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis
sibi oppositis est equalis: **O**nus autē tres angulos eius
duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit triangulus a. b. c. cuius lat^b. c. ptribat vsqz ad. d. dico q̄ an-
gulus. c. extrinsecus ē eq̄lis duob⁹ angulis. a. t. b. intrinsecis sibi op-
positis s̄l iunctis: t̄ q̄ tres anguli trianguli. a. b. c. s̄l iuncti s̄t eq̄les. duob⁹ rectis.
Apuncto. c. ptribam. c. f. eq̄distantē. a. b. fm doctrinā pcedētis: eritqz angul⁹. f.
c. a. eq̄lis angulo. a. q̄ s̄t coalterni p pma pte. 29. t̄ angulus. f. c. d. extrinsec⁹ eq̄lis
angulo. b. intrinseco p scdm ptem einsdē: q̄re tot⁹. a. c. d. extrinsec⁹ ē equal⁹ duob⁹
angulis. a. t. b. intrinsecis sibi oppositis: q̄d ē pma. t̄ q̄ duo anguli. a. c. b. t. a. c.
d. s̄t eq̄les duob⁹ rectis p. 13. erit tres anguli. a. b. t. c. intrinseci eq̄les duob⁹ rectis:
q̄d ē scdm ppositū. **E**x hac aut̄ p̄z q̄ ois figure poligonie oēs anguli s̄l sumpti-
tot rectis angulis s̄t eq̄les quot⁹ ē nūer⁹ quo a pma destiterit duplicat⁹: vbi grā
Poligoniarū figurarū ē triangula pma: q̄z si ess⁹ duas lineaz: cū figura sit clausio
linearū: tunc due linee recte includerent supficē q̄d ē ipossible p ultimā petitionē
Quadrilatera scda: pentagona 3⁹. s̄l r̄ aut̄ q̄libet tota erit i ordine quotus erit nu-
mer⁹ laterū aut angulorū ei⁹ inde dēmpto binario. Dico s̄l q̄ triāgule q̄ ē pma oēs
anguli s̄t eq̄les duob⁹ rectis. **Q**uadrilatera q̄ ē scda erit eq̄lis q̄tuor rectis t̄ pen-
tagone q̄ ē t̄ria erit eq̄les sex rectis. Hoc aut̄ inde manifestū ē q̄m cū q̄libet talis
figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis
a quouis angulorū eius ad oēs angulos oppositos: s̄l tqz oēs anguli ois trianguli
duobus rectis eq̄les erit oēs laterate figure oēs agulī bis tot rectis cquales quota
ipsa fuerit a pma: quod ē ppositū. **S**it. n. exēpli grā: **P**entagon⁹. a. b. c. d. e. a cu-
ius angulo. a. ducā lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritqz tot⁹ pentagon⁹
resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. t. a. d. quo⁹ cū cuiuslibet sint anguli eq̄les
duob⁹ rectis erit pentagoni anguli eq̄les sex rectis: q̄d ē duplū ei⁹ nūeri quo a p/
ma distat sine duplū numeri angulorum aut laterum ei⁹ inde dēmpto binario.
Possim⁹ quoqz t̄ sic idē pponē dicentes q̄ ois figure poligonie oēs anguli pa-
riter accepti s̄t tot rectis angulis eq̄les q̄tuor est numer⁹ quē ei⁹ anguli duplicant
inde dēptis q̄tuor. pucto. n. quolibet intra figurā signato t̄ ab eo ad singulos agu-
los lineis ptractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ei⁹ anguli;
iō qz oēs anguli oīum illo⁹ triangulo⁹ piter accepti tot rectis angulis erit eq̄les
quātus ē numer⁹ quē duplicat anguli ppositae figure: cū itaqz sint oēs anguli trian-
gulorū in quos ipsa resoluta ē puctuz mediū circūstātes q̄tuor rectis cquales p. 13.
manifestū constat ppositū. **S**imiliē quoqz p̄z q̄ ois figure poligonie anguli oēs
extrinseci q̄tuor rectis angulis s̄t eq̄les: s̄t enī itrinseci t̄ extrinseci t̄ bis tot rectis
eq̄les quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci at̄ s̄t bis tot rectis eq̄les quot hūe/
rit aglōs dēmptis inde q̄tuor: s̄l extrinseci sunt q̄tuor rectis cquales: q̄d ē ppositū.
Exempli gratia: p̄p ositi pentagoni latera ptribantur vt fiant anguli extrinseci
a. b. quidē ptribat vsqz ad. f. b. c. vsqz ad. g. c. d. vsqz ad. h. d. e. vsqz ad. k. e. a.
vsqz ad. l. cruntqz per. 13. duo anguli. a. intrinsecus t̄. a. extrinsecus cquales duo
bus rectis: cadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus. t̄. b. extrinsecus: sic et



ceteri q̄re. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igit̄ intrinsecis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. vidz. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. z. a. e. k. eq̄les q̄tuor rectis. C̄ patet ēt q̄ oīs pentagoni cui vñūquodq; lat̄ duo secat ex reliq̄s b. z. s. angulos duob̄ rectis eq̄les. sit q̄lis p̄ponit pentagon̄. a. b. c. d. e. & secer lat̄us. a. c. latus. b. e. i. p̄ucto. g. & lat̄. a. d. idē latus. b. e. i. p̄ucto. f. eritq; angul̄. a. f. g. eq̄les duob̄ angul̄. b. z. d. cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēq; angul̄. f. g. a. erit equalis duob̄ angul̄. c. z. e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. & f. g. a. cū angulo a sunt equales duob̄ rectis ergo q̄ tuor anguli. b. d. z. c. e. sūt cū angulo. a. eq̄les duob̄ rectis: qđ ē p̄positū.

Propositio .33.

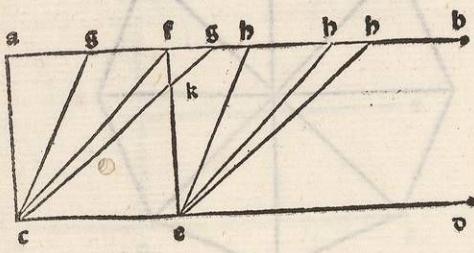
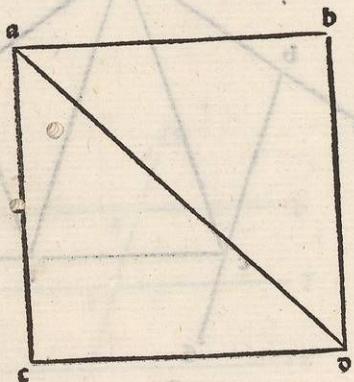
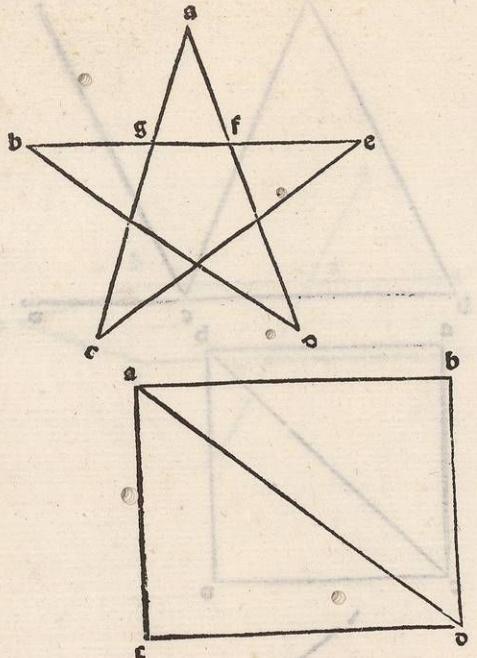
Sin sumitatib̄ duarū linearū eq̄distatiū & eq̄lis quantitatib̄ alie due linee p̄iūgant ipse quoq; eq̄les & eq̄distates erūt. C̄ sint due linee. a. b. & c. d. eq̄les & eq̄distates q̄ru extremitates cōiungā p̄ lineas. a. c. & b. d. quas dico esse eq̄les & cōdistantes. p̄traham. n. linea. a. d. & q̄r linee. a. b. & c. d. sunt cōdistantes erit angul̄. b. a. d. eq̄les angulo. a. d. c. p̄ p̄mā p̄tē. 29. ergo erūt duo latera. a. b. & a. d. trianguli. a. b. d. eq̄lia duob̄ laterib̄ d. c. & d. a. trianguli. d. c. a. & angulus a. p̄mi eq̄les angulo. d. secūdi. ergo p̄ 4. basis. b. d. p̄mi ē equalis basi a. c. secūdi. & angul̄. a. d. b. p̄mi equalis angulo. d. a. c. secūdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. & a. c. cōdistantes p̄. 27. & quia p̄i p̄batū est ipas esse eq̄les: p̄ p̄positū vtrūq;

Propositio .34.

Monis superficies equidistantibus p̄tenta laterib̄ lineas atq; angulos ex aduerso collocatos habet cōles diametro & dīidente eam p̄ medium: C̄ sit superficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū: ita q̄ linea. a. b. equidiſt. c. d. & a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. & c. d. itē duas lineas. a. c. & b. d. esse equales. Sitr & dico angulū. a. esse eq̄lem angulo. d. & angulū. b. angulo c. protraham diametrū. a. d. que etiā dividet superficiem illā p̄ mediū. cū. a. b. & c. d. sint cōdistantes: erūt anguli. b. a. d. & c. d. a. qui sunt coalterni eq̄les per. 29. At quia etiā. a. c. & d. b. sūt cōdistantes: erūt anguli. c. a. d. & b. d. a. qui sunt coalterni equalis p̄ eandē. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. & d. a. c. & quia duo anguli a. & d. trianguli. a. d. b. sunt equalis duobus angulis. d. & a. trianguli. d. a. c. & lat̄us. a. d. sup̄ quod iacēt illi anguli i vtrōq; triangulo ē cōe: erit p̄. 26. lat̄. a. b. eq̄le lateri. c. d. & lat̄us. a. c. lateri. b. d. & angulus. b. angulo. c. & quia angulū. a. totalē p̄ esse equalē angulo. d. totali p̄ secūdā cōceptōe totū p̄positū cū correlative liquet.

Propositio .35.

Verines superficies equidistantiū laterū sup̄ vñā basim atq; ī eisdem alternis lineis constitute equalis esse p̄bantur. C̄ sint due linee. a. b. & c. d. cōdistantes inter quas fiat. a. c. f. e. superficies eq̄distatiū laterū sup̄ basim. c. e. & sup̄ eandē basim & inter easdē lineas fiat alia superficies. g. c. b. e. similē eq̄distantiū latez dico duas p̄dcās superficies ēē eq̄les quod sic p̄bat. aut. n. linea. c. g. secabit lineam. a. b. in aliquo punto linee. a. f. aut in punto. f. aut ī aliquo punto linee. b. f. secer ergo p̄mo in aliquo p̄ucto linee. a. f. vt in p̄mā figuratiōe appetet. & q̄ vtrāq; duas linearū. a. f. & g. b. est equalis linee. c. e. per p̄cedentē vna earū erit equalis alteri



9

vempta ergo linea. f. g. cōmuni remanebit. a. g. equalis. f. b. qz p̄ precedentē iterū ē a. c. equalis. f. e. z angulus. b. f. e. angulo. g. a. c. per scđam pte. 29. videlicet extrin secus intrinseco erit p. 4. triangulus. a. c. g. equalis triangulo. f. e. b. ergo irregula ri figura quadrilatera que est. g. c. f. e. addita vtriqz erit superficies. a. c. f. e. equal' su perficii. g. c. b. c. quod est p̄positum. Secet ergo mō linea. c. g. linea. a. b. in pun cto. f. vt in secunda figurazione appetat. erūtqz sili argumentatione priori duo tri anguli. a. c. f. z. f. c. b. equales quare vtrobiqz addito triangulo. f. c. e. patet p̄positum. Secet tertio mō linea. c. g. linacam. a. b. inter duo puncta. f. b. vt in tertia fi guratione appetat: seccabitqz linacam. f. e. sic vt in puncto. k. z quia simili argumē tatione priori linea. a. f. ē equalis linee. g. b. facta cōmuni linea. g. f. erit a. g. equal' f. b. z triangulus. a. g. c. equalis triangulo. f. e. b. addito ergo vtriqz triangulo. c. k. e. z detracto ab vtriqz triangulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equal' superficiei g. c. b. e. quod est p̄positum.

Propositio .36

Monia palellogramma in basibus equalibus atqz in eisdeꝝ lineis constituta equalia esse necesse est.

CParalellogrammū dicit̄ superficies eq̄distantiū laterū. Sint due sup ficies. a. b. c. d. z e. f. g. h. equidistantiū laterū constitute inter duas lineas equidistantes que sunt. a. f. z. c. b. z super equales bases que sunt. c. d. z. g. b. dico eas ēē equales. nam protrahā duas lineas. c. e. z. d. f. erūtqz per. 35. superficies. c. d. e. f. equidistantium laterum ppter hoc q. e. f. est equalis z equidistans. c. d. nam vtraqz earū est equalis. g. b. quia ergo per pmissaz vtraqz duarū superficieū. a. b. c. d. z. e. f. g. b. est equalis superficiei. c. d. e. f. ipse erūt sibi iuicem equalēs: quod est p̄positum.

Propositio .37.

Qualeſ ſunt ſibi cuncti trianguli qui ſup eadē baſim atqz inter duas lineas equidistantes ſunt conſtituti.

CSint duo trianguli. a. b. c. z. d. b. c. oſtituti ſuper baſim. b. c. inter duas lineas. a. e. z. b. f. que ſint equidistantes: dico eas eſſe equalēs. ptraham enī. c. g. equidistantē. a. b. z. c. b. equidistantē. d. b. per. 31. erūtqz due ſuperficies. a. b. c. g. z. d. b. c. h. equalēs per. 35. z quia dicti trianguli ſunt earū dimidia p̄ corelariū. 34. ipſe erūt eq̄les per cōeſ ſciam queſt quoqz tota ſūt eq̄lia z dimidia: ſicqz p. p̄positū.

Propositio .38.

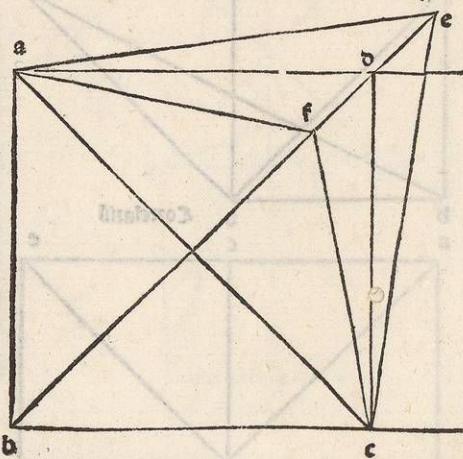
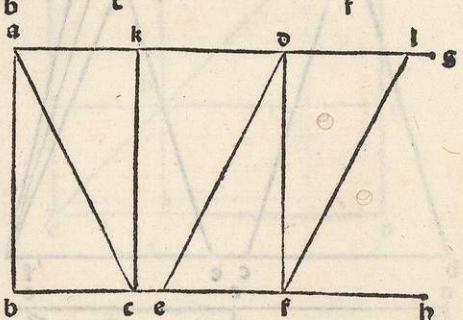
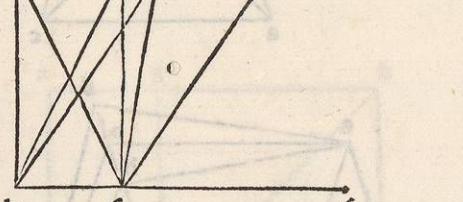
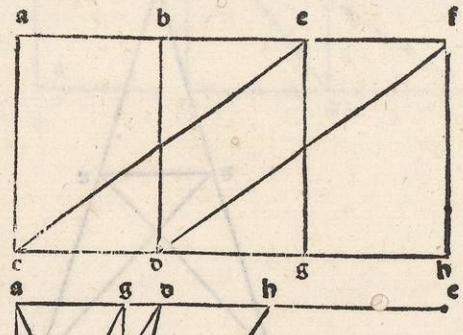
Iduo trianguli ſuper baſes equalēs atqz inter duas lineas equidistantes ceciderint equalēs eos eſſe necesse eſt.

CSint duo trianguli. a. b. c. z. d. e. f. oſtituti ſup baſi. b. c. z. c. f. eq̄les z inf lineas. a. g. z. b. h. eq̄distantes: dico eos eſſe eq̄les. ptraham enī. c. k. eq̄distantē. a. b. z. f. l. eq̄distantē. e. d. erūtqz due ſuperficies. a. b. c. k. z. d. e. f. l. eq̄les p. 36. z qz dicti trianguli ſūt eaꝝ dimidia p̄ corelariū. 34. ipi erūt eq̄les p̄ antedictā cōmune ſcientiam.

Propositio .39.

Mones duo trianguli eq̄les ſi in eandē baſim z ex eadē pte ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt:

CSint duo trianguli. a. b. c. z. d. b. c. oſtituti ſup baſi. b. c. ex vna ea demqz pte: ſintqz equalēs: dico eas ēē inf lineas equidistantes: z hec eſt conuerta. 37. a. puncto. a. ptraham lineam equidistantēz linee. b. c. que ſi pertransierit per punctuz. d. liquet p̄positum. Si autem pertransierit ſu pra aut inſra: tranſeat primo ſupra z ſit. a. e. producamqz. b. d. uſquequo ſecet



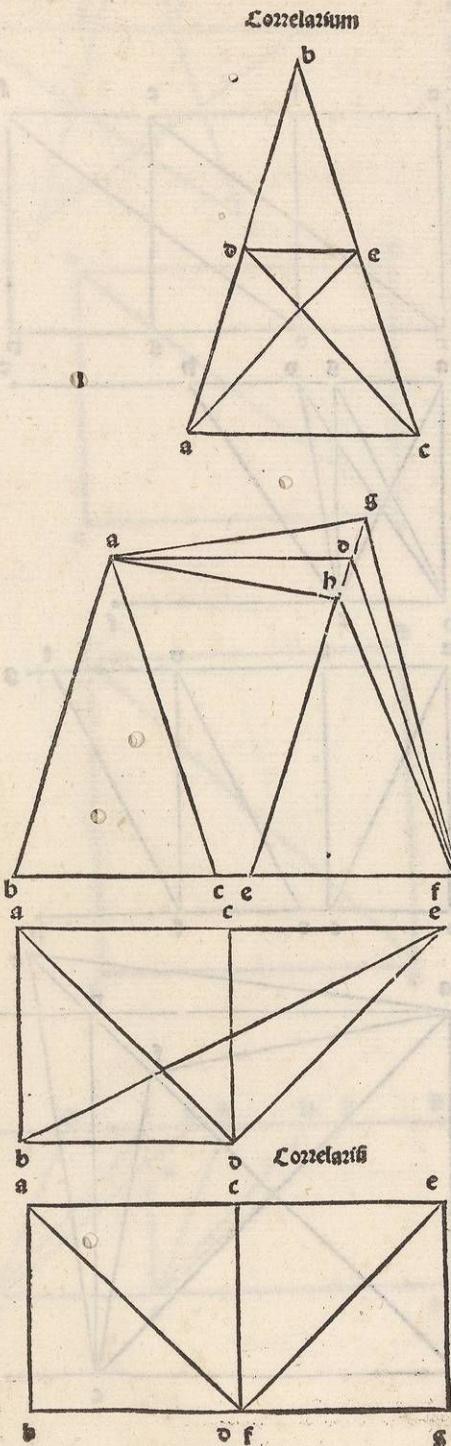
lineā. a.e.in pūcto. ē. z p̄traham linea. e.c. z quia triangulus e.b.c.est equalis triangulo a.b.c.p.37. z triangulus.d.b.c. positus ē equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod est impossibile. Nō igit pertransibit linea que a pūcto a ducitur eque distanter.b.c.supra.d.transeat.er go infra.z sit.a.f. secans lineam d.b.in pūcto.f. p̄traham ergo lineam.f.c. z quia per.37. triangulus.f.b.c. est equalis triangulo.a.b.c. ipse etiam erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a pūcto a. equidistanter.b.c. non transit nisi per punctum.d. patet propositum. Ex hac autem z premilla nota q̄ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p̄ equa secerit v̄l. secuerit ipsa erit ētio equidistans quod sic probatur. Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que sunt a.b. z b.c. secerit lineam.d.e.per equalia.a.b.q̄ i pūcto.d. z.b.c.in pūcto.e. dico q̄ linea.d.e.est equidistans.a.c. p̄traham enī in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.z.d.c.eritq̄ per.38. triangulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id q̄ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b. Itē; q̄ per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id q̄ linea.c.e.d.posita est equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt p̄stituti sup̄ eandē basim videlicet linea.e.d. z ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas que distantes ergo linea.d.e.est equidistans linee.a.c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

Si duo trianguli equales super equales bases vñins eiusdemq̄ linee ex eadē parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse ē contineri.

Cōsint duo trianguli.a.b:c. d.e.f. equales constituti super duas bases que sunt.b.c. z.e.f. z ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. z hec est conuersa.38. z probatur per ipsam sicut precedēs per.37.a pūcto.a. ducatur linea equidistans linee.b.f. que si transierit per pūctum.d. patet propositum.sin autem pertransierit supra vt.a.g. z producatur.e. d. v̄sqz ad ipsum que sit.e.g. z ducatur linea.g.f. eritq̄ per.38. triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f. quare z triangulo.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f. p̄ toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra: transeat ergo infra.z secerit linam.d.e.in pūcto.h. z ducatur linea.f.h. eritq̄ per.38. triangulus.h.e.f. equalis triangulo.a.b.c. quare z triangulo.d.e.f. pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum.d. patet p̄positum.

Si palellogramū triangulūq̄ in eadem basi atq̄ i eisdē alternis lineis fuerint p̄stituta palellogramū triangulo duplū esse.

Cōsint palellogramū.a.b:c.d. z triangulo.e.b.d.sup basim b.d. z. int̄ lineas a.e.z.b.d. q̄ sint eque distantes: dico palellogramū duplū esse triangulo p̄trahā in palelligrano diametrum.a.d.eritq̄ triangulus.a.b.d.dimidiū palellogrami p̄ corē⁹.34. z quia triangulus c.b.d.est ēq̄lis triangulo.a.b.d. p.37.p̄ triangulū.c.b.d.eē dimidiū palellogrami.a.b.c.d.q̄ ē p̄positū. Similē quoq̄ p̄t̄ p̄bari q̄ si palellogramū triangulūq̄ in equalib̄ basib̄ atq̄ i inter lineas eq̄ distantes fuerit p̄stituta palellogramū duplū erit triangulo: q̄d iō nō posuit euclides: q̄ leuit p̄z ex hac p̄cedēte corollariū. z.38. diviso palellogramo p̄ diametrum in duos triangulos: v̄l sup̄ basim palellogrami int̄ easdē lineas eq̄ distantes



triangulo cōstituto ad quē duplū erit parallelogramū per hanc precedentē & ipse equalis alteri triangulo per. 38. **Propositio .42.**

BQuidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies tri angulo assignato equalis.

CSit assignatus angulus. a. & assignatus triangul⁹. b. c. d. volo de scribere superficiē equidistantium laterū equarem triangulo. b. c. d. cuius uterq; duoz̄ angulorum contra se positoz̄ sit equalis. a. dividido basim. c. d. per dimidiū in puncto. e. & protrahō linea. b. e. & a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritq; per. 38. triangulus. b. c. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidiū totalis trianguli. b. c. d. igit̄ super punctū. e. linee. d. e. constituo angulum. d. e. g. equalē angulo. a. & perficio parallelogramū. g. e. d. f. quod etiā qz̄ per precedentē ē duplū ad triangulū. b. c. d. erit etiā equale triangulo. b. c. d. p. hāc cōm̄ scienciam: quoq; dimidia sunt equalia ipsa quoq; sunt equalia. est enī triangulus. b. e. d. utriusq; dimidiū quare descripsimus parallelogramū. g. e. d. f. cōuale triangulo. b. c. d. cuius uterq; duoz̄ anguloz̄. g. e. d. & d. f. g. cōtrase positorum est equalis angulo. a. quod fuit propositum.

Propositio .43.

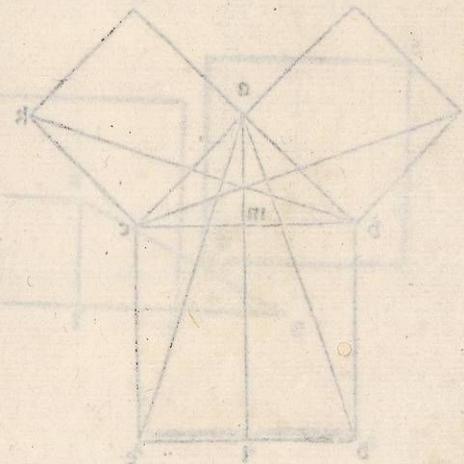
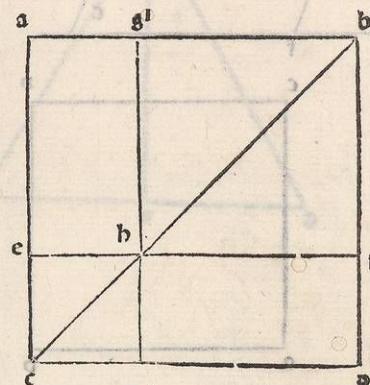
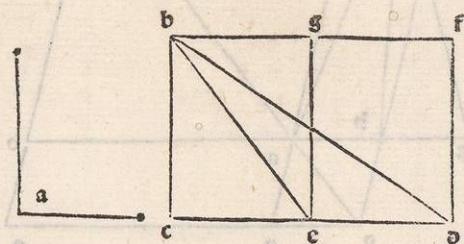
MOnis parallelogrami spaciij eorum que circa diametrū sunt parallelogramoz̄ supplementa equa sibi inuicē esse necesse est.

CSit parallelogramū. a. b. c. d. in quo protraham diametrum. b. c. & protraham. e. f. equidistantē uterq; duoz̄ laterz̄. a. b. & c. d. que se/ cet diametrum in puncto. k. a quo ducā. k. g. equidistantes uterq; duoz̄ laterū. a. c. & b. d. & producā eam quousq; secet utrūq; lat⁹. a. b. & c. d. sitq; tota. g. k. b. erit qz̄ totum parallelogramū. a. b. c. d. divisum in quatuor parallelograma quoq; duo scz̄. e. c. k. b. & g. k. b. f. dicunt̄ consistere circa. c. b. q̄ diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet. a. e. g. k. & k. b. f. d. di/ cūt̄ supplementa hec duo supplementa dicunt̄ cē equalia. sunt enī duo trianguli. a. b. c. & c. d. b. equales p̄ coroll. 34. si l̄r quoq; duo trianguli. g. k. b. & f. k. b. sūt equales per idē coroll. 34. At duo trianguli. c. e. k. & k. b. c. sūt equales p̄ idē conclarin⁹ demptis igit̄ duobus triangulis. b. g. k. & k. b. c. de totali triangulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis. b. f. k. & k. c. b. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per cōm̄ sciā residua: que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.

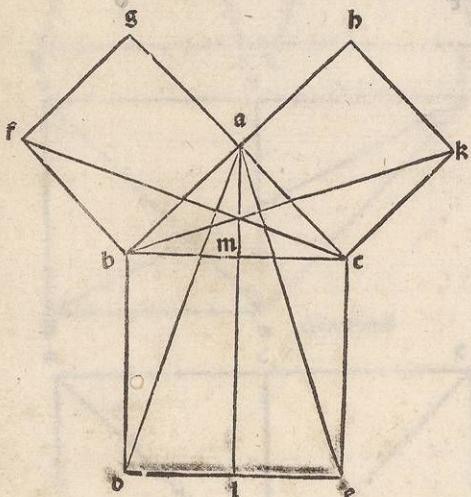
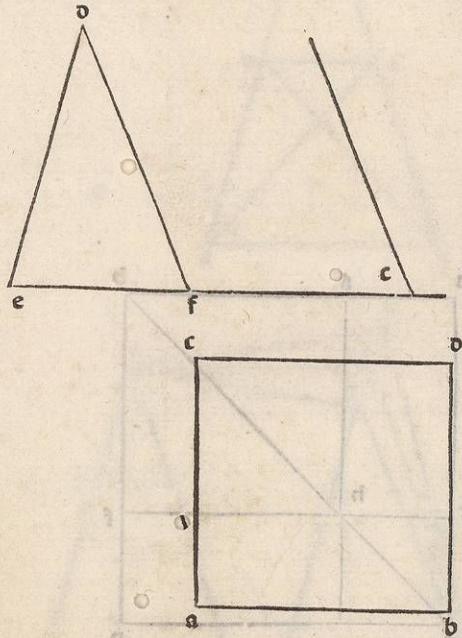
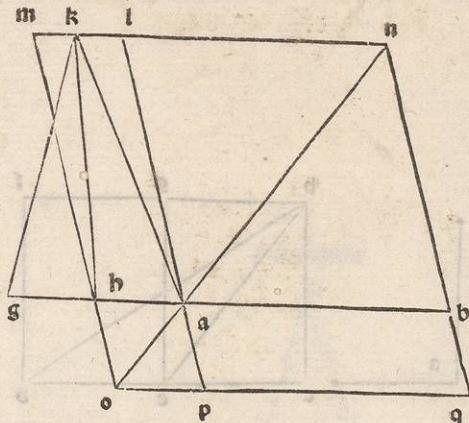
Propositio .44.

Proposita linea recta sup̄ eam superficiē equidistantiū late/ rum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficiē equidistantiū laterz̄ super linea aliquā ē linea ipsā facere latus vñi ipsi⁹ superficiē. Sit ergo data linea. a. b. & dat⁹ angulus. c. & datus triangulus. d. e. f. super linea. a. b. volo designare superficiē vñā equidistantiū laterz̄ ita q̄ linea. a. b. sit vñū ex lateribus eius uterq; duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo. c. & ipsa totalis superficies sit eq̄ lis triangulo. d. e. f. differt autem hec a. & t. qz̄ hic dat⁹ latus vnius superficiē descri/ bende scz̄ linea. a. b. ibi autem nullum. cū ergo voluerō facere adiungo lineam. a. g



LIBER



linee. a. b. s.m rectitudinem: quā pono equalēm linee. c. f. basi trianguli datī super quā cōstituo triangulū vñū. ci eqlē & equilaterū. qđ hoc modo facio. Constituo agnū m. a. g. k. equalēm angulo. e. & n. gulum. g. a. k. equalēm angulo. f. per. 23. & quia g. a. posita fuerat equalis. e. f. erit per. 26. triangulus. g. a. k. equalis & equilaterus triangulo. c. f. d. dividā ergo. g. a. per equalia in puncto. h. & protrahā. k. b. & producam a puncto. k. lineā. m. k. n. equidistantē linee. g. b. eritq; per. 38. triangul⁹. a. b. k. equalis triangulo. g. b. k. tunc īper punctū. a. linee. g. a. faciā angulum. g. a. l. p. 23. equalēm angulo. c. dato: & complebo sup̄ basim. a. b. & inter lineas. g. b. & m. n. equidistantes superficiem equidistantiū laterum. m. l. b. a. que p. 41. dupla erit ad triangulū. k. b. a quare equalis totali triangulo. k. g. a. quare & triangulo. d. e. f. p. posito: protraham ergo. b. n. equidistantē. a. l. & producā diametrum. n. a. quā p. trahā quo usq; cōcurrat cū. m. b. in puncto. o. & complebo superficiem equidistantium laterum. m. o. n. q. & protraham. l. a. usq; ad. p. eritq; per precedētē supplementū a. b. p. q. equale supplemento. m. l. b. a. quare & triangulo. d. e. f. & q; per. 15. angulus. l. a. h. ē equalis angulo. b. a. p. & ideo angulus. b. a. p. est equalis angulo. c. p. super datam lineā. a. b. descriptā esse superficiem equidist. utiū laterum. a. b. p. q. equalēm dato triangulo. d. e. f. cuius vterq; duorum angulorum contra se positōrum qui sunt. a. & q. ē equalis dato angulo. c. quod fuit propositum.

Propositio .45.

Ex data linea quadratum describere.

C Sit data linea. a. b. ex qua volo qđratum describere: a punctis. a. & b. linee. a. b. educo p. ii. lineas. a. c. & b. d. perpendicularē ad lineam. a. b. que erūt equidistantes per ultimā ptem. 28. & pono vtrā qz eaꝝ eidem. a. b. per scđam equalēm & protrahō lineam. c. d. eritq; ipsa equalis et equidistans linee. a. b. per. 33. & quia vterq; duorum angulorū. a. & b. est rectus. erit vterq; duorum. c. & d. rectus per ultimā ptem. 29. ergo per diffinitiū onem. a. b. c. d. ē quadratum quod est propositū. Idem aliter sit. a. c. perpendicularis super lineam. ab. per. ii. & sit ei equalis vt prius & a puncto. c. per. 31. ducatur c. d. equidistans. a. b. & ponatur equalis ei & ducatur linea. d. b. que per. 33. erit eq̄lis & equidistans. a. c. & omnes anguli recti per ultimā ptem. 29. quare per diffinitū onem habemus propositum.

Propositio .46.

N omni triangulo rectangulo quadratum qđ a latere re cto angulo opposto in semetijsō ducio describit equū ē duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus con scribuntur.

C Sit triangulus. a. b. c. vñus angulus. a. sit rectus dico qđ quadra tū lateris. b. c. equū ē quadrato. a. b. & quadrato. a. c. si sumptis. Quadrabo ḡbec tria latera sīm doctrinā p̄cedētis: sitq; qđratū. b. c. superficies. b. c. d. e. & qđratū. b. a. superficies. b. f. g. a. & qđratū. a. c. superficies. a. c. h. k. ab āgulo. a. recto ducā ad basi. d. e. basi maximī qđrati trcs lineas. s. a. l. eq̄distāte vtrigz lateri. b. d. & c. e. q̄ se cet. b. c. i. pūcto. m. & ypothemissas. a. d. & a. e. itēqz a dnob⁹ reliq̄s āglis triāgli q̄ sūt b. & c. ducā ad duos anglos vnoꝝ qđratoꝝ mīoꝝ duas liēas se int̄secātes itra ipsū

triangulū que sunt. b. k. z. c. f. z qz vterqz duoz angulorum. b. g. c. z. b. a. g. est rect⁹ per. 14. erit. g. c. linea vna: eadē rōne erit. b. h. linea vna. qz vterqz duoz augulorū c. a. b. z. c. a. b. est rectus: quia ergo sup basim. b. f. z inter duas lineas equidistantes qz sunt. c. g. z. b. f. cōstituta sūt palellogramū. b. f. g. a. z triāgul⁹. b. f. c. erit p. 41. palellogramū. b. f. g. a. duplū triāgulo. b. f. c. s̄ triāgul⁹. b. f. c. ē eq̄lis triāgulo. b. a d. p. 4. quia. f. b. z. b. c. latera prīmi sunt equalia. a. b. z. b. d. lateribus postremi. et angulus. b. prīmi ē equalis āgulo. b. postremi. eo qz vterqz cōstat ex angulo recto z angulo. a. b. c. comuni. ergo palellogramū. b. f. g. a. est duplum ad triāgul⁹. a. b. d sed palellogramū. b. d. l. m. est duplū ad eundē triāgul⁹. p. 41. qz cōstituti sūt sup eandem basim sc̄z. b. d. z inter lineas equidistantes que sunt. b. d. z. a. l. ergo per cōmūnē sc̄iam quadratū. a. b. f. g. z palellogramū. b. d. l. m. sunt equalia. qz eorum dimidia videlicet predicti triāguli sunt equalia. Eodē mō z per easdē ppositiōes mediantib⁹ triāgulis. k. b. c. z. a. e. c. pbabim⁹ q̄dratū. a. c. b. k. ēē equale palellogramo. c. e. l. m. qre p. 3. ppositū.

Propositio .47.

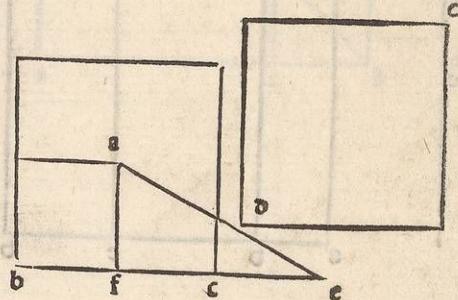
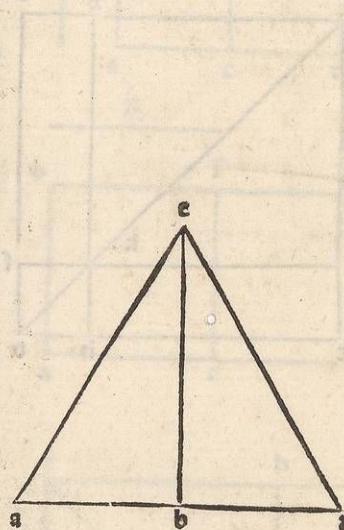
Si qd ab uno triāguli latere in seipslū ducto pducit: equū fuerit duobus quadratis qz a duobus reliquis laterib⁹ de scribuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur. Lineā in se ipsam ducere est eius quadratū describere. Sit triāgulus. a. b. c. sitqz quadratum lateris. a. c. equale quadratis duorum laterū. a. b. z. b. c. simul iunctis. dico angulū. b. cui latus. a. c. opponit esse rectū: z hec est cōuersa prioris. A puncto. b. extraho lineā. b. d. p. ii. ppendicularē super lineam. b. c. quā pono equalē. a. b. z produco lineam. d. c. eritqz per precedentē quadratum. d. c. equale duobus quadratis duarum linearum. d. b. z. b. c. z qz. b. d posita est equalis. b. a. erunt per cōmūnē scientiā que est linearū equaliū equalia es se quadrata: quadrata duarū linearū. a. b. z. b. d. equalia: quapropter erit quadratum. d. c. equale quadrato. a. c. ergo per aliam cōmūnem sc̄iam que ē cōuersa prioris sc̄z lineas quaz quadrata sunt equalia esse equalis: erit. d. c. equalis. a. c. qua/ re p. 8. angulus. b. triāguli. a. b. c. ē rectus qd ē ppositū.

Propositio .48.

Propositis quibuscunqz quadratis alteri illoz gnomonē reliquo equalē describere.

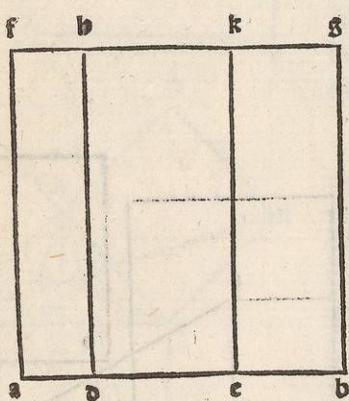
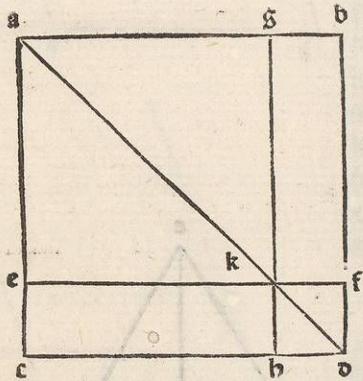
Proponant ergo duo quadrata sc̄z. a. b. z. c. d. z sit propositū prodūcere gnomonē circa. a. b. equalē. c. d. quadrato: protrahās itaqz vñ latus quadrati. a. b. ad equalitatem vni laterū quadrati. c. d. in continuum z directum z sit. f. e. ita qz. f. e. sit equale vni laterū quadrati. c. d. z ex. e. ducā lineam rectā ad. a. sit ergo triāgul⁹ orthogoni⁹ quia. f. ē angul⁹ rectus arguat ergo hī penultimā prīmi sic: q̄dratū. e. a. ē tm quātū q̄dratū. c. f. z q̄dratū f. a. sed q̄dratū. c. f. ē eq̄le q̄drato. c. d. z quadratū. f. a. est equale quadrato. a. b. ergo quadratū. a. e. est equale quadratis. a. b. z. c. d. Item. e. f. a. est triāgulus ergo c. f. z. f. a. latera sunt longiora. a. e. latere. secūdū. 20. prīmi. sed. f. a. est equale: a. b. rōne quadrature: ergo. e. f. z. f. b. sunt longiora. a. e. ergo illa totalis linea sc̄z. e. b. est maior. a. e. resecat ergo. b. e. ad equalitatē. a. e. ad punctū. c. ita qz. b. c. sit equa le. a. e. ergo quadratum. b. c. est equale. quadrato. a. e. sed quadratū. a. e. vt prīns pbatū fuit ē equale quadratis. a. b. z. c. d. ergo quadratū. b. c. ē equale eisdem sed quadratū. b. c. addit super quadratum. a. b. gnomonē illū quē vides. ergo gno/

b



LIBER

mo ille est quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.



Conne parallelogramū rectāgulū sub dua b⁹ lincis āgulū rectū ābiētib⁹ dicit̄ cōtineri.
C Parallelogramū est superficies equidistatiū later̄.
C Parallelogramū rectangulū est habens omnes angulos rectos. et p̄ducit ex uno duorū later̄ eius ambientiū vñū ex suis angulis in reliquiū. et ideo sub illis dicit̄ cōtineri.
Onus parallelogrami spacij ea qđē q̄ diameter secat p̄ mediū palellograma circa eandē diamet̄ cōsistere dicunt. Eoz vero parallelogramoꝝ que circa eandē dia metrū consistūt quodlibet vñū cū supplementis duob⁹ gnomō noiat.
CQue parallelograma dicunt̄ cōsistere circa diamet̄. et que sūt supplemēta: expositū est supra in demonstratione. 43. primi. **S**it enim parallelogramū. a.b.c.d. cuīs diameter. a.d. dividant due linee. e.f.g.h. ducte equidistanter: laterib⁹ oppo sitis dicti parallelogrami. secates se sup̄ diamet̄. a.d. in punto. k. eritq; ip̄sum parallelogramū diuisū in .4. parallelograma et vñūquodq; duoy parallelogramoꝝ que sunt. a.g.e.k. t.k.f.h. d. que diameter secat p̄ medium dicit̄ cōsistere circa diamet̄. Reliqua duo que diameter nō secat dicunt̄ supplemēta q̄ duo sup̄ plēmenta cū vtrōq; dictoꝝ parallelogramoꝝ cōsistentiū circa diamet̄ cōponit̄ figurā quādā q̄ gnomō appellat̄ cui deest ad cōplēmetū palellogrami palellogramū vñū reliquiū circa diamet̄ cōsistēs: qđ si addat̄ sup̄a diamet̄ totalis cōpositi cōsistet. eritq; simile totali. Unde palellogramū addito gnomone quāuis crescat mi nime tñ alterat̄. quēadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositio .i.

Si fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes dini datur. illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet. equum erit his que ex ductu linee indiuisē in vñāquāq; partem linee particulatum diuisē rectangula producentur.
Lineā in aliam lineā ducere ē supra terminos vnius eaz duas lineas orthogonaliter alij eōles erigere. et superficie equidistatiū later̄ rectāgulū cōplore q̄ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicit̄ contineri. **S**unt due linec. a.b. z.c. quāz. vna sc̄. a.b. in quodlibet p̄tes diuidat̄ que sint. a.d. t.e. b. dico q̄ illud quod fit ex ductu. c. in totū. a.b. equū est illis parallelogramis rectangulis simul iunctis que sūt. ex. c.i.a.d. t.i.d.c. t in. c.b. **C**Sup̄ pūcta. a.b erigā lineas. a.f. t.b.g. perp̄diculares sup̄ lineā. a.b. quāz vtraq; sit eōlis linec. c. et complebo rectangulā superficie. a.f.b.g. ducta linea. f.g. que per diffinitionē producit̄ ex. c. in. a.b. et sub illis dicit̄ contineri. protraham quoq; a punctis. d. t.e. lineas. d.b. t.e.k. equidistantes lateribus. a.f. t.b.g. eritq; vtraq; earū eōlis. c.p. 34. primi vtraq; eaz est eōlis. a.f. p̄ diffinitionē igit̄ rectangulū. a.d.f.b. pdueī ex. c.i.a.d. et sub illis dicit̄ cōtineri et rectangulū. d.b. t.e.k. ex. c.in. d.e. et rectangulū. e.k.b.g. ex. c.in. c.b. et q; hec rectangula simul iuncta sunt cōqualia totali rectangulo. a.f.b.g. patet vez eē p̄positum.

II



Propositio .2

Ifuerit linea i ptes diuisa. illud qd ex ductu toti⁹ linee in seipsa fit: equū erit his q ex ductu eiusdē i oēs suas ptes. **C**sit linea. a.b. diuisa in. a.c. z. c.d. z. d.b. dico q illud qd fit ex ductu totius. a.b. in se qd sit. a.c. b.f. equū est his que sunt ex ipsa tota in vnamquāqz dictarum partium qd palam patebit. ductis. c.g. z. d.b. equidistanter. a.c. z. b.f. **A**liter sumatur. k. eōlis. a.b. eritqz p premissam qd fit ex ductu. k. in totam. a.b. equū ei qd fit ex ductu. k. in omnes ptes. a.b. z qz ex. k. i. a.b. tantū fit quantū ex. a.b. in se. z ex. k. in omnes ptes. a.b. quātū ex. a.b. in omnes ptes eiusdē. ppter id qz. k. z. a.b. sūt equales pater vñ esse propositum.



Propositio .3.

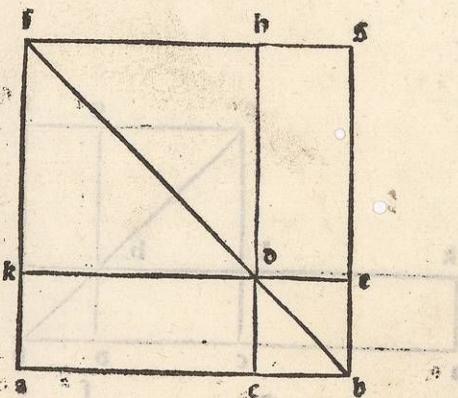
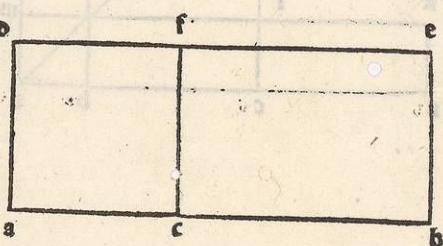
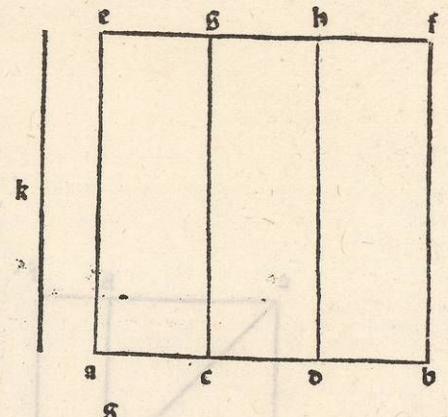
Ifuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutrā partē equū erit his q ex ductu eiusdē partis in seipsam z alterius in alteram. **C**sit linea. a.b. diuisa in. a.c. z. b.c. dico q illud quod fit ex tota. a.b. in eius partem. a.c. equū est quadrato eiusdem. a.c. partis. z ei quod fit ex eadē parte. a.c. in. b.c. fiat quadratum linee. a.c. qd sit. a.c. d.f. z pficiatur superficies. a.b. d.e. patebitqz propositū. **A**liter sumat. g. eōlis. a.c. z qz. b.a. in. a.c. tantū est quantū. a.c. in. a.b. ecōuerso. z. a.c. in. a.b. z in. c.b. z in. seipsaz quātū. g. i. easdē. At. g. in. totā. a.b. quātū in. a.c. z in. c.b. p primam huīus pater ppositū scz qd tm̄ crit. a.c. i. a.b. quātū in se z in. c.b. qre ecōuerso. a.b. i. a.c. quātū. a.c. in. se. z in. c.b. qd volum⁹ demostrare.

Propositio .4.



Ifuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu toti⁹ i seipsa fit: equū ē his q ex ductu vniusqz ptes i seipsa z alte ri⁹ i alterā bis. **E**x hoc manifestū ē qd i oī qdrato due sup ficies quas diameter secat p mediū sunt ambe quadrata. **C**sit linea. a.b. diuisa in. a.c. z. b.c. dico qd quadratum totius a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum. a.c. z. b.c. duplo eius qd fit ex ductu vnius eaꝝ in alteram: describam quadratum alterius partialium sitqz c.d. b.e. quadratū linee. c.b. cui adiungam gnomonē secūdū ductū directū linee alterius scz. a.c. qd faciam hoc mō. in quadrato descripto protraham diametrū b.d. z a puncto. a. educam perpendicularē sup lineam. a.b. que sit. a.k. quā. a.k z diametrū. b.d. pducam vsqz quo cōcurrat in puncto. f. z a puncto. f. producam f.b. equidistantē linee. a.b. quā. f.b. z. b.e. producam vsqz quo concurrat i pucto g. z producā. c.d. vsqz ad. b.z. e.d. vsqz ad. k. Et quia duo latera. d.e. z. e. b. trianguli. d.e. b. sunt equalia: erūt per. s. primi duo anguli. e.d.b. z. e. b. d. c. equalles: z qz angulus. e. est rectus erit p. 32. primi vterqz eoz medieras recti. Eadē rōne vterqz duorū angulorū. c.d.b. z. c.b. d. erit medietas recti. quare p secūdā ptem. 29. p mi erit vniusquisqz quatuor angulorū qui sunt. b.f.d. z. b.d.f. z. k.f.d. z. k.d.f. medietas recti ergo p. 6. primi. f.g. z. g.b. sunt equalles. similiter quoqz. f.a. z. a.b. pari rōe. f.b. z. b.d. itēqz. f.k. z. k.d. quare vtraqz duarū supficiē. a.b. g.f. z. k. d.b.f. est quadrata z qd totale quadratum. a.b.f.g. qd est quadratū linee. a.b. constat ex duobus quadratis que cōsistunt circa diametꝝ que sunt quadrata duarum linearum. a.c. z. c.b. z ex duobus supplementis quoqz vnuqdqz pducit ex. a.c. in b.c. pater propositum nostrū. **A**liter sit linea. a.b. vt prius diuisa in. a.c. z. c.b.

b 2



LIBER.

eritq; p.2. huius quod fit ex tota. a.b. in se: equū ei qd fit ex ipsa in.a.c.t.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm fit quātū ex.a.c.in se. t ex.a.c.in.b.c.p.3.bui? Itēq; ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm fit quātū ex.c.b.in se. t ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qd fit ex tota. a.b. in se equū ē ei qd fit ex.a.c.in se t in.c.b. t ex.c.b.in se. t in.a.c.qd est propositum. Sed bac via non patet corollariū. sicut via precedenti patet. vn/ de prima est auctorī magis consona.

Propositio .5.



I linea recta per duo equalia quoq; iequalia fecetur. qd sub inequalibus totius sectionis rectangulū continet cū eo quadrato qd ab ea que inter vrasqz ē sectiones describitur equum est ei quadrato qd a dimidio totius linee i se ducto describitur.

C Sit linea. a.b. divisa p equalia in pucto. c. t p unequalia in puncto. d. dico quadratuz. c.b. esse equale ei qd fit ex. a.d. in. d.b. t qdrato. c.d. **D** escribā quadra tum. c.b. q sit. c.b.f. e. in quo p̄traham diametrū. e.b. t ducā. d.g. equidistantē b.f. q secet diametrū. e.b. i pucto. b. t a pucto. b. ducā eqdistatē linee. a.b. q sit. b.k. secas lineā. b.f. in puncto. m. t lineā. c.e. in puncto. l. t p̄trahā. a.k. equidistan tē. c.e. eritq; p corollariū p̄misse vtraqz duaz superficiez. l.g. t d.m. quadrata. t per 43. primi duo supplementa. c.b. t b.f. equalia. ergo addito quadrato. d.m. vtriqz erit palellogramū. e.m. equale palellogramo. d.f. t qz. a.l. est cquale. c.m. p. 36. pri mi: erit. a.b. equale gnomoni qui circūstat quadrato. l.g. ergo addito vtriqz quadrato. l.g. erit. a.b. cū quadrato. l.g. equale quadrato. e.f. qd est propositum.

Propositio .6.



I recta linea in duo equalia dimidat. alia vero ei linea in longū addat. qd ex ductu toti? iā cōposite i eā q iā adiecta ē cū eo qd ex ductu dimidie in seiplā: equū ē ei qdrato qd ab ea q cōstat ex adiecta t dimidia i seiplā ducta describit

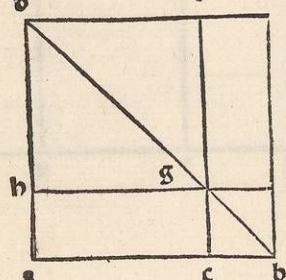
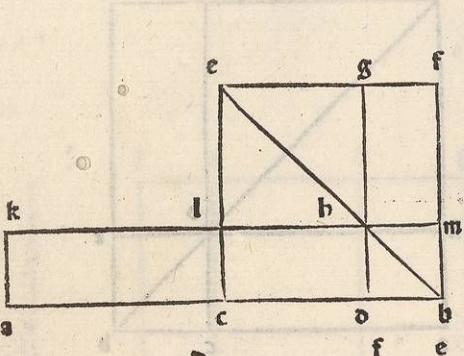
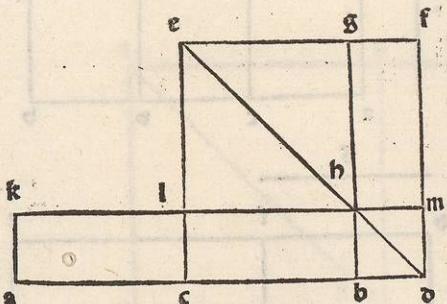
C Sit linea. a.b. divisa p equalia in puncto. c. eiq; addat linea. b.d. dico q quadratū. c. d. qd sit. c. d. e. f. equale ē ei qd fit ex tota. a.d. i. b.d. t quadrato. c.b. Producā i quadrato predicto diametrū. d.e. t ducā lineā. b.g. equidistatē d.f. q secet diametrū. d.e. in pucto. b. a quo. b. pducā equidistatē linee. a.b. que sit b.k. secans. d.f. in pucto. m. t c.e. in pucto. l. t producā. a.k. equidistantem. c.l. eritq; per. 36. primi. a.l. equale. c.b. At. c.b. erit equale. b.f. per. 43. primi. quare. a.l. ē equale. b.f. ergo addito. c.m. vtrobiqz erit. a.m. cū. l.g. equale toti gnomoni circūstāti. l.g. quare. l.g. addito vtrobiqz erit. a.m. cū. l.g. equale toti quadrato. c.f. t quia vtraqz duaz superficiez. l.g. t b.m. ē quadrata: p corollariū. 4. hui? p̄z propositū.

Propositio .7.



I linea in duas partes dividat. qd fit ex ductu totius i se ipsam cum eo qd est ex ductu alterius partis i seipsam. e/ quum est q eis ex ductu totius linee i eandem partem bis t ex ductu alterius partis in seipsam.

C Sit linea. a.b. divisa in duas partes in puncto. c. dico q quadratum totius. a.b. cū quadrato. b.c. equū est ei qd fit ex. a.b. in. b.c. bis cum quadrato. a.c. describatur quadratuz totius qd sit. a.b. d.e. t ducatur diameter. b.d. t



II

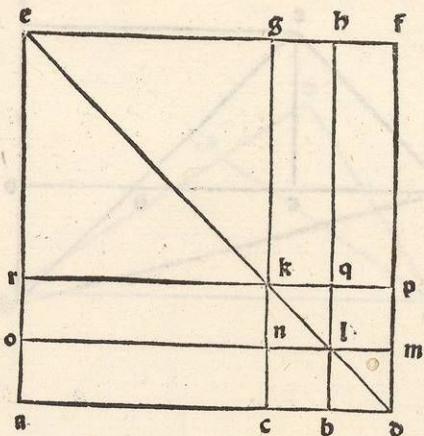
e.f.equidistans.b.c.secans diametrum in punto.g.z ducatur.k.g.b. equidistās
a.b.z quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.b.tū sunt quātum quadratum.k.f.
cum duabus superficiebus.a.b.er.g.e.paret propositum

Propositio .8.



I linea in duas partes dividatur: eiqz in longum equalis vni dividentium adiungatur: qd ex ductu totius iam cō posite in seipso fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiecram quater. et ei qd ex ductu alterius di uidentis in seipso.

C Sit. a.b.divisa in punto.c.qualiterūqz contingat:cui addatur.b.d. equalis.c.b.dico qd quadratum totius.a.d.qd sit.a.d.e.f.est equale ei qd fit ex.a.b.z.b.d. quater cū quadrato.a.c.hoc aut patebit ducta diametro.d.e.z lineis. c.g. z.b.b equidistantibus linee.d.f.z secantibus diametrum in punto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.z.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per corollariū.4.huius vnaqueqz superficierum.r.g.n.q.z.b.m.quadrata:z quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraqz superficierum.c.l.z.l.p.quadrata. Erūtqz.4.quadrata dividentia quadrati.c.p.equalia z quia totus gnomo circūstas qdrato.r.g.est qdruplus ei qd ex.a.b.in.b.d.qz quadruplicis ad superficiē.a.t.paret propositum.

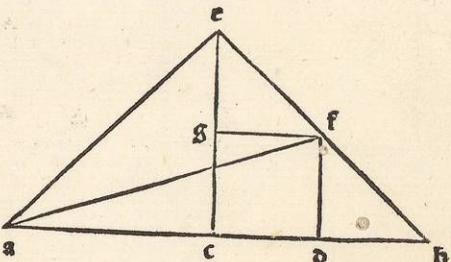


Propositio .9.



I linea i duo equalia duoqz inequalia dividitur: qd sūt ex ductu unequali sectionū in seipso pariter accepta: duplū sūt vtriusqz pariter acceptis. qdē ex dimidia. eaqz qdē vtriqz sectioni interiacet quadratis describuntur.

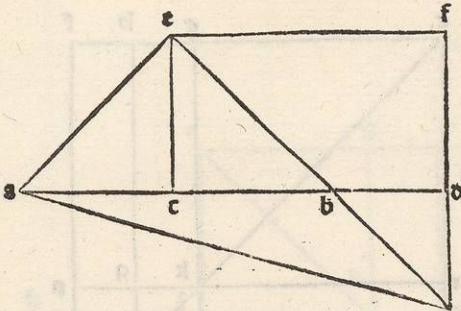
C Sit linea.a.b.divisa per equalia.m.c.z per inequalia.in.d.Dico qd quadratum.a.d.z quadratum.d.b.simil iuncta: dupla sunt quadrato.a.c.z quadrato.c.d.simil iuncis. **S**uper lineā:a.b.erigo lineā.c.e. perpendicularē z eq/ lem vtriqz caꝝ lineaz.a.c.z.c.b.z produco.e.a.z.c.b.critqz p.32.primi vterqz angulorum.a.z.b.z vterqz angulorum partialium qui sunt ad.e.medietas recti.totqz e.rectus.z produco.d.f.equidistantē.c.e.z perpendicularē super lineaz.a.b.erit qz vterqz angulorum.d.rectus:z angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:sive per secūdā partē.29.primi:quare per.e.primi.d.f.z.d.b.sunt equalia.a.punto f.duco.f.g.equidistantē.a.b.eritqz per secūdā prē.29.primi:vterqz angulorum.g.rectus.z angulus.e.f.g.medietas recti quare p sextā ciusdē latera.e.g. z.g.f. sunt equalia:z quia per penult. eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g. z q/ drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratum.c.d. **I**tēqz per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.z quadrato.c.e.ipsum crit duplum ad quadratum.a.c.z quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e.f.z.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.z ad quadratum.c.d.sed qua/ dratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.z quadrato.d.f.ergo q/ dratum.a.d.z quadratum.d.f.dupla sunt ad quadratum.a.c.z ad quadratum c.d.z quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erūt quadrata duaz linearū.



LIBER

a.d.z.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.z.c.d.qd.é.ppositum.

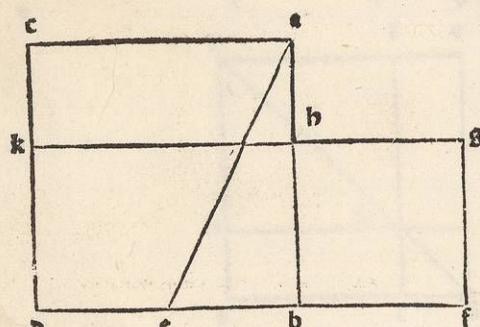
Propositio .10.



Slinea in duo equalia dividatur eiqz i longum alia addatur: quadratum qd describitur a tota cum addita z quadratum qd ab ea que addita est. vtraqz quadrata pariter accepta ei quadrato qd a dimidia. eiqz qd ab ea producitur q ex dimidia adiectaqz consistit vtrisqz quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

Csit linea a.b. divisa per equalia in c. z addita sibi linea b.d. dico qd duo quadrata duarum linearum a.d.z.b.d. pariter accepta dupla sunt duobz quadratis duarum linearum a.c.z.c.d. pariter acceptis. **E**rigo c.e. perpendicularem super lineam a.b. z equalē vtriqz linearum a.c.z.c.b. z perficio triangulū a.e.b. ductis lineis a.e.z.e.b eritoz ut in pmissa vterqz angulorū a.z.b. z vterqz eorum q sunt ad.e.medietas recti p.32. primi: totusqz e. est rectus a punto e. produco e.f. equalem z equidistantem c.d. z produco f.d. z e.b. quousqz cōcurrūt in punto g. z produco lineam a.g. eritqz per ultimam partem 29. primi: angulus c.e.f. rectus sed angulus c.e.b. est medietas recti. ergo angulus b.c.f. est similiter medietas recti: z quia per 33. eiusdem f.d. est equidistantis c.e. erit per 34. eiusdem angulus f. rectus. ergo per 32. eiusdem erit angulus e.g.f. medietas recti. Itemqz per eandē angulus d.b.g. similiter medietas recti: propter id quod angulus b.d.g. est rectus ergo per 6. eiusdem duo latera c.f. z f.g. sunt equalia. Itēqz duo latera d.b.z.d. g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum e.g. duplum est ad quadratum c.f. quare ad quadratum c.d. **I**temqz per eandem quadratum a.e. duplum est ad quadratum a.c. z quia quadratum a.g. est per eandem equale quadrato a.e.z.e.g. similiter quoqz z quadrato a.d.z.d.g. At qd quadratū d.g. est equale quadrato b.d. erūt duo quadrata duarum linearum a.d.z.b.d. pariter accepta dupla duobz quadratis duarum linearum a.c.z.c.d. pariter acceptis qd est propōsitus: hec autem z omnes pmissae veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11



Atam lineam sic secare. vt qd sub tota z una portione retangulum continetur: equum sit ei qd sit ex reliqua sectione quadratū.

Csit linea data a.b. qz volumus sic dividere: vt qd ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori. **D**escribo quadratum ipsius qd sit a.b.c.d. z latus b.d. divido per equalia in e. z produco a.e. et e.b. produco vsqz ad f. ita quod e.f. sit equalis a.e. z ex b.f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere a.b. resecat portionem equalem b.f. que sit b.b. z quadratum descriptum sit b.f. b.g. Dico qd: a.b. sic est divisa in punto h. qd illud qd sit ex tota a.b. in eius portionem b.a. est equale quadrato b.b. produco g.b. vsqz ad k. que erit equidistantis a.c. qd ergo linea d.b. divisa est per equalia in e. z est sibi addita linea b.f. erit per 6. huius qd sit ex d.f. in b.f. cu quadrato e.b. equale quadrato e.f. quare z quadrato e.a. Quare p penultimum

primi: quadratis duarum linearum. e.b. et b.a. ergo dempto ab utrisqz quadrato linearum. c.b. erit qd sit ex. d.f. in. b.f. et ipsi est superficies. d.g. equale quadrato linea a.b. ergo dempto ab utrisqz parallelogramo. h.d. erit quadratum. b.f. equale parallelo gramo. b.c. et quia quadratum. b.f. est quadratum linea. b.b. et parallelogramum. b.c. productur ex. c.a. que est equalis. a.b. in. a.b. pater factum esse propositum. Ad hoc autem faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic dividendi: ut hic undecima proponit sicut scies sexti. 29. te docente.

Propositio .12.

Letis triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quantum est qd continet bis sub uno eoz: atqz ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra depingendit.

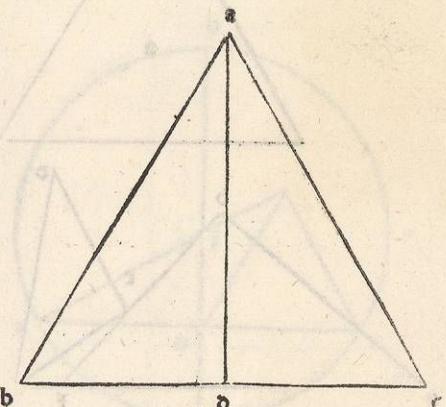
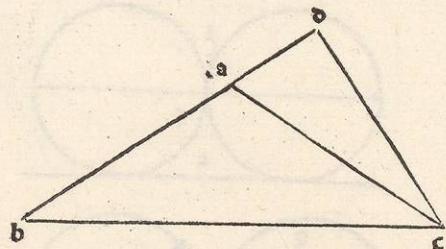
C sit triangulus. a.b.c. habens angulum. a. obtusum. a punto. c. ducatur linea perpendicularis ad lineam. b.a. que necessario cadet extra triangulum. a.b.c. alioquin angulus obtusus esset rectus aut minor recto p. 16. primi: sit ergo. c.d. perpendicularis super lineam. a.b. productam usqz ad. d. Dico qd quadratum lateris. b.c. qd subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum a.b. et a.c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud qd fit ex. b.a.in.a.d.bis: potentia enim linee respectu quadrati sui est. unde tamen dicit posse linea quelibet quantu in se ducta producitur. Erit enim p. 4. huius quadrat. b.d. equale duabus quadratis duarum linearum. b.a. et a.d. et duplo eius qd fit ex. b.a.in.a.d. et quia quadratum. b.c. per penultimam primi est equale quadrato. b.d. et quadrato d.c. ipsum erit equale quadratis trium linearum. b.a. a.d. et d.c. et duplo eius qd fit ex. b.a.i.a.d. sed perpendiculare quadrat. a.c. est equale quadratis. a.d. et d.c. ergo quadratum. b.c. est equale quadratis duarum linearum. b.a. et c.a. et duplo eius qd fit ex. b.a.in.a.d. quare. b.c. tanto amplius potest duabus linearibus. b.a. a.c. quantum est duplum eius. qd fit ex. b.a.in.a.d. Jam enim diximus qd tantum dicitur posse linea quelibet quantum in se ducta producitur quod est propositum.

Propositio .13.

Mensis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulum ambo lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est qd bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstet: eaqz sui parte: que perpendiculari anguloqz acuto interierat.

Quod hic proponitur de latere subtento alicui angulo acuto in triangulo oxigonio veritatem habet de latere subtento cuilibet angulo acuto in omni triangulo sine fiat orthogonius siue ambligoni siue oxigonius. **S**it ergo in triangulo a.b.c. quicunqz triangulus fuerit. angulus. c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur perpendicularis ab utroqz anguloz. a. vel. b. ad utrāqz basim. b.c. vel. a.c. quia cum sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligonus aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad latum oppositū quā manifestū est cadere intra triangulum: et ut simpliciter dicam cum in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoqz angulorū. qui sunt. a. et b. acutus. Ducam igitur perpendicularē ad lineam illam que duobus

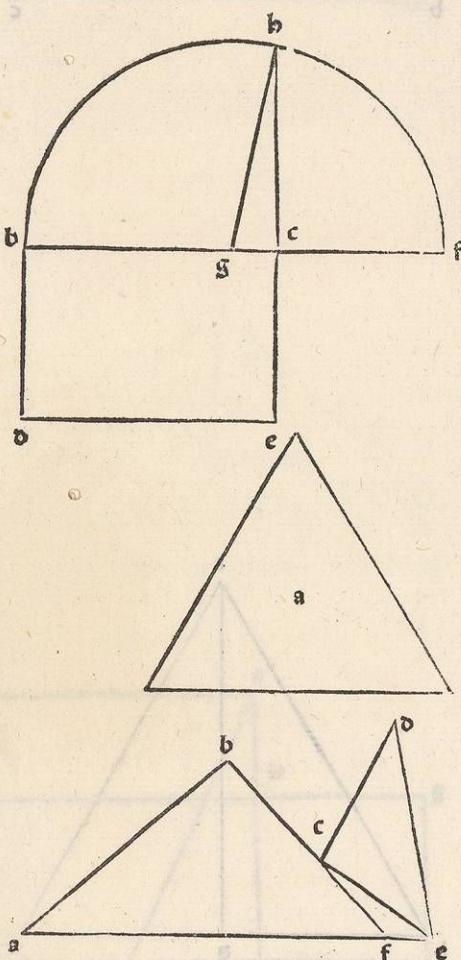
b 4



LIBER

acutis interiaceat. Sit ergo ut trianguli. a. b. c. angulus. b. etiam sit acutus ducā : ergo ad b. c. pp̄dicularē q̄ sit. a. d. que vt dictū est cadet intra triangulū. dico itaq̄ q̄ q̄ dratum. a. b. q̄ subtendit angulo acuto. c. tanto minus est duobus quadratis duarum linearū. a. c. z. c. b. quātū duplū eius q̄ sit ex. b. c. in. d. c. ¶ Vel dico q̄ quadratum. a. c. q̄ etiam subtendit angulo. b. quē posuimus acutum quicquid fuit de angulo. a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum. a. b. z. b. c. quātū est duplū eius q̄ sit ex. c. b. in. b. d. Erit enim per. 7. huius quadratū. b. c. cum quadrato. d. c. equale ci quod fit ex. b. c. in. d. c. bis & quadrato alterius p̄tis sc̄z. b. d. quare addito vtriq̄ quadrato. a. d. erit quadratū. b. c. cū quadratis duarum linearum. a. d. z. d. c. equale quadratis duarum linearum. a. d. z. d. b. & duplo eius quod fit ex. c. b. in. c. d. At quia per penultimam primi quadratum. a. c. est equale quadratis duarum linearum. a. d. z. d. c. erit quadratum. b. c. cum quadrato. a. c. e. quale quadratis duarum linearum. a. d. z. b. d. & duplo eius quod fit ex. b. c. i. c. d. sed per eandem penultimam primi quadratum. a. b. equū est quadratis duarum linearum. a. d. z. b. d. ergo quadratum. b. c. cum quadrato. a. c. equum est quadrato a. b. & duplo eius q̄ sit ex. b. c. i. c. d. quare tanto min⁹ potest. a. b. duobus laterib⁹ b. c. z. a. c. quantū est duplū eius quod fit ex. b. c. in. c. d. quod est propositū. Simili modo probabis latus. a. c. q̄ subtendit angulo. b. acuto posse tanto min⁹ duobus lateribus. a. b. z. b. c. quantum est duplū eius : quod fit ex. c. b. in. b. d. ¶ Notādū aut̄ per banc & precedentē & penultimam primi: q̄ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit arca ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Propositio .14.



Ato trigono equum quadratum describere.
¶ Sit datus trigonus. a cui nos volumus equum quadratū describe re. Designabo superficiē equidistantium laterum & rectorum angulorum equalēm trigono dato fin quod docet. 42. primi: sitq̄ superficiē illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus q̄ querim⁹. ipsa enī erit q̄drata. p̄ diffinitionē Si aut̄ latera sint ineq̄lia tūc adiūgā min⁹ ipso rum laterū maiori fin rectitudinē. sitq̄ linea. e. f. equalis minori duoz̄ laterū q̄d ē c. e. adiuncta maiori quod est. b. c. fin rectitudinē. Totam. b. f. dividam per equalia in p̄ncto. g. & facto. g. cētro sup linea. b. f. fin quātitatē linee. g. b. describam se micirculū. b. b. f. & latus. c. c. pdūcā vsquequo fecerit circūferentia in p̄ncto. b. dico q̄ quadratū linee. c. b. est equale trigono dato. Producā lineā. g. b. & q̄ linea. b. f. divisa ē p̄ equalia in. g. & p̄ inequalia in. c. erit p̄. 5. hui⁹ q̄ sit ex ductu. b. c. i. c. f. cū q̄drato. c. g. equale q̄drato. g. f. quare & quadrato. g. b. quare per penultimā pri mi & duobus quadratis duarum linearum. g. c. z. c. b. ergo dēmpto vtriq̄ quadrato. c. g. erit q̄ sit ex. b. c. in. c. f. q̄d est equale superficie. b. e. eo q̄. e. f. ē equale. c. e. equale quadrato linee. c. b. quare quadratū linee. c. b. ē equale trigono. a. q̄d ē propositū: ¶ Et nota q̄ p̄ hoc inuenit lat⁹ tetragonū cuiuslibz altera pte lōgioris & simpliciter omnis figure rectis lincis cōtentē quecūq̄ fuerit. qm̄ omnē figurā talē in triangulos resoluēm⁹ & cuiuslibz illoz triangulorum inueniem⁹ tetragonū latus fin doctrinam istius. & inneniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragōnicū rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. c. f. resoluo eam. in. 3. triangulos qui sūt

II

a.b.f.c.d.e.z.c.f.e. Inuenio quoq; h̄m doctrinam istius tria latera tetragōnica istoꝝ trium triangulorum qui sunt.g.b.b.k.z.k.l:z erigo.h.k.perpendiculariter super.g.b.z produco.g.k.eritq; per penultimā quadratum primi.g.k.equale qua dratis duarum linearum.g.b.z.h.k.z tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter super lineam.g.k.z produco lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus te tragonicum totius figure rectilinee proposita. Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.

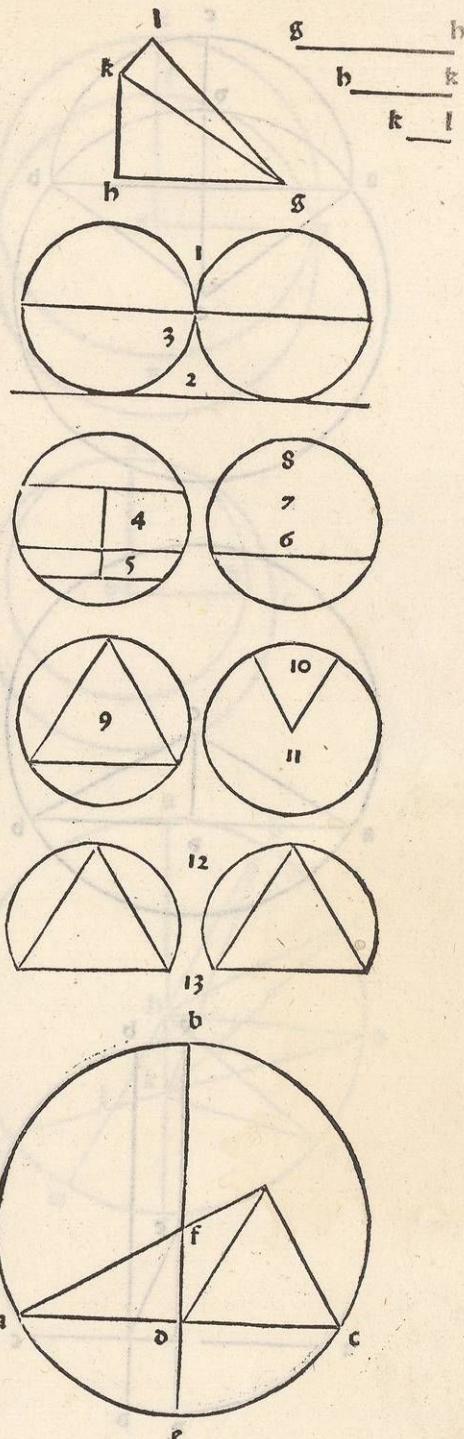


Quoꝝ diametri sunt egleſ. ipsos circulos eq; les esse. Maiores aut̄ quoꝝ maiores z minores quoꝝ minores. Circulū linea p̄tin gere dicitur: que cū circulū tangat in vtrāq; partē eiecta. circulū non secat. Circuli ſele contingere dicunt qui tangentes ſeiniucem non ſecant. Recte linee in circulo equaliter distare dicunt a centro. cū a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equalcs. Plus vero distare a centro dicunt. in quā perpendicularis longior cadit. Recta linea portionū circuli cōtineſ corda noiaſ. Portio vero circūferentie arc⁹ nūcupat. Angulus aut̄ portionis dicit q; a corda z arcu continet. Supra arcū angulus consistere dicit. qui a quolibet pūcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exentiib⁹ cōtinet. Sector circuli est figura q; sub duab⁹ a cētro ductis lineis z sub arcu qui ab eis cōprehendit cōtinet. Angulus aut̄ qui ab eis lineis ambitur supra centrū cōſistere dicit. Siſes circuloꝝ portiones dicunt i quib⁹ qui supra arcum consistunt anguli ſibi innicē ſunt egleſ. Arc⁹ quoq; ſimiles ſunt qui' equos angulos predicto modo ſuſcipiunt.

Propositio .1.

Circuli p̄positi cētrū inuenire. vñ manifestū ē q; duab⁹ rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā termiatis neutra illaz alterā per egleia orthogonalr ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

Sit circulus p̄positus.a.b.c.cuius volumus centrū inuenire. duco in ipſo circulo linea. a.c. qualitercūq; contingat quā diuido per equalia i pūcto d.a quo duco perpendicularē ad linea. a.c. quā applico circūferentie ex vtraq; pte. ſi q; e.d.b. quā rursus diuido p̄ egleia in pūcto. f. quē dico eſſe centrū circuli. Si enī nō ē: erit aut̄ alibi aut̄ i linea. e.b. aut̄ extra. In linea. e.b. nō: ſi enī fuerit i ea vt i pūcto. g. erit linea. e.f. maior linea. e.g. p̄ ſidelz toto qđ est ipſibile. Qđ ſi fuerit extra linea. e.b. ut in pūcto. h. ducant linee. h.a.b.d.b.c.z q; latera. b.d.z d.a. trianguli. b.d.a ſūt egleia laterib⁹. b.d.z d.c. trianguli. b.d.c.z basis. b.a. ba ſi. b.c. erit p̄. primi angul⁹. a.d.b. egleis angulo. c.d.b. q̄re vterq; rect⁹ z q; angul⁹. a.d.b. ſuit etiā rect⁹ erit. a.d.b. egleis. a.d.b.p̄. 3. petitione p̄mi p̄ ſi videlicet to ti qđ ē ipſibile. nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi quā i pūcto. f. qđ ē p̄positū.



LIBER

Propositio .2.

Super circuli circūferentiam duobus punctis signatis. linēam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum seca re necesse est.

C sit vt in circūferentia circuli. a.b. cuius centruz sit. c. signata sint duo puncta que sunt. a.z.b. dico q̄ linea recta coniūgens vnū cum cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq; a.e.b. linea recta si possibile est: producā lineas. c.a. z.c.b. erūtq; per. s. prīmi: angulus. c. a.b. z.c. b. a. equales: protraham itē lineā. c.e. que secet circūferentiam in punto. d. eritq; per. 16. prīmi: angulus. a.e.c. maior angulo. c.b.e. quare maior angulo. c.a.e. quare per. 18. eiusdem latus. a.c. maius latere. c.e. z quia. c.d. est equalis. c.a. erit. c.d maior. c.e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniungens duo pūcta a.b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter sup eam insistere. z si in eam orthogonaliter steterit. eam p̄ equa/ lia diuidere necesse est.

C sit vt lineam. a.b. collocatā intra circulum. a.b. cuius centrum sit c. linea. c.d. venies a cetro diuidat p̄ eq̄lia: dico q̄ diuidit eam orthogonaliter. z e conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia: producā lineas. c.a. z.c.b. z ponā primo q̄ diuidat cā per eq̄lia: erūt ergo duo latera. c.d. z.d.a. trianguli. c.d.a. equalia duobus lateribus. c.d. z.d.b. trianguli. c.d.b. z ba/ sis. c.a. basi. c.b. ergo per. 8. prīmi: angulus. d. vnius est equalis angulo. d. alterius quare vterq; rectus: quare. c.d. est perpendicularis super. a.b. qd̄ est propositum.

Ponam iterum q̄. c.d. sit perpendicularis super. a.b. z ostendam q̄ ipsa diui/

dit. a.b. per equalia erit enim. ppter hanc positionē vterq; anguloz qui sunt ad. d

rectus quare vnius equalis alteri. At q̄ p̄. 5. prīmi angulus. c.a.d. est equalis an/

gulo. c.b.d. z latus. c.a. eq̄le lateri. c.b. per. 26. prīmi: eiusdem erit linea. a.d. equa/

lis linee. d.b. quod est propositum.

Propositio .4.

Si intra circulum due linee se inicem secent. z super cen/ trū non transeat. nō per equalia eas secari necesse est.

C sit vt in circulo. a.b.c.d. cui⁹ centruz sit. e. due linee. a.c. z.b. d. se/ cent se in pūcro. f. z vtraq; eaz vel altera non trāseat per centru. dico q̄ ipse nō diuidunt sese p̄ equalia: ita q̄ vrraq; p̄ equalia diuidat ab altera. **Q**d̄ si fuerit hoc possibile: ponāt z sic primo vt neutra trāseat p̄ centrum a centro. e. producā linea. e.f. eritq; p̄ primā premisse vnlusquisq;. 4. anguloz. qui sunt. a.f.e.e.f.c.b.f.c.z.c.f.d.rect⁹ qd̄ ē impossibile: sic enī rect⁹ es̄ et minor recto.

C sit igit̄ vt altera eoz trāseat p̄ centru z altera nō: sitq; b.d. trāsicns per centrum

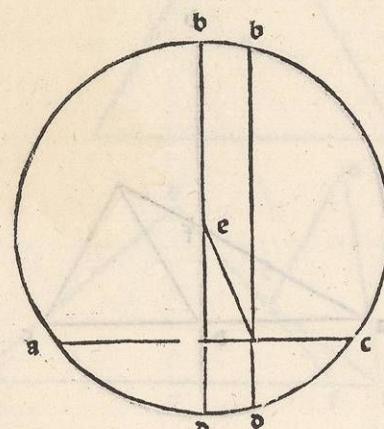
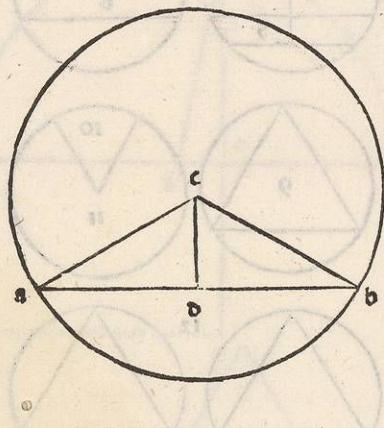
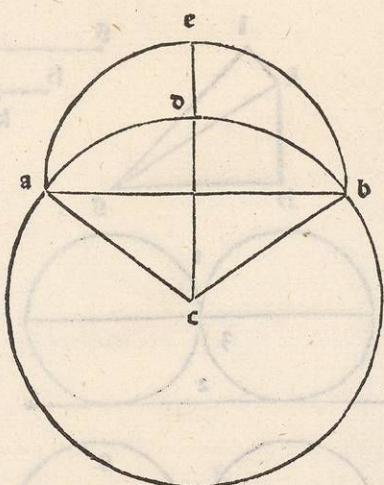
ad huc dico q̄ nō diuidunt sese per equalia: qd̄ si sic. tunc p̄ primā pte premisse: cū

b.d. ducta a centro diuidat. a.c. per equalia diuidat eā orthogonaliter. quare etiā

a.c. diuidet. b.d. orthogonaliter: z q̄ diuidit. a.c. ipsā. b.d. p̄ eq̄lia vt ponit aduer-

sarius: ipsa transibit per centrum p̄ corollarium prime huius: quare ambe tran-

scunt per centrum quod est contra ypothesim.



III

Propositio .5.



Irculorum se inuicem secantium centra diuersa esse.
Csint duo circuli. a.c.b.a.d.b. secantes se super duo puncta. a. z. b
Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. **S**i enim haberet idem cētrum
ipsū erit per diffinitionē in portione vtriqz círculo cōmuni: sitqz illud
e. z ducantur linee. e.a. z.e.f.c.eruntqz p diffinitionē due linee. e.a. z
e.f. equales. **I**temqz per diffinitionem due linee. c.a. z.e. c. equales: quare e.f.
est equalis. e.c. cum vtraqz earum sit equalis. e.a. pars videlicet toti qđ est impos/
sibile.

Propositio .6.



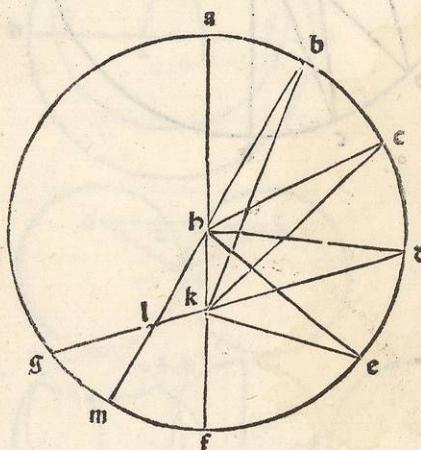
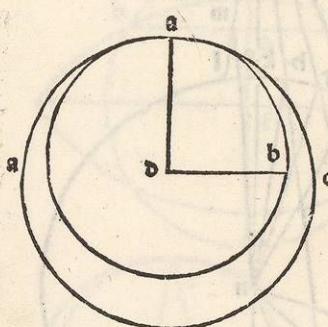
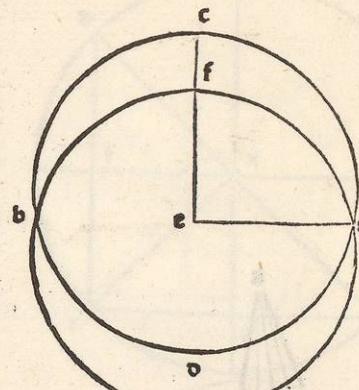
Irculorum se se contingentium nō idem centrum esse ne/
cessē est.
Csint duo circuli. a.b. z.a.c. contingentes se in punto. a. Dico q̄
eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit p
diffinitionem inter minorem eoz cum minor positus fuerit itra ma
iorē: sitqz ipsum. d. z ducantur linee. d. a. z. d. b. c. eruntqz per diffinitionem vtraqz
duarum linearum. d.b. z. d.c. equalis. a.d. qđ est impossibile. **D**e círculis autem
se contingentibus extra quorum scz unus est extra alterū: manifestum est per diffi
nitionem centri qđ ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



Sin diametro círculi punctus preter centrum siguetur: z
ab eo ad círcūferentiam linee plurime ducātur que super
centrum transierit omnium erit longissima. que vero dya
metrum perficiet omnium erit breuissima. que autem cen
tro proxime ceteris longiores. **Q**uanto vero a centro
remotiores tanto breuiores esse conueniet. **D**uas quoqz equidistā
tes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

Csit vt in diametro. a.f. círculi. a.b.c. cuius centrum sit. b. sit signatus punctus
k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k.a. k.b. k.c. k.d. k.e. k.
f. k.g. ad círcūferentiam: z transeat. a.k. per centrum. b. z. k.f. sit complemētum
dyametri: sitqz vt. k.e. z. k.g. equidistant a.k.f. hoc est dicere vt angulus. e.k.f. sit
equalis angulo. f.k.g. dico q̄. k.a. est omnium longissima. z. k.f. omnium breu/
issima: alie vero tanto lōgiores quanto cētro ppinqiores: vt. k.b. est longior. k.c. z
k.e. est longior. k.d. z. k.d. longior. k.e. z. k. e. z. k.g. sunt equales: quia enim in
triangulo. b.k.b. duo latera. b.b. z. b.k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. et
ipsa sunt equalia linee. a.k. erit. a.k. maior b.k. z eadem ratione maior omnibus
alijs z hoc est primum. **I**temqz quia in triangulo. e.b.k. duo latera. b.b. z. k. e. per eandem sunt
maiora latere. b.e. quod est equale linee. b.f. ipsa erit ma
iora linea. b.f. ergo dempta communi linea que est. b.k. remanebit. k.e. maior
k.f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa z hoc est secundum. **I**teqz
qz duo latera. b.b. z. b.k. trianguli. b.b. k. sunt equalia duob⁹ laterib⁹. c.b. z. b.k



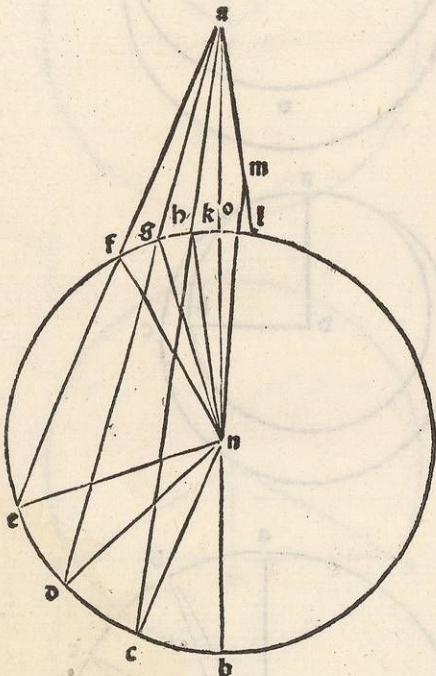
LIEBR

trianguli.c.b.k.z angulus.b.b.k.ē maior angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b. k.maior basi.k.c.eadē rōne.k.c.maior crit.k.d.z.k.d.maior.k.e. z hoc ē tertium
Cqd si due linee.k.g.z.k.e.nō sunt equeales erit altera maior:sitqz.k.g. de q su/ mam.k.l.equalem.k.c.z producā.b.l.quousqz secet circumferentiam in puncto.m. z q: per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi:angu lus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b.z duo latera.l.k.z.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa lia duobus laterib⁹.c.k.z.k.b.trianguli.c.k.b.ergo p.4.primi basis.b.l. est equa lis basi.b.e.z qr.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qd ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.z.k.e.equeales qd est nostrū propositum.quartum

Propositio .8.

Sextra circulum punto signato ab eo ad circumferenti/ am linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. **C**Centro au tem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. **C**Li nee vero partiales ad circumferentiaz extrinsecus applica te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiqz propinquiores remotioribus breniores. **C**Due vero que linee breuissime vtrūqz eque propinquāt equeales sunt.
CSit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducatur plurime linee ad circumferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d. z.a.f.e.Dico q.a.b.transiens per centrum omnī erit longissima.z q.a.c.ē ma/ ior.a.d.z.a.d.maior.a.c.z q.a.k.ē omnī breuissima extrinsecaz: z q.a.b. est minor.a.g.z.a.g.minor.a.f.z dico q si ducatur.a.l.ita q ipsa z. a.b. equalis di/ stent ab.a.k.hoc est q angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equeales
CProducā eni a cetro.n.lineas.n.c.n.d.n.c.n.f.n.g.z n.b.erūtqz per.20.primi duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.maiora.a.c.z qr ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maior.a.c.eadē ratione crit maior omnibus alijs qd est p:imum.z quia duo latera.a.n.z.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.z.n.d. trianguli.g.n.d.z angulus.a.n.c.est maior angulo.a.n. d. erit per.24.primi:basis.a.c.maior.basi.a.d.z eadē rōne erit.a.d.maior.a.e.qd est scdm.
CItēqz quia in triangulo.a.n.b.duo latera.a.b.z.n.b.sunt maiora.a.n.per.20.primi.z.b.n. ē equalis.n.k.erit per communē sciām.a.b.maior.a.k.eadem rōne quilibet extrinse/ cus applicataz maior erit.a.k.qd est tertiu. **C**Item quia per.21.primi:due linee a.b.z.b.n.sunt minores duabus lineis.a.g.z.g.n.z.b.n.est equalis.g.n.erit per communē scientiam.a.g.maior.a.b.eadem rōne erit.a.f.maior.a.g.qd ē quar/ tum.
CQd si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k.erit altera maior:sitqz.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.z producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.z.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹.b.a.z a.n.trianguli.b.a.n.z angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a.n.erit per.4.pr/ mi:basis.m.n.equalis basi.n.b.z quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qd est impossibile z hoc est quintū

Propositio .9.



III

Si intra circulū puncto signato. ab eo plures qz due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales. punctū illud cētrum circuli esse necesse est.

CSi ut a puncto. a. signato intra circulū. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a. b. a. c. a. d. ad circūferentia quas pono ēc equales dico punctum. a. esse cētrū circuli. Producā enim duas lineas. c. b. t. d. c. et dividā vtrāqz eaz p eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. t. d. c. in puncto. f. t. producam. e. a. t. f. a. quas ap/ plico circūferentie ex vtrāqz parte. eritqz per. 8. primi vterqz angulorū qui sunt. a. d. e. eq̄l alteri. igit̄ p. 13. vterqz erit rect⁹. Sili quoqz p cēdē vterqz angulorū q̄ sūt. a. d. f. rectus: ergo per corclarī prime huius. quia. a. c. dividit. c. b. per equalia et or/ thogonaliter ipsa transit per cētrū. similiter quoqz. a. f. transit per centrum. qua/ dividit. d. c. per equalia et orthogonaliter. quare. a. ē cētrū qđ est propositum

Propositio .10.

Icūrclū cūrclū secer. in duobus tantum locis secare necesse est.

Csint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus qz in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. t. a. c. quas dividam per equalia in punctis. d. t. e. t. producam a puncto. e. lineam. e. f. per perpendicularē super lineam. a. c. t. a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularē super lineam. a. b. t. secant se due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritqz per corclarī prime huius punctuz. f. centrum circuli vtriusqz qđ est impossibile. per 5. huius.

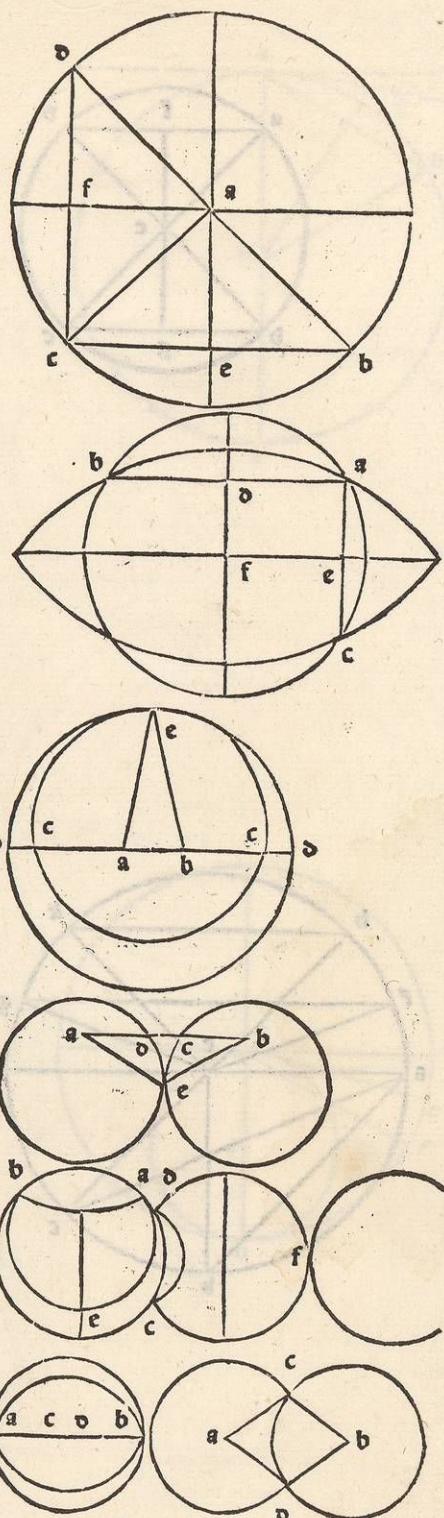
Propositio .11.

Icūrclū cūrclū contingat. lineaqz per centra eorum transeat. ad punctum contactus eaz applicari necesse est. **C**si enim linea transiens per centra duorum circulorum. c. e. et. d. c. sc̄e contingentium intra v̄l extra. nō vadit ad locum contactus sc̄er circūferentiam vtriusqz: sitqz. a. centrum circuli. e. d. et. b. cētrū circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiam vtriusqz: et ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. e. b. eruntqz in cōtactu interiori. p. 20. p̄mi due linee. e. b. t. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a. d. est enim. a. cētrū. circuli. e. d. t. qm̄. b. c. est equalis. e. b. qm̄. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. qđ est impossibile. **C**In cōtactu vero exteriori erūt due linee. a. e. t. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. e. c. b. maius erūt q̄ tota. a. b. qđ est falsum.

Propositio .12.

Icūrclū cūrclū contingat sive intrinsecus sive extrinsecus. in uno tantum loco contingere necesse est.

Csi enī fuerit possibile. vt circulus circulū contingat in duob⁹ locis intra v̄l extra contingat circulū. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interi⁹ i duob⁹ pūctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i duob⁹ pūctis. c. d. Lū er/ go ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulū. a. b. e. interiorē ac/ cedit p̄trariū secūde hui⁹. Qđ si ipsa cadat intra ipsū: cū divisorius ipsā p equa/ lia et eduxerim⁹ a pūcto dionis perpendicularē ad ipsā. fueritqz applicata circumfe/ rentie ex vtrāqz pte ipsa trāsibit p cētrū amboz circuloz. quare accidet cōtrarium premissē. **C**In circulo vero contingente exteri⁹ in pūctis. c. d. si ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. necesse est accidere p̄trariū he b⁹. quare vtrūqz impossibile



LIBER

Propositio .13.

REcce linee in circulo si fuerint equeles eas a centro equi distare. et si a centro equidistantes equeles esse necesse est.

CSit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. duce linee. a. b. e. c. d. sint equeles. dico quod ipse equidistant a centro et conuerso. Producatur enim a centro. e. linee. e. f. t. e. g. perpendiculares ad. a. d. t. b. c. eritque per. 2. partem tertie huius. a. d. divisa per equalia. in. f. t. b. c. in. g. qd ergo duo latera. e. d. t. d. a. trianguli. e. d. a. sunt equalia duobus lateribus. e. c. t. c. b. trianguli. e. c. b. et basis. e. a. basi. e. b. erit per. 8. primi angulus. d. equalis angulo. c. et qd duo latera. e. d. t. d. f. trianguli. e. d. f. sunt equalia duobus lateribus. e. c. t. c. g. trianguli. e. c. g. Nam. d. f. est equalis. e. g. eo quod tota. a. d. posita est equalis. b. c. et angulus. d. est equalis angulo. c. erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. e. g. et quia iste sunt perpendicularares venientes ad eas a centro patet per diffinitionem. siue. 4. huius ipsas equaliter distare a centro. **C**Aliter idem. Quadratum enim. e. d. per penultimam primi valet quadrata duarum linearum. e. f. t. d. et quadratum. e. c. quadrata duarum linearum que sunt. e. g. t. c. g. et quia quadratum. d. e. est equale quadrato. e. c. et quadratum. d. f. quadrato. g. c. erit quadratum. e. f. equale quadrato. e. g. quare. e. f. est equalis. e. g. sicque patet idem. Sit ergo. e. f. equalis. e. g. qd est eas equaliter distare a centro. dico tunc quod. a. d. est equalis. b. c. d. e. quadratis enim duarum linearum. e. d. t. e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e. f. t. e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum. f. d. t. g. c. qd per communem scientiam necesse est esse equalia; quare. f. d. est equalis. g. c. ergo duplum. f. d. qd est. a. d. est equale duplo. g. c. quod est. b. c. et hec est scda pars propositi.

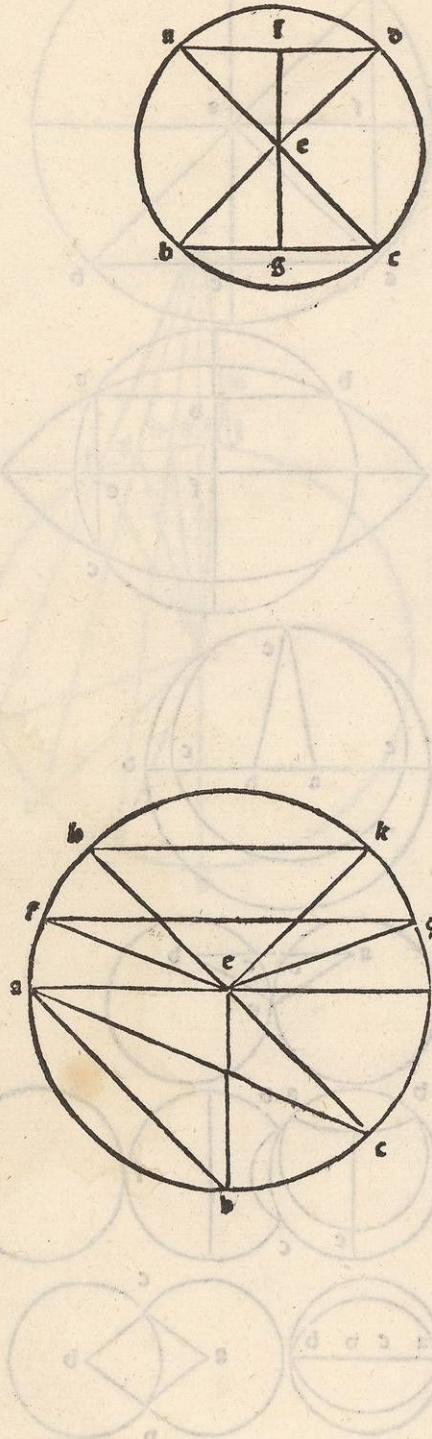
Propositio .14.

Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiique propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

CSit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. e. cadant plurime linee que sint. a. b. a. c. a. d. f. g. b. k. sitque a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam et alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro. e. linee ad extremitates omnium que sint. c. b. e. c. e. f. e. b. t. e. k. erintque per. 20. primi duo latera. e. f. t. e. g. trianguli. e. f. g. longiora. f. g. et quia ipsa sunt equalia. a. d. erit. a. d. maior. f. g. eadem ratione maior erit quod. a. c. quia. a. e. t. e. c. sunt maiores. a. c. et equalia. a. d. ergo. a. d. maior est. a. c. sic quoque est maior. b. k. et maior etiam quod. a. b. Qd autem. f. g. sit maior. b. k. et a. c. a. b. pater. quia per. 24. primi cum duo latera. f. e. t. e. g. trianguli. f. e. g. sunt equalia duobus lateribus. b. e. t. e. k. trianguli. b. e. k. et angulus. f. e. g. maior angulo. b. c. k. erit basis. f. g. maior basi. b. k. Similiter quoque quia. a. e. t. e. c. sunt equalia. a. e. t. e. b. et angulus. a. e. c. maior angulo. a. e. b. erit basis. a. c. maior basi. a. b. et sic est propositum.

Propositio .15.

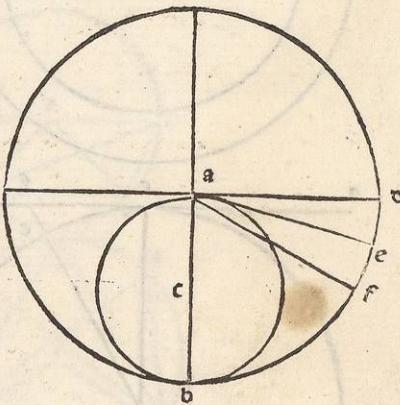
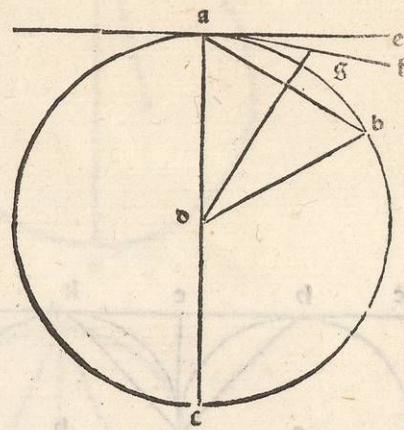
Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. **C**Atque inter illam et circulum aliâ lineâ rectâ ca-



III

pi impossibile est. Angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

Sit ut a termino a diametri. a. c. circuli. a. b. c. cui² cēt² d. ducatur linea orthogonaliter: dico q̄ ipsa cadit extra circulum. et q̄ inter lineam illam et circumferentia nulla alia recta linea itercipit: et q̄ angulus quē ipsa et circumferentia continet ē minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. et q̄ angulus contentus a diametro et circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta. ab. a orthogonaliter super. a. c. lineam: potest cadere infra circulum. sit illa linea. a. b. et ducatur lin. a. d. b. critqz per. 5. primi angul². d. a. b. equa lis angulo. d. b. a. et quia angulus. d. b. a. est rectus per hypothesim. habebit trian gulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est impossibile. p. 32. primi: L ader ergo extra sitqz. a. e. q̄ si inter ipsam et circumferentia pōt linea recta intercipi sit illa a. f. ad quā ducatur perpendicularis. d. g. et quia angulus. d. g. a. est rectus. crit p. 18. primi linea. a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. quare inter ipsam et circumferentia nulla linea recta intercipiet. Propter quod patet q̄ angul² contentus. ab e. a. et circumferentia qui dicitur angulus contingentie ē minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentie equalis. aut eo minor cum omnis talis possit per equalia dividī secundū doctrinaz. 9. primi inter linea. a. e. et circumferentiam posset linea recta intercipi q̄ monstrauimus esse nō posse. per quod patet angulum contentum a diametro et circumferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Lorelarii patet per primam partem. Cum enim linea. a. e. in vtrāqz partem erecta non secat circulum et tangat ipsum in puncto. a. ipsa est contingens p definitionem. Ex hoc notandum q̄ nō valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius. et per omnia media. ergo per. equale. nec ista contingit reperire maius hoc et minus eodem ergo contingit reperire equale. hoc autem sic patet. Sit circulus. a. b. super centrum. c. cuius diameter. a. c. b. et ducatur ab eius termino a. linea. a. d. orthogonaliter: eritqz contingens circulum per corollarium briuys. Describat iterū sup pūctū. a. fin quātitatē diametri. a. b. circul². b. e. d. et imagineēt linea. a. b. moueri super punctum. a. per circumferentiam arcus. b. c. d. ita q̄ pūctui. b. numeret omnia puncta arcus. b. e. d. quousqz perueniat ad lineam. a. d. et cooperiat ipsam. et quia angulus. b. a. d. est rectus: erit ut nō sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea. a. b. cum diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum dinuncians situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia. a. b. et diametro. a. c. b. et angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q̄ nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiore intermedius fuit ei equalis. Si enī fuerit aliquis: sit ut illū fecerit linea. a. b. cum punctus. b. fuit in punto. c. arcus. b. e. d. quia ergo angulus



Nota quod hoc supponit falsum et sic argumenta que reprobant hic validissima sunt. fallitur namq̄ iste eo quod oblitus sit comparationem debere fieri inter ea que sunt eiusdem generis. et cum major, minor. et equale dicant respectum et comparationem debent esse inter ea que eiusdem sunt generis. sed angulus rectilineus et angulus curvilineus sunt diversi generis, ergo supponit falsum demonstratio ista. que quidem non Euclidis sed campam est.

LIBER

e.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto:angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius:erit angulus.e.a.b.amplissimus omnium acutorum:dividatur ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi per equalia duxta linea.a.f.eritque per conceptionem angulus.f.a.b.aprior angulo.e.a.b.quare erit aliquid amplissimo quod est impossibile.**¶** Vel sic cum angulus e.a.b sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis unius recti.Si militer quoque angulus.e.a.b.cum angulo.e.a.d.est equalis unius recti:erit angulus.e.a.d.equalis angulo contingente:et quod angulus contingente est angustissimus omnium acutorum per.5.premum huius:erit similiter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omnium acutorum sed angulus.e.a.f.est eo angustior per conceptionem:erit ergo aliquid angustius angustissimo quod est impossibile:**¶** Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi et quod transiit a minori ad maius et non per equale. Itē quod est reperire minorē eo et maiorē:patet instantia contra utriusque argumentationem predictam.Unde per interemptionem ad illud est respondendum.

Possit probari quod angulus contingente est divisibilis secundum lineam rectam ut constat per configurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causat ex contactu duorum circulorum vel spatz est angulus contingente et talis dividatur per lineam.e.g: quod hic habet triangulum. b.g.k.cuius basis.b.k.dividatur per equalia in puncto.e. et protrahatur versus.g.contractum et arguitur per.4.primi. Deinde per.26.huius et patet propositum.

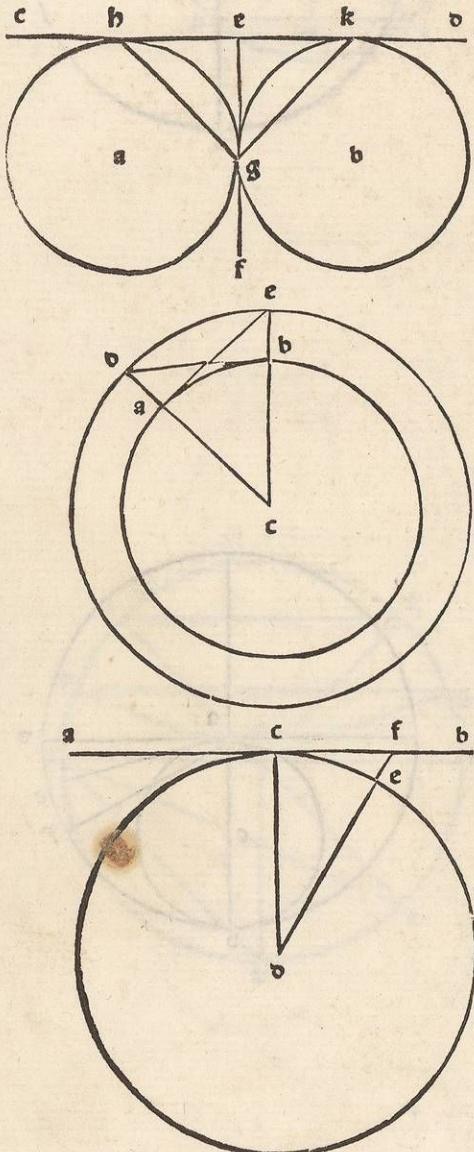
Propositio .16.

Dato puncto ad datum circulum lineam contingente ducere.
Cum sit circulus datus.a.b.cuius centrum c.punctusque datur.d.volunt ergo a punto.d.ducere lineam contingente circulum.a.b.pducere lineam.d.c.secantem circumerentiam circuli.a.b.in punto.a.supradictum describo circulum.d.e.secundum qualitatatem lineae.d.c.concentricum circulo.a.b. et a punto a.producere lineam.a.e.perpendicularem ad lineam.d.c.que secet circumerentiam circuli.d.e.in punto:e. et pducere lineam.e.c.secantem circumerentiam circuli.a.b.in punto.b.deinde producere lineam.d.b.que erit contingens circulum.a.b.que enim duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.sunt equalia duobus lateribus.b.c. et c.d.trianguli.b.c.d. et angulus.c.est cois utriusque erit per.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo.d.b.c.angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus:per correlarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b. quod est propositum.

Propositio .17.

Icillum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur.necessitate est eam super lineam contingenter esse perpendicularem.

Cum sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrum sit.d.in punto.c. qui iungatur cum centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingenter. Si enim non est perpendicularis ad ipsam sit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que secet circumerentiam circuli in punto e.eritque utriusque angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18.primi linea.c.d.est maior linea.d.f. quod est impossibile:Constat itaque d.c.esse perpendicularem super a.b. quod est propositum.



Propositio .18.

Si circulū linea recta cōtingat: et a cōtactu in circulū linea quedā orthogonaliter ducaſ. i.eadē cēt̄ eē necesse ē.
C̄ Sit ut prius linea. a.b. contingens circulum. c.e. in punto. c. et a contactu ducaſ intra circulū. c.e. linea perpendicularis ad lineam. a.b. dico q̄ centrum circulū est in linea. c.e. et est cōversa prioris. Si enī non fuerit centrū in linea. c.e. sit alibi vbiq̄e cōtingat. sitq; d. et pducaſ linea. d.c. eritq; d.c. per premissam perpendicularis ad lineā. a.b. qđ est impossibile cū. e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.

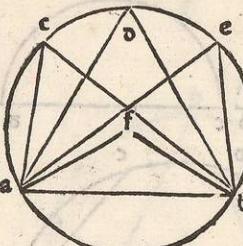
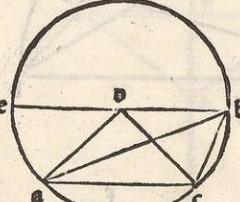
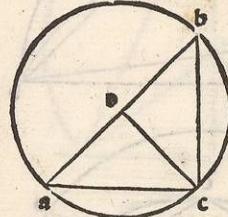
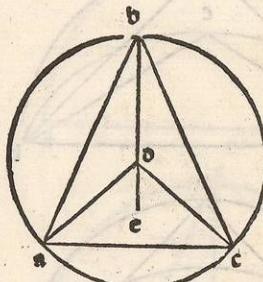
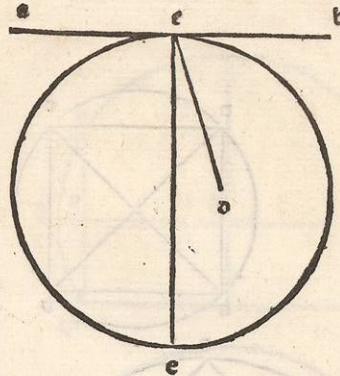
Si intra circulum angulus supra centrū consistat: alius ve ro angulus supra circūferētiā cōsistēt cādē basim habeat inferior superiori duplus erit.
C̄ Sit ut in circulo. a.b.c. cuius centrū. d. fiat angulus. a.d.c. super centrū et angulus. a.b.c. sup circūferētiā. sitq; vtriusq; anguli cadē basis q̄ sit arcus. a.c. dico angulū. a.d.c. duplū esse ad angulū. a.b.c. Qđ sic p̄batur. Aut enī due linee. a.b. et b.c. inclinat duas lineas. a.d. et d.c. aut altera eaz̄ sit linea vna cū altera reliquaz. aut etiā altera primarum secat alterā postremarū
C̄ Sit ergo primo ut includant eos ut in prima figuraione apparet. et producatur linea. b.d.e. eritq; per. 32. prīmi: angulus. a.d.e. extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt. b.a.d. et a.b.d. anguli et quia ipsi sunt equales per. 5. eiusdē erit angulus. a.d.e. duplus ad angulū. a.b.d. similiter quoq; erit angulus. e.d.c. duplus ad angulū. d.b.c. quare totus angulus. a.d.c. duplus ē ad totū angulū. a.b.c. qđ est propositum. Qđ si altera duaz̄ linearum. a.b. et b.c. fiat linea vna cū altera duaz̄ linearaz̄ q̄ sunt. a.d. et d.c. ut in secūda figuraione apparet. per easdē p̄ quas prius: et simili mō liquet p̄positum. Qđ si altera duarum primaz̄ secat alteram duarum postremarum. ut in. 3. figuraione apparet. vbi linea. a.b. secat lineā. d.c. producatur linea. b.d.e. eritq; per easdez quas prius assumpsimus et simili modo angulus. e.d.a. duplus ad angulū. d.b.a. et totus angulus. e.d.c. duplus ad totū angulū. d.b.c. quare angulus. d.b.c. dupl⁹ ē ad angulū. a.b.c. qđ est propositum.

Propositio .20.

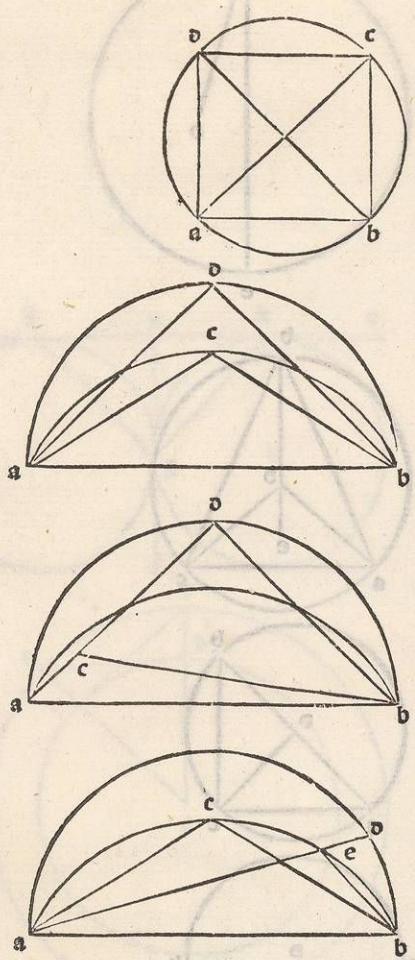
Si in una circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.
C̄ Sit ut in portione. a.d.b. circuli. a.d.b. cuius centrum. f. cōsistant quoslibet anguli super arcum. a.d.b. qui sūt. c.d.e. dico eos eē equales. protrahatur enī corda. a.b. et ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee. a.f. et b.f. eritq; per premissam angulus. f. cōsistens super centrū ad vñūquēq; eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: qđ est propositum.

Propositio .21.

Si intra circulum quadrilaterū describat. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.
C̄ Sit quadrilaterū. a.b.c.d. inscriptū circulo. a. b.c.d. dico quosq; duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eē eq̄les duob⁹ rectis. p̄trahant enī in q̄drilatero diametri. a.c.b.d. eritq; p̄ premissā angulus. c.b.d. eq̄lis



LIBER



angulo.c.a.d. et angulus.a.b.d. angulo.a.c.d. quare totus.a.b.d. erit equeles duobus angulis qui sunt.a.c.d. et c.a.d. et quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt equeles duobus rectis. per. 32. primi: erunt duo anguli.b. totalis. et d. totalis equales duobus rectis quod est propositum. Similiter quoq; probabitur angulos. a. et c. totales esse equeles duobus rectis.

Propositio .22

Dicas circuli similes portiones inequaes. super unam rectam lineam assignatam. ex eadē parte cadere impossibile ē. Sit linea recta assignata. a.b. sup quā fiat portio circuli. a.c.b. dicta q; sup eandem lineā ex parte eadem non fiat alia portio que sit similis huic. et ea maior aut minor. Qd si fuerit hoc possibile fiat ergo portio. a.d.b. maior ea que tamen sit similis ei. fiat ergo angulus. a.c.b. in portione minori. et angulus. a.d.b. in maiori. erit ergo vt lineae. a.d. et d.b. includant lineas. a.c. et c.b. vt p; i figuratiōe prima. Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera postremaz. vt in scđa. aut vt altera secet alteram vt in tertia. Qd si fuerit primo mō erit per. 21. primi: angulus. c. maior. angulo. d. nō ergo sūt portiones similis per diffinitionē. Qd si scđo modo erit ad huc angulus. c. maior. angulo. d. per. 16. ciusdem. nec sic igit erūt portiones similis. Si aut tertio modo sit ut linea a.d. secet lineam. c.b. et secet circumferentiam portionis minoris in puncto. e. et dividat linea. e.b. eritq; p; eadē. 16. primi: angulus. a.e.b. p̄sistēt i portiōe. a.c.b. maior angulo. d. s; e. ē equeles. c.p. 20. b. q̄re. c. ē maior. d. q̄re nullo mō siles. Sili quoq; mō pbabis q; sup lineā. a.b. nō fiet portio similis portioni. a.c.b. minor. e.a. posito. c in loco. d. et d. in loco. c. in figuraionib; predictis. erit enī per p; enī illas scđ per 21. et 16. primi: et premisso modo angulus. d. omnii figuraionū maior angulo. c. quare portiones nō erūt similis. Et nota q; licet proponatur super lineam unaq; nō possē fieri portiones similis inequaes ex eadem parte. verum est tamē q; nec ex diversis q; licet probare minori que est ex una parte supposita maiori que ē ex alia. necesse enī. erit per cōmūnem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similis per hanc. 22.

Propositio .23.

Si circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est. Sint due lineae. a.b. et c.d. equales super quas sint due portiones circulorum. a.e.b. c.f.d. que sunt similis. dico q; ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet major minorem. sed linea. a.b. non excedet lineam. c.d. nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accedit contrariuz p̄missē qd ē impossibile. erit enī. a.b. et c.d. linea una.

Propositio .24.

Dati semicirculi. line semicirculo maioris minorisue portiones circulum perficere. Intentum per hanc cōclusionē est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo. a.b. quilibet arc⁹

III

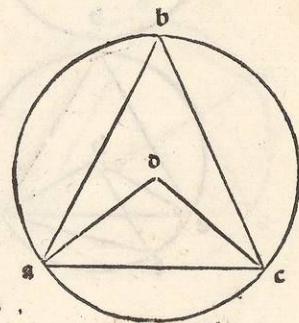
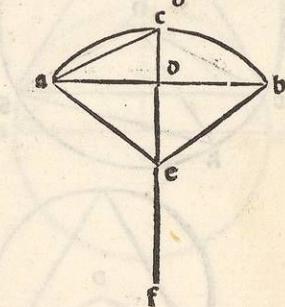
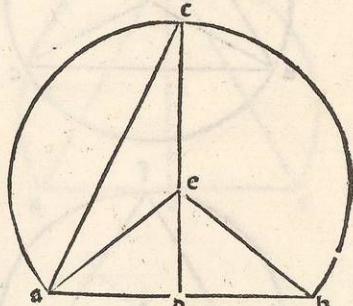
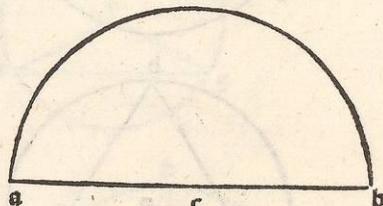
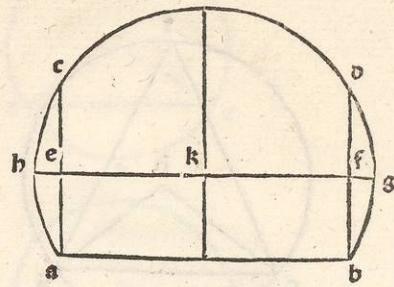
ex quo volo perficere circulum protraham in eo duas lineas qualitercumq; cōtin
gat que sint.a.c. et b.d. quas dividam per equalia.a.c. quidā i puncto.e. et b.d. in
puncto.f. et protraham.c.g. perpendicularē ad.a.c. et f.b. perpendicularē ad
b.d. que secet se in puncto.k. critq; per coroll. prime huius centrū circuli in vtra/
qz linearum.c.g. et f.b. quare centrum est punctū.k. Si autem.e.g. non fecerit. f.b:
sed sint linea vna. quēadmodū erit si due linee.a.c. et b.d. sint equidistantes tunc
ipsa applicabīs circūferētie dati arc⁹. ex vtraq; pte ipsa igit̄ divisa p medium i puncto
k. erit ibi centri circuli per idem coroll. Equidistantes autem non erūt.c.g. et f.b.
quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum coroll. essent eiusdem circuli duo
centra. Sic potest de omni arcu sive de omni portione cōmuniter demōstrari qua
liter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor videſ hanc cōclusionē varia/
re fin diuersas species arcū omnū portionū enumerādo species: demōstrabim⁹
divisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo
primū.a.b.portio data semicirculus. eritq; per diffinitionē semicirculi.linea .a.b.
diametri.ca igit̄ divisa per medium in puncto.c. erit.c. centrū circuli. Sit rur
sus portio.a.c.b.semicerculo maior cuius corda sit.a.b. quā dividido per equalia in
puncto.d. a quo duco.d.c.perpendicularē ad ipsam que transibit per centrum
per coroll. prime huius: et protrahō lineam.a.c. et quia linea.a.b. est minor diamete
tro cum sit.a.c.b.portio maior semicerculo: erit.a.d. minor semidiametro.sed.d.c
est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior qz.a.d. ergo per.19. primi: angulus
c.a.d.est maior angulo.a.c.d. fiat itaq; per.23. primi: angulus.c.a.e. equalis an/
gulo.a.c.d.producta linea.a.e. que secet lineam.c.d. in puncto.e. eritq; p sextā pri
mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat igit̄ linea.e.b. eritq; per.4. primi linea
e.b.equalis linee.a.e. quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equeales ergo per.9. huius
e.est centrum circuli. Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo. cuius corda sit
a.b. quā dividido per equalia in puncto.d. a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu
larem ad lineā.a.b. que secet circūferentiam in puncto.c. hāc manifestū est transi
re per centrum per corollarium prime huius. produco iterū lineam.a.c: eritq; an/
gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d. si est equalis erit portio.a.c.b. semicirculus. et si
minor erit maior semicirculo: positū est autē q̄ sit minor. produco igit̄ lineā.a.
e. que cum linea.a.c. faciat angulū equealem angulo.c. et secet lineam.c.f. in puncto
e. et manifestū ē q̄ punctum.e. cadat extra datam portionē. et produco lineam.e.b
et quia angulus.a. totalis est equalis angulo.c. erit per.6. primi linea.e.a. equalis
linee.e.c. et quia per quartā primilinea.e.b. est equalis linee.e.a. erit per.9. hu/
ius punctū.e. centrum circuli quare patet propositum sūm omnes species portio/
num circuli.

Propositio 25.

Si in equis circulis seu super centra. seu sup circūferētias
equales anguli consistant. super equos archus eos cadere
necessē est.

Sint duo circuli equales.a.b.c. cuius centrū.d. et e.f.g. cuius cen
trū.b. et fiat supra eoz duo anguli.a.d.c. et e.b.g. qui ponant
equales. dico duas arcus.a.b.c. et e.f.g. esse equales. protrahantur due linee.a.c.
et e.g. et fiant duo anguli in circūferentiis ipsoiz consistentes supra predictos ar
cus qui sint angulus.a.b.c. et angulus.e.f.g. quia ergo circuli sunt equeales. erunt

ε 2



LIBER

per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales: et quia duo anguli. d. et. h. sunt equales erit per. 4. primi: linea. a. c. equalis linee. c. g. et per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. h. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones. a. b. c. et. e. f. g. sunt similes: et quod ipse sunt sup lineas: a. c. et. e. g. equalis ipse erunt equalis per. 23. huius: quare arcus. a. b. c. et. e. f. g. sunt equalis. Quid si anguli. b. et. f. qui sunt in circumferentia ponantur equalis erunt per diffinitionem portiones similes et anguli. d. et. h. equalis per. 19. huius: et quia circuli sunt equalis per positionem erunt per. 4. primi: due lineae. a. c. et. e. g. equalis quare ut prius portiones equalis per. 23. huius cum sint similes et super equalis lineas. igitur et arcus equalis: quod est propositum.

Propositio .26.

Si in equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu supra circumferentias constituantur equos esse necesse est:

Csint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrū. d. et. e. f. g. cuius centrū. b. sintque duo arcus. a. b. c. et. e. f. g. equalis fiantque super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint. d. et. b. ductis. a. d. c. d. e. b. g. b. Itemque super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint. b. et. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. et. g. f. dico duos angulos d. et. b. adiuicē esse equalis. Itēque duos. b. et. f. adiuicē esse equalis et est hec conuersa prioris. si enim non sunt. d. et. b. anguli ad iuicem equalis: sit ergo. b. maior a quo absindatur angulus. k. b. g. qui sit equalis angulo. d. eritque per premissam arcus. k. e. f. g. equalis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. et. e. f. g. positi sunt equalis: accidet ergo parte esse equalē toti: quod ē impossibile: quare anguli. d. et. b. totales sunt equalis. **C**simili quoque modo probabis angulos. b. et. f. esse equalis. vel si maius probato quod anguli. d. et. b. sint equalis. sequitur. b. et. f. esse equalis per. 19. huius et econverso.

Propositio .27.

Si in circulis equalibus eque linee arcus resecant. arcus quoque equos esse. si autem linee inequalis fuerint arcus quoque inequalis. et a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscondi necessariū est:

Csint duo circuli equalis. a. b. c. cuius centrū. d. et. e. f. g. cuius centrū. b. sitque corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. et. e. f. g. quos predicte corde ex predictis circulis resecant esse equalis. Quid si corda. e. g. ponat maior corda. a. c. dico arcū. e. f. g. esse maiorem arcui. a. b. c. Primum quidem sic probat ducantur a centris linee ad extremitates cordarum que sint. d. a. d. c. b. e. b. g. et quia circuli possunt fore equalis. erit hec semidiametri equalis. et quod linea. a. c. posita est equalis linee. e. g. erit per. 8. primi: angulus. d. equalis angulo. b. totali: quare per. 25. huius erit arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. sicutque patet primum. secundum sic. sit. e. g. maior a. c. eritque per. 25. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. equalis angulo. d. eritque per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. quare arcus. e. f. g. est maior arcui. a. b. c. quod est secundum. ppositum.

III

Propositio .28.

Circulorum equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

Sunt duo circuli equales. a. b. c. cuius centrum. d. e. f. g. cuius centrum. h. sitq; arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q; corda. a. c. est equalis corde. e. g. et est hec conuersa p; prime partis premisse. **D**ucat linee. d. a. d. c. b. e. b. g. eruntq; per. 26. huius anguli. d. t. b. equales: quare p; quam primi: erit. a. c. equalis. e. g. quod est propositum. Quecunq; autem probate sunt passiones de diversis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

Propositio .29.

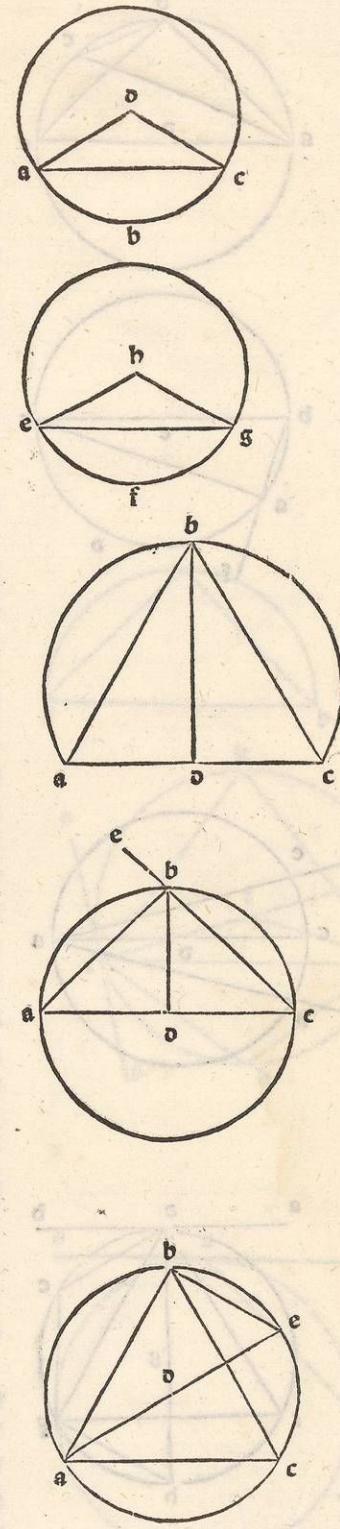
Atum arcum per equalia dividere.

Sit datus arcus. a. b. c. cui subtendatur corda. a. c. que dividatur per equalia in puncto. d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsas que sit d. b. secans circumferentiam dati arcus in puncto. b. que dico dividere datum arcum per equalia. ducantur enim linee. b. a. b. c. que erunt eq; les per. 4. primi quare p; primâ partem. 27. huius arcus. a. b. erit equalis arcui. b. c. quod est propositum.

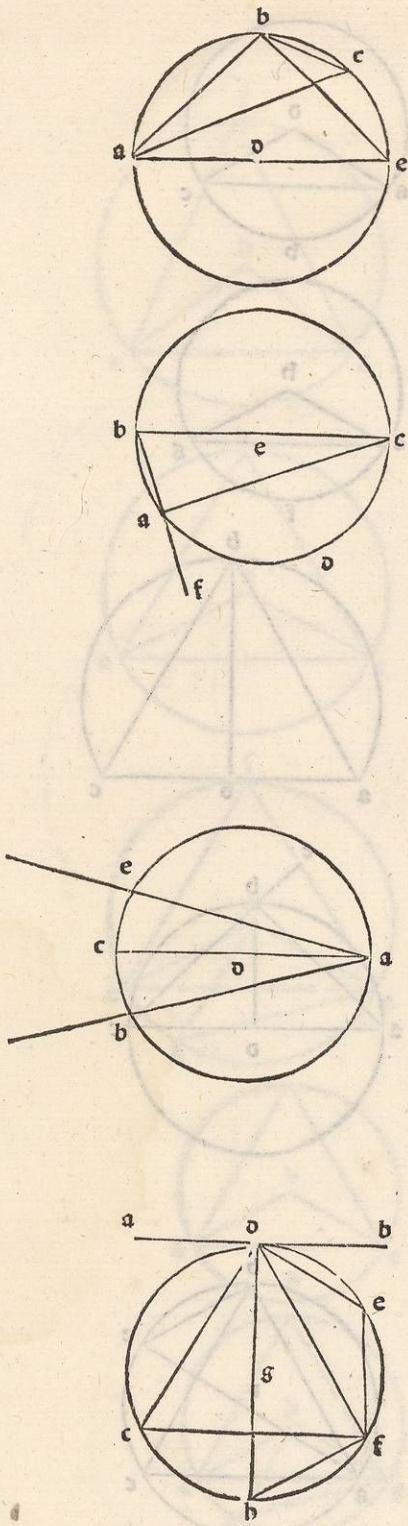
Propositio .30.

Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum constat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. **I**temq; omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. et diameter. a. d. c. semicirculus. a. b. c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. t. b. c. dico illum angulum esse rectum. protrahatur ab ipso angulo in centrum linea. b. d. eritq; per quintâ primi: angulus. a. b. d. equalis angulo. a. t. angulus. d. b. c. equalis angulo. c. t. quia angulus. c. d. b. e. equalis duobus angulis. d. b. a. t. a. per. 32. p; mi: ipse erit duplus ad angulum. d. b. a. eadem ratione angulus. a. d. b. dupl; erit ad angulum. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. t. a. d. b. dupli sunt ad totalem angulum. a. b. c. sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 13. primi: erit igitur angulus a. b. c. totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propositum. **I**de aliter protrahatur. b. c. usq; ad. e. eritq; per. 32. primi: angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. t. c. t. quia angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. et angulus. c. angulo. c. b. d. erit angulus. a. b. c. equalis totali angulo. a. b. c. ergo uter q; eorum est rectus per diffinitionem. **S**ed sic patet: sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo: t. fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. t. b. c. dico illum angulum esse minorem recto. ducantur enim diametri. a. d. e. t. linea. e. b. eritq; per primam partem huius. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per communem sciemtiam cum sit pars eius: sicq; patet secundum. **T**ertium sic. Sit rursus in circulo. a. b.



LIBER



c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. que sit semicirculo minor: et fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. et b. c. dico hunc angulum esse maiorem recto. producantur enim diametri a. d. e. et linea. b. e. eritq; per primam partem huius angulus. a. b. e. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto quod est tertium propositum. **C**Quartum et quintum sic. Sint in circulo a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo et portio. a. d. c. cuius eadē corda. a. c. minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b. a. et corda. a. c. esse maiorem recto et angulum contentum ab arcu. d. a. et corda a. c. esse minorem recto. producantur diametri. c. e. b. et linea. b. a. vsq; ad. f. eritq; per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi et secundus pars recti evidenter patet vtrūq;. quare tota liquet hec petham membris conclusio. **C**Ex istis autem duobus ultimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumentationes ad quas tuisimus instantiam. in. 15. huius. transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tamen per equale. Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo. aut minor: sit autem tam angulus semicirculi per primam partem. 15. quā angulus portionis minoris per ultimā partē huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto. et tñ nō erit alicuius portionis agul^o. nec simpli aliquis contentus a circumferentia. et linea recta nec recto nec eqlis recto. Qd ut clarus pateat sit i circulo. a. b. c. cuius centrum. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secans ex ipso portionē semicirculo minorē. eritq; per ultimā partem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. et imaginetur linea. a. b. moueri ad partem. c. super punctū. a. que quādū fuerit citra. c. vel in ipso. 6. coquens diametrum. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pucto ultra. c. velut in. e. faciet q; penult ptem b^o angulū maiore recto. trāsit ergo a minori ad maius non per equale. et sicut in rectilineis angulis est reperire maiores angulo semicirculi et minorem. non tamē equalē ut mōstratū ē. i. 15. huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto et minorem non tamen equalē: vt patet ex ista demonstratione.

Propositio .31.

Si circulum linea recta contingat et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum duatur quoscunq; duos angulos cum contingēte facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibns: equalē sunt. **C**Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cuius centru. g. in punto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea. d. f. secans ipsum. fiantq; angulus. d. c. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. c. d. et c. f. et angulus. d. e. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. e. d. et e. f. dico angulum. c. esse equalē angulo. b. d. f. et angulum. e. angulo. a. d. f. ducantur enīt diametri. d. g. b. et linea. f. h. eritq; per. 17. huius. d. b. perpendicularis super. a. b. et per primam partem premissae angulus. d. f. b. rectus. quare duo anguli. a. d. b. et

d.f.b.sunt equales.posito ergo cōmuni angulo.h.d.f.erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.b.z.b.d.f.sed bi duo cum angulo.b.sunt equalis duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b.equales duobus rectis.led angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualeat duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.est equalis angulo.b.ergo z angulo.c.per.20.hui⁹ z hoc est primum.z quia duo anguli.c.z.c.sunt equales duobus rectis per.21.hui⁹ erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est sc̄on. Vel istud sc̄on sit angulus.a.d.f.cum angulo.b.equiualeat duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.est equalis angulo.a.d.f.quod est propositum.

Propositio .32.

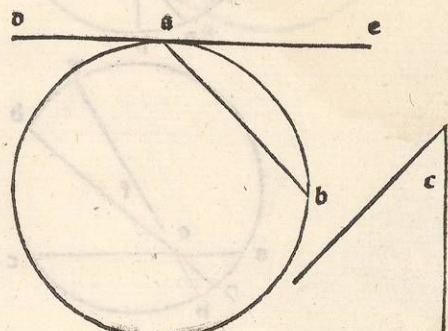
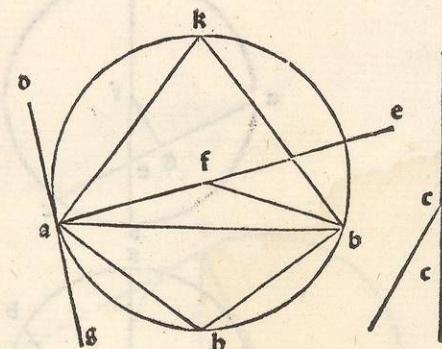
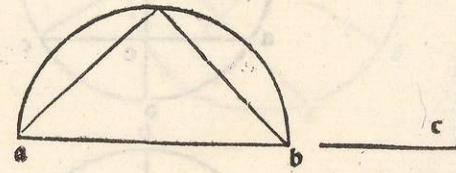
Super datam lineam.circuli portionē describere capientem angulum.dato angulum equalē.seu rectum.seu maiorem seu minorem recto.

CSi a.b.linea data z.c.datus angulus super lineam a.b.volō de scribere vnā circuli portionē recipiētē i circūferētia rectilineū angulū equalē angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuisa.a.b.p medium describam super eam semicirculum.factumqz erit propositum.per primam partem.30.huius.**C**Si autē sit obtusus ductā lineam.d.a.cum linea.b.a.continentē equalē angulum angulo.c.z a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem sup lineam a.d.z super punctū.b.faciam angulū p.23.p̄mi equalē angulo.e.a.b.i quo obtusus excedet rectum.ducta linea.b.f.vsqz ad perpendicularem.a.e.eruntqz per.6.p̄mi:linee.f.a.z f.b.equales:facto itaqz pūcto.f.centro circuli describam bī quantitatē linee.f.a:circulum.a.b.b.eritqz per coroll.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premissam angulus qui sit in portione.a.b.b.est equalis angulo.d.a.b.quare z angulo.c.quod est propositum.**C**Si autem angulus.c.sit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalē angulo.c.z a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.z super punctum b.faciam angulum equalē angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutū.ducta linea b.f.vsqz ad perpendicularem.a.e.eruntqz per.6.p̄mi linee.f.a.z f.b.equales:facto itaqz pūcto.f.centro circuli.desceibam bī quantitatē linee.f.a:circulum.a.k.b.eritqz per conelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulū.quare per premissam angulus qui sit in portione.a.k.b.est equalis angulo.g.a.b.quare z angulo.c.quod est propositum.

Propositio .33.

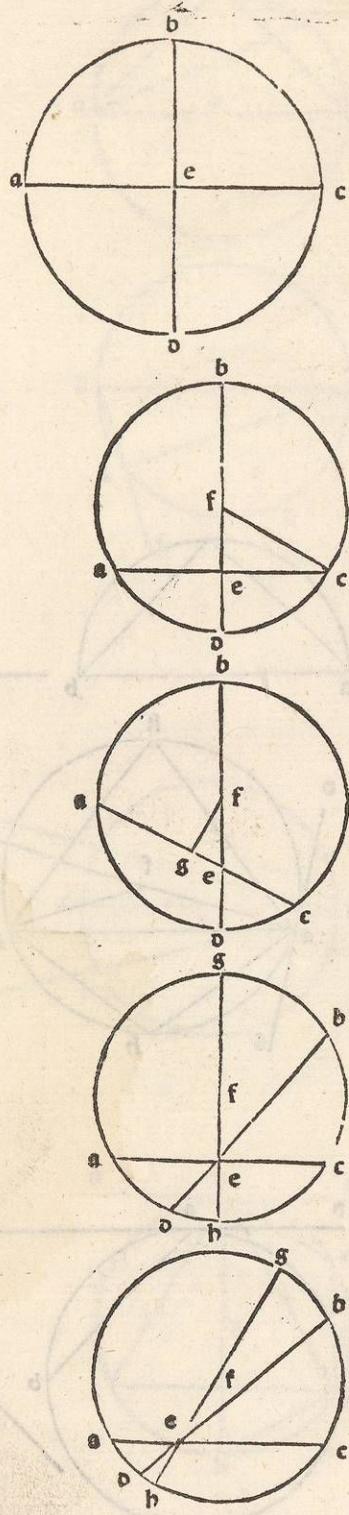
ADato circulo:dato angulo.equum angulum capientem portionem abscindere.

CSi a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volō ergo a circulo.a.b.abscindere portionem vnam capientem equalē angulum angulo.c.producō lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in punto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea.a.e.angulum equalē angulo.c.eritqz per.31.huius portio.a.b.cxistens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalē angulo.c.quod est propositum.



LIBER

Propositio .34.



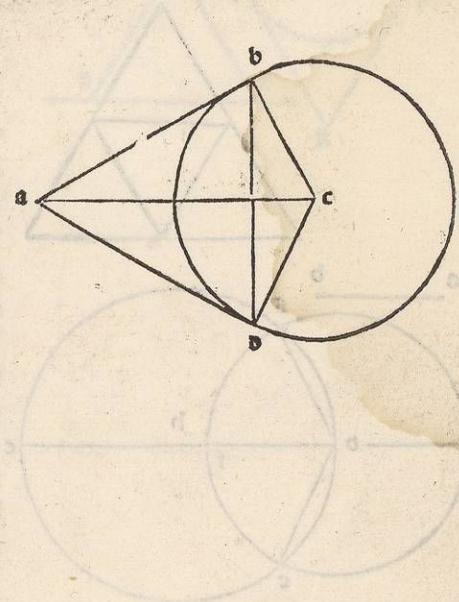
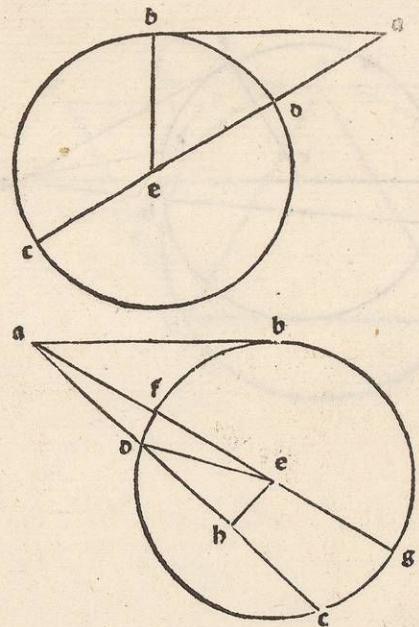
Si intra circulus due recte linee sese inuicem secent. q̄ sub duabus partibus ynius earū p̄cedit. equū est ei rectāgu lo q̄ sub duabus alterius linee p̄tibus cōtinetur.
Tsint due linee. a.c. & b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super p̄/ctū e. dico q̄ illud rectangulum q̄ fit ex. a.e. i.e.c. equum est ei q̄ fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c. & b.d. transibūt p̄ centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra. q̄ si ambe transeant per centrum. erit e. centrum circuli. omnesq; 4 linee equalis: quare liquet p̄positum. **C**qd si altera earū tantum transit per centrum sit illa. b.d. centrumq; circuli sit f. aut ergo b.d. secabit a.c. per equalia aut per incqualia. secet ergo primo per equalia: eritq; per primā partē. 3. huīus secans ēā orthoganaliter. ducatur itaq; linea f.c. eritq; per. 5. secundi q̄ fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. e.f. equale quadrato linee. f.d. quare & quadrato linee. f.c. ergo per p̄ multimā primi & quadratis duarū linearum. f.e. & e.c. dempto ergo vtriq; quadrato. e.f. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale quadrato linee. c.c. & quia. e.c. ē equalis. a.c. patet p̄positum. **C**qd si b.d. transiens per centrum secat. a.c. per incqualia a centro. f. ducatur. f.g. perpendicularis ad. a.c. eritq; per secundam partē tertii huīus. a.g. equalis. g.c. & ducatur linea. f.c. eritq; per. 5. secundi quod fit ex. b.e. in. e.d. cū quadrato. c.f.c. & ideo per penultimā primi cū quadratis duarū linearum. f.g. & g.c. propter id qd angulus. f.g.e. ē recto & ē equalis quadrato linee. d.f. & ideo linee. f.c. propter quod per penultimā primi & quadratis duarū linearum. f.g. & g.c. dempto ergo vtriq; quadrato linee. f.g. erit quod fit ex. b.e. i.e.d. cū quadrato linee. g.c. equale quadrato linee. g.c. sed per. 5. secundi quod fit ex. a.e. in. e.c. cū quadrato linee. g.e. est equū ei quod fit ex. a.e. in. e.c. cū quadrato eiusdem. g.e. dempto igitur vtriq; quadrato linee. g.e. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale ei quod fit ex. a.e. in. e.c. quod est p̄positum. **C**qd si neutra earū transit per centrum siue altera dividat alteraz per equalia siue per incqualia. producam lineam. g.f.e.b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis eārum. Et si altera dividat alteram per equalia. ut. b.d.a.c. tūc. g.b. dividit etiā. a.c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huīus. ergo per secundum modū huīus conclusionis quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex. a.c. in. e.c. & per tertium modū huīus quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. ergo quod fit ex. a.e. in. e.c. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. quod est p̄positum. **C**at si neutra dividit alterā per equalia crit per tertiu modū huius cōclusiōis qd fit ex. g.e. in. e.b. egle vtriq; eorum que fiunt ex. a.e. in. e.c. & b.e. in. e.d. quare unum eorum erit equale alteri: quod est p̄positum.

Propositio .35.

Intra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circulū alia linea secas. alia contigens due recte linee ducant qd sub tota secante. atq; parte sui extrinseca contingente equū est ei quadrato qd ex contingente linea describitur.
Sit. a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centrum. e. a quo

III

ducantur ad circulum due linee. a.b. contingens. et a.c.d. secas. dico quod fit ex. a.c.in.d.a. equum est quadrato linee. a.b. aut enim. a.d.c. transit per centrum aut non transeat: ergo primo per centrum quod est. e. et ducatur linea. e.b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a.b. et quia linea. d.c. divisa est per equalia in puncto. e. et est ei addita linea. d.a. erit per sextam secundi quod fit ex. c.a. et a.d. cum quadrato linee. c.d. et ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee. e.a. et ideo per penultimam primi equalis quadratis duarum linearum: e.b. et b.a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo vtricqz quadrato. e.b. erit quod fit ex. c.a. in. a.d. equalis quadrato linee. a.b. quod est proprium. ¶ Qd si linea. a.d.c. non transit per centrum sumatur. a.f.e.g. transiens per centrum et ducatur linea. e.d. et e.b. et sit. e.b. perpendicularis ad. a.d.c. eritqz p.3. huius d.b. equalis. b.c. quia ergo linea. d.c. divisa est per equalia in puncto. b. et addita sibi linea. a.d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c.a. in. a.d. cum quadrato. d.b. equalis quadrato linee. a.b. ergo addito vtricqz quadrato. b.e. erit quod fit ex. c.a. in. a.d. cum quadratis duarum linearum. d.b. et b.e. et ideo per penultimam primi cum quadrato. d.e. propter id quod angulus. b. est rectus. et ideo cum quadrato. c.f. propter id quod. c.d. et e.f. sunt equalis. equalis quadratis duarum linearum. a.b. et b.e. et ideo per penultimam primi quadrato linee. a.e. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g.a. in. a.f. cum quadrato. f.e. equalis est quadrato linee. a.e. qz ergo vtricqz eorum que sunt ex. c.a. in. a.d. et ex. g.a. in. a.f. cum quadrato linee. f.e. est equalis quadrato linee. a.e. ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtricqz quadrato linee. e.f. erit quod fit ex. c.a. in. a.d. equalis ei quod fit ex. g.a. in. a.f. sed id. quod fit ex. g.a. in. a.f. est equalis quadrato linee. a.b. per premissum modum huius: ergo quod fit ex. c.a. in. a.d. est equalis quadrato linee. a.b. quod est proprium. ¶ Et ex hac nota quod puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. et earum portionibus extrinsecis adiuicem sunt equalia. quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis. ¶ Nota etiam quod si a quolibet punto extra circulum signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur. ipse erunt adiuicem equalis. erit enim quadratum vtriusqz earum equalis ei quod fit ex linea secante ab ipso punto ducta in circulum. in partem eius extrinsecam. hoc autem evidenter patet per penultimam primi. ¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centrum. e. et ab ipso ducantur due linee. a.b. et a.d. contingentes circulum in punctis. b.d. dico ipsas esse equalis. producam enim lineas. e.a. c.b. et e.d. eritqz per. 17. huius vterqz angulorum. b. et d. rectus. quare per penultimam primi quadratum. a.e. erit equalis duobus quadratis duarum linearum. a.b. et b.e. Similiter quoqz et duobus: duarum. a.d. et d.e. quare quadrata duarum linearum a.b. et b.e. sunt equalia quadratis duarum. a.d. et d.e. et quia quadrata duarum que sunt. b.e. et e.d. sunt equalia: erunt quadrata duarum que sunt. a.b. et a.d.e. equalia: ergo. a.b. est equalis. a.d. quod est proprium. ¶ Alter etiam ducatur linea b.d. eritqz per quintam primi angulus. e.b.d. equalis angulo. e.d.b. propter id quod linea. e.b. est equalis linee. e.d. et quia vterqz duorum angulorum. b. et d. est rectus. erit per communem scientiam angulus. a.b.d. residuus equalis angulo. a.d.b. residuo. per sextam. ergo primi est linea. a.b. equalis linee. a.d.

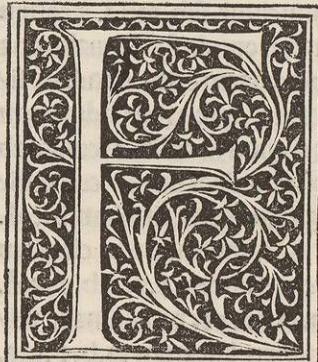


LIBER

Propositio .36.



Ifuerit punctus extra circulū signatus a quo due linee ad circūferētā ducant̄. altera secans.altera circumferentie applicata fueritq; qđ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsum fit: erit linea applicata ex necessitate circulū contingens. **C** Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum et linea.a.c.applicata circumferentie et esto ut qđ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a.c.esse contingēt et est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq; per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato lince.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est proposituz. **C** Idē ostēsine pbabīt maneat prior dispositio et hypothesis. et si linea.a.b.d.transit p cēt̄ ducatur linea.c.e.qđ erit per.6.secundi qđ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrat o.e.b. et ideo cum quadrato.c.c.equale quadrato.o.a.e.sed qđ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato.c.e.c equale quadrato.a.e. ergo per ultimā primi angulus.c.est rectus.ergo per coroll 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum. **C** Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a punto.d.linea transiens per centrum. et quia qđ fit ex hac to/ra in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare ut prius.a.c.erit contingens circulū. Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.

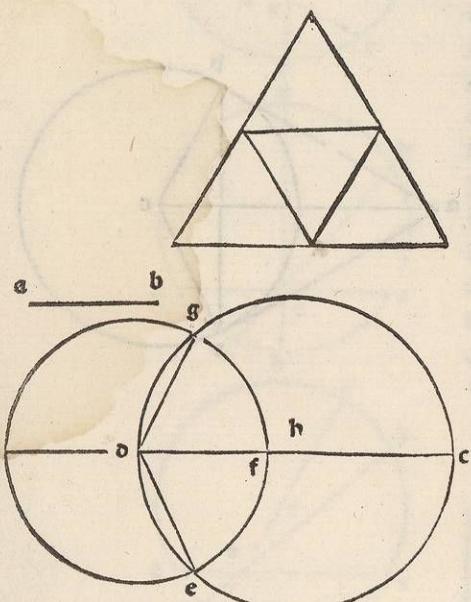
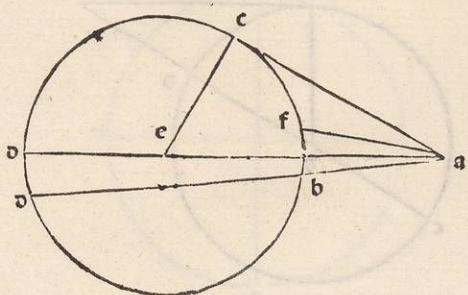


Igura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur esus in qua inscribitur.la tera uno quoq; sinorum angulorum ab interiore parte contingit. **C** Circumscribi vero figura figure perhibetur quoties ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio . .1.



Intra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare. **C** Sit linea data.a.b.circulusq; datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d. quā nō ē maior linea.a.b.volo itra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ppositū.si aut̄ minor ex diametro sumat.d.f.sibi eq̄lis et sup punctū.d.fin quātitatē linee.d.f.describat circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.z.c.ad alterum quorum oucatur linea a punto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq; vtralibet earum equalis linee.a. b.eo qđ vtraq; earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

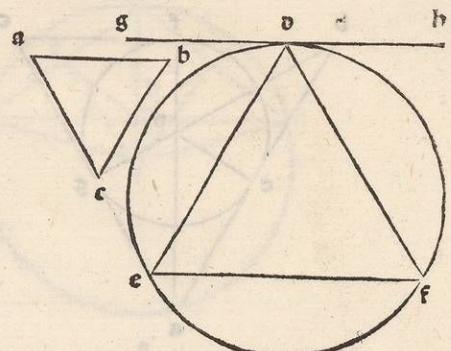


III

Propositio .2.

Intra assignatū círculum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

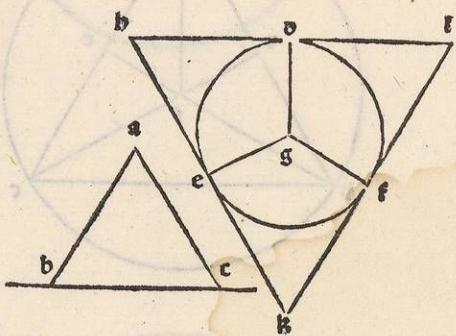
Cum assignatus triángulus. a.b.c. assignatusq; círculus. d.c.f. volo intra hunc círculum collocare vnu triangulum equiangulum triángulo. a.b.c. equilaterū enim non ē necessariū sed ē possibile. produco. g.d.b. contingentem círculum in puncto. d. super quē facio angulum. b.d.f. ducta linea. d.f. equalē angulo. c.z angulum. g.d.e. ducta linea. d.e. equalē angulo. b.z protraho linēam. e.f. eritq; per. 31. tertii angul. c. equalis angulo. c.qz uter q; est equalis angulo. b.d.f. c. quidē per positionē. e. vero per. 31. tertii eadē rōne erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per. 32. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.



Propositio .3.

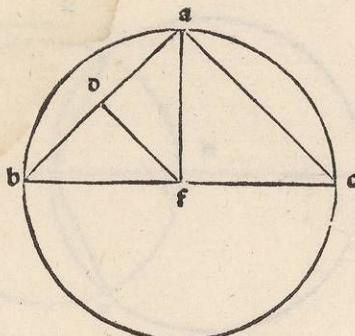
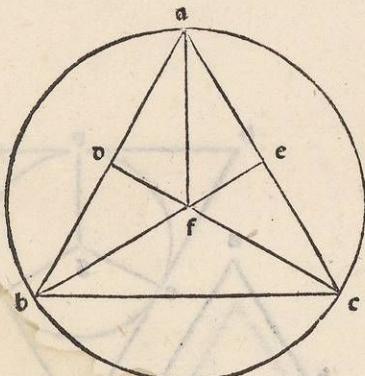
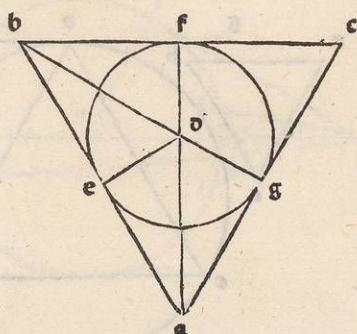
Circa assignatum círculum assignato triangulo triangulum equiangulum describere.

Sint vt prius assignatus triángulus. a.b.c. assignatusq; círculus d.e.f. cuius centrum. g. circa hunc círculum volo describere vnu triangulum equiangulum triángulo. a.b.c. equilaterū enim nō ē necessarium sed ē possibile. producam basim. b.c. i vtrāq; partem. vt siant duo anguli extrinseci. z a centro. g. producam linēam. g.d. ad circūferentiam. z constitutā angulum. d.g.e. ducta linea. g.e. equalē angulo. b. extrinseco. z d. g.f. ducta linea. g.f. equalē. c. extrinseco. z a punctis. d.c.f. producam in vtranq; partem lineas orthogonaliter que per coroll. 15. tertii crunt contingentes círculū q; contingentes prabā quoq; concurrent in punctis. b.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt ad. d. z uterq; eorum qui sunt ad. e. sit rect. si intelligatur protrahi linea. d.e. crunt duo anguli qui sunt ad partes. b. minores duobus rectis. quare p penultimā positionē i ptem illam ptracte concurrent linee l.d.b.k.e.b. eadem rōne concurrent due linee. b.d.l.k.f.l. cum uterq; angulorum qui sunt. ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. b.d.e.g. duo anguli. d.z.e. sunt recti. erunt duo anguli. g.z.b. cquales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt cquales quatuor rectis. vt monstratū ē supra. 32. primi: z quia duo anguli. b. intrinsecus z extrinsecus sunt similiter cquales duob. rectis. p. 13. p̄mī: at vero. b. extrinsecus posit. ē cqualis. d. g. e. erit intrinsecus. b. cquals. b. simili quoq; rōne erit. c. intrinsecus cquals. l. z quia duo anguli. b. z. c. intrinseci sunt minores duobus rectis. per. 32. p̄mī: erunt similiter duo anguli. b. z. l. minores duobus rectis. quare per penultimā positionem due linee. b.c.z.l.f. ptracte concurrent in puncto. k. fietq; triangulus. b.k.l. z quia angulus. b. ē cquals angulo. b. intrinseco. z angulus. l. angulo. c. intrinseco. erit per. 32. p̄mī: angulus. k. cquals angulo. a. quare habemus propositum.



Propositio .4.

LIBER



Intra datum triangulum circuluz describere.
C_Sit assignat⁹ triangulus. a. b. c. volo intra ipsuz circulum describere
bec ē q̄si conuersa sc̄e. diuido eni duos ei⁹ angulos. a. c. b. p̄ eq̄lia. a
qdā ducta linea. a. d. b. vero. ducta linea. b. d. q̄ p̄currat i puncto. d.
a quo ducā pp̄diculares ad tria latera ipsi⁹. d. e. qdē: ad. a. b. d. f. ad
. b. c. z. d. g. ad. a. c. z quia duo⁹ trianguloz. e. a. d. z. g. a. d. angulus. a. vni⁹ ē eq̄/
lis angulo. a. alterius. z vterq̄ angulorū. e. z. g. rectus z latus. a. d. cōmune. erit p̄
26. primi: linea. d. c. equalis linee. d. g. eadem rōne cum duorum triangulorum. e. b
d. z. f. b. d. angulus. b. vnius sit equalis angulo. b. alterius z vterq̄ angulorū. e. et
f. rectus: latus quoqz. d. b. cōmune: erit per eandem. linea. e. d. equalis linee. d. f.
quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. z descripto cir
culo secundū quantitatē vnius earum transibit per. 9. tertii per reliquarum duarū
extremitates: z quia per coroll. 15. tertii vnaqueqz linearum. a. b. b. c. z. c. a. erit cō
tingens circulum. patet perfectum esse propositum.

Propositio .5.



Circa trigonum assignatum sive illud sit orthogoniu sive
amblygonium. sive oxigoniu circulum describere.
C_Sit trigonus assignatus. a. b. c. volo circa ipsum describere circulū
bec est quasi conuersa tertie. diuido duo eius latera. a. b. et. a. c. per
equalia. a. b. quidē in puncto. d. z. a. c. in puncto. e. a quibus punctis
produco perpendiculares ad lineas. a. b. z. a. c. quas protraho quousqz cōcurrant
in puncto. f. sintqz. d. f. z. e. f. concurrent eni qm̄ cū vterq̄ angulorū. d. z. e. sit rect⁹
si intelligatur p̄trabi linea. d. e. sient duo anguli ad partē in quā protrahunt mino
res duobus rectis: quare cōcurrent per penultimā petitionē igitur a puncto. f. qui
est punctus cōcursus quē dico esse centrum circuli quesiti. protrahō lineas ad sin
gulas angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. z quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. z. d
f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. z. d. f. trianguli. b. d. f. z angulus. d. vni⁹ an
gulo. d. alterius: quia vterq̄ rectus: erit per quartā primi. f. a. equalis. f. b. cadē ra
tione erit. f. a. equalis. f. c. cōparatis lateribus z angulis duorum triangulorum. a. e.
f. z. c. e. f. ergo per. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. bec est vniuersa
lis demonstratio ad omnes sp̄es trigoni. C_Quiam tamē auctor videt velle mediuz
variare disiungendo inter orthogonium amblygonium. z oxigonium. de quolibet
eorum sigillatū est demōstrandū. C_Sit ergo trigonus propositus orthogonius
sitqz angulus. a. rectus: latus. b. c. respiciens bunc angulū rectū diuido per equalia
in. f. a quo p̄ncto quē dico esse centru circuli ad medium punctum viriusqz duo⁹
reliquoz lateroz qui sit. d. duco lineam. f. d. z quia linea. f. d. dividit duo latera. a. b
z. b. c. trianguli. a. b. c. per equalia: ipsa erit equidistans tertio. videlicet linee. a. c.
hoc eni demonstratū est supra. 39. primi: et quia angulus. a. positus est rectus. erit
per secundā partem z per tertiam. 29. primi: vterq̄ angulorum qui sunt ad. d. re
ctus: ducatur igit̄ linea. f. a. eritqz per quartā primi: linea. a. f. equalis linee. b. f. cō
paratis adiuvicē laterib⁹ z angulis trianguloz. a. d. f. b. d. f. z qr linea. b. f. ē eq̄lis
linee. c. f. erūt. 3. linea. b. f. a. f. c. f. adiuvicē eq̄les. quare p. 9. tertii erit. f. centrum
circuli quesiti. C_Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius. sitqz angulus. a.

III.

obtusus latius. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. dividido per equalia in puncto. b. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt. d. e. e. c. d. b. equidistans. a. c. e. b. c. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi; videlicet q̄ linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 29. primi erit uterque duorum angulorum. b. d. b. e. c. b. e. q̄litis angulo. a. et ideo uterque obtusus. ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. et. e. f. ad lineam. a. c. quousque concurrant in puncto. f. quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē enī eas concurrere propter causā p̄us dictā. secabit utraq̄ carum lineam. b. c. que respicit obtusum et concurrent extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui ē punctus concursus earum: produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assūptam erunt equales comparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. ē centrum circuli quesiti. **C**esto iterum ut trigonus. a. b. c. sit oxigonius divisus omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus. a. b. in puncto. d. et latus. a. c. i. puncto. e. et. b. c. in puncto. b. protraho lineas. d. e. d. b. e. e. b. erit uterque d. b. equidistans a. c. e. b. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem. 39. primi: uterque angulorum. b. d. b. c. e. b. erit equalis angulo. a. et ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq̄ punctus concursus f. quem dico esse centrum circuli: produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi: bis assūptam ut prius erunt equales: quare per. 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. **C**Per predicta patet q̄ si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambiligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

Propositio .6.

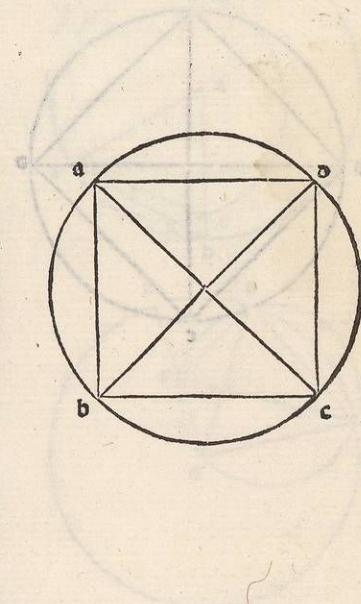
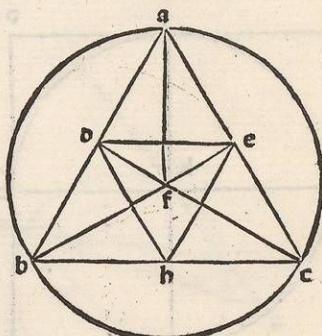
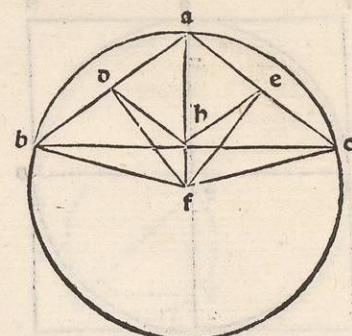
Intra datum circulum quadratū describere.

Csit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo intra ipsum describere quadratū. protraho in ipso duas diametros. a. c. et. b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. et. d. a. quas dico continere quadratum quesitum: ipse enim erunt equales ad innicem. per quartam primi ter assumptam propter id qđ quatuor linee. e. a. e. b. c. c. e. d. sunt equales. et quatuor anguli qui sunt. a. d. e. recti. si unusquisque quatuor angulorum. a. b. c. e. d. est rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.

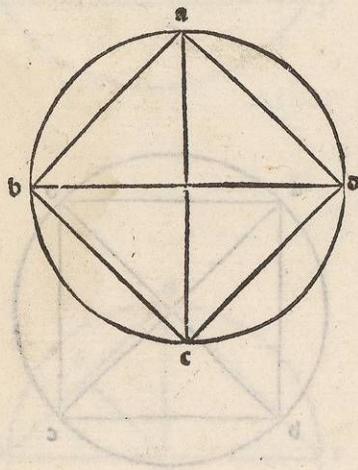
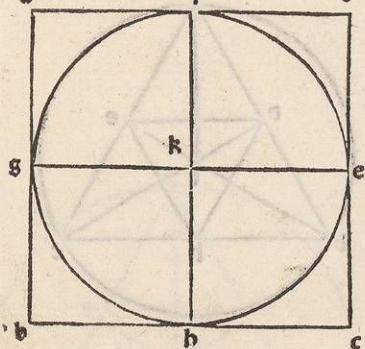
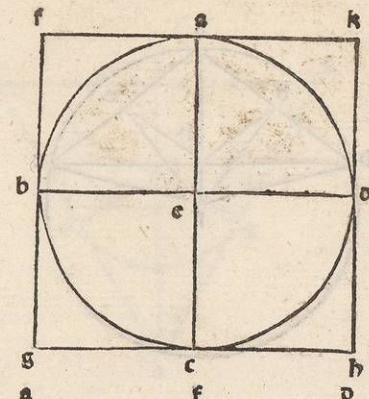
Propositio .7.

Circa propositum circulum quadratum describere.

Csit propositum circulum. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo circa ipsum describere quadratum: protraho in ipso duas diametros. a. c. et. b. d. secantes se ortho-



LIBER



sonaliter sup' ceterū. c. a q̄z extremitatibus duco i' vñāqz pte lineas orthogonalizēr quousqz q̄libet eaꝝ pcurrat cū duabꝝ lateralibꝝ sintqz pūcta p̄cursus eaꝝ. f. g. h. k. eritqz p coroll. 15. tertij vterqz anguloꝝ qui sūt ad vñūquēqz quatuor pūctoz. a. b. c. d. rectus: quia ergo in quadrilatero. a. f. b. e. tres anguli. a. b. z. c. sunt recti: erit quartus angulus qui est. f. rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor angulos equales q̄tuor rectis: vt demonstratum est supra. 32. primi: eadem rōne quilibet angulorum. g. b. z. k. erit rectus: ergo per secūdam partem. 28. primi. due linee. f. g. z. k. b. Itemqz due. f. k. z. g. b. sunt equidistantes. ergo per. 34. primi. f. k. est equalis. g. b. z. f. g. k. b. z quia p candē. f. k. est equalis. b. d. z. f. g. a. c. At vero b. d. est equalis. a. c. erit quatuor linee. f. k. g. b. f. g. z. k. b. equalis: sed z quatuor anguli. f. g. k. h. sunt recti: vt probatum est prius. ergo. f. g. k. b. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.

Propositio .8.

Atra quadratum assignatum circulum describere.
C sit quadratum assignatum. a. b. c. d. volo intra ipsum describere circuluz hec est quasi conuersa. 6. divido vñūqz latūs eius p equa līa. a. d. quidē in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. z. d. c. in puncto. e. z produco lineas. e. g. z. f. b. secantes se in pūcto. k. quē dico esse centrum circuli. erit enī. f. b. equidistans z equalis. a. b. per. 33. primi: ppter id quod. a. f. z. d. b. sunt equalis z equidistantes. Similiter per candem z. d. c. a. b. z quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equalis erunt per. 34. primi: quatuor linee. k. e. f. k. g. z. k. b. equalis. ergo pcr. 9. ter/ tij. k. est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.

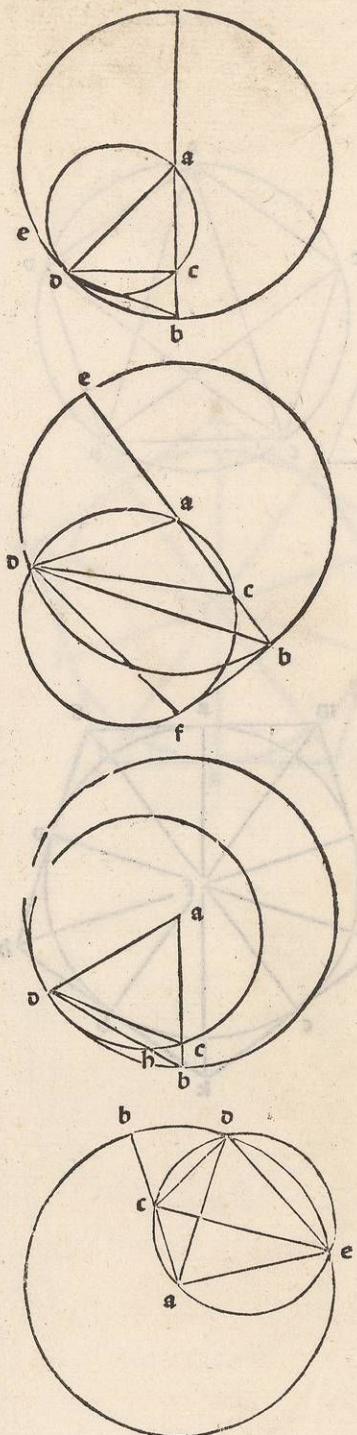
Circa assignatum quadratum circulum describere.
C sit quadratum. a. b. c. d. volo circa ipsum circuluz describere. hec est quasi conuersa. 7. Protraho in ipso duas diametros. a. c. z. b. d. secantes se in puncto. e. quē dico esse centrum circuli. Cum enī linee a. d. z. a. b. sint equales erit per. 5. primi: anguli. a. d. b. z. a. b. d. e/ quales. z quia angulus. a. totalis est rectus. erit per. 32. primi: vterqz eorum medi etas recti. C Simili quoqz modo p̄babitur quilibet partialiū angulorum a predictis diametris z lateribꝝ quadrati contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 9. primi: linea. e. a. equalis linea. e. d. eadem rōne erit. e. a. equalis. e. b. z. e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. c. d. sunt equales. erit per. 9. tertii e. centruz circuli que/ siti. quod est propositum.

Propositio .10.

Dum equaliñ laterū triangulum designare. cuīus vter qz duorum angulorum quos basis optinet. reliquo du/ plus existat.
Intentio ē describere vñū triangulū duū eq̄liū latez z tertii ineqlis cui' vterqz anguloꝝ q̄ sup lat' qd ē reliqz i eqle existūt ad tertiu du/ plus existat. Ad hoc aut faciēdū sumat. linea q̄libet q̄ sit. a. b. que dividat s̄m q̄ docet. ii. scđi in puncto. c. ita q̄ illō quod sit ex. a. b. i. b. c. sit equale quadrato. a. c.

III

factoq; puncto. a. centro hui ipsius quantitatem describatur circulus. b. d. e. intra
 quē per primam bivis coaptetur linea. b. d. equalis linea. a. c. et producantur due
 linee. d. a. d. c. dico triāgulū. a. b. d. ēē q̄lis pponit: circūscribat circul⁹ q̄ sit d. c. a.
 per. 5. huius triangulo. d. c. a. quia ergo linea. d. b. est equalis linea. a. c. erit quod
 fit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato linea. b. d. quare per ultimam tertii. b. d.
 linea est contingens circulum. d. c. a. et per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis
 angulo. c. a. d. posito ergo cōmuni angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equa/
 lis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 32. primi angulus. b. c. d. est eq̄lis eisdē
 quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. et q̄ an/
 gulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primi: eo q̄ latera. a. d. et a. b. sūt e/
 qualia. erit angulus. b. c. d. c̄q̄lis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi: linea. c. d. est e/
 qualis linea. b. d. quare et linee. c. a. ergo per. 5. primi: angulus. c. a. d. est equalis an/
 gulo. c. d. a. quia ergo vterq; anguloꝝ c. d. b. et c. d. a. ē eq̄lis agulo. c. a. d. erit tot⁹
 angul⁹. b. d. a. dupl⁹ ad agulū. d. a. b. et iō angul⁹. a. b. d. sibi eq̄lis. dupl⁹ est etiā ad
 angulū. b. a. d. qđ est propositū. **C**orsan dicet aduersarius circulū. d. c. a. circūscri/
 ptum trigono partiali secare circulum. b. d. e in aliquo punto arcus. b. d. ita q̄ si/
 mul secabit lineam. b. d. vnde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstra/
 tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius
 et a punto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. et ducantur li/
 nee. f. a. f. d. eritq; per penultimā tertii qđ fit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f.
 ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b.
 d. f. et quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d
 f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. **C**alter possu/
 mus istud refellere et ostendere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit linea. b. d
 corsan enim diceret q̄ secaret eam non secando arcum. d. b. maioris circuli. Si enī
 possibile est q̄ secet eam. sit hoc in punto. b. eritq; qđ fit ex. a. b. in. b. c. equale ei
 quod fit ex. d. b. in. b. b. **N**onstratum est enim supra penultimā tertii q̄ si ab ali/
 quo punto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur
 que sub totis et earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adiuvicē:
 et quia quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit qđ fit ex. d. b. in. b. b.
 equale quadrato. d. b. quod est impossibile per scđam scđi: quare cōstat p̄positum
CEt nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorē et absindet ab eo arcū vnu
 equalē arcui. b. d. et maior absindet similiter ab eodem vnu arcum equalē ar/
 cui. d. c. Quod sic probat. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum
 in punto. d. et quia per. 11. tertii circulorum se contingentium centra. et punct⁹ con/
 tactus sunt in linea vna. erit centru minoris circuli in linea. a. d. propter hoc q̄ in
 ea est centrum maioris et punctus contactus. ergo per. 17. tertii angulus. a. d. b. est
 rectus quare similiter et angulus. a. b. d. sibi eq̄lis ē rectus qđ ē impossibile. per. 32.
 primi: Secet ergo ipsuz in punctis. e. d. dico arcum. e. d. maioris esse equalē arcui.
 d. b. et arcum. e. d. minoris esse equalē arcui. d. c. p̄ducō lineas. d. e. c. e. et. e. a.
 eritq; per. 26. tertii unusquisq; quatuor angulorum qui sunt. d. e. c. e. a. d. a. c. et
 a. d. c. equalis alii propter id q̄ duo arc⁹. d. e. et. e. a. sūt eq̄les. p. 27. cōsdē q̄re to
 talis angul⁹. a. e. d. dupl⁹ ē ad angulū. b. a. d. et iō eq̄lis vtriq; angulorum. a. b. d.
 et. a. d. b. et q̄ angul⁹. a. e. d. ē eq̄lis angulo. a. d. c. p. 5. primi: p̄pter id qđ. a. e. et. a.
 d. sunt equales a cōtro ad circūfrentiam. erūt duo anguli. e. et. d. trianguli. a. e. d.



LIBER

equales duobus angulis. d. et b. trianguli. a. d. b. ergo per. 32. primi: reliquias an-
gulus. a. vnius est equalis reliquo angulo. a. alterius: ergo per. 25. tertii arcus. c. d.
maioris est equalis arcui. d. b. et per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
c. et hoc est quod proponimus.

Propositio .11.

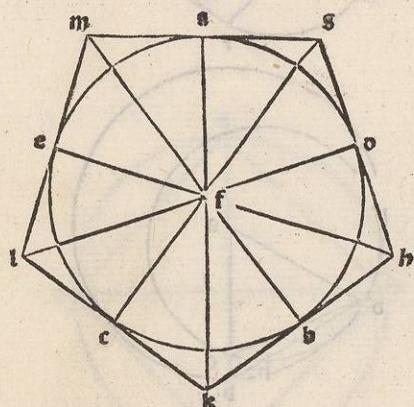
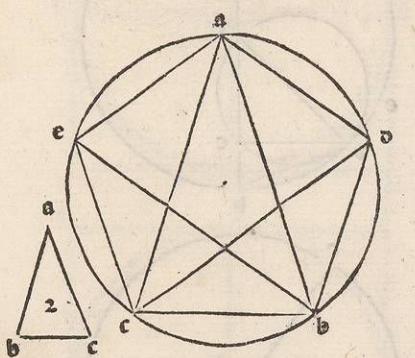
Natura datum circulus equilaterum. atqz equiangulū pen-
tagonum describere.

Cit datus circulus. a. b. c. volo intra ipsum describere pentago-
num vnu equilatez atqz equiangulū. designo triangulū vnu quales
premissa proponit. qui sit. 2. cui aliuz equiangulum intra datū circu-
lum describo. sicut docet secunda huius: qui sit. a. b. c. sitqz vterqz angulorum. a. b. c
z. a. c. b. duplus ad angulum. c. a. b. vtrūqz eorum dividitur per equalia ductis lineis
b. e. z. c. d. eruntqz per. 25. tertii. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. dividunt cir-
culum adiuicem equalis. propter id qd quinqz anguli qui in dictos arcus cadunt
sunt adiuicem eqles. continuatis igitur illis quinqz puctis per lineas rectas que
sunt. a. d. d. b. b. c. e. z. c. a. erit pentagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo
qualis proponitur: est enim equilaterus per. 28. tertii cu. 5. arc: quoꝝ eius quinqz
latera sunt corde: sunt ad iuvicem equales: et etiam equiangulus per. 26. eiusdem co-
ꝝ quinqz arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. z. b. d. a. in quos anguli ipsius pentag-
oni cadunt sunt adiuicem equalis: sicqz constat propositum.

Propositio .12.

Inca propositum circulum pentagonum equilaterū atqz
equiangulum designare.

Cit propositus circulus. a. b. c. cuius centrū. f. volo circa ipsuz de-
signare pentagonū equilatez atqz equiangulum. supra circumferen-
tiam ipsius circuli quasi sim doctrinam premissa sibi inscripsissim pen-
tagonum quinqz puncta angularia norabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que cetera du-
cam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. et ab eisdem punctis educam perpendicularares ad
istas lineas in utrancz partem quoqz concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntqz
hee linee contingentes circulum per corelarium. 15. tertii; et ad ista pucta concur-
sus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super pe-
nultima tertii qd si ab aliquo punto extra circuluz signato due linee contingentes
ad ipsu circulum ducant qd ipse erunt equalis. erit linea. g. a. equalis linee. g. d. et
b. d. b. b. et sic de ceteris. At qm quinqz arcus i quos quinqz puncta. a. d. b. c. e. di-
vidunt circulum. sunt adiuicem equalis. erunt per. 26. tertii quinqz anguli. a. f. d
d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi iuvicem equalis. Sunt autem duo latera. a. g. z. f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus
d. g. z. f. d. trianguli. f. g. d. et latus g. f. commune. ergo p. 8. primi: duo anguli eoru q
sunt. a. d. f. Itēqz duo anguli qui sunt. a. d. g. sunt adiuicem equalis. eadē rōne
duo anguli qui sunt. a. d. f. in triangulis. d. f. b. z. b. f. b. Itemqz duo qui sunt. a. d
b. sunt adiuicem equalis. Similiter quoqz singuli trium reliquoꝝ angulorū qui
sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. et singuli triū. qui sunt. k. l. m. dividant per equalia. primi qui
dem per lineam. f. k. secundi per lineā. f. l. tertii vero per lineā. f. m. et quia huius tres
anguli qui sunt. b. f. e. c. f. e. f. a. sunt sibi iuvicem equalis et aliis duobꝝ qd sūt. a. f
d. z. d. f. b. equalis erunt eorum dimidia que sunt decē anguli facti in centro. f. ad-



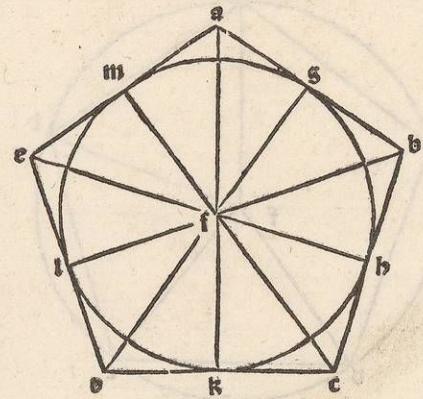
III

inuicem equales. Quia igitur duo anguli. a. et f. trianguli. g. a. f. sunt equales duo / bus angulis. a. et f. trianguli. m. a. f. et latus. a. f. commune erit per. 26. primi angul^o g. vnus equalis angulo. m. alterius et latus. g. a. equale lateri. a. m. eadem ratiōe crit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. b. et latus. g. d. equale lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidiū. g. m. et g. d. dimidiū. g. b. et g. a. et g. d. sunt equalia: erunt per cōm scientiā. g. m. et g. b. eorū dupla equalia. Simili / ter quoq; pbabim^o. g. m. esse equale. m. l. et m. l. k. et l. k. k. b. quare pēthagōn^o. g. b. k. l. m. est equilaterus. sed et equiangulus: cuz enī duo anguli qui sunt ad. g. sunt adiuicem equales. et duo qui sunt ad. m. similiter adiuicem cquals. et g. partia / lis. sit equalis. m. ptiali. vtricq; enī probatū est prius. erit per eandē cōm scientiā g. totalis equalis. m. totali. et eadem rōne pbabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

Propositio .13.

Atra equilateruz atq; equiangulum pentagonum assi gnatum. circuluz describere.

CSi assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus: quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile. a. b. c. d. volo sibi scribere circulū. hec est quasi cōversa. 11. duos eius ppiquos angulos qui sunt. a. et e. diuide per equalia ductis lineis. a. f. et e. f. donec cōcurrat in pūcto. f. i tra ipsum pentagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id quod dimidiū totalis anguli. a. et similiter totalis anguli. e. minus ē angulo recto. **C**Si enim intra pentagonum non cōcurrēt. aut extra ipsum pentagonum aut in latere pēthagoni. aut in eius angulo: qui vtricq; angulorū diuersorū opponitur. Concurrat s̄ primo extra in pūcto. f. et ducatur linea. b. f. et quia duo latera. e. a. et a. f. trianguli. e. a. f. sūt equalia duobus lateribus. b. a. et a. f. trianguli. b. a. f. et an gulus. a. vnius angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. et q; angulus. a. partialis ē equalis angulo. e. partiali. propter id qd. a. totalis. e. totali erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. e. quare. f. a. est equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. et a. ptialis sunt eqles. quare. a. ptialis ē eqlis v̄l maior. a. totali qd est impossibile. Concurrat ergo in pūcto. f. super latus. b. c. eritoq; arguendo p premissas et premisso modo angulus. a. ptialis equalis angulo. a. totali quod est impossibile. Quod si forsitan concurrant in angulo. c. erit per easdez et eodē modo c. b. equalis. c. a. et ideo ad huc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. to tali. Qd q; hoc ēē nō potest sit ergo punctus concursus qui ē. f. infra pentagonū a quo duco. s̄. perpendiculares ad eius. s̄. latera. que sint. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. e ad duos eius angulos. ppiquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. et d. duco lineas. f. b. f. d. et quia duo anguli. a. et m. trianguli. a. f. m. sunt equalis duobus angulis. a. et g. trianguli. a. f. g. et latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. per eandem quoq; probabis. f. l. equalis. f. m. sumptis duob^o tri angulis. et f. m. et e. f. l. quia iterum duo latera. a. f. et a. b. trianguli. a. f. b. sūt equalia duobus lateribus. a. f. et a. e. trianguli. a. f. e. et angulus. a. vnius. angulo. a:al terius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. et quia. b. totalis equalis est. e. totali: et e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. **C**Eodem modo probabis. d. totalē diuisum per eqlia ppter equalitatem. d. partialis et a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. et e. d. f. q; ergo d



LIBER

Duo anguli. g. et. b. trianguli. g. f. b. sunt equales duobus angulis. h. et. b. trianguli h. f. b. et latus. f. b. coe erit per. 26. primi. f. b. equalis. f. g. **C**Exodem modo pbabis f. k. equalen. f. l. sumptis triangulis. l. f. d. k. f. d. qm igitur. 5. linee. f. g. f. b. f. k. f. l. et. f. m. sunt equales. erit. f. centru. circuli. per. 9. tertij. que describemus bin quatita tem vnius earum. et tanget omnia latera pentagoni. ppter. equalitatem linearu. et nullum eorum secabit per primam ptem. 15. tertij. sicqz costat ppositum.

Propositio .14.

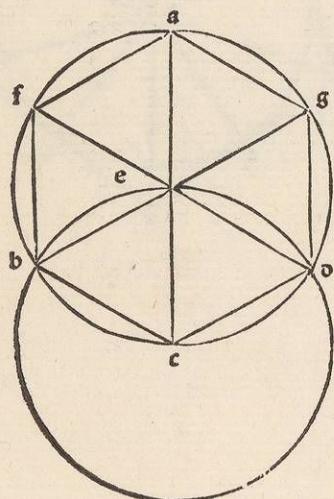
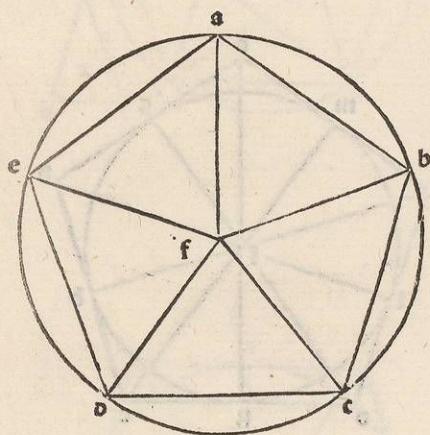
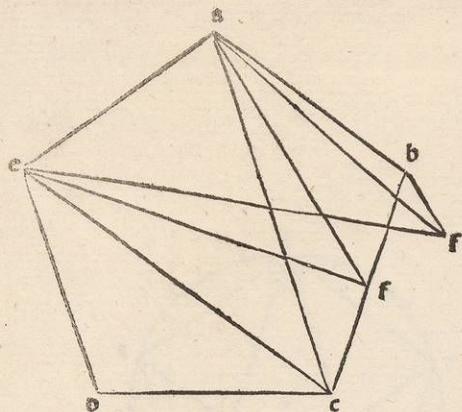
Irrca datum pentagonum qd sit equilaterum. atqz equi angulum circulum describere.

Csit vt prius datus pentagonus equilaterus atqz equiangulus. quia de alijs non est necessariu hoc esse possibile. a. b. c. d. e. volo circa ipsum describere circulu. hec est quasi conuersa. 12. Duos eius p pinquos angulos qui sunt. a. et. e. diuido p equalia ductis lineis. a. f. et. f. e. quoniamqz concurrent intra ipsum pentagonu in puncto. f. co current eni et intra pentagonum ut pbatum est in premissa. et a punto co cursus duco ad reliquos angulos lineas que sint. f. b. f. c. f. d. et qz duo latera. a. f. et. a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. et. a. e. trianguli. a. f. e. et angulus. a. vnius angulo. a. alteri erit p. 4. primi. f. a. equalis. f. e. et angulus. b. ptrialis angulo. e. ptriali. et quia. b. tota lis est equalis. a. totali. et. e. totalis divisus est p equalia. erit similiter. b. totalis divisus p equalia. hoc quoqz modo pbabis vtriqz anguloz. c. et. d. dinisum esse per equalia. et. 5. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equales. quare p. 9. tertij. f. erit centro. circuli. sicqz patet ppositum.

Propositio .15.

Ntra propositum circulum. exagonum equilaterum atqz equiangulum describere. **C**Ex hoc itaqz manifestum est p latus exagoni equu est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

Csit ppositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilaterum atqz equiangulum. pduco diametrum. a. e. c. et bin quantitate semidiametri. e. c. facto centro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorē in duobus punctis. b. d. a quibus pduco duas diametros in circulo primo que sint. b. e. g. d. e. f. trium ergo diametroz extremitates coniungo. 6. lineas que sunt. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. et. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. erit eni ut demonstrat prima priui vterqz trianguloz. b. e. c. c. e. d. equilaterus. quare et equiangulus p. 5. eiusdem ergo p. 32. primi duo anguli. b. e. c. et. c. e. d. cu vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis. ppter id qd quisqz dox est tertia duorum rectorum. sed ipsi p. 13. eiusdem cu angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. e equalis vtriqz eoz. quare p. 15. eiusdem. 6. anguli. qui sunt ad. e. sunt adiuicē equales. ergo p. 25. tertij arcus in quos cadūt sunt equales. quare et eoz corde p. 28. eiusdem qui sunt latera ipsi exagoni. Equilater igitur est sed et equiangul p. 26. tertij. ppter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum. binis supra sunt adiuicē equales. vt arc. a. f. b. arcu. f. b. c. et iō angulus. f. qui cōsistit in pmo ē eqlis angulo. b. qui cōsistit i scđo. idē in ceteris. quare costat ppositum. **C**orollarium ex hoc patet p dimidiū diametri et latus exagoni sunt



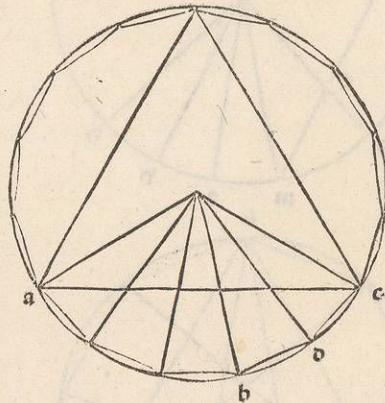
III

latera eiusdem trianguli equilateri. vt. c.c.z.c.b.z.c.d. **E**t nota q̄ non proponitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq̄ equiangulum designare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quēadmodum fecit de triangulo quadrato et pentagono. non q̄ non sit necessariū hoc cē possibile. sed quia hec tria per eadem precepta sunt in pentagono equilatero et equiangulo. et in omni figura equilatera. atq̄ equiangula quecumq; fuerit. Unde quācumq; figurā equilaterā et equiangulā scimus circulo inscribere: candē circulo extra. et circulū sibi intra et extra: hisdem medijs per que hec in pentagono fecim⁹ describenus. **N**ota etiam q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut circumscripta est etiā necessario equiangula. de inscripta patet per. 27. 7. 26. tertij sumptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sunt binis et binis. In his enim arcus ipsius figure anguli cadunt. De circumscripta autē ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. et ad loca cōtactus facile probabis. si plene intellece demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit enim vi omnes ipsi⁹ figure angulos linee a centro venientes p̄ equalia dividat. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius p̄ximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum. et cū duo bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos equiangulos adinnicē. p. 4. primi esse p̄babis. Sicq; faciendo de omnibus patchbit eos esse equiangulos p̄ banc cōmūnē sciam quoq; dimidia sunt equalia. tota quoq; esse equalia.

Propositio. 16.

Intra datū circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulū designare. **D**einde circa quēlibet circulū assignatu⁹ quindecagonum equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonu⁹ circulū describere. **S**it datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonu⁹ equilaterum et equiangulum. denide etiam circumscribere atq; intra talem quindecagonum p̄positum circulum describere. Non p̄ponit autem circa talem quindecagonum circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p̄ alia que p̄ponit. In dato circulo iuxta doctrinā secunde huius. p̄traho latus trianguli equilateri. q̄ sit. a. c et iuxta doctrinā sc̄oi latus pentagoni equilateri atq; equianguli q̄d sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circūferentie tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit superfluum inter eos q̄d est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. siue due quindecimē totius circūferentie. Nam in omni toto excedit tertia quinta. in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duab⁹ quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta et tertia p̄ini numeri habētis quintam et tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. vñl due quinte ipsius quinarij qui est tertia siue due quindecimē ipsius. 15. qui est totū. diviso igitur arcu. b. c. per eq̄. alia. in. d. patet ētrumq; duorum arcuum. c. d. et. d. b. esse tertiam arcus. a. b. vñl quintam arcus. a. c. siue quintādecimā totius circumferentie. subtensis igitur eis cordis. c. d. et. d. b. coaptatisq; continue intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. **C**etera vero duo que proponit cū tertio q̄ dat intelligere videlicet quindecagonu⁹ circulo

d 2

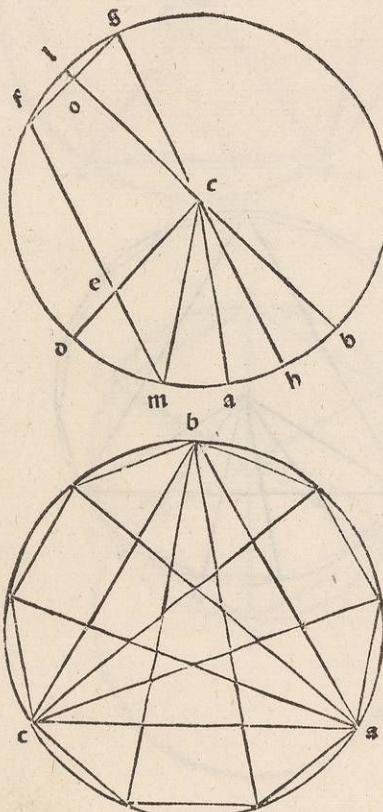


LIBER

circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. huīus plene intellectis facile perficies. Et nota q̄ quamcumq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurimum laterum circulo scimus inscribere et circuſcribere, et ipsi circulum, divisis enī arcibus quibus latera eius q̄ scitur inscribi subtendit. per equalia et a punctis medijs ad extremitates laterū ipsius figure ductis lineis fieri intra circulum figura duplo plurimum laterum que erit equi latera per. 28. tertij. ergo et equiangula. hoc enim demonstratū est supra. 15. huīus q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hāc circulo scimus inscribere sciens cetera tria per. 12. 13. 7. 14. huīus. Quia igitur sciens inscribere triangulum equilaterum: sciens per hoc et exagonum et per exagonū duodecagonū ac per dodecagonū figuram. 24. laterum. et sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huīus propriā demonstrationē ex qua sequitur potissima p̄vtile. Et similiiter quia scimus et inscribere quadratum sciens per hoc inscribere omnem figurā cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq; sciens decagonum. et figurā. 20. laterum. sicutq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure. 30. et. 60. et omnium continue duplatoꝝ laterum. Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que p̄ has nō habent difficultis est scientia. et parū vtilis. ut sunt eptagona nonagona undecagona. Qd si scirem⁹ triangulū duū equaliū laterū designare. cuius vterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquū sciremus eptagonū ut supra pentagonum circulo inscribere. qd si vterq; quadruplus esset ad reliquū sciremus nonagonū. et si quintuplus. undecagonū. Idemq; in ceteris figuris imparium laterum. positio vtroq; anguloꝝ ad basim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Outū angulū in tria equa dividere. Sit angulus dat⁹. c. volo ipsū dividere in tres ecclēs angulos qd sic facio. pono p̄mo. c. centrū circuli describendo circulū q̄litterīq; cōtingat. et p̄trabo latera cōtinentia datū angulū v̄sq; quo secet cīcūferentiā in punctis. a. et. b. tunc a puncto. c. qd est centrū circuli duco linea. c. d. perpendicularis ad lineā. c. b. et in linea. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitatē. c. b. v̄sq; quo secet cīcūferentiā circuli in puncto. f. et pdico. e. v̄sq; a. deinde p̄trabo lineā. g. h. equidistantē. f. a. que sc̄z. g. h. transeat per centrū. et duco lineam. f. g. equidistantē linee. c. c. et p̄trabo lineam. c. b. incontinuū et directum v̄sq; ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonaliter in puncto. o. et per equalia. dico ergo qd arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. qd angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiā duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. et. g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. ergo et angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. dividam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. et patet propositum.

Intra datū circulū nonāgulū equilaterū atq; eq̄āgulū designare. qd sic fieri potest iuxta doctrinā sc̄de hui⁹. inscribā circulo assignato triangulū ecclētū atq; eq̄angulū q̄ sit a. b. c. et vñq;quēq; anguloꝝ ei⁹ dividā p̄ tria ecclia et p̄trabā lineas dividētes angulos v̄sq; ad cīcūferentiā et tunc qd nouē anguli locati in circulo sūt euales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt euales. p̄trabā enim



cordas subtractas singulis arcibus et habeo intentum. Explicit liber quartus
incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

Ars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.
¶ Pars quādoqz sumitur proprie: et hec est q aliquo tiens sumpta suum totum precise constituit: sine di minutione vel augmento: et dicitur suum totum numerare per illum numerum sūm quē sumitur ad ipsi totius constitutionē: talcm autem partem quā multi plicativā dicimus hic diffinit. ¶ Quādoqz sumitur cōmuniter et hec est q̄ libet quantitas minor q̄ quo tientiūqz sumpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quā aggregatiū dicimus: eo q̄ cum alia quantitate diversa totum suū cōstituat: p se aut quotientiūqz sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris quando eaz minor metitur.
¶ Pars relative dicitur ad totuz: et in istis duobus extremis consi stit eoz adinuicē relatio: et ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autez ipsum multiplex propter hoc q̄ minus ipsū aliquotiens sumptuz constituit: erunt igitur relative dicta adinuicē: pars et multiplex. Nā omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunqz sint eiusdem generis quantitatū certa alterius ad alteram habitudo.
¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adiunc tū in eo q̄ earuz altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluz in quantitatibus reperitur proportio. sed i pō deribus: potentijs et sonis. In ponderibus quidē et potētibus vult plato i thimeo esse proportionē: vbi elementorum numerū ostendit: in sonis autem esse propor tionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet nervus in duas inequalēs partes dividatur. erit ipsaruz partiū suorumqz sonoz: eadem cōuer so modo proportio. Sz in quibuscunqz proportio reperitur: ea participant natūrā p̄prietatēqz quātitatis: nō enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q̄ earum una est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem p̄prium est sūm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamentis. vnde liquet p̄portionē primo in quantitate reperiri. et per ipsam in omnibus alijs. Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionē cui similis nō sit in aliquibus quantitatib⁹ p̄pter qđ bene dixit euclides. p̄portionē simpliciter esse in quantitate cum ea diffiniuit per habitudinem duarū quantitatū eiusdem generis adinuicem: ¶ Lui⁹ dif finitionis intellectus ē: q̄ proportio ē habitudo duarum quantitatū adinuicem que attenditur in eo q̄ una earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qđ patet q̄ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpora: aut duo loca: aut duo tempora. Non enī potest

d 3

LIBER

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea et superficies superficie. Sola enim uniuoca compabilia sunt. **C**Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita in qua determinata qd hec et non alia. Non enim est necessarium ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis: nec etiam a natura. **N**am proportio quedam est discretorum ut numeroz. quedam autem continuoz. In numeris autem minor est pars aut partes maiores ut demonstratur in septimo: quare et in eis omnibus est habitudo certa et nota. **C**at vero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor quantitas est pars: aut partes maioris: et talium omnium mediantibus numeris est proportio nota: que et rationalis dicitur. Dicuntur quo omnes tales quantitates comunicantes: quia eas una et eadem necessario metitur. unde et omnes numeri sunt comunicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam ubi minor non est pars: aut partes maioris et in talibus non est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicunturque hec proportio irrationalis: et haec quantitates incomunicantes: unde fit: ut quecumque proportio reperitur in numeris reperiatur in omni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus et temporibus: non autem econverso: infinite enim sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura non sustinet. **S**ed quecumque proportio reperitur in uno genere continuoz eadem reperitur in oibus alijs. Nam qualitercumque se habet aliqua linea ad qualibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquam aliam. et quodlibet corpus ad aliquod aliud: similiter et tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem aliud: unde magis est larga propotione in continuis. quod in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: quod proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmeticam versatur rationalis est: geometria vero rationales et irrationales equaliter considerat.

Dissimitio .4.

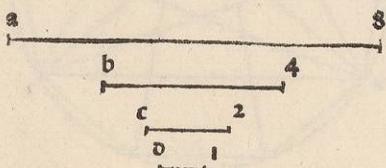
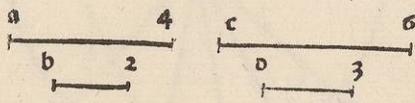
Propotionalitas est similitudo proportionum.

Cui si dicamus quoque est proportio. a.ad.b.ca est etiam c.ad.d. proportio quoque est inter. a. et b. similis est illi quoque est inter. c. et d. hec autem similitudo quoque ex istis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.

Dissimitio .5.

Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

CSupposita divisione proportionalitatis per continua et disconta divisionem diffinit membra dividenda. et primo continua uno ut verius dicimus: superposita divisione proportionalium per continua proportionalia et disconta: diffinit non continua proportionalitatem: nec discontiam: sed continua proportionalia et disconta. diffimitio autem continua proportionalitatis et disconta satis patet per diffimitio ne continua proportionalium et disconta. **L**otinna autem proportionalitas est cum quilibet quantitatuum eiusdem generis in qua proportione prima antecedit secundam in eadem que libet alias antecedit proximo consequenti. ut cum dicimus sicut se habet. a.ad.b. ita. b.ad.c. et c.ad.d. eritque quelibet earum antecedens et consequens: excepta prima que est solus antecedens: et ultima que est tamen consequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem propor-

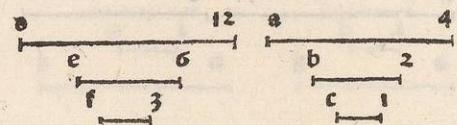
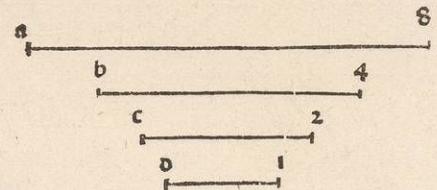


V

tionū eo q̄ nō sit p̄portio inter quantitates generum diuersorū: et hec erit ad min⁹ in tribus terminis constituta. ¶ Incōtinua autem est cū quatuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdē generis siue due prime vnius et due postreme alterius: i qua proportione prima antecedit scđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus sicut se habet. a.ad.b.ita.c.ad.d.eritq̄ carum quelibet: aut t̄m antecedēs aut t̄m consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in pro/ portionalitate cōtinua: eo q̄ cōsequēs prime proportionis nō cōtinuat antecedēti scđe: sed possibile est vt sint eiusdē generis: et possibile est vt sint diuersorū. Sicut enī contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad super/ ficiē: et corpus ad corpus: et tēpus ad tempus: et numerus ad numerū. ¶ Viso quid sit continua p̄portionalitas . et quid incōtinua explanemus diffinitionē continue p̄portionaliū premissam. Quantitates inquit proportionales cōtinue sunt quāz eq̄ multiplicitia aut sibi sunt eq̄lia: aut eq̄ sibi siue iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a.b.c. ad quas sumant. d.e.f. eq̄ multiplicitia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. et. f. ad. c. eritq̄ omnes in eodē genere. ¶ Multiplicitia enī et submultiplicitia in eodē sunt genere: sitq̄ vt. d.e.f. aut sint equalia adiuicē: aut sīl se habeant in addendo aut minuendo ita q̄ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuat ab ipso. Lū hec inquā multiplicitia sic se habuerint erit tres quātitates. a.b.c. cōtinue p̄portionales. ¶ Multiplicitia autē nō intelligas sīl sic se habere in addēdo aut mi/ nuendo quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad proportionē: aliter enī dif/ finitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū ciudē generis equis se differentijs excedentium eque multiplicitia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde sīl se babent in addendo et minuendo quantū ad quātitatem excessus. Nec tamē prio/ res quātitates sūt cōtinue proportionales: imo minorū est semp maior proportionis. hoc autē idco enenit qm̄ eaꝝ multiplicitia nō sīl se excedunt quātitū ad proportionē: sed solū quantū ad quantitatē excessus: est enī et ibi in minoribus multiplicitib⁹ maior proportionis. Verbi gratia: sumant̄ tres numeri equis differentijs se exceden/ tes: immediate videlicet arismetice: vt. 2.3.4. horū trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. et sic de ceteris: nō tamen sunt. 2.3.4. cōtinue proportionalia: imo minorū est maior proportionis: est enī ipsorum p̄portio sesquilatera: et maior sesquiteria: q̄ ergo inter eos nō est similitudo pro/ portionū. Nō erit inter eos p̄portionalitas: et iō neq̄ continua neq̄ incontinua. patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatē excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq̄ sensus diffinitio/ nis premissae. Continua proportionalia sunt quarū omnia multiplicitia equalia sūt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitionē proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p̄ idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cō/ uertibile. Tres autem quantitates. a.b.c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut ea/ rum multiplicitia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. et. b. essent diuersorum generum. essent etiā. d. et. e. ipsarum a. et. b. multiplicitia eisdē diuersorum generum: propter hoc q̄ multiplicitia et sub/ multiplicitia eiusdē sūt generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adiuicem comparabiles.

Diffinitio .6.

d 4



LIBER



Quantitates que dicuntur eē sūm pportionē vñā prima ad se-
cūdā et tertia ad quartā sunt quaz prime et tertie multipli-
ces equales multiplicibus secūde et quarte equalibus fue-
rint similes vel additione vel diminutione vel equalitate
eodem ordine sumptae.

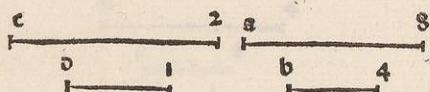
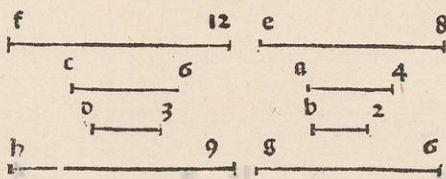
CPosita superi⁹ diffinitione quātitatū continue pportionaliū. hic ponit diffini-
tionē incōtinue pportionaliū: et ē q̄ quarūlibet. 4. quantitatū quaz prime et tertie
eque multiplicia sūpta fuerint: itēqz scđe et quarte eque multiplicia: fueritqz multi-
plex prime sic se habens ad multiplex scđe quantū ad additionē aut diminutionē
aut equalitatē: sicut multiplex tertie ad multiplex q̄rte: erit pportio p̄me earuz ad
scđam: sicut tertie ad q̄rtā. verbi grā. Sint q̄tuor quātitates. a.b.c.d. sumanqz ad
p̄mā et ad tertia que sunt. a.z.c.eq̄ multiplicia vt pote dupla: que sint. e.z.f. Itēqz
ad scđam et quartā que sunt. b.z.d. sumāl alia eq̄ multiplicia: vt pote tripla. q̄ sint
g.z.h. sitqz vt hec. 4. multiplicia sic sūpta cōpata adinuicem sūm ordinē primārm
quatuor quantitatū: ita videlicet q̄.e. cōpetur ad. g.z.f. ad. h. non autē. e.ad.f.
aut. g.ad.b. sint similia in additione diminutione et equalitate: videlicet q̄ si. e.ad
dit supra. g. et silr. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a.g.z.f. similiter minuat. ab.h
aut si. e. est equalis. g. et similiter. f. sit equale. h. tunc pportio. a.ad.b. est sicut. c
ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffi-
nitione cōtinue pportionaliū: videlicet nō quantū ad quantitatē excessus. sed q̄n
tum ad proportionē. **C**Qd̄ aut dicit eodē ordine sumpte intelligatur sicut exposi-
tum est: videlicet vt multiplicia non referantur adinuicem sūm ordinē earum quanti-
tatum: quibus eque multiplicia assumuntur. vt multiplex prime non referat ad mul-
tiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte. sed referatur sūm primū ordinē
ipsaqz. 4. quantitatū: videlicet multiplex prime ad multiplex scđe. et multiplex ter-
tie ad multiplex quarte. **C**Erit itaqz sensus istius diffinitionis. Incōtinue ppor-
tionales sunt quatuor quātitates et pportio prime ad scđam ē sicut tertie ad quar-
tam cū sumptis eque multiplicibz ad p̄mā et tertiam. Itēqz eque multiplicibz
ad scđam et quartā erit pportio multiplicis prime ad multiplex scđe: sicut multipli-
cis tertie ad multiplex quarte: sed nō diffinīt sub hac forma. propter cām predi-
ctā. licet a pte rci idē sit. Nō ē autē necessariū ut quatuor quantitates. a.b.c.d. sint
eiusdem generis: eo q̄.b. nō continuāt in proportionē: cum. c. sed possint eē due
prime vñis generis: et due sequentes alterius. p̄ qd̄ patet q̄ necesse est referri mul-
tiplex prime ad multiplex secunde: et multiplex tertie ad multiplex quarte. nō autē
multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scđe ad multiplex quarte q̄ non
semper sunt eiusdem generis. multiplex p̄me et tertie: nec multiplex scđe et q̄rte: sicut autē
necesse sumere eq̄ multiplices ad p̄mā et tertiam: itēqz eque multiplices ad scđam et
q̄rtam: et nō eque multiplices ad primā et scđam: et itē non eque ad tertiam et quartā
q̄z nisi p̄ multipliciū sūptionē cōtinuāt termini p̄me pportiois cū terminis scđe. nō
erit p̄ quid sit pportio. a.ad.b.sicut.c.ad.d.

Diffinitio .7.



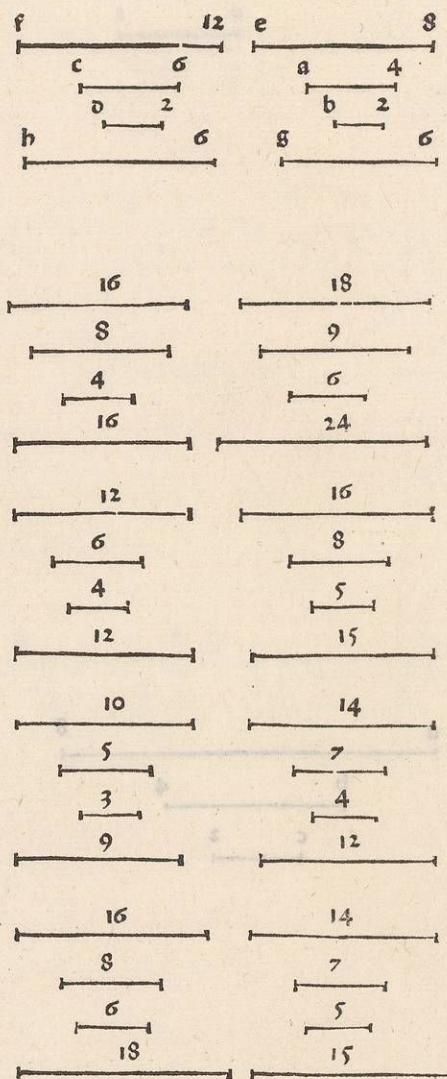
Quantitates quarū pportio ē vna pportioales noīantur.
CPostquā diffinīt quantitates continue proportionales et incon-
tinue diffinīt quantitates pportioales simplē: et p̄ diffinitio.

Diffinitio .8.



Cum fuerint prime et tertie eque multiplices. Itemque secunde et quarte eque multiplices. addetque multiplex prime super multiplicem secundae. Non addet autem multiplex tertie super multiplicem quartam. dicetur prima maioris proportionis ad secundam quam tertia ad quartam.

Diffinitis quantitatibus proportionalibus diffinit quantitates in proportionales. Sunt autem in proportionales inter quas est similitudo proportionum quod colligit duplicitur aut quia major est propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam: aut quia minor et ideo eius sunt due species. Prima quando maior est propositio primi ad secundam quam tertie ad quartum: et dicitur hoc maior proportionalitas. Secunda vero quoniam minor est propositio primi ad secundam quam tertie ad quartum: et dicitur minor proportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior propositio primi ad secundam quam tertie ad quartam que est maior proportionalitas: diffinitione autem earum inter quas est minor propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam non ponit quia ipsa patet ex alia. **C**um igitur fuerint .4. quantitates ad quarum primam et tertiam sumpta sint eque multiplicia. et ad secundam et quartam eque multiplicia et multiplicia prima et secunda relata adiuvices; non se habebunt similiter multiplicibus tertie et quartae relatis adiuvientem in additione diminutione et equalitate: ille .4. quantitates erunt imprudentes. **Q**uo si ita fuerit quod multiplex prima sit equale multiplici secundi. multiplex vero tertie sit minus multiplici quartae. Aut quod multiplex prima sit maius multiplici secundi. multiplex autem tertie sit equale. aut minus multiplici quartae. Aut quod multiplex prima sit maius multiplici secundi: et similiter multiplex tertie multiplici quartae: verutem mens plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus. multiplex prima multiplex secundi quam multiplex tertie multiplex quartae. Aut quod multiplex prima sit minima multiplici secundi. et similiter multiplex tertie multiplici quartae. verutem minus minus quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus: multiplex prima multiplici secundi: quam multiplex tertie a multiplici quartae: erit quolibet istorum .4. modorum maior propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam. Exempla autem istorum omnium evidenter sumuntur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis prima super multiplex secundi. Non autem multiplicis tertie super multiplex quartae: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinem habet ad istos .4. modos predictos et ipsos comprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est cum supertem sit multiplicib[us] ut proponit fuerit maior propositio multiplicis prima ad multiplex secundi quam multiplicis tertie ad multiplex quartae: erit maior propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam: non diffinit autem sub hac forma propter causam quam prius dicta. Vnde possum dicere quod additione multiplicis prima super multiplex secundi: et non multiplicis tertie super multiplex quartae: de quo loquitur in prima diffinitione maioris proportionalitatis proprie accipitur prout verba diffinitionis sonant: et non se extendit nisi ad secundam quamtuor predictorum modorum: Iz reuera quilibet illorum quamtuor modorum sit maior propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam vnde sensus illius diffinitionis est cum supertem sit multiplicib[us] ut proponit si multiplici prima excede maiori multiplici secundi: non sit necessarium quod multiplex tertie sit maius multiplici quartae: tunc erit maior propositio prima ad secundam quam tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: quod iste est illis omnibus magis planus: et ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam



LIBER

enī est maior proportio prime. 4. quantitatū ad scđam qđ tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā et tertiam repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scđe et quarte: innenietur multiplex prime addere super multiplex scđe: nō aut̄ multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vñqđ contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scđam qđ tertie ad quartam ut de monstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hec quātitates improportionales diuersorū generum sicut et quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: ut si dicatur maior est proportio a.ad.b.qđ.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. ut si dicatur maior est proportio a.ad.b.qđ.b.ad.c.

Dissinutio .9.

St autem proportionalitas ad minus inter tres termos constituta.

Postqđ auctor dissinuit pportionē pportionalitatē et qntitates pportionales et iportionales. ostēdit qđ sit minim⁹ numer⁹ termino rū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. Ad proportionalitatē aut̄ exigunt ad minus due proportiones siles: eo qđ proportionalitas sit similitudo proportionū. Quelibet aut̄ proportio habet antecedens et consequēs: ergo qđ libet proportionalitas habet ad minus duo antecedēta et duo consequēta: hoc ē impossibile fieri in paucioribus qđ tribus terminis: in quibus medius eoz fieri antecedēs et consequēs: et iō proportionalitas erit p̄tinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstituta. Incōtinua aut̄ non erit i pauciorib⁹ qđ in. 4. eo qđ in ipsa quilibet termin⁹ ē tñ antecedēs: aut tñ pñs: idem intellige de minori numero terminorū improportionalitatis. Si enim fuerit p̄tinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatnorū.

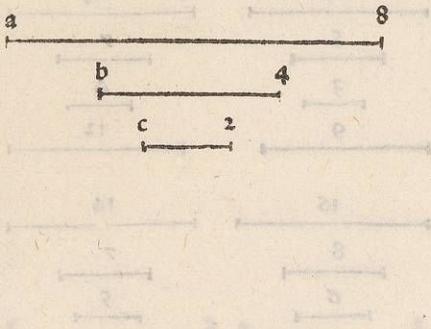
Dissinutio .10.

I fuerit tres qntitates p̄tinue pportionales dicet pportio prime ad tertiam. pportio prime ad scđam duplicata.

Dissinut proportionē qđ ē iter extreemos terminos continue proportionalitatis in trib⁹ terminis cōstitute. et dicit qđ si fuerit proportio pri mi ad scđm sicut scđi ad tertium: erit proportio p̄mi ad tertium sicut pri mi ad scđm duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita: siue qđ idē ē: erit proportio p̄mi ad tertium: sicut p̄mi ad scđm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. i numeris Sint. 3. numeri cōtinue proportionales: sintqđ continue dupli: vt. 2.4.8. proportio p̄mi ad tertium erit sicut proportio p̄mi ad scđm in se multiplicata: pportio aut̄ p̄mi ad scđm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadrupla: vnde proportio extremon̄ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scđm priorē expositionem proportio extremon̄ est sicut proportio p̄mi ad secundū dupli cata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

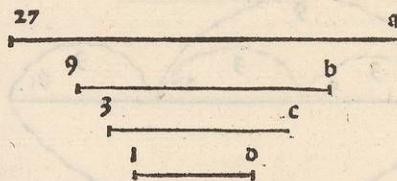
Dissinutio .11.

Am fuerit qntuor qntitates p̄tinue pportionales. pportio prime ad quartā dicet pportio prime ad scđaz triplicata



V

Consistit proportionē q̄ ē iter extremos terminos p̄tinue p̄portionalitatis i. 4. terminis p̄stitute: et dicit q̄ si fuerit. 4. quantitates p̄tinue p̄portionales erit p̄portio p̄me ad q̄rtā sicut p̄portio p̄me ad scđam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. qm̄ tales innenūtūr in ea: sive qđ idem est: erit propoſio prime ad quartam sicut p̄me ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintqz cōtinue tripli. vt sint. 1. 3. 9. 27. propoſio primi ad quartum erit sicut p̄portio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: propoſio autem p̄imi ad secundū est tripla: tripla vero in se multiplicata p̄ducit nocuplā et tripla in nocuplam p̄ducit vigincuplam septuplam. erit itaqz propoſio extremorum vigincupla septupla. qđ est triplum tripli. Vel bñ priorem expositionem propoſio extremorum ē sicut propoſio primi ad scđam triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures qz quatuor terminos cōſtitute: propter id q̄ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. **D**enominatio autem ppoſitionis duarum quantitatū quibus nullum interponitur medium habet naturaz linee. Earuz vero quibus interponitur vñū mediū in cōtinua p̄portionalitate ha bet naturā superficie eo qđ fit ex multiplicatione denomiuationis duarū primarū in se. Omne autem qđ ex multiplicatione linee: in lineam p̄ducitur: naturā habet superficie: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed p̄portionis earum quantitatuz denominatio quibus in cōtinua p̄portione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum sive corpus: omne et enim qđ ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit isolidum. **E**st ergo ac si diceret propoſio duarum quantitatū est simplex intervallo: et habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas autem trium est duplex intervallo: et habens naturam duplicitis dimensionis ut superficie: proportionalitas autem quatuor est triplex intervallo: et habens naturam trime dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vñterius non procedunt. ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinqz terminis: aut pluribus constitutę: vel non diffiniuit proportionem in his quia eorum p̄portio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis p̄portio extremorum cōſtat ex propoſione primorum duplicata: et in q̄tuor terminis cōſtat ex eadem triplicata: i. 5. terminis cōſtat ex eadem quadruplicata: et in sex ex eadē quicuplicata: vñ quēadmodū i trib⁹ terminis p̄tinue p̄portionalib⁹ p̄portio extremoz p̄tinet p̄portionē p̄mox bis. et i. 4. terminis ter. sic i. 5. terminis p̄tinbit quater. et in sex quinquies. et ita deinceps. ut semp p̄portio extremoz i terminis cōtinue p̄portionalibus toties cōtineat p̄portionē p̄morum quot sunt omnes termini min⁹ vno. Siliter quoqz si p̄portio extremoz cōtinue propoſionalitatis i tribus terminis p̄stitute ē ea q̄ producit ex propoſione p̄mox in se semel multiplicata: et in 4. in se bis multiplicata: in quinqz terminis ea que producitur ex propoſione p̄morum in se ter multiplicata. et i. 5. terminis quater: et sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: sive ut multiplicationes sint equales medijs

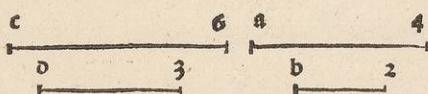
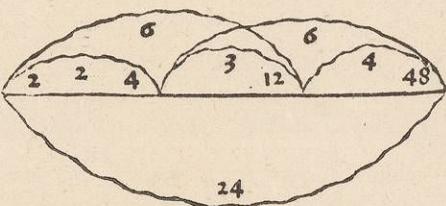
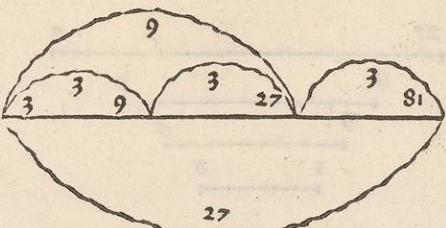


LIBER

extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extre/rum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. Ex predictis apparet q̄ proportio extremer⁹ continue proportionalitatis in tribus terminis con/stitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitue denominata/ur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportionis pri/mi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue propria/les qui sunt continue tripli. 3.9.27.81. proportio primi ad secundū denominatur a ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus terma/rij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio primi ad quartū denominat. a.27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa enim est vigincupla septupla. Et proportio extremer⁹ im/potionalitatis conti/nue in tribus terminis constitue denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominations ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cō/stitue denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominations triū proportionū: qđ etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri p̄tinue improportio/nales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secundū est dupla: secundi ad tertii tripla: ⁊ ideo primi ad tertii sexupla: tertij vero ad quartū q̄drupla: ⁊ iō primi ad quartū vigincuplū q̄drupla. Senari ergo qui ē denominatio proportionis pri/mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominatio/nes duarum primarum proportionū 24. vero. qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.7.4. qui sunt denominations triū proportionum inter illos quatuor terminos entium.

Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentez ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econ/trario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. Itemq̄z permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem. Diffinit sp̄s proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. dis/iuncta: coniuncta: eversa ⁊ equa. Sunt autē hec species quasi quidā modi argu/endi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent antecedentia ⁊ consequētia eadē h̄m substantiā: qđ nō ē i disiuncta: p̄iuncta aut eversa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur vt in equa: vocat autem antecedens pri/mum extremū proportionis: consequens vero vocat secundū. Vult itaq̄z per/hanc diffinitionem q̄ si fuerit proportio. a.ad.b. sicut. c.ad.d. ⁊ ex hoc ego cōdu/dam: ergo. b.ad.a. sicut. d.ad.c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qđ iste modus arguendi vocetur propor/tionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a.ad.b. sicut. c.ad.d. ergo. a.ad.c. sicut. b.ad.d. videlicet vt ambo extrema prime p̄portionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequētia. vult q̄ iste modus arguendi vocetur pro/potionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde p̄portionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.



V

Propositio. 13.

Goniuncta vero proportionalitas dicitur quoties sicut antecedens cum consequente ad cōsequens. sic etiam ante cedens cum consequente ad consequens.

Considērit coniunctam disiunctam et eversam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem sūm substantiā et vult q̄ si ita fuerit. vt sit. a.ad.b.sicut.c.ad.d. et ego ex hoc concludam. ergo totius.a.b.ad.b.sicut totius.c.d.ad.d. q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Propositio. 14.

Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio. **C**vult q̄ si fuerit proportio totius.a.b.ad.b.sicut totius.c.d.ad.d. et ex hoc ego concludam. ergo a.ad.b.sicut.c.ad.d. q̄ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.

Propositio. 15.

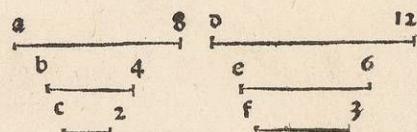
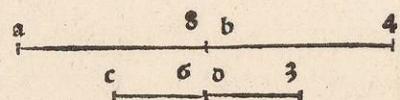
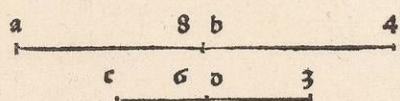
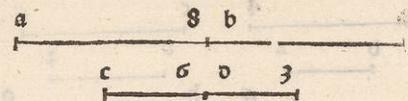
Eversa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentī ad augmenta sui supra cōsequēntia sua similitudo proportionum.

Cvult q̄ si fuerit. a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. et ex hoc ego concludā ergo. a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c. q̄ iste modus arguendi dicatur eversa proportionalitas.

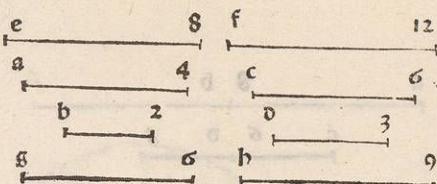
Propositio. 16.

Squa proportionalitas dicitur quātitatibus plurimis positis aliisq; scđm eundem numerū in yna proportione applicatis mediorum equali numero remoto utrumq; summorum similitudo proportionum.

Considērit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. et vult q̄ si sumant̄ quotlibet quantitates. vt. a.b.c. itemq; totidem alie sive sint eiusdem generis cum primis. sive alterius. vt. d.e.f. fuerintq; secunde in proportiōne primarū sive codē ordine. vt si dicatur. a.ad.b.sicut.d.ad.e et b.ad.c.sicut.e.ad.f. sive ordine cōuerso vt si dicāt. a.ad.b.sicut.e.ad.f. et b.ad.c.sicut.d.ad.e et ex hoc concludatur. ergo. a.ad.c.sicut.d.ad.f. q̄ iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. **C**horum autē s. modōrum arguendi qui dicūtur species pportionalitatis quatuor probat auctor in lrā infra in isto. s. Per mutatam quidē proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatē demonstrat. in. 22. et 23. Sed in. 22. cū quantitates duoruū ordinū eodē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt pportionales ordine conuerso. Lōuersam vero pportionalitatē: aut eversa non demōstrat eo q̄ conuersa p̄ ex diffinitiōne quātitatū icōtinue pportionaliū. Eversa aut p̄ ex pmutata adiuicē. 19. vt sup eadē. 19. sum̄ dicturi. qualit autē eversa pportionalitas ex dione quātitatū icōtinue pportionaliū māifesta sit demōstrem̄ nūc. **C** sit ergo pportio. a.ad.b.sicut.c.ad.d. volo s̄ demōstrarē qđ erit b.ad.a.



LIBER



sicut d.ad.c.sumatur.e.ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia.similiter quoqz.g.ad.b.z.b.ad.d.eque multiplicia.eritqz per conversionem diffinitionis quātitatum in/continue proportionalium. vt. e. z.g. itemqz.f.z.b.similiter se habeant in additi one diminutione z equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.secundum. d. tertium.c quartū.sūptaqz sūt ad primū z tertīū.g.z.b.eque multiplicitia. Itēqz ad secūdū z qrtū.e.z.f.eque multiplicia z quia multiplicia primi z secundi que sunt.g.z.e.similiter se habent multiplicibus tertij z quarti que sunt.b.z.f.adiuicem diminutiōe z equalitate.erit p dictā diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.secundum.sicut.c tertij ad.d.quartum quod est propositum. Constat itaqz modus arguendi qui di citur conuersa proportionalitas. Chuius autē quinti libri principia plurimis dif/ficilima esse videntur. z quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. ma gis ab intellectu distantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adhēdere. qz qduarum quarūlibet quantitatū equalium sit ad tertium quālibet vna propor tio:qz tamen huins quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue propor tionalitatis que ab intellectu primo videtur qz plurimum esse remota .quis enim non facilis duarum quantitatū equalium ad aliquē tertiam eandem esse pro portionem concedat.qz.4.quantitatū si multiplicia prime z tertie equaliter sum pta multiplicibus secunde. z quarte equaliter sumptis similiter se habuerint i ad ditione diminutione z equalitate esse proportionem prime ad secundam.sicut ter tie ad quartam.Verum si subtiliter intuemur liquido constabit nō posse vniū in tellectu qz proportio duarum quantitatū equalium ad tertiam sit vna. nisi per quid est esse proportionem vnam.Si enim quis iguoret quid est esse proportionē vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoscet duarum quantitatū equalium esse eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in tellectus anteqz illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius diffinitionē habebitur cognitione.postmodum vtrum ea diffi nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione.qz si diffinitio inuenta fuerit illis quātitatibus cōuenire concludetur pro positum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio qz super ficialis apprehensio immediatā indicavit. Similiter quoqz imediacius indicat prima apprehensio adhēdere intellectui qz duarum quantitatū unequalium maior est proportio maioris earum ad aliam qz minoris ad eandem quā demonstrat.s. huius. qz qd.4.quātitatum sit maior proportio prime ad secundam qz tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam z tertiam equaliter sumptis . Itēqz alijs ad secundā z quartā z equaliter multiplex prime addit super multiplex se cunde. z multiplex tertie non addit super multiplex quarte.ex quo que predicta est propositio demonstratur:sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionē maiorem. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur proportionales:z que inproportionales diffinire. Proportionales autem sunt qua rum proportio vna est. z Impropotionales quarū proportiones diverse. Itaqz diffiniuit quantitates quarum proportio vna . z eas in quibus connectuntur extrema nō dissociatis medijs quas vocavit continuē proportionales. et dixit hāc pportionalitatē i trib⁹ termis ad min⁹ existere. ppter hoc qz vnu saltē bis sumēdū ē mediū. et eas i quib⁹ accidit interruptio medioz:z hec sūt icōtinue pportionalles z hec pportionalitas ad minus exigit qtnor termios ppter alteri⁹ medijs sumptionē

V

et diffinuit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior vna
 proportio quā sit alia. Et si esset omnis proportio scita sive rationalis. tunc facile
 esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna et que diuerse. ¶ Que enī
 haberent vnam denominationem essent vna. que autem diuersas diuerse. hec au/
 tem facilitas manifesta est ex arithmetica. quoniam omnium numerorum propor/
 tio scita et rationalis est. Unde Jordanus in scđo arithmetice sue diffiniēt que pro/
 portiones sunt eadem et que diuerse. dicit easdem esse que eandē denominationem
 recipiunt. Vt iaiorem vero que maiorem et minorem que minorem. Sed infinite sūt
 proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum eucli/
 des cōsideret in hoc libro suo proportionalia cōmuniciter nō contrahēdo ad rōna/
 les vñ irrōnales quoniam cōsiderat proportionem repartam in continuis que com/
 munis est ad istas. Non potuit diffinire idemprītatem proportionū per idēptita
 tem denominationū. sicut arithmeticus: eo q̄ multarū proportionum vt dictum ē
 sunt denominations simpliciter ignote. diffinitionē autem oportet scribi ex notis
 vnde malicia pportionum irrōnalium cogit euclidem tales diffinitiones ponere.
 Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem sive
 idemprītatem proportionum. per idemprītatem habitudinum. sive denominatio/
 num ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinū et in cōuenientiaz
 terminorum coactus est refugere ad terminoz multiplicia. vt ex illorum habitudi/
 nibus quantum ad excessum et equalitatētē consideratis equis numerositatibus
 sumptoꝝ per qđ ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitio/
 nē venetur. nihil enim in quocunq̄z inequalitatis genere terminis magis idē q̄z
 eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̄z multiplicium habitudo.
 ¶ Et quia proportio est duarum quātitatū eiusdem generis certa habitudo. consi/
 derata in eo q̄ sunt equales aut q̄ altera maior. ideo idemprītitas proportionum
 entium inter primam. 4. quantitatū ad secundam et tertiam ad quartam est simi/
 lis equalitas prime ad secundam. et tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut si
 similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut similis mino/
 ritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes eaz equa/
 liter multiplices. ¶ Qđ ergo dicit in quinta diffinitōe. quantitates que dicunt cō/
 tinuam proportionalitatem habere. et cetera ac si diceret. omnes illas quantita/
 tes voco continue proportionales qđ est eas similiter esse equales continue et simi/
 liter continue esse maiores. et similiter continue esse minores quarum omnes
 eque multiplices. aut sibiūnicem sunt. similiter continue equales. vel similiter
 continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multipli/
 ces esse cōtinue pportiones qđ si hoc alicubi i multipliċibꝫ dissont eas dico nō ēē
 cōtinue pportiones. ¶ Qđ autē dicit in sexta diffinitōe. Quātitates que dicunt
 ēē h̄m pportionē vnam prima ad scđam et tertia ad quartam. et cetera ac si diceret
 oēs. 4. quātitates voco icōtinue proportionales. et se habere primam ad secundam
 sicut tertia se habet ad quartā: qđ ē primā ad scđam. et tertiam ad quartā similiter se
 habere in cōquando aut addēdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices
 prime et tertie ad oēs eque multiplices secunde et q̄rte. similiter se habēt aut i equādo
 aut addēdo aut minuēdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportionē
 se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habēt ad multiplices
 quārte. quod si hoc alicubi dissont in multiplicibus. dico non esse proportionem

LIBER

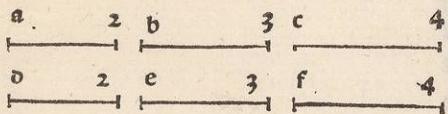
prime ad secundā sicut tertie ad quartā. qđ autē dicit in. 8. diffinitione ē ac si dicceret maiorē proportionem voco. 4. quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secundā quā tertia excedat quartā. quāz aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex nūl tiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sing aliquē ex multiplicibus quarte: sumpta hī numerationē multiplicis scđe. qđ ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scđe. qđ multiplicis ter tie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare. quoz ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ppor tione et proportiōalitate cōposuit. et accepit tria per modū positiōis tanqz princi pia que dicit esse per se nota et pbatione non indigere. ¶ Quoz prīmū est quod si fuerint. 4. quātitates. quāz sit propotione prime ad scđam sicut tertie ad quartam. erit ecōverso pportio scđe ad primā sicut quarte ad tertiam. et hic est modus argu endi quē vocavit superius enclides conuersam proportionalitatē. et errauit qm di xit ppositionem esse per se notā. cuius antecedens et cōsequēs sunt ignota. Ignō tum ē enim quid sit esse propotionem prime quantitatis ad secundā sicut tertie ad quartam. quare hoc ignoto positio impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoqz qr cōsequēs est ignotum. impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶ Scđm principiū eius fuit: qđ si fuerint. 4. quātitates quāz sit propo ratione prime ad scđam sicut tertie ad quartā. si prima sit maior scđa: erit tertia maior quarta. et si minor minor. et si equalis equalis. ¶ Tertiū fuit qđ si fuerint. 4. quātitates quarum sit propotione prime ad secundā sicut tertie ad quartā: erit primo ad qđ libet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: et accedit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qđ accidebat in primo. Acceptit enim i oībus ignota similātāqz nota. quare non demonstrauit. peccant etiā in secunda demōstratione et in tertia et in quinta. i quarū qualibet arguit ex. 8. v. ex 10. huīus que probantur ex diffinitione in continue pportionalitatis: Arguit enī sic si propotione a. b. ad. c. est maior qđ g. ad. d. sit ergo. v. b. ptis. a. b. ad. e. sicut g. ad. d. per qđ appetit ipsum supponere qđ duaz quātitatū. a. b. et u. b. in equaliuz relatarum ad. e. maior maiorē et minor minorem ad ipsā optinet propotionem vel qđ quātitas ad. e. habebit minorem propotionē qđ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorum primum demonstrat. 8. huīus. et scđm. io. Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad. e. in propotione. g. ad. d. dabo tibi malorem aut minorem aut equalē. a. b. indifferenter sicut voluero. quare autē non demonstrat aut accidit si bi circulus et principia esse ignotiora conclusionibus. Supponēda sunt igit cū eu clide principia tanqz nota. et non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

Propositio .1.



I fuerint quolibet quantitates aliaz totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem. totum quoqz ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sit quotlibet quātitates. que sint. a. b. c. aliarum totidem que sint. d. e. f. eque multiplices vnaqueqz ad sui cōpare. aut singule sint singulis equales. ita videlicet



V

q̄ sicut. a. ē multiplex. d. ita. b. ē multiplex. e. z. c. m̄ltiplex. f. Vt si. a. ē eq̄lis. d. q̄ silit
b. sit eq̄le. e. z. c. eq̄lis. f. dico q̄ sicut se hab. za. ad. d. ita se habet aggregatū ex om
nibus que sunt. a. b. c. ad aggregatum ex omnibus que sunt d. e. f. Qd si singule
singulis sint equalis pater propositū per hanc cōmūnē sciam: si equalib⁹ equalia
addant̄ tota quoqz erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multi
plex divisim̄ eis s̄m quantitatē suaz submultipliciū: erit aggregatū ex prima pte.
a. z. prima. b. z prima. c. equale aggregato ex. d. e. f. p predictā cōmūne sciam ad
iuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. Similiter quoqz ag
gregatū ex secūdis pribus quantitatū. a. b. c. erit equale aggregato ex. d. e. f. sicqz
de ceteris: z qz hoc poterit totiens fieri quotiens. d. continet in. a. erit vt eq̄le ag
gregatū ex. d. e. f. toties otineat̄ i aggregato ex. a. b. c. quoties. d. continet i. a. qz g
quoties. d. numerat̄ a. toties aggregatū ex. d. e. f. numerat̄ aggregatū ex. a. b. c. pa
tet q̄ sicut. a. est multiplex ad. d. ita aggregatū ex. a. b. c. aggregati ex. d. e. f. quod
ē propositum.

Propositio .2.

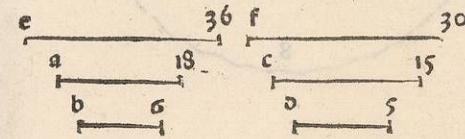
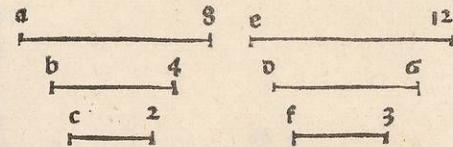
Si fuerint sex quantitates. quaz prima ad scđam atqz ter
tia ad quartā eque multiplices. quinta vero ad secundam
atqz sexta ad quartā eque multiplices: totum prime z quin
te ad scđam. totumqz tertie z sexte ad quartam eque multi
plex esse conueniet.

Similiter quoqz numerus s̄m quē. b. continet
Sint sex quantitates. a. prima. b. secunda. c. tertia. d. quarta. e. quinta. f. sexta.
Sitqz. a. z. c. eque multiplices ad. b. z. d. itēqz. e. z. f. sint eque m̄ltiplices ad easdē
dico q̄ sicut totū aggregatū ex. a. z. e. ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū aggre
gatū ex. c. z. f. ē multiplex ad quātitatē. d. Nam qz numerus s̄m quē. b. continet
in. a. est equalis numero. s̄m quē. d. continetur in. c. Similiter quoqz numerus s̄m
quē. b. continet in. e. est equalis numero s̄m quē. d. continet in. f. erit per cōmūne
sciaz que est: si equalibus equalia addant̄ z cetera. numerus s̄m quē. b. continetur
in aggregato ex. a. z. e. equalis numero s̄m quē. d. continet in aggregato ex. c. z. f.
quare sicut aggregatū ex. a. z. e. ē multiplex ad. b. ita aggregatū ex. c. z. f. ē multi
plex ad. d. quod est propositum.

Propositio .3.

Si fuerint primum secundi z tertiuꝝ quarti eque multipli
cia: ad primum vero z tertium multiplices sumantur equa
les erunt: multiplex primi ad secūduꝝ atqz multiplex tertij
ad quartum eque multiplica.

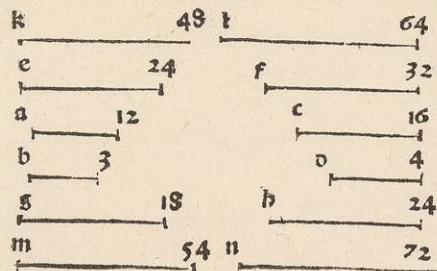
Similiter quoqz numerus s̄m quē. b. continet
f. sexta. Sitqz. a. ad. b. z. c. ad. d. itēqz. e. ad. a. z. f. ad. c. ēq̄ m̄ltiplices. dico q̄ sicut
e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. dividat̄ enim. e. s̄m quātitatē. a. sui multiplicitis.
z. f. s̄m quātitatē. c. eritqz ppter equalitatē partii. e. ad. a. z partii. f. ad. c. vt q̄li
bet pti. e. sit ita multiplex ad. b. sicut quelibet pti. f. ad. d. Quia ergo sicut prima
ps. e. ē multiplex ad. b. ita prima ps. f. ē multiplex ad. d. Itēqz sicut scđa pars. e. ē
m̄ltiplex ad. b. ita secūda. f. ad. d. ergo erit per premissā aggregatū ex duabus pri
mis pribus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatū ex duab⁹ prib⁹. f. ad. d. z qz
rursus tertia ps. e. si sit alīqz tertia ps. ē ita m̄ltiplex. ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p
eadē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut to
tum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. Similiter si plures fuerint par
tes. e. z. f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs



LIBER

¶ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptā: quot fūe
rint partes in.e.aut in.f.minus vna:sicqz pater propositum.

Propositio .4.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quartum. Sumanqz.e ad.a.z.f.ad.c.eque multiplicia. Itēqz.g.ad.b.z.h.ad.d.eque multiplicia: dico q̄
pportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.b. Sumam.k.ad.e.z.l.ad.f.eque multiplicia. Itēqz.
m.ad.g.z.n.ad.b.eque multiplicia: z quia.e.z.f.sunt eque multiplicia ad.a.z.c:
itemqz.k.z.l.eque multiplicia ad.e.z.f.erunt per premissam.k.z.l.eque multi/
plicia ad.a.z.c.per eandem quoqz erunt.m.z.n.eque multiplicia ad.b.z.d. qua/
re per conversionē diffinitionis incontinue proportionalitatis.k:ad.m.z.l.ad.n.
similiter se habebunt in addendo diminuendo z quando:qr ergo.k.z.l.sunt eque
multiplicia ad.e.z.f.itemqz.m.z.n.eque multiplicia ad.g.z.b.erit per diffinitionē
incontinue proportionalitatis pportio.e.ad.g.sicut.f.ad.b.qd est propositum:

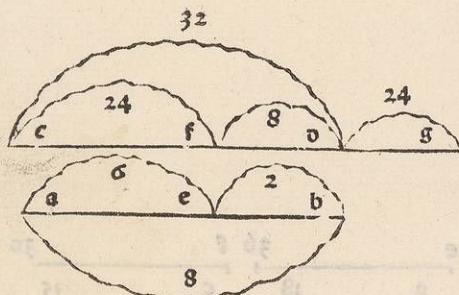
Propositio .5.

Si fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius
minuaturqz ab utraqz ipsarum ipsa pars erit reliquum re/
liquo atqz totum totū eque multiplex.

Cel sic si aliquota erit reliqui reliqui tota ps quota totū toti. Sit
quantitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.miuua/
turqz.a.b. ex quantitate.c.d.z sit residuum.f.c.eritqz.f.d.equalis.a.b.Simili/
ter quoqz minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitqz residuum e.a.dico q̄
quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cū enī
f.d.sit equalis.a.b:erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex.a.b.ponam
itaqz.d.g.ita multiplex.a.e.sicut.f.d.est multiplex.e.b.eritqz ex prima huius
quantitas.f.g.ita multiplex.a.b.sicut.f.d.est multiplex.e.b.z quia sic fuit.c.d.
multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b.erit utraqz duarum quantitatū.c.d.f.
g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cōmunem scientiam.c.d.z.f.g.sunt
equales adinvicem: dempta igitur ab utraqz earum quantitate.f.d.erit.c.f.equa/
lis.d.g.z quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.z ideo sicut.a.b.e.b.quare
z sicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b.qd est propo/
situm.

Propositio .6.

Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multipli/
ces. dueqz minores duabus maioribus utraqz a sua mul/
tiplice subtrahantur. erunt duo reliqua earum de partium
eque multiplicia. aut eis equalia.

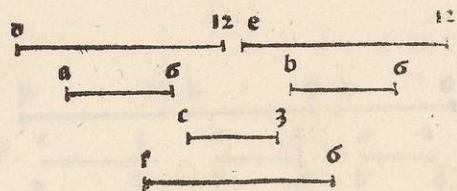
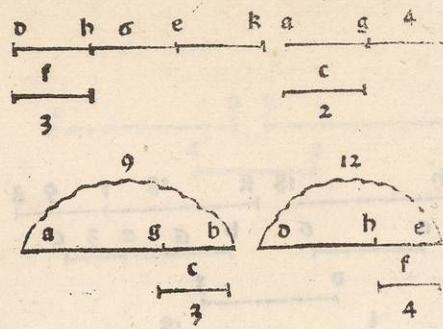


CSint quantitates. a.b.ad.c.z.d.e.ad.f.eque multiplices: subtrahanturqz.c.ex a.b.z.f.ex.d.e.z sint residua: ex a.b. quidē. a.g.ex.d.e.d.b.eritqz.g.b.equalis.c.z.b.c.equalis.f. dico q̄ duo residua. a.g.z.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus. c.z.f. aut eis eque multiplicia. Sit ergo primo. a.g.c equalis.c. dico q̄ d.b.est equalis.f. Sumam enim quantitatem. e.k.equalein.f.eritqz per premissas ypotheses vt tociens.f. sit in.b.k. quotiens.c. in.a.b. quare sicut. a.b.est multiplex.c. ita b.k.est multiplex.f. sed sic erat etiam. d.e. erat multiplex eiusdem.f. erit igitur per cōm scientiam. b.k.equalis.d.e. dempta igitur cōmuni carum quantitate. b.e. erit. d.b.equalis.e.k. quare equalis.f. quod est propositū. **C**Si autem. a.g. sit multiplex.c. ponam vt. e.k. sit eque multiplex.f. eritqz vt prius vt tociens.f. sit in.b.k quotiens.c. in.a.b. Sed tociens erat etiam in. d.e. erit igitur vt prius. d.e.equalis b.k.z.d.b.e.k. quare sicut. a.g. est multiplex.c. ita. d.b. est multiplex.f. q̄ est propositum. Alter idem cum hīm evidē numerum contineat quantitas. a.b. quantitatem.c. hīm q̄ quantitas. d.e. quantitatē.f. demptaqz ab eo vnitate remaneat vniq̄as vel numerus secundum q̄. a.g. continet.c. z hīm q̄. d.b. continet.f. patet quantitates. a.g.z.d.b. esse equeles aut eque multiplices quantitatibus.c.z.f.

Propositio .7.

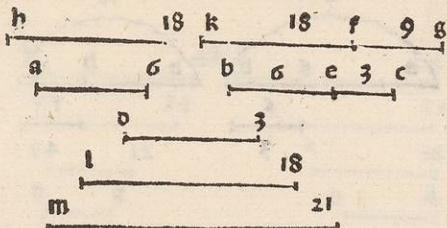
Si due quantitates equeles ad quamlibet cōparentur eaꝝ ad illam erit vna proportio. itemqz ad illas pportio illiꝝ vna est.

CSint due quantitates. a.b. equeles. que comparentur ad quamlibet tertiaz vt ad.c. dico q̄ eadem est proportio. a.ad.c.z.b.ad.c. itē qz eadem. c.ad.a.z.c.ad.b. Primum sic probatur: cum enim. c. sit cōsequens ad. a primam z ad.b. tertiam ipsa erit in ratione secunde z quarte. Sumā igitur. d.ad.a primam: z. e.ad.b. tertiam eque multiplices: z sumam. f. quamlibet ex multiplicibus. c. que est secunda z quarta: z quia. a.z.b. quarū sunt eque multiplices. d.z.e. posite sunt equeles crit: vt si. d. dividatur hīm quantitatem. a.z.e. secundū quantitatē. b. q̄ partes vtrobiqz sint numero z q̄ntitate equeles: numero quidam per ypothesun ppter equalitatem multiplicationis vtrobiqz: quantitate autē per hāc cōm scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibi inicem sunt equalia: quia igitur prima ex partibus. d. cst equalis prime ex partibus. e. z secunda: secunde: z cetere ceteris. Suntqz tot partes in. d. quot sunt in. e. erit per priam huius. d. equalis. e. quare per cōm scientiam: si due quātitates equeles cōparentur ad aliam tertiam: aut ambe quantitates. d. z. c. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores: aut sibi equeles: igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis: que est proportio. a.prime ad. c.secundam: cadē est. b.tertie ad. c. quartā q̄o est propositum. **C**Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso: vt. c. ponatur prima z tertia. a. vero secunda. b. quarta. Cum vero quantitas. f. que est eque multiplex prime z tertie sit aut similiter maior quātitatibus. d. z. e. que sūt eque multiplices secunde z quarte: aut similiter minor aut eis equalis: erit per eandem diffinitionem proportio. c. prime ad. a. secundā: sicut. c. tertie ad. b. quartam quod cst propositum secundum.



LIBER

Propositio .8.



Si due quantitates inequaes ad vnā quantitatē proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionē. illis vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit. **C**sint due quantitates inequaes. a. et. b. c. sitqz maior. b. c. et proportionentur ad eandem quantitatē que sit. d. dico q̄' maior est proportio. b. c. ad. d. q̄. a. ad. d. et q̄ econtrario maior est. d. ad. a. q̄. d. ad. b. c. Primum sic probatur: ponam. e. b. equalē. a. et multiplicabo totiens. e. c. q̄ proueniat quantitas maior. d. sitqz. f. g. et sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. et similiter. h. ita multiplicē. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritqz per primam huius. b. ita multiplex. a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. h. equalis. k. f. propter hoc q̄ earum submultiplices que sunt. a. et. b. e. posite sunt equales: ponam quoqz q̄. b. nō sit minor. d. sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo vnaquicqz trium quantitatū. e. c. b. e. et a. equaliter: q̄. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. et q̄. b. multiplex. a. nō proueniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proueniat quantitas maior. b. sitqz. m. prima quātitas multiplicitū. d. q̄ sit maior. b. Sub qua sumā maximam multiplicem. d. aut sibi equalē: si. m. est prima in ordine multiplicū. d. que sit. l. eritqz ut. l. non sit maior. b. et constabit. m. ex. d. l. et. l. propter id qd omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo: vt triplum ex duplo: et simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. **C**Quia ergo. b. ē equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaqz. k. f. et. d. nō efficiunt minus q̄. l. et. d. quare non efficiunt minus q̄. m. et quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior q̄. m. **C**In telligo igitur quantitatē. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: et q̄ ad primam et tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. et. b. Similiter quoqz ad secundam et quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorum qd est. m. et addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundā q̄. a. tertie ad. d. quartam qd est primum. **C**Secundū probabis per eandem diffinitionem converso ordine: vt. d. sit prima et tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplex secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplex quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. q̄. d. ad. b. c. quod est secundum. **C**Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: q̄ posuit auctor in principio huius quinti. Illusquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatū ad secundā q̄ ter tie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam reperiri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inuenientur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte: hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.

Propositio .9.

V

Si fuerit aliquaz quantitatum ad vnam quantitatem pro portio: vna iplas esse eäles. Si vero vnius ad eas pro portio vna iplas equales esse necesse est.

C sit duarum quantitatum. a. et. b. proportio vna ad. c. dico eas eä equales. et si cetero fuerit eadem proportio. c. ad utraqz earum: ad/ huc dico eas esse equales. hec est conuersa. et. Primum sic patet. si enim non sunt equales: sed altera carum maior: utpote. a. erit per primam partem. premissa maior proportio. a. ad. c. qz. b. ad. c. quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si. a. est maior. b. erit per secundam partem premissa maior proportio. c. ad. b. qz ad. a. quod est etiam contra ypothesim.

Propositio .10.

Si fuerit vnius ad quätitaté vna aliquā pportio maior quā titatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem propor tio maior minorem esse necesse est.

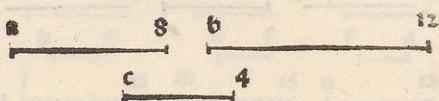
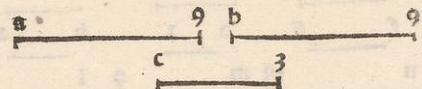
C Qd si fuerit maior proportio. a. ad. c. qz. b. ad. c. dico. a. esse maiorem. b. et si fuerit maior. c. ad. b. qz. c. ad. a. adhuc dico. a. esse maiorem. b. hec est conuersa. s. Primum patet per primam partem. et per primam. s. nam per primam partem septimic: non erit. a. equalis. b. nec etiam minor per primam octauae. Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.

Propositio .11.

Si fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales iplas quoqz proportiones sibi inuicem equales eä necesse eä. **C** Proportionem hac quä euclides in principio primi annumeravit inter cõmunes animi conceptiones: que eidē sunt equalia sibi quo/ qz sunt equalia: put de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraqz duarum proportionum que sunt. a. ad. b. et. c. ad. d. equalis proportioni que est. e. ad. f. oico proportiones que sunt. a. ad. b. et. c. ad. d. sibi inuicem esse equales. Sumam enim. g. ad. a. et. b. ad. c. et. k. ad. e. eque multiplices. Itemqz. l. ad. b. et. m. ad. d. et. n. ad. f. eque multiplices: et quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. et similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptā si. k. addit super. n. qz. g. addit super. l. et. b. super. m. et si. k. minuit ab. n. qz. g. mi/ nuat ab. l. et. b. ab. m. et si. k. est equalis. n. qz. g. sit equalis. l. et. b. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. et. b. ad. m. similiter sc habent in addendo diminuendo et equando. mediantibus. k. et. n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

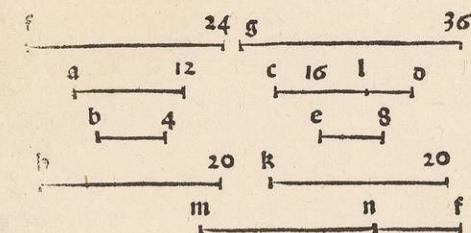
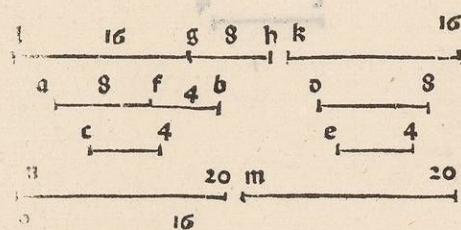
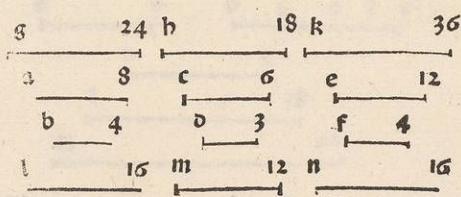
Propositio .12.

Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quar tum. tertij vero ad quartum maior qz quinti ad sextū erit proportio primi ad secundum maior qz quinti ad sextum. **C** Sicut in precedenti qz hic demonstrat in proportionalibus conce pibile est in quantitatibus: viddz qz si due quantitates fuerit sibi inuicem



h	12	k	9	g	6
c	4	e	3	a	2
d	8	f	6	b	4
m	24	n	18	l	12

LIBER



cōles quacunqz fuerit vna eaz maior: eadē maior erit z reliqua. **C**In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.e. vero ad.d. sit maior qz.e.ad.f.erit quoqz.a.ad.b.maior qz.e.ad.f. Sumā enim.g.ad.a.z.b. ad.c.z.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l.ad.b.z.m.ad.d.z.n.ad.f.eque multiplices: z quia per hypothēm prop̄tio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.z maior qz.e.ad.f erit per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si.b.addit sup m.z.g.addat super.l.z per conuerſionem diffinitionis maioris improportionalitatis q non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.b.z.m.si.g. addit super.l.nō est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris im proportionalitatis maior prop̄tio.a.ad.b.qz.e.ad.f.quod est propositū. **C**Si mili quoqz modo pbabis q si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.z.c.ad.d.minor qz.e.ad.f. erit.a.ad.b.minor qz.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d.minor qz.e.ad.f.erit.c.ad.f. maior qz.c.ad.d.per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.s.i.k.addit super.n.non est necesse q.h.addat super.m.sed si.b.non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g.addat super.n.per diffinitionē igitur maioris improportionalitatis maior erit prop̄tio e.ad.f.qz.a.ad.b.ergo econuerso:minor erit.a.ad.b.qz.e.ad.f.quod ē ppositum. **C**Ex modo autem demonstratiōis octauē hui⁹ z bac:fict manifestū q si fuerit pri me quatuor quantitatū ad secundā maior prop̄tio qz tertie ad quartam cōtin get reperire aliqua eque multiplicia prime z tertie.que cū cōparabuntur ad alīq eq̄ multiplicia secūde z quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scđe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qđ sic patet: Sit enīz maior prop̄tio.a.b.ad.c.qz.d.ad.e.ponam ergo vt sit prop̄tio.a.f.ad.c.sicut.d.ad.e. eritqz per hanc.12.z per.10.a.f.minor.a.b.z sit minor in quantitate.f.b. quā mul tiplicabo totiens q̄ proueniat quātitas maior.c.que sit.g.b.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatē non minorem.c.que sit.k.tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.b.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritqz per primam huius.l.b.ita multiplex.a.b.sicut.k.d.Deinde ponam q.m.sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.z ponam.n.ita multipliçem.c.sicut.m.est multiplex e.eritqz per premissas hypotheses z conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n.prima multiplicium.c.que erit maior.l.g.nec erit.l.g. minor.c.Sumam ergo sub.n.maximā multipliciū.c.aut sibi equalē si forsū.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitqz.n.ex.o.z.c.quia ergo.l.g.non est minor.o.z.g.b.est maior.c.erit.l.b.maior.nquare cum.k.sit minor.m. patet propositum. **C**Onuersam quoqz huius demonstrare possumus. Videlicet q̄ si cōtingit reperire aliqua eque multiplicia prime z tertie: quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde: z multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maior erit prop̄tio prime ad secundam qz tertie ad quartam: qđ sic probatur. Sint quatuor quātitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintqz.f. ad.a.z.g.ad.c.d.eque multiplicia.Similiter.b.ad.b.z.k.ad.e.eque multiplicia: z addat.f.super.b.non addat autēm.g.super.k.dico q̄ maior est prop̄tio.a.ad.b.qz.c.d.ad.e.Si enīz equalis per conuerſionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super.k.qđ est contra hypothē. Si autē minor sit.c.l.ad.c. sicut.a.ad.b.eritqz per huius.10.c.l.minor.c.d.z sit minor i quātitate.l.d.Ponā igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l.z.n.p.multiplex.l.d.sicut.f.est multiplex.a.

V

eritq; per primā huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtrāq; igit
duarū quantitatū.m.p.r.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sūt cō/
les. Nam hec illatio demonstrata est in.r.huius : r quia.g.non est maior.k.nō erit
m.p.maior eadem.sed per conuersiōē diffinitionis incōtinue pportionalitatis
m.n.est maior.k.co q.f.est maior.b.ergo.m.n.est maior.m.p.qd est impossibile
quare relinquitur propositum.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet quantitatū ad totidem alias propor/
tio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem
proportio barum omniū; pariter acceptarum ad omnes
illas pariter acceptas.

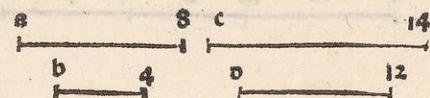
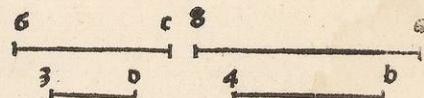
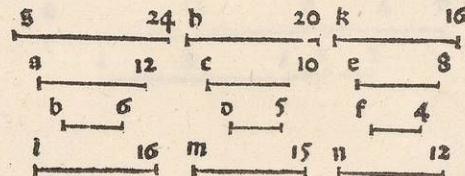
Qd primo proposuit de multiplicib: hic proponit de omnib: p/
ortionibus: vñ hec est cōmuniō illa: eo q omnis multiplicitas est proportio:nō
autē econverso. Sit igitur.a.ad.b.r.c.ad.d.r.e.ad.f.vna proportio:dico q que
est proportio.a.ad.b.eadem est cōpositi ex.a.c.e.ad cōpositū ex.b.d.f. Sumā.g
ad.a.r.b.ad.c.r.k.ad.c.eque multiplicia. Itemq; l.ad.b.r.m.ad.d.r.n.ad.f.eq
multiplicia:eritq; per primā huius cōpositum ex.g.b.k. ita multiplex cōpositi ex
a.c.e.sicut.g.est multiplex.a. Similiter per eandē cōpositum ex.l.m.n.erit ita mul/
tiplex cōpositi ex.b.d.f.sicut.l.ē multiplex.b. r p cōversionē diffinitionis incōtinue
pportionalitatis.bis sūptā si.g.addit sup.l.b.addit sup.m.r.k.super.n. r si mi/
nuit minuit : r si equat equat:ergo per cōmunez scientiam si.g.addit sup.l. com/
positū ex.g.b.k.addit super compositum ex.l.m.n. r si minuit minuit : r si equat
equat:ergo per diffinitionem incōtinue proportionalitatis proportio.a.ad.b.c
sicut cōpositi ex.a.c.e.ad compositū ex.b.d.f.quod est propositū.

Propositio .14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales.fueritq;
maior prima tertia.necesse est secundā.quarta esse maio/
rem. Qd si minor r minorē. Si vero equalis r equalē ēe.
Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q si.a.est maior.c.b.erit
maior.d. r si minor minor. r si equalis equalis. Si enim.a.sit maior
c.erit per primā partē.8. huius maior proportio.a.ad.d.qz.c.ad.d. quare maior
erit.a.ad.d.qz ad.b.ergo per secundā partē.10. huius.b.erit maior.d.qd ē propo/
situm. Qd si.a.sit minor.c.erit per primā pte.8.minor proportio.a.ad.d.qz.c.ad
d. quare maior erit.a.ad.b.qz ad.d.per secundā ergo pte.10.b.erit minor.d. Si
autem.a.sit equalis.c.erit per primā partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d. quare.a.ad.d
sicut ad.b.itaq; per secundā pte:9.b.erit equalis.d.sicq; patet propositum.

Propositio .15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assi/
gnate.erit ipsarum multipliciū atq; iub multiplicium vna
proportio.
Sint.c.ad.a.r.d.ad.b.eque multiplices. dico q que ē proportio
a.ad.b.eadē est.c.ad.d.diuidat.c.bm quātitatē.a.r.d.bm quātitatē
b.c.sūtq; tot partes.c.quot.d. r quia quelibet pars.c.ad qzlibet partem.d.se ha/
bet sicut.a.ad.b.crit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qd est propositum.



LIBER

Propositio .16.



I fuerit quatuor quantitates proportionales. permutatim quoq; proportionales erunt.

C sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. z iste est modus arguendi qui dicit proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patz. Sumā. e. ad. a. z. f. ad. b. eque multiplices itemq; g. ad. c. z. h. ad. d. eque multiplices: eritq; per premissam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. quare p. 14. si. e. addit supra. g. z. f. addit super. b. z si minuit minuit: z si equat equat: per diffinitionē igitur incontinue proportionalitatis erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositū. Necesse est aut ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Propositio .17.



I fuerint quantitates coniunctum proportionales: easdē disjunctum quoq; proportionales esse.

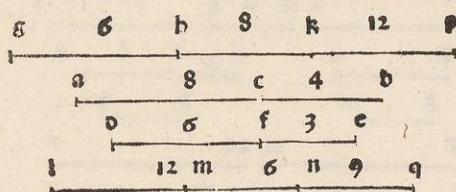
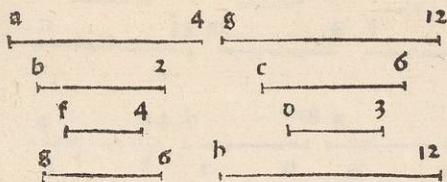
C demonstrato modo arguendi qui dicit proportionalitas permutata: demonstrat illū qui dicit proportionalitas disjuncta. Sit itaq; pportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico q; erit. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. Sumā enim. g. h. ad. a. z. b. k. ad. c. b. itemq; l. m. ad. d. f. z. m. n. ad. f. e. eque multiplices: eritq; per primam huius. g. k. ita multiplex. a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. z. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. z ideo per premissas hypotheses. g. k. éjita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. ponā iterū. k. p. ad. c. b. z. n. q. ad. f. e. eque multiplices: eruntq; per secundā. b. p. ad. c. b. z. m. q. ad. f. e. eq; multiplices per conuersiōne igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g. k. addit super. b. p. l. n. addit sup. m. q. z si minuit minuit: z si equat equat. demptis itaq; cōmūnib; b. k. z. m. n. erit per cōmūnem scientiam: vt si. g. b. addit super. k. p. q. l. m. addit super. n. q. z si minuit minuit: z si equat sequal. ergo p diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Propositio .18.



I fuerint quantitates disjunctum proportionales. coniunctum quoq; proportionales erunt.

C demonstrat modū arguendi qui dicit proportionalitas coniuncta z est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse. et maneat omnes eius hypotheses: excepto q; pōnatur esse proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q; erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. sequit̄ enī ex hac ypothesi z alijs ypothesibus premissis de multiplicib; equaliter sūptis per conuersiōne diffinitionis incōtinue pportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. z si minuit minuit: z si equat equat ergo positis cōmūnib; b. k. z. m. n. sequit̄ per cōmūnem scientiam si. g. k. addit sup. b. p. q. l. n. addit sup. m. q. z si minuit minuit: z si equat equat: quare per diffinitionē incōtinue proportionalitatis erit pportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. c. f. qd ē pportū. Alter idē indirecte sic. Lū sit pportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. nō ē. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. sit ergo pportio. d. e. ad aliquā aliā quantitatē sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enī esset ei eqnalis cōstaret propositū.



V

Sit itaqz primo maior et sit.e.g. eritqz p premissam.a.c.ad.c.b. sicut.d.g.ad.g. quare.d.g.ad.g.e.sicut.d.f.ad.f.c. Sequitur igit p.14. q cū.d.g.prima sit maior.d.f. tercia erit.g.e.scōa minor.e.f.quarta: sed erat positū q esset maior. Sit ergo propositio.d.c.ad minorē.e.f.que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritqz p pmissā. a.c.ad.c.b.sicut.d.b.ad.b.e.qrc p.11.d.b.ad.b.e.sicut.d.f.ad.f.e.z qr.d.b.pma ē maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scōa maior.e.f.tertia: q quia est ipossible. sequitur ppositū.

Propositio .19.

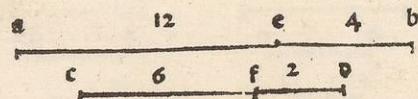
Si a duobus totis due portiones abscindantur. fueritqz totum ad totū quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

Qd̄ quinta pponit de multiplicibus. bec pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tanto cōmuniōr quāto multiplicitate pportio. Sint igitur due quātitates. a.b.z.c.d.a quibus abscindantur due que sint.b.e.z.d.f. sitqz pportio totius. a.b.ad totā.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam. dico q eadem erit. a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti'. a.b.ad totam.c.d.cū enī sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati. a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.z disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.z iterū permutati. a.e.ad.c.f.sicut.e.b.ad.f.d.z quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositū. Ex hac aut 19. z permutata pporionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit pporionalitas euersa. vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico q erit.b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.quia eū sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutati. a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc. 19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f. igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qd̄ est propositum. Conuersa quoqz pporionalitas qz ex diffinitione incōtinue pporionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huīus quinti. pōt hic quoqz demōstrari indirecte ex pmutata pportionalitate z .9. huīus vt si sit prop̄tio. a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.sin autē sit.d.ad.e.sicut.b.ad.a.z qr.a.ad.b.e.sicut.c.ad.d.erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.z quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoqz pmutatim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile z contrariuz secunde partis.9. si autem equalis erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.quod est propositum.

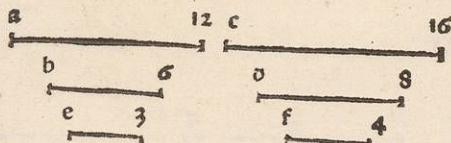
Propositio .20.

Si fuerint quolibet quantitates alieqz secundū earum numerum quarum queqz due priorum secundū prop̄tio nem dñarum postremarum necesse est improp̄tionalitate quidā equalitatis vt si fuerit prima priorū ultima maior. z posteriorum primā ultima esse maiores. Qd̄ si minor et minorem. Si vero equalis et equalem.

Demonstratus euilides modū arguendi qui dicit eq̄ pporionalitas sine qntitatibus duoz ordinū directe sine puerū pporionet: pmittit duo aīcedētia ad immōstrādū ppositū necessaria: p quoqz pmissū demōstrat eq̄ pporionalitas cū qntitatis quoqz ordinū directe pporionat: p hī aut cū pporionat puerū pponit aut hec duo aīcedētia de qntitatibz duoz ordinū numero eqlibz quecūqz fierit. Ul̄ enim sumptis utrobiqz qntitatibz scōm quēcūqz numerum veritatem habēt. nō ē

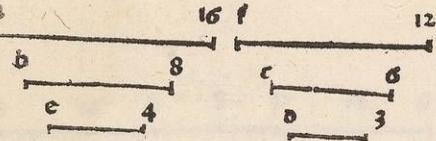


LIBER



autē necesse ut demōstrrem⁹ ea nisi solū i trib⁹ hoc enī oīo sufficiēs ē ad ppo si/ tū. de plībus aut̄ qbusqz patebit p equā pportionalitatē cū ipsa demōstrata fuerit
Csint igit̄ tres quātitates. a.b.c. sumanfqz tres alie q̄ sunt. c.d.f. z sit pportio. a. ad.b. sicut. c.ad.d. z b.ad.e. sicut. d.ad.f. dico q̄ si. a. est maior. e. c. erit maior. f. z si minor minor: z si equalis equalis. Si enī est maior erit per primā pte. 8. maior proportionio. a. ad.b. q̄. e. ad.b. quare per. 12. maior erit. c. ad.d. q̄. e. ad.b. z q̄ per cōuersam pportionalitatē. e. ad.b. ē sicut. f. ad.d. erit. c. ad.d. maior q̄. f. ad.d. itaqz per primā pte. 10. c. est maior. f. q̄ est propositum. Qd̄ si. a. sit minor. e. p eas dem z eodē modo pbabit. c. esse minorē. f. erit enī minor proportionio. a. ad.b. q̄. e. ad.b. p primā pte. 8. z ideo per. 12. z p cōuersam pportionalitatē minor erit. c. ad d. q̄. f. ad.d. z ideo p primā ptem. 10. erit. c. minor. f. q̄ est propositum. Si autem a. sit eq̄le. e. erit p primā pte. 7. pportio. a. ad.b. sicut. e. ad.b. z ideo p scđam. 11. z cōuersam pportionalitatē erit. c. ad.d. sicut. f. ad.d. quare per primā pte. 9. c. ē eq̄lis. f. quod est propositum. **C**Quidā aut̄ hanc cōclusionē demonstrauerūt cā per pportionalitatē permuatim hoc modo. pportio. a. ad.b. est sicut. c. ad.d. ergo pmutatim. a. ad.c. sicut. b. ad.d. z q̄ rursus. b. ad.e. sicut. d. ad.f. erit permuatim b. ad.d. sicut. e. ad.f. sed erat. b. ad.d. sicut. a. ad.c. ergo per. 11. erit. a. ad.c. sicut. e. ad.f. itaqz per. 14. si. a. prima est maior. e. tertia. erit. c. secūda. maior. f. quarta: z si minor. minor: z si equalis equalis: quod ē ppositum: **C**Isti autē errauerunt i sua demonstratione: q̄ si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū pre mittere hanc conclusionē p antecedēte ad equā pportionalitatē: si enim rursus fiat vna permutatio pportionalitatis ad quā deuentū est que est esse. a. ad.c. si. c. ad.e. ad.f. sequitur q̄ sit. a. ad.e. sicut. c. ad.f. z hoc est equa pportionalitas. Pre terea eorum conclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius. Si enim. a. b. c. sint linee. z. c. d. f. superficies: aut corpora: aut tem pora: non erit tunc permutare proportiones: peccant igit̄ vniuersaliter dictū p ūiculariter demonstrantes.

Propositio. 21.



Si fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus peruersem comparete secūdu proportionem earum fuerint. necesse quoqz ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima ultima maior. z posteriorum prima ultima esse maiorē. si autem minor z minorem. Si vero equalis z equalē.

Csecundū antecedens sint tres quātitates. a. b. e. sumanfqz alie tres que sunt. f. c. d. z sit proportionio. a. ad.b. sicut. c. ad.d. z b. ad.e. sicut. f. ad.c. dico q̄ si. a. ē. maior. e. f. erit maior. d. z si minor minor: z si equalis equalis: hic autē probatur per easdē z eodē modo quo precedens: si enī. a. sit maior. e. erit maior proportionio. a. ad b. q̄. e. ad.b. quare maior. c. ad.d. q̄. e. ad.b. z idco maior q̄. c. ad. f. maior igit f. q̄. d. per secundā partem. 10. quod est propositum. qd̄ si. a. sit minor. e. erit tan dem minor. c. ad.d. q̄. ad.f. quare per eandem partem eiusdē. f. erit minor. d. Si autem. a. sit equalis. e. sequitur ut sit proportionio. c. ad.d. sicut. c. ad.f. igit̄ per se cundam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est propositum.

V

Propositio .22.

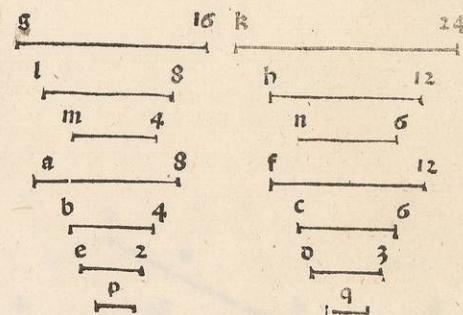
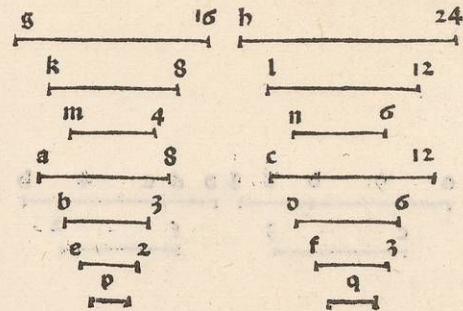
Si fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

Demonstratis antecedentibus ad equā proportionalitatē. hic de monstrat eam: et primo cum quantitates duorum ordinū sunt directe proportionales. Nō est aut̄ necesse ut demonstraret nisi cū in utroqz duoz ordinū sunt tantū tres quantitates. Per hoc enim evidenter sequitur cum in utroqz ordine fuerint quatuor quantitates et deinceps: et ideo etiā nō oportuit eius aīs demonstrari nisi solū cū in utroqz ordine sunt etiā tres quantitates. Sint igitur tres quantitates. a. b. c. sumantqz tres alie que sunt. c. d. f. et sit proporcio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico q̄ erit. a. ad. c. sicut. c. ad. f. sumā enī. g. ad. a. et b. ad. c. eq̄ multiplicia. Itemqz. k. ad. b. et l. ad. d. eque et rursus. m. ad. e. et n. ad. f. eque. eritqz p̄ 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit b. maior. n. et si minor. minor: et si equalis equalis. igitur per definitionē incōtinue proportionalitatis p̄portio. a. ad. e. ē sicut. c. ad. f. q̄d̄ ē propositū. Potest quoqz hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. et b. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicib; erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera per tracta ut prius. Qd̄ si fuerint quantitates plures tribus in utroqz ordine: ut pote quatuor additis. p. et q. ita q̄ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. et d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. c. f. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: et de. 6. per. 5. sublatis tribus: et sic de ceteris.

Propositio .23.

Si fuerint quotlibet quantitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundū proportionē duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

Demonstrat equani p̄portionalitatem in quantitatibus duorum ordinū indirecte sive p̄uersim p̄portionatis. Nec ē necesse q̄d̄ demonstraret nisi cum in utroqz duoz ordinū sunt tantū tres quantitates: p̄ hoc enim evidenter sequit̄ que cūqz ponant̄ i utroqz ordine sicut i premissa de directe p̄portionatis demonstratū ē. Sint igit̄. 3. quantitates. a. b. c. sumantqz alie. 3. q̄ sint. f. c. d. et sit p̄portio. a. ad. b. si c. ad. d. et b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico q̄ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumā enī. g. ad. a. et b. ad. c. et k. ad. f. eque multiplicia. Itēqz. l. ad. b. et m. ad. e. et n. ad. d. eque: eritqz per quartā. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per 21. si. g. addit super. m et k. addit sup. n. et si minuit minuit: et si equat equat: ergo per definitionem incōtinue proportionalitatis p̄portio. a. ad. e. ē sicut. f. ad. d. q̄d̄ ē propositū. Potest quoqz et hoc demonstrari p̄ 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. et k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicib; erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta ut prius. Convenientius tamen demonstrantur hec i premissa secundū primum modum. Qd̄ si plures tribus fuerint quantitates in utroqz ordine: ut pote quatuor additis. p. et q. ita q̄ sit. a. ad. b. sicut



LIBER

d.ad.q.z.b.ad.e.sicut.c.ad.d.z.c.ad.p.sicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p.sicut.f.ad.q.erit enim per predemonstrata.a.ad.e.sicut.c.ad.q.Sublatis igitur.b.z.d.erunt tres quantitates.a.e.p.z alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.sicut.f.ad.q.Sic igitur demonstratur de.4.per tres sublato uno medio.Eodem modo de monstrabis de.5.per quatuor sublatis duobus medijs.z de.6.per.5.sublatis tribus:z sic in ceteris.

Propositio .24.

Si fuerit proportio primi ad secunduz tanqz tertii ad quartam.proportio vero quinti ad secunduz.tanqz sexti ad quartum:erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum tanqz sexti z tertii pariter acceptorum ad quartum.

CQd scda proposuit de multiplicibus hec proponit vniuersaliter de omnib⁹ proportionibus.vnde est illa tanto communior quanto multiplicitate proportio z se habet ad illam:quemadmodum.13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c.sicut d.c.ad.f.z ite.b.g.ad.c.sicut.e.b.ad.f.dico qd proportio.a.g.ad.c.est sicut.d.b.ad.f.erit enim per conuersam proportionalitatem.c.ad.b.g.sicut.f.ad.e.b.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.sicut.e.d.ad.e.b.ergo coniunctim per.19.a.g.ad.g.b.sicut.d.b.ad.b.e.itaqz per.22.erit in equa proportionalitate.a.g.ad.c.sicut.d.b.ad.f.quod est propositum.

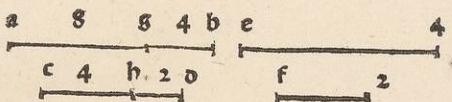
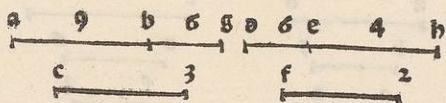
Propositio .25.

Si fuerint quantitates proportionales:fueritqz prima eorum maxima.z ultima minima.primam z ultimaz pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario cōprobatur.

CQd hic proponitur nō habet locum nisi cum omnes quatuor quantitates sint eiusdem generis.Sint igitur quatuor quantitatuz eiusdem generis proportio.a.b.ad.c.d.sicut.e.ad.f.sitqz.a.b.maxima:neqz oportet ponere qd f.sit minima:quia ipsum ex hoc sequitur qd a.b.posita est maxima.Vnde non posuit hoc auctor in conclusione tanqz positionem:sed potius tanqz precedentis positionis conclusionem.dico qd cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.z.f.qz ex.c.d.z.e.Cum enim.a.b.sit maior.e.absindam ex.b.a.g.b.equalem.e.Similiter quoqz quia.c.d.est maior.f.absindam ex.c.d.b.d.equalem.f.eritqz propter hypothesim a.b.ad.c.d.sicut.g.b.ad.b.d.quare per.19.a.g.residuum ad.c.b.residuum.sicut tota.a.b.ad totuz.c.d.f.a.b.ad.c.d.Lū ergo.a.g.se habet ad.c.b.sicut.a.b.ad.c.d.sed.a.b.ē maior.c.d.quare.a.g.maior est.c.b.additis igitur vtriqz duab⁹ quantitatibus.g.b.z.b.d.erit per communem scientiam aggregatum ex.a.b.z.b.d.maius aggregato ex.c.d.z.g.b.z quia.d.b.posita est equalis.f.z.g.b.e.maius erit aggregatum ex.a.b.z.f.qā aggregatum ex.c.d.z.e.quod est propositum.

Propositio .26.

Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad secundam maior quam tertie ad quartam.erit conuersis econtrario.pportio scda ad primā minor qz quarte ad tertiam.Sit pportio.a.ad.b.maior qz.c.ad.d.dico qd erit econtroso mō pportio minor.pportio.b.ad.a.qz.d.ad.c.si ei ē eadē.b.ad.a.qd ē.d.ad.c.erit



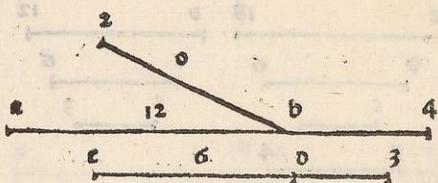
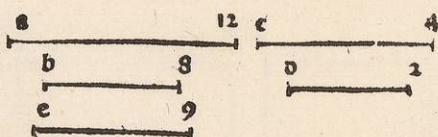
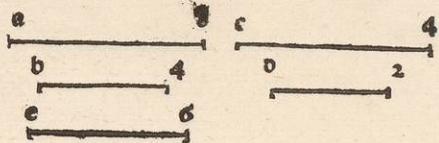
ecouerso. a. ad. b. vt. c. ad. d. s̄ hō ē imo maior. At vero si ē. b. ad. a. maior q̄ d. ad. c. sit. e. ad. a. vt. d. ad. c. eritq; ex. 12. e. ad. a. minor q̄ b. ad. a. q̄re ex p̄ma parte. 10. e. ē minor. b. Ideoq; ex sc̄da parte. 8. maior erit p̄portio. a. ad. e. q̄. e. ad. b. t q̄ p̄ conuersam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. d. erit ex. 12. p̄portio. c. ad. d. maior q̄. a. ad. b. sed erit minor. relinquitur ergo propositū. \square Possimus quoq; si libet astruere propositum ostensivē: manifestum enim est ex prima parte. 10. q̄ illa quantitas cuius ad. b. est. eadem p̄portio que est. c. ad. d. est minor. a. eo q̄ ponitur maior p̄portio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. illa ergo quantitas sit. e. cum sit igitur p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. erit econuerso. b. ad. e. vt. d. ad. c. Constat autem ex secunda parte. 8. q̄ p̄portio. b. ad. a. minor est q̄ p̄portio. b. ad. e. itaq; per 12. p̄portio. b. ad. a. est minor q̄. d. ad. c. qd voluimus.

Propositio .27.

Si fuerit quatuor quantitatū maior p̄portio prime ad secundā. q̄ tertie ad quartā. erit permutatim maior p̄portio prime ad tertiam. quam secunde ad quartā. \square Sit bic quoq; p̄portio. a. ad. b. maior q̄. c. ad. d. dico q̄ erit permutatim maior p̄portio. a. ad. c. q̄. b. ad. d. eadem enim non erit quia tunc quoq; esset permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. neq; minor. Nam si hoc ponatur. sit itaq; .e. ad. c. vt. b. ad. d. eritq; ex. 12. maior p̄portio. e. ad. c. q̄. a. ad. c. quare ex prima parte. 10. e. est maior. a. Itaq; per primā partem. 8. p̄portio e. ad. b. est maior q̄. a. ad. b. t quia positum est vt sit. e. ad. c. sicut. b. ad. d. erit p̄mutatim. e. ad. b. sicut. c. ad. d. ex. 12. igitur maior erit p̄portio. c. ad. d. q̄. a. ad. b. sed positum erat oppositum: verum est ergo propositū. \square Ostēsive quoq; idem quēadnodum in premissa: sumpta enim est. c. ad. b. vt. c. ad. d. erit ex prima parte 10. e. minor. a. quare ex prima parte. 8. maior erit. a. ad. c. q̄. e. ad. c. sed ex permutata proportionalitate est. c. ad. c. vt. b. ad. d. igitur ex. 12. a. ad. c. est maior q̄. b. ad. d. quod est propositum.

Propositio .28.

Si fuerint quatuor quantitātes quarum prime ad secundā sit maior p̄portio q̄. tertie ad quartā. erit quoq; coniunctum maior p̄portio prime et secunde ad secundā q̄. tertie et quarte ad quartā. \square Sit maior p̄portio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit totius a. b. ad. b. q̄. totius. c. d. ad. d. quia ipsa neq; erit equalis neq; minor. Si enī equa lis: tunc erit disiunctum. a. ad. b. vt. c. ad. d. Si autem est minor. sit. e. b. ad. b. vt. c. d. ad. e. eritq; ex. 12. maior p̄portio. e. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. Itaq; ex prima parte. 10. e. b. est maior q̄. a. b. t per cōceptionem. e. maior q̄. a. quare ex prima parte. 8. maior est p̄portio. e. ad. b. q̄. a. ad. b. sed. e. ad. b. est vt. c. ad. d. per disiunctam proportionalitatem: eo q̄ erat. e. b. ad. b. vt. c. d. ad. d. ergo per. 12. c. ad. d. est maior q̄. a. ad. b. hoc autem est contra ypothe. \square Idem etiam ostensiue: cum enim propositum sit q̄ maior sit p̄portio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. sit p̄portio. e. ad. b. vt. c. ad. d. eritq; ex prima parte decime. e. minor. a.



LIBER

Ideoqz ex cōmuni scientia. e.b. erit minor. qz. a.b. quare ex prima parte. s. maior erit proportio. a.b.ad.b. qz. c.b.ad.b. At vero proportio. c.b.ad.b. est per coniunctam proportionalitatem sicut. c.d.ad.d. positum enim est ut sit. e.ad.b. tanquā c.ad.d. igitur ex. 12. maior est. a.b.ad.b. qz. c.d.ad.d. quod est propositum.

Propositio .29.

Si fuerit quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proportio qz tertie et quarte ad quartam. erit quoqz disiuncta proportio prime ad secundam maior qz tertie ad quartam.

Sit proportio. a.b.ad.b. maior qz. c. d. ad. d. dico qz erit disiuncta proportio. a.ad.b. maior qz. c.ad.d. alioquin erit equalis vel minor. qd si equalis erit per coniunctam proportionalitatem. a.b.ad.b. ut. c.d. ad.d. si autem minor erit maior. c.ad.d. qz. a.ad.b. ergo per premissam maior erit. c. d. ad.d. qz. b. ad.b. quod est inconveniens: quia positum est qz minor. verum est ergo qd diciatur. Qd etiam ostensio astrictuimus hoc modo ponemus enim ut proportio. e.b. ad.b. sit tanqz proportio. c.d. ad.d. eritqz ex prima parte. 10.e.b. minor qz. a.b. quare ex communi scientia. e. est minor qz. a. minor igitur est ex prima parte. 8. p portio. e.ad.b. qz sit. a.ad.b. sed proportio. e.ad.b. est sicut. c.ad.d. ex disiuncta proportionalitate: itaqz ex. 12. proportio. a.ad.b. est maior qz sit. c.ad.d. quod est propositum.

Propositio .30.

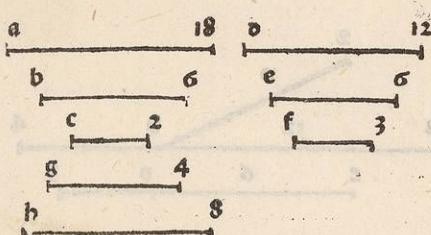
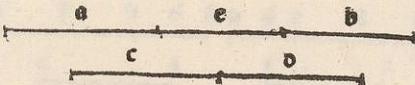
Si fuerint quatuor quantitates quarum prime et secunde ad secundam sit maior proportio qz tertie et quarte ad quartam: erit eiusdem minor proportio prime et secunde ad priam qz tertie et quarte ad tertiam.

Sit maior proportio. a.b.ad.b. qz. c.d.ad.d. dico qz eiusdem minor erit proportio. a.b.ad.a. qz. c.d.ad.d. erit enim disiunctum ex premissa maior proportio. a.ad.b. qz. c.ad.d. Itaqz per. 26. erit econverso minor. b.ad.a. qz. d. ad.c. quare per ante premissam coniunctum minor erit. b.a.ad.a. qz. c.d.ad.c. qd est propositum.

Propositio .31.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itemqz tres in alio fueritqz prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam. itemqz secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit quoqz prime prioruz ad ternā maior proportio qz prime posteriorum ad tertiam.

Sunt tres quantitates. a.b.c. itemqz aliae tres. d.e.f. sitqz maior pportio. a.ad.b. qz. d.ad.e. itemqz maior. b.ad.c. qz. e.ad.f. dico qz maior erit pportio. a.ad.c. qz. d.ad.f. sit cni. g. ad.c. ut. e.ad.f. eritqz ex pma pte. 10.g. minor. b. qre ex scda pte. 8. p portio. a.ad.g. est maior qz. a.ad.b. multo maior ergo est pportio. a.ad.g. qz. d. ad.e sit itaqz. b.ad.g. vt. d.ad.e. eritqz ex pma pte. 10.g. maior. b. qre ex pma pte. 8. p



V

portio.a.ad.c.maior est q̄z proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.z.g.ad.c.vt e.ad.f. igitur ex. 12. proportio.a.ad.c.est maior q̄z.d.ad.f. quare constat propositum

Propositio .32.

Si fuerint tres quantitates in uno ordine. itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior proportio prime priorum ad tertiam quam prime posteriorum ad tertiam.

Csint enim tres quantitates in uno ordine. a.b.c. Itemq; tres in alio d.c.f. que admodum in premissa: sitq; maior proportio.b.ad.c.q̄z.d.ad.e.z maior.a.ad.b. q̄z.e.ad.f. dico q̄ maior erit.a.ad.c.q̄z.d.ad.f. sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritq; g.minor.b.per primam partem. 10. quare maior erit proportio.a.ad.g. q̄z ad.b. per secundam partem. 8. igitur multo maior est.a.ad.g.q̄z.e.ad.f. sit itaq; b. ad g.vt.e.ad.f. eritq; a.maior.h.ex prima parte. 10. quare proportio.a.ad.c.maior est q̄z.b.ad.c.ex prima parte. 8. At vero ex. 23. proportio.b.ad.c.est tanquā.d.ad f. eo qđ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.z.b.ad.g.vt.e.ad.f. igitur ex. 12. maior est proportio.a.ad.c.q̄z.d.ad.f. quod est propositum.

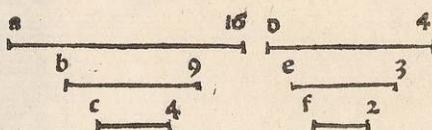
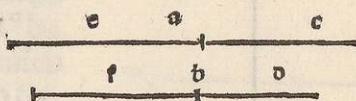
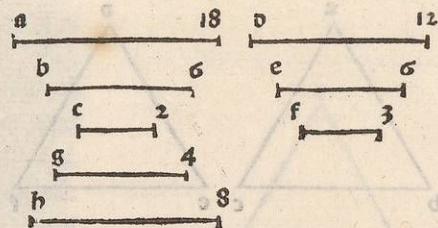
Propositio .33.

Si fuerit proportio totius ad totū maior: q̄z abscessi ad abscessum erit residui ad residuum maior proportio q̄z totius ad totum.

Csint due quantitates.a.z.b.a quibus abscedantur.c.z.d.z resida sūt.e.z.f. sitq; maior proportio.a.ad.b.q̄z.c.ad.d. dico q̄ maior erit proportio.e.ad.f.q̄z.a.ad.b. erit enim ex. 27. permutati maior proportio a.ad.c.q̄z.b.ad.d. quare ex. 30. erit eiusim minor proportio. a.ad.e.q̄z.b.ad.f. igitur rursus ex. 27. permutatim minor erit.a.ad.b.q̄z.e.ad.f. quod est propositum.

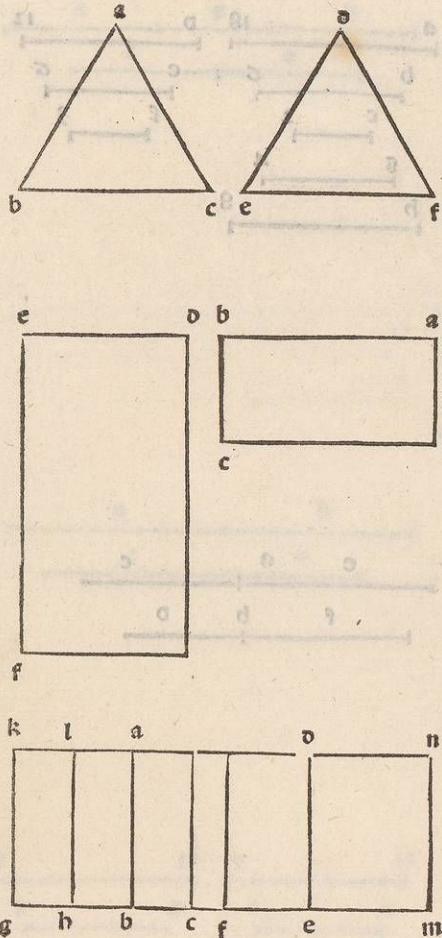
Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̄z alicuius subsequentis ad suaz. erit omnium barum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̄z alicuius subsequentius ad suam comparem aut etiam q̄z omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̄z prime ad primam Sit. 3. quantitates.a.b.c. relate ad totidē alias q̄ sit.d.e.f. sitq; maior pportio.a.ad.d.q̄z.b.ad.e.z.b.ad.e. sit maior q̄z.c.ad.f. dico q̄ pportio.a.b.c.piter acceptaz. ad.d.e.f.piter acceptas. ē maior q̄z.b.ad.e. vñ maior q̄z.c. ad.f.z etiā maior q̄z.b



LIBER

z.c.pariter acceptaz ad.e.z.f.pariter acceptas:z q̄ ipsa est minor q̄z.a.ad.d.cū sit enī.a.ad.d.maior q̄z.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maior q̄z.d.ad.e.z coniunctum.a.b.ad.b.maior q̄z.d.e.ad.e.z iterum permutatim.a.b.ad.d.e.maior q̄z.b.ad.e.quare per premissam.a.ad.d.est maior q̄z.a.b.ad.d.c.codēq̄ modo p̄hat maiorē ēe.b.ad.e.q̄z.b.c.ad.e.f.itaq̄ maior p̄portio ē.a.ad.d.q̄z.b.c.ad.e f.q̄re permutatim maior est.a.ad.b.c.q̄z.d.ad.e.f.z coniunctum maior.a.b.c.ad b.c.q̄z.d.e.f.ad.e.f.z iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.e.f.q̄z.c.b.ad.e.f. quare per premissam maior est.a.ad.d.q̄z.a.b.c.ad.d.e.f. quod est p̄positum. Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.



Uperficies similes dicūf q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraq̄z equos angulos continentia proportionalia.

Ult si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de..f.fueritq̄z angulus.a.equalis angulo.d.z angulus.b.equalis angulo.e.z p̄portio.a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f.z.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

Uperficies mutuoq̄ laterum sūt inter quarum latera incontinua proportionalitas retralitiae habetur.

Ult si duoq̄ quadrilaterum.a.b.c.d.e.f.proportio .a.b.lateris primi.ad. d.e.latus secundi fucrit sicut proportio. e.f.lateris secundi..ad.b.c.latus primi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum sine mutekesia.**L**inea dicitur dividī secundū proportionē habentē mcdiū z duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui seccionē que ē maioris ad minorem.

Propositio .1.

Si duarum rectilineararum superficierum equidistantium laterum sive triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta sua basi ad basim alterius.

Sint duo parallelograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico ēē p̄portionē corū:sicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo parallelograma sup linea vnam que sit.g.m.erūtq̄z propter hoc q̄ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarū sit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.sumā.g.c.multiplicē fm quēcumq̄z numerū volvero.a.d.b.c.z dividā eā in ptes equales.b.c.in punctis.b.z. b.a quibus z punto.g. ducā equidistantes linee.a.b.que sūt.g.k.z.b.l.z cōplebo superfici es equidistantiū laterū.k.h.z.l.b.eritq̄z vnaq̄z earū p̄.36.primi equalis.a.c. q̄re sicut linea.g.c.ē multiplex linea.b.c.ita superficie.c.k.superficiei.a.c.Siliter quoq̄z ad linea.c.f.sumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē fm quēcumq̄z numerū volvero e.f.z cōplebo superficie equidistantiū laterum ducta linea.m.n.equidistāter linee d.e.eritq̄z superficies .n.f. ita multiplex superficie.d.f.sicut linea.m.f.linee.c.f. equia per.36. prīmī si linea.g.c.est maior linea.f.m.superficies.k.c.est maior superficie.n.f. et si minor minor:et si equalis equalis erit per diffinitionē icōtinue

VI

proportionalitatis cadem pportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superfici.a.c. ad superfici.d.f.quod est propositum. De triangulis equalis altitudinis idem probabis: et eodem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus eaz quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.

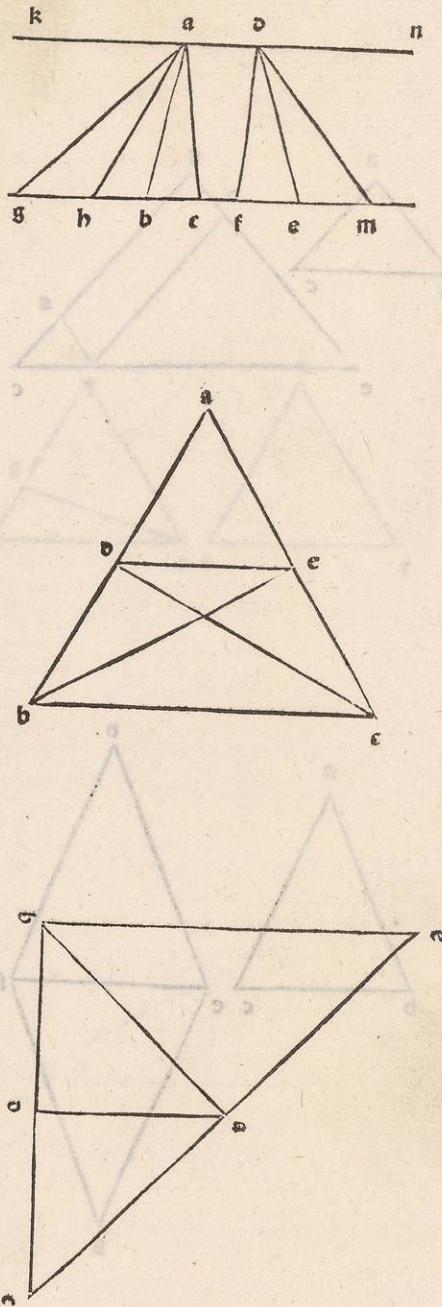
Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero pportionaliter fecerit ea reliquo latere equidistare necesse est.

Sit triangulus.a.b.c. cuius' duo latera.a.b. et a.c. secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qd est.b.c. dico qd erit pportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c. et ecouerso si fuerit pportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq distans linee.b.c.protraham enim duas lineas.e.b. et d.c.eritqz per. 37. primi triangulus.e.d.b.e equalis triangulo.d.e.c.propter id qd ipsi sunt ambo sup linea. d.e. inter lineas equidistantes.itaqz per secundam partem. 7. quinti: pportio trianguli.a.d. e.ad vtrqz illorum erit una: sed pportio ei⁹ premissa ad triangulum.e.d.b. e sicut linee.a.d.ad linea.d.b. et ad triangulum.d.e.c.sicut linee.a.e.ad linea.e.c. Nam ipse cum vtrqz illoz est equalis altitudinis: quare erit pportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qd est primum. **E**t si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrqz illoz pportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt adiuicē equales: et quia ipsi sunt super eandē basim. videlicet lineam.d.e. et ex eadem pte erit p 39. primi: linea.d.e. equidistans lineam.b.c.qd est secundum.

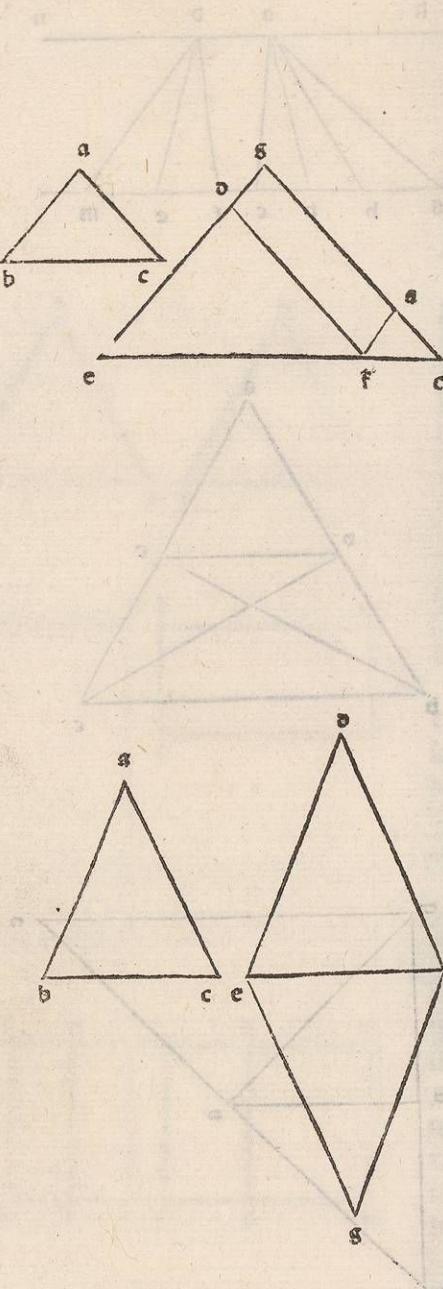
Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia fecerit: duas partes ipsi⁹ basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus pportionales fuerint lineam illam angulum p equalia dividere necessario cōprobatur. **S**it trigonus.a.b.c. cuius angulum.a. dividat linea. a.d.p equalia :dico qd pportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c. et ecouerso: protraham enim.b.e. equidistantem.a.d. et producā.c.a. quousqz concurrat cū.b.e.in puncto.e. eritqz per primam partem. 29. primi angulus.e.b.a. equalis angulo.b.a.d. et per secundam partem eiusdem angulus.c.angulo.d.a.c. quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a. ergo per. 6. primi.c. a.est equalis.a.b. et ideo p primā partem. 7. quinti pportio.c.a. ad.a.c. e sicut.b.a.ad.a.c. sed per premissam.e.a.ad.a.c. e sicut.b.d.ad.d.c. ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c. quod est primum. **S**ecunda pars que est conuersa prime pbris probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione si fuerit pportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c. quare per premissā.e.a.ad.a.c. e sicut b.d.ad.d.c. erit eadem pportio.e.a.ad.a.c. que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem. 9. quinti.e.a. et a.b. sunt equales. quare per. 5. primi duo anguli.e. et e.b.a. sunt equales. igitur per primā et secundā partem. 29. primi angulus.b.a.d. e equalis angulo.d.a.c. quod est secundum.



LIBER

Propositio .4.



Onium duorum triangulorum quorū anguli vniū angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respiciēntia sunt proportionalia.

Cōsunt uno trianguli. a. b. c. d. e. f. equianguli. sitq; angulus. a. eq/ lis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. dico q/ pportio. d. e. ad. a. b. et d. f. ad. a. c. est sicut. e. f. ad. b. c. ponā enim ambos trian/ gulos sup lineā vnā que sit. e. c. ita q/ duo anguli vniū qui erunt sup hanc lineam
sint equales duobus alterius qui erunt super candē. non quidē medius medio aut
extremus extremo. sed medius vnius extremo alterius. et ponā duos eoruū medios
angulos in eodē pucto coire. sitq; a. f. c. ipse idē triangul⁹ q/ erat. a. b. c. et q/ angu/ lus. a. f. c. ē eq/ lis angulo. c. et angulus. d. f. e. āngulo. c. p. ypothesiz; erit p primā par/ tem. 28. primi linea. a. f. equidistans. d. e. et d. f. equidistans. a. c. cōplebo igitur su/ perficiem equidistantium laterum que sit. g. f. eritq; per. 34. primi. g. a. equalis. d.
f. et g. d. equalis. a. f. quia. ergo per secundum huius. g. a. ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. et
per eandem. e. f. ad. f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. et per can/ dem. c. d. ad. f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio .5.



Onium duorum triangulorū quorū cunctorū laterū se/ se respicientū ē proportio vna anguli lateribus pportio/ nalibus contenti equi sibi inuicē esse probantur.

Chic est conuersa prioris nec fecit ex ea et premissa vnā cōclusionem
sicut fecit in secunda et tertia huius: q/ nec eadē figuraione nec eisdē
medijs demonstratur quibus pcedens. Sint itaq; duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq;
proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q/ angulus. a. ē equalis
angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. constituā super lincam. e.
f. in opposita pte trianguli. d. e. f. angulū. f. e. g. equalē angulo. b. et angulū. e. f. g.
equalē angulo. c. eritq; per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per pte
missam proportio. a. b. ad. e. g. et a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. quare. a. b. ad. d. e.
sicut ad. e. g. et a. c. ad. d. f. sicut ad. f. g. igitur per secundam partem none quinti
d. e. est equalis. e. g. et per eandem. d. f. equalis. f. g. quare per. 8. primi: duo trian/ guli. d. e. f. e. g. e. f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g. e. f. est etiam equian/ gulus triangulo. a. b. c. constat propositum.

Propositio .6.



Ones duo trianguli quorum vniū angulns vniū an/ gulo alterius eq/ lis. latera q; illos duos equos angulos
continentia proportionalia sunt inter se inuicem equian/ guli.

Contrarieat prior dispositio. et sit solū angulus. b. equalis angulo. d.
e. f. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d.
e. f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter ypotheses pmissae conclu/

VI

sionis.a.b.ad.e.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.e.g.quare per se
cundam partem nonne quinti.d.e.est equalis.e.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f.
trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.e.g.z.e.f.trigoni.g.e.f.z angulus.e.
vnus angulo.c.alterius:quia vterqz est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam
priui equianguli z quia.e.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

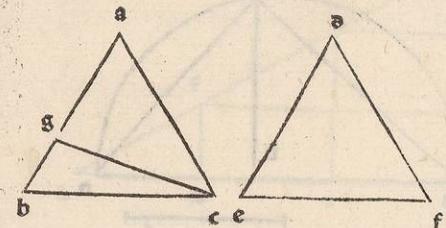
Propositio .7.

Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnus vni
angulo alterius equalis:duoqz suorum reliquorum angu
lorum lateribus proportionalibus contenti:duorum ve
ro demum reliquorū vterqz aut neuter recto angulo mi
nor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angu
lis inter se innicem equiangulos esse.

Csint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqz angulus.a.equalis angulo.d.z proportio
a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterqz duoz angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor
recto:dico eos esse equiangulos.Si enī angulus.c.vnlus est equalis angulo.f.al
terius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior:fiatqz angulus.a.c
g.equalis eidem:eritqz per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d.
e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.sic fuit.b.c
ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt equales.ergo per quintā primi angulus
b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duoz angulorum.b.z.e.fuerit minor re
cto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis:qd esse
non potest per.32.primi Qd si vterqz fuerit minor recto:erit angulus.a.g.c.maior
recto per.13.primi:quare e angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qd ē con
tra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū:opertet aut vtrūqz an
gulorum reliquo aut neutrū esse minorē recto.possibile enim est in eodem tri
angulo vt in triangulo.a.b.c.lincam.g.c.eē equalē.b.c.z iō erit.a.c.ad vtrāqz eaz
vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c.z.a.b.c.equianguli
quāvis vnius angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angu
lus.a.z proportio linee.a.c.pnt est latus magni ad.a.c.pront est latus pñ sicut
b.c.latus magni.ad.g.c.latus parui.vtrāqz cñm equalis:z hoc est pppter hoc
q angulus.g.minoris est maior recto:z angulus.b.maioris minor.Nam in omni
triangulo duum equalium laterum vterqz angulorum qui sunt ad basim est minor
recto.

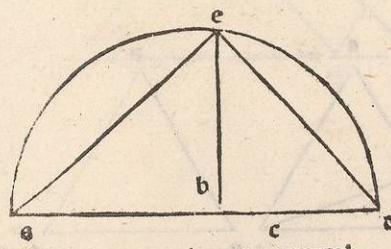
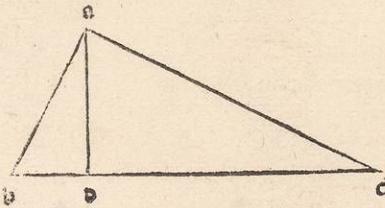
Propositio .8.

Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendi
cularis ducatur.sit̄ duo trianguli partiales toti triangu
lo z sibi innicem similes.Unde etiam manifestum est quia
in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad
basim perpendicularis ducatur.erit ipsa perpendicularis
latus inter duas sectiones ipsius basis proportionalis.Itemqz vtrūqz
latus inter totam basim atqz sibi conterminale basis portionem.
Csit trigonus.a.b.c.orthogonis eiusqz angulus.a.rectus a quo ducatur.a.d.

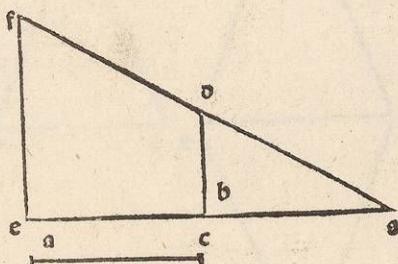


f 2

Nota el tercero corolario desta
Porque bien entendido es curioso
y utilissimo en esta facultad.



Inuentio mediae lineae. hec est,



perpendicularis ad basim. dico q̄ uterq; duorum triangulorum partialium qui sū a.b.d. a.d.c. similis est totali triangulo. a.b.c. et unus eorum alteri. ē enim uterq; ipsorum equiangulus totali per. 32. primi. co q̄ uterq; est orthogonius et in uno angulo cōmunicat cum totali: quare et sibi invicem sunt equianguli. ita q̄ angulus b. est equalis angulo. d.a.c. et angulus. b.a.d. angulo. c. et duo anguli qui sunt ad d. sibi invicem et angulo. a. totali equalis: quare per. 4. huius latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per dissitionem sunt similes: qd est propositum: utrūq; coroll. ex his evidenter appareret.

LIBER

Propositio .9. *Uabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.*

Csint due linee propositae. a.b. et c. inter quas volo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam eam alteri. si sitq; tota ex eis composita. a.d. ita q̄. b.d. sit equalis. c. et super totam describo semicirculum. a.e.d. et produco e.b. viq; ad circumferentiam perpendiculari ad lineam. a.d. dico lineam. b.e. esse quē querimus: produco enim lineas. e.a. et e.d. eritq; per. 30. tertij angulus. c. totalis rectus: quare per primam partē coroll. premissa. pportio. a.b.ad.b.e. sicut. b.c.ad.b.d. qd est propositum.

Propositio .10.

Uabus lineis datis tertiam eis in continua proportiona litate subiungere.

Csint due linee propositae. a.b. et c. quibus volo tertiam in continua proportionalitate subiungere: coniungo lineam. c. angulariter vt contingit cuj linea. a.b. sitq; a.d. sibi equalis. et produco lineam. a.b. usq; ad. c. donec fiat. b.e. equalis. a.d. et protracta linea. b.d. a puncto. e. duco lineam si bi equidistantemq; et lineam. a.d. produco quousq; concurrent in puncto. f. dico igitur lineam. d.f. esse quē querimus. est enim per secundā huius propotionis. a.b. ad.b.e. sicut. a.d. ad.d.f. sed. a.b. ad.b.e. est sicut. a.b. ad.a.d. per. 2. pte. 7. quini ti: quare. a.b. ad.a.d. sicut. a.d. ad.d.f. qd est propositum. Qd si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam. ad quam sit propotionis tertie sicut prima ad secundā: ex prima et secunda fiat linea una et toti cōposite tertia: angulariter adiungat et a cōmuni termio prime et secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: et ab altero termino secunde ducat huic linea equidistans: quousq; concurrat cum tertia in continua rectumq; protracta: eritq; per secundam huius linea qd hcc equidistans absindet quē queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a.b. secunda. b.e. tertia. a.d. erit quarta. d.f.

Propositio .11.

B assignata linea quotamcūq; iubearis partem absindere.

Asit. a.b. linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam absindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam! inde finite quantitatibus que sit. a.c. a qua reseco tres equas portiones.

VI

que sunt a. d. d. e. z. e. c. et produco lineas c. b. z. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius proportio c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a quare conjunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est propositum.

Propositio .12.

Stabus lineis propositis altera dividisa altera per partes dimisa: dividam quidem ad modum diuise dividere.

Tsint duo linee quas angulariter ut contingat coniungam. a. b. z. a. c. sitqz. a. b. divisa in tres vel qualesqz portiones signatis i ea punctis. d. z. e. volo secundum easdem portiones dividere lineam. a. c. cum igitur ipsas angulariter continero. protraham lineam. b. c. et equidistantes. c. l. d. f. z. e. g. dico istas equidistantes dividere lineam. a. c. in partes proportionales partibz. a. b. protraham enim. f. b. equidistantes. a. b. que scet. e. g. in punto. k. eritqz per secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. z. c. g. ad. g. f. sicut. h. k. ad. k. f. quare et sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. et secundam partem. et quinti qd est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. At vero. 34. primi. et septimi quinti minus duabus.

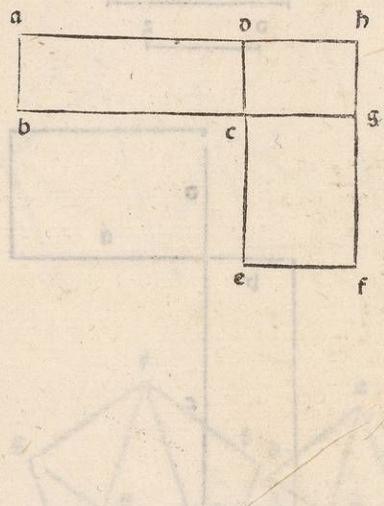
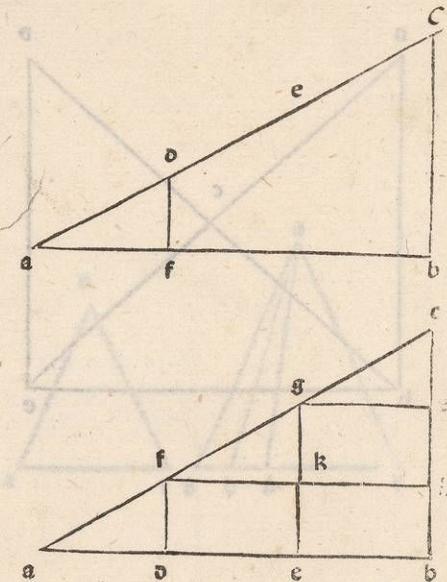
Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia esse. Si vero latera duos equos angulos continentia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

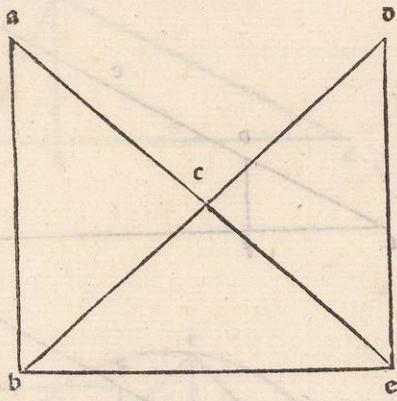
Tsint due superficies. a. b. c. d. z. c. e. f. g. equidistantium laterum et equales. sitqz angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico. proportionem. b. c. ad. c. g. esse sicut. e. c. ad. c. d. et si proportionaliter. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius ita qd duo latera earum que sunt. b. c. z. c. g. fiant linea una: et erintqz similiter duo reliqua latera. d. c. z. c. e. linea una. alioquin sequeret per presentem hypothese. que est angulum. c. unius: esse equalē angulo. c. alterius. et per. 15. primi: partem cē equalem toti. cōplebo itaqz superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. z. f. g. quousqz concurrant in. b. eritqz per primam partem. et quinti triangulz superficie. a. c. z. c. f. ad superficiem. c. b. proportionaliter. vna: et quia per primam huius proportio superficie. a. c. ad superficie. c. b. sicut linea. b. c. ad lineam. c. g. et superficie. c. f. ad eandem superficiem. c. b. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta ē prima pars propositi conclusionis. Secunda pars sic p. p. primā enī huius ē proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. b. z. e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandē. c. b. et qd positiū ē qd proportio. b. c. ē ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit. vtriusqz duarū superficiē. a. c. z. c. g. ad superficie. c. b. vna proportionaliter. ergo per primā partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sicutqz patet secunda pars.

Propositio .14.

Si duo trianguli quorum unus angulus unius unius angulo alterius equalis eqles fuerint: latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekesia duo trianguli eqles



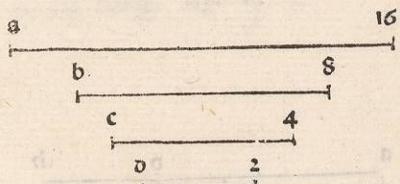
LIBER



esse comprobantur.

Sunt duo trianguli. a. b. c. d. e. equales: sitq; angulus. c. vnius equalis angulo c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. c. esse sicut. d. c. ad. c. b. et si fuerit pportio a. c. ad. c. c. sicut. d. c. ad. c. b. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos duos triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita q; latera. a. c. et c. c. stant linea vna. cruntq; similiter. b. c. et c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalē toti. per .15. primi: et protraham lineam. b. e. eritq; per primam ptem et quinti vtriusq; dictorū triangulorū ad triangulum. c. b. c. proportionē vna: et q; per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut. a. c. ad. c. c. et secundi eorum ad eū dem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars pposite conclusionis. **S**ecunda pars eōuerso probatur. q; a. c. ad. c. c. est sicut primi trianguli ad triangulū. b. c. c. et d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: et quia positum est ut sit a. c. ad. c. c. sicut. d. c. ad. c. b. erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulū. b. c. c. vna proportionē: quare per primam prem. 9. quinti ipsi sunt equalē. sicq; patet secunda pars.

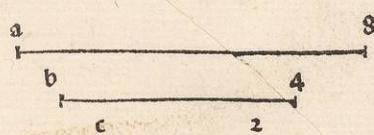
Propositio .15.



Ifuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et vltima rectangulum continetur: equū erit ei qd sub duabus reliquis. Si vero qd sub prima et vltima continetur equeq; fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectagulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.

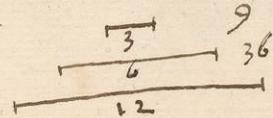
Sunt quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; superficies contenta sub. a. et d. equalis est superficie contente sub. b. et c. et si superficies contenta sub. a. et d. est equalis superfici contente sub. b. et c. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. Siant enī superficies contenta sub. a. et d. et superficies contenta sub. b. et c. Si ergo est pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierū erunt mutekesia. sed et anguli ab eis contenti equalē: q; vtriaq; est rectorū angulorū: quare per scdaz partē. 13. huius ipsi sunt equalē quod est pri-
mum. **S**cōm patet per prūnam partem eiusdē. si enim ipse sunt equalē. q; oēs anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



Ifuerint tres linee proportionales qd sub prima et tercia rectangulorū continetur: equū erit ei qd a secunda quadrato describitur. Si vero qd sub prima et tercia continetur equum est ei quadrato qd a secunda producitur: ipse tres lineas proportionales erunt.

Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q; superficies contenta sub. a. et c. equalis est quadrato. b. et si superficies contenta sub. a. et c. est equalis quadrato. b. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. b. ad. c. hoc autem est evi-
dens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q; b. sit in ratione se-
conde et tertie.



Propositio .17.

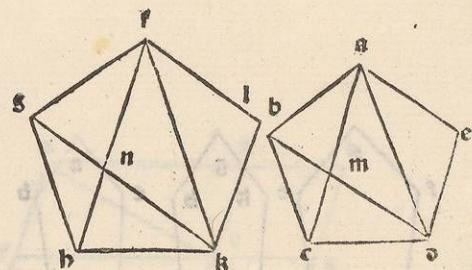
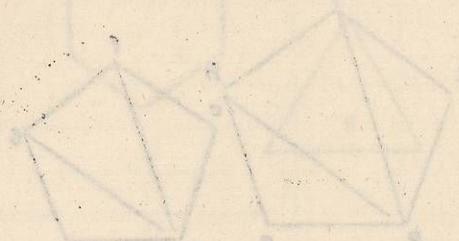
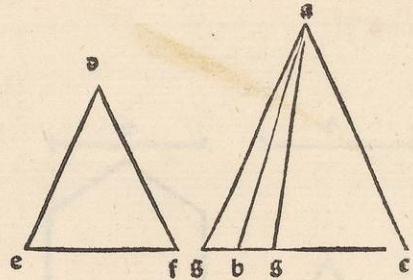
Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanqz pportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatum latus alterius duplicata. Manifestum etiam ex hoc quod omnium triuim lineaz continua pportionalium quarta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione et creatione.

Csint duo trianguli a.b.c. et d.e.f. similes eruntque per dissimilitudinem equianguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus a. equalis angulo d. et angulus b. angulo e. et angulus c. angulo f. eruntque proportio a.b.ad.d.e. et a.c.ad.d.f. sicut b.c.ad.e.f. dico quod proportio trianguli a.b.c. ad triangulum d.e.f. est sicut pportio b.c.ad.e.f. duplicata. Subiungat enim hinc docirinam i. o. huic duabus lineis b.c. et e.f. tertia in continua proportionalitate que sit c.g. protracta aut rectificata c.b. si c.g. fuerit ea maior aut minor et producatur linea g.a. eritque per secundam partem. 14. huic trianguli a.g.c. equalis triangulo d.e.f. propter id quod pportio a.c.ad.d.f. est sicut e.f.ad.c.g. et angulus c. equalis angulo f. quare per secundam partem. 7. quinti trianguli a.b.c. ad utrumque illorum erit una pportio: sed per primam huius pportio trianguli a.b.c. ad triangulum a.g.c. est sicut b.c.ad.g.c. At vero pportio b.c.ad.c.g. sicut b.c.ad.c.f. duplicata per 10. descriptionem quinti: 8. pportio trianguli a.b.c. ad triangulum d.e.f. sicut proportio b.c.ad.d.f. duplicata quod est ppositum. Si autem c.g. sit equalis b.c. erit per secundam ptem. 14. huius triangulus a.b.c. equalis triangulo d.e.f. equalis autem pportio cōponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotienscumque sumpta. Istam eandem passionem possimus codice modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solū. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam. quod per sequentem demostriatur universaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per coroll. quod universaliter pponitur de omnibus superficiebus similibus nodum patet nisi de triangulis. 13. demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est coroll. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstratio nis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.

Propositio .18.

Mones due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero egales. Estque pportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatum latus alterius proportio duplicata.

Csint gratia exempli duo pentagoni. a.c.d.f.b.k. siles. dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero egales. et quod pportio alterius eorum ad alterum est sicut a.b.ad.f.g. pportio duplicata. ducat ei lineas due. a.c. et a.d. itaque f.b. et f.k. erintque per presentem hypothese. et p.s. huius triangulus a.b.c. equiangulus triangulo f.g.b. et triangulus a.e.d. triangulo f.l.k. Similiter quoque per hanc coem sciam. Si ab equalibus equalia denias que re. equalia sunt: erit triangulus a.c.d. equiangulus triangulo f.b.k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli. et laterum proportionalium: et quod trianguli in quos dividuntur sunt adiuncte equianguli: ut probatum est. erint etiam et similes per 4. huius et dissimilitudinem similiū superficiebz: quare cum ipsi sint numero egales patet psumū. **C**scum sic. prahant. b.d. que secet a.c. in puncto



LIBER

m. et g. k. que secet f. b. in punto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangulus triangulo. g. b. k. per. s. huius et presentē ypoth. quare et triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. et a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. et a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. n. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo p. mutatim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primā huius. a. b. m. ad. a. m. d. z. b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. et per eandē. f. g. n. ad. f. n. k. z. g. n. b. ad. b. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo p. 13. quinti. a. b. c. ad. a. c. d. sicut. f. g. b. ad. f. b. k. quare permuatim. a. b. c. ad. f. g. b. sicut. a. c. d. ad. f. b. k. eadē rōne p. abas q; et sicut. a. e. d. ad. f. l. k. ergo p. 13. pīni quiti totū pēthagoni ad totū pēthagonū sicut. a. b. c. ad. f. g. b. per pīmissam igitur est proportio pentagoni. a. c. d. ad pen/ thagonū. f. b. k. sicut p. portio. a. b. ad. f. g. duplicita qd est p. positiū: ex quo rursus patet coroll. p. recedentis. C. Alter pōt demōstrari scdm. cū enī trianguli i quos pe/ thagoni dividunt sunt adinuicem similes: erit per p. recedentem proportio. a. b. c. ad f. g. b. sicut. b. c. ad. g. b. duplicita. et a. c. d. ad. f. b. k. sicut. c. d. ad. b. k. duplicita. et a. e. d. ad. f. l. k. sicut. d. c. ad. k. l. duplicita. qr igitur omnes hec p. portiones du/ plicate sunt euales propter hoc qd positū est simplices esse euales: erit p. 13. quin/ ti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris vnius ad summū relati/ um. latus alterius p. portio duplicita.

Propositio .19.

*U*pra daram lineam date superficie similem superficiem describere.

Sit data linea. a. b. suprā quā volo constituere superficiem similem date superficie que sit pentagona: et sit. c. d. c. f. g. diuide hunc pēthagōnū in triangulos ductis lineis. d. f. c. d. g. et sup punctū. a. cōstituo angulum equalē angulo. c. ducta linea. a. b. et super punctū. b. constituo alium an/ gulū: qui sit. a. b. b. equalē angulo. c. d. g. p. tracta linea. b. h. quousq; cōcurrat: cū a. b. in pūcto. b. eritq; per. 32. primi angulhs. a. b. b. equalis angulo. c. g. d. et ideo per. 4. huius latera duox trianguloz. g. c. d. z. b. a. b. p. portionalia: facio quoq; an/ gulū. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. et angulum. k. b. l. ducta linea b. c. equalē angulo. f. e. d. et angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. d. g. f. et angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalē angulo. d. f. e. eritq; perfectus pentago/ nus qui cōstituend' erat sup lineā. a. b. est enī equiangulus dato pentagono p/ pter equalitatē anguloz trianguloz in quos est vterq; diuisus sed et laterū p. por/ tionaliū propter p. portionalitatē laterum ipsoū trianguloz que ex. 4. huius cui/ denter apparet: quare per diffinitionem similiū superficiū pentagonus con/ stitutus super lineam. a. b. est similis pentagono dato qd est propositum.

Propositio .20.

*I*fuerint vni superficie similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit vterq; pentagonorum. a.. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h. k. dico eos esse similes sibi inuicem. Est enī vterq; corum equian/ gulhs pēthagono. g. h. k. per cōuersiōne diffinitiōis siliū superficiez: quare sunt equianguli adinuicē. Similiter quoq; p. cōuersiōne eiusdē diffinitionis

VI

proportio. a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.z.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem. a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum. a.b.c.z.d.e.f. continentia equos angulos esse proportionalia. per distinctionem itaqz similium superficierum ipsi sunt similes adiuvicem. quod est propositum.

Propositio .21.

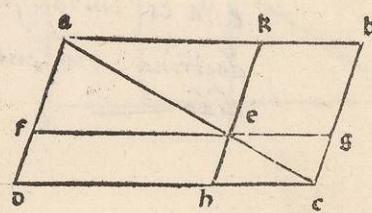
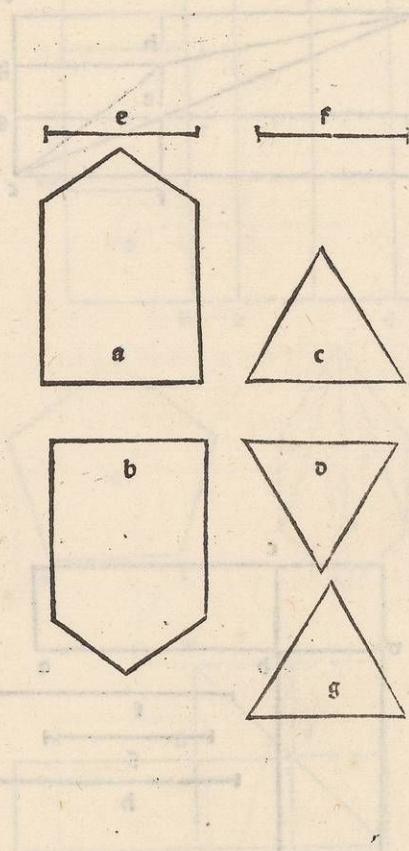
Si fuerint quotlibet linee proportionales atqz sup binas et binas similes superficies designentur: ipse quoqz superficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas similes superficies constitue fuerint proportionales: ipsas quoqz lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales. a.b.c.d. sitqz proportio. a.ad.b. sicut.c.ad.d. dico qz si superficies similes constituantur super. a.z.b. utpote duo pentagoni similes et alie similes constituantur super. c.z.d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Qd si fuerint pentagoni similes et similiter etiā trianguli similes: fueritqz proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico qz erit proportio. a.ad.b. sicut.c.ad.d. Subiungat enim lineis. a.z.b.e. et lineis. c.z.d.f. in continua proportionalitate: sicut doceat. 10. huius. eritqz per. 22. quinti et per equā proportionalitatē. a.ad.e. sicut.c.ad.f. quia ergo per coroll. 17. huius proportio pentagonorum: ē sicut. a.ad.e. et triangulorum sicut. c.ad.f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: et hoc est primū. **S**cđm sic patet. Sint duo pentagoni similes et duo trianguli similes. sitqz proportio pentagonorum sicut triangulorum. dico qz proportio. a. ad.b. ē sicut c.ad.d. Sit enim. c.ad.g. sicut. a.ad.b. hoc enim qualiter fiat. dictum est supra. 10. huius. et super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritqz per premissam similis ei que constituta est super lineam. d. eritqz etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad triangulum. g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis linea. d. per primam partem. 17. huius cum super lineas. c.d. et g. sint trianguli: vel per secundam partem 18. cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enī nō pducit ex aliqua proportione duplicata vel tripl. cata vel quotienslibet sumptia nisi ex eqli. erit itaqz c.ad.d. sicut. a.ad.b. quod est propositum.

Propositio .22.

Cuncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum constiunt toti parallelogramo atqz sibi inuicem sunt similes.

Sit ut in parallelogramo. b.d. cuius diameter. a.c. consistant superficies. g.b. et f.k. equidistantes laterū. circa diametrū. dico eas ēē similes toti parallelogramo et sibi inuicem. ē enī p scđaz b⁹. b.g.ad.g.c.z.d.h.ad.b.c. sicut. a.e ad..e.c. ergo coniunctiz. b.c. ad.c.g. et d.c.ad.c.b. sicut. a.c.ad.c.e. qre p. 11. hui⁹ b.c.ad.c.g. sicut. d.c.ad.c.b. sed etiam sicut. a.b.ad.e.g. cū. a.b. sit eqlis. d.c.z.e. g.b.c. eodē modo erit. a.d.ad.e.b. sicut. a.b.ad.e.g. z.d.c.ad.b.c. quia ergo ista



LIBER

parallelogramma sunt equiangula constat per dissinitione similium superficieꝝ. g. b. esse sile. b. d. Sili quoq; modo pbaſ. f. k. eē sile eidē. ppf hoc q. b. a. ad. a. k. t. d. a ad. a. f. ē sicut. c. a. ad. a. e. p. scōaz huiꝝ et cōiectā pportionalitatiꝝ: qre p. 20. huiꝝ. f. k ē etiā sile. g. b. sicut p. totū.

Propositio .23.

Si in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti parallellogrammo simile. atq; scđm suū illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

Sit ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramū. f. g. qd sit sibi simile. et scđm suū eē. i. participans cu in angulo. c. dico q parallelogramū. f. g. consistit circa diametru parallelogrami. b. d. et. est hec conuersa precedentis. producā enī. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami. b. d. cōstat propositum. Sin autem sit. a. b. c. diameter cius. et ducāt. b. k. equidistans. f. c. eritq; per premissam parallelogramū. f. k. simile palellogramo. b. d. ergo per conuersiō dissinitionis similiū superficieꝝ pportio. b. c. ad. k. c. ē sicut. d. c. ad. f. c. sed per eandē conuersiō dissinitionis pportio. b. c. ad. g. c. ē sicut. d. c. ad. f. c. propter id qd palellogramū. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo per 11. quinti p̄p. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. vtraq; enī est sicut. d. c. ad. f. c. quare p secūdā p̄tē none quinti. g. c. est equalis. k. c. pars videlicet toti quod ē in/ possibile. Erit igitur. a. e. c. diameter palellogrami. b. d. quod est propositum.

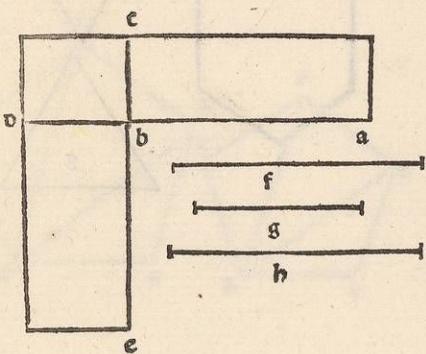
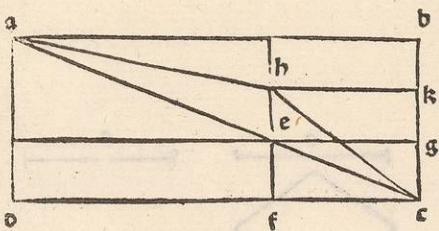
Propositio .24.

Onium duarum iuperficierum equidistantium laterum quarum vnius angulus vnius vni angulo alterius equalis pportio alterius ad alteram ē que pducitur ex duabꝝ proportionibus snox lateꝝ duos equos angulos p̄tinentium

Sint due superficies equidistantiū latcrū. a. c. et. e. d. sitq; angulꝝ. b. vnius equalis angulo. b. alterius. dico q pportio vnius ad alterā pducta est ex proportione. a. b. ad. b. d. et. c. b. ad. b. e. disponā enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in..13. huius. adiuncto ad vtraq; palellogramo. c. d. et ponam ut pportio linee. f. ad linea. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. et. g. ad. b. sicut. c. b. ad. b. e. qualiter enī hoc fiat. dictum est supra. 10. huius: eritq; per primā huius. et. 11. quinti. a. c. ad. c. d. sicut. f. ad. g. et. c. d. ad. d. e. sicut. g. ad. b. quare p. 22. quinti erit in equa pportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut. f. ad. b. et quia. f. ad. b. pducitur ex. f. ad. g. et. g. ad. b. vt dictū ē in fine expositionis. 11. diffinitiōis qnti. erit ut. a. c. ad. d. e. pducatur ex eisdē: qre cōstat ppositū.

Propositio .25.

Date superficie similem alijq; pposite equalem designare. **S**int pposite due superficies rectilince. A. pentagona. B. exagona. volo facere vnā superficiem silem. a. et equalē. b. vtraq; ppositarꝝ superficieꝝ resoluo in triangulos. A quidez i triangulos. c. a. d. B. vero i triangulos. e. b. f. g. et sup basim superficie. a. que sit. b. k. cōstituo se cūdū doctrinā. 44. prīmi superficie equidistantium laterum rectangularam equalē c. que sit. b. l. et. l. m. equalē. a. et. m. n. equalē. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. b. n. constituta super basim. b. k. equalis pentagono. a. Eodem modo super lineam. k. n. que est sm latus huius superficie constituō aliā superficiem rectangularē equalē exagono. b. q; facio. k. o. equalē. e. et. o. p. equalē. b. et. p. q equalē. f. et. q. r. equalē. g. vt sit tota rectangulara superficies. n. r. equalis exagono.



esta es curiosissima
doctrina. Bien enten-
dida

VI

b. et pono per. 9. huius lineam. s.t. proportionalē inter lineān. b. k. et lineaā. k. r. et super eam scđm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. v. similem superficiei a. dico ipsā esse quā querimus et equalē superficiei. b. cum enī tres linee. b. k. s.t. et k. r. sint continue proportionales. et super primā et secundā sunt constitute superficies similes videlicet. a. et v. erit per coroll. 17. huius. q. ad. v. sicut. b. k. ad. k. r. quare per primā huius sicut. b. n. ad. n. r. et ideo per primā partem septime qđni si sit. a. ad. n. r. et propter hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaqz per secundam. partē. 9. quinti. v. est equalis. b. qđ est propositum. Qđ etiā possim⁹ ex pmutata pportionalitate facile p̄bire. quia cum sit. a. ad. v. sicut. b. n. ad. n. r. erit permutatim. a. ad. b. n. sicut. v. ad. n. r. et quia. a. est equalis. b. n. erit. v. equalis n. r. quare. v. est etiā equalis. b. per hanc cōmūnē scientiam: quecunqz vni et cīdem sunt equalia inter se sunt equalia. Nō est autē necessariū ut superficies. b. l. l. m. et m. n. equidistantium laterum equalē triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. et q. r. equalē triangulis. e. b. f. g. sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficiei. l. m. sit equalis angulo intrinseco superficiei. l. b. et extrinsecus. m. n. in/ trinseco. m. l. Similiter quoqz ut extrinsecus superficiei. k. o. sit equalis intrinseco superficiei. b. n. et extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicqz de ceteris. Cum enī sic fuerit erit unaquaqz linearum. k. n. et sibi opposita. h. m. itemqz. b. r. et sibi opposita. n. q. linea vna per ultimam partem. 29. primi: et per. 14. eiusdem: quotiens oportuet equaliter repetitas: propter id qđ omnes superficies. b. l. l. m. et m. n. Itemqz. k. o. o. p. p. q. et q. r. sunt equidistantium laterum et angulus extrinsec⁹ cuiusqz sequētis est equalis intrinseco eā pcedentis: quare due superficies. b. n. et n. r. erunt equidistantium laterū et inter lineas equidistantes. et equalis altitudinis. Letera ergo argue ut prius:

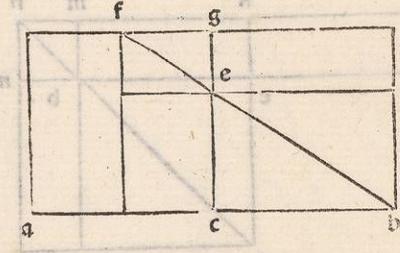
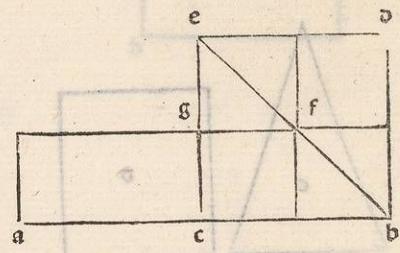
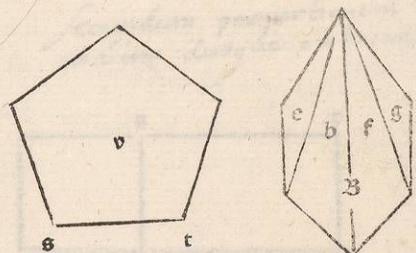
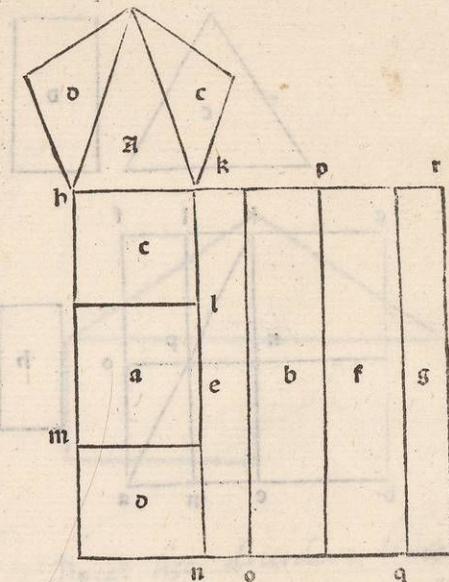
Propositio .26.

Uper dimidiū date linee palellogramū designatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e et sup diametru; consistens super di midium collocati.

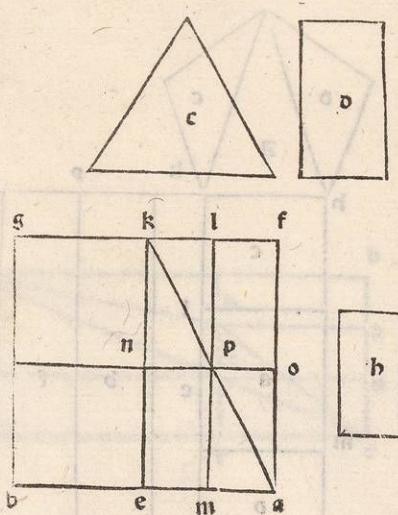
Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat palellogramū c. d. cuius diameter. b. e. et ad lineaā. a. b. applicet palellogramū. a. f. cuius vnū lat⁹ fecet. e. c. in punto. g. ita qđ ad cōplementū totius linee. a. b. desit superficies. f. b. qđ sit similis superficiei. c. d. et consistēs circa diametrū eius: dico tunc qđ palellogramū c. d. est mai⁹ palellogramo. a. f. Est enī p primā huius. a. g. equale. g. b. et p. 43. p̄i mi. c. f. equale. f. d. ergo per hāc cōmūnē scientiam: si equalibus equalia addas. et c. erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis qđ sunt. c. f. f. b. et f. d. eqlis palellogramo. a. f. quare palellogramū. c. d. ē maius palellogramo. a. f. i palellogramo. c. f. qđ ē propositū. Idē etiā ēē si superficies. a. f. fieret altior superficie. c. d. vt videre potes in secunda figura ī qua etiā per primā huius. a. g. ē equale. g. b. demptis itaqz vtriqz duobus supplémentis superficiei. f. b. excedet palellogramū. c. d. palellogramū. a. f. in palellogramo. f. c.

Propositio .27.

Triilatera superficie, pposita equū ei sup quēlibet assignata lineaā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā lineam alij superficiei pposite sil'e palellogramū qđ scđm eiusdē sinum esse paralellogramo super dimidiū date linee col locato minime maius existat.



LIBER

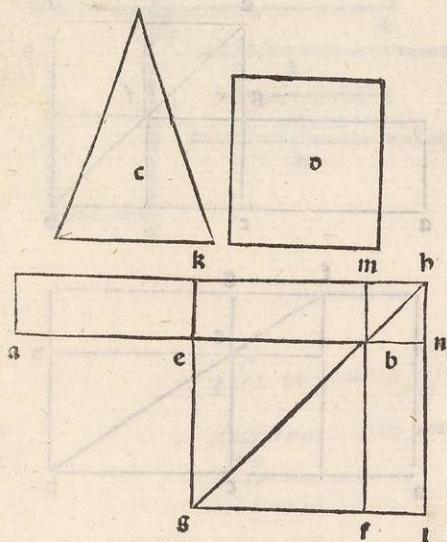


CSit assignata linea. a. b. et propositus triangulus. c. propositum palelogramum d. volo super lineam. a. b. designare palelogramum equale triangulo. c. ita qd desit ad cōplendam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. et sit ita conditionatum. qd triangulus. c. non sit maior palelogramo simili. d. collocato sup dimidiū linee. a. b. alioquin ad impossibile laboraret per premissam. Divido igitur lineā. a. b. per e/ qualia in puncto. e. et secundum doctrinam. 19. huius. super eius medietatem. e. b. constituo parallelogramū. e. f. simile. d. et complebo super totam lineam. a. b. pa/ rallelogramū. b. g. quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei/ aut minor sicut positū est. Si fuerit ei equalis. erit parallelogramū. e. g. quale intendit p. 36. p̄mi coadiuvante p̄ma pte. 9. et p definitionē silū supsicerū et 20. huius. Si aut̄ miōr sit miōr in superficie aliq cui equalis et silis. d. fiat s̄m doctrinā. 25. huius que sit b. eritq. b. similis. e. f. per. 20. huius. quare per conversionem definitionis equian/ gula sibi et proportionalium laterum: protraham igitur in parallelogramo. e. f. dia/ metrum. b. k. et resecabo latera. k. f. et e. k. superficie. e. f. ad mensurā laterum sup/ ficei. b. protractis lineis. l. m. et n. o. cquidistantibus lateribus superficie. e. f. se/ cantib⁹ se in pūcto. p. vt superficies. k. p. sit equalis et similis superficie. b. eritq. p. 23. huius punctū. p. in diametro. k. b. protracta itaq. o. n. vsq; ad. a. g. dico parallelo/ gramū. a. p. esse qle pponit. Deest enī sibi ad cōplētū linee. a. b. parallelogramū p. b. qd per. 22. et 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipsū etiā parallelogramū a. p. est equalē triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equalē. n. b. ergo p. 43. primi: et banc cōmūnem scientiā: si equalibus equalia addas. et parallelogramū a. p. est equalē gnōmoni. n. b. l. et quia iste gnōmo est equalis triangulo. c. propter id qd parallelogramū. e. f. positum fuit esse mains triangulo. c. in parallelogramo b. qd est equalis parallelogramo. k. p. patet propositum.

Propositio .28.

Super datam lineam date superficie trilatero equum pa/ rallelogramum constituere. qd addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium laterū date super/ ficei equidistantium laterum similem.

CSit vi prius data linea. a. b. et datus triangulus. c. datumq; para/ llelogramum. d. volo super lineam. a. b. constituere parallelogramū equale triangū/ lo. c. qd addat super totam lineā. a. b. parallelogramū simile. d. divido lineam. a. b. p̄ equalia in puncto. e. et super eius medietatem. c. b. facio. e. f. similem. d. s̄m qd do/ cet. 19. huius. et s̄m doctrinā. 25. huius. facio. k. l. cui⁹ diametrū. g. b. similem. d. et equalem duabus superficiebus. e. f. et c. eritq; per. 20. huius. k. l. similis. e. f. sup/ posita igitur superficie. k. l. superficie. e. f. ita qd abe cōmūnicet in angulo. g. erit per 23. huius superficies. e. f. consistens circa diametrum superficie. k. l. quare pūctū b. est in diametro. g. b. cōplebo igitur parallelogramū. a. b. qd dico esse quale ppo/ nitur. qd cōstat. protractis linea. f. b. vsq; ad. m. et linea. e. b. vsq; ad. n. Est enim per primā partem huius. a. k. equalē. k. b. et ideo per. 43. primi ē etiā equalē. n. f. addi/ to ergo vtricq. e. b. erit p cōes sciā. a. b. equalē gnōmoni. e. b. f. sed iste gnōmo ē equalis triangulo. c. quia parallelogramū. k. l. positum fuit equalē duab⁹ superfici/ ebus. c. et e. f. ergo parallelogramū. a. b. ē equalē. c. et addit ad cōplētū linee. a. b. pa/ llelogramū. m. n. qd p. 22. et 20. b⁹ ē silē parallelogramo. d. qd p̄stat pfectū esse quod



Volumus. Possimus autem ad lineā datā adiungere parallelogramū equale nō solū triangulū superficie posse. sed et cuilibet rectilinee figure proposito quecumque ipsa fuerit cui desit ad complēdā lineam datam superficies similis superficie equidistantiū laterum proposito: sicut docet premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. Vel quod addat ad complēdā lineam superficiē equidistantium laterum similem superficie proposito: sicut proponit conclusio p̄fens. propositam enim superficiem cui equale parallelogramū debet ad lineā datā adiungi. quod addat aut diminuat ad completionem linee parallelogramū simile parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficie proposito equalē. hoc autem qualiter fiat: et si scire volueris. require. 25. huius. deinceps super duplū basis eius equalis altitudinis triangulum cōstituemus quē si. 44. primi diligenter in spēxeris parallelogramo prius designato inuenies esse equalē: quare et superficie proposito: huic ergo triangulo si equale parallelogramū ad lineā datā adiunxeris quod addat ad complementum linee aut minuat parallelogramū simile parallelogramo dato secundum quod docet hic et premissa: quod propositum erat te p̄fessis non dubites.

Propositio .29.

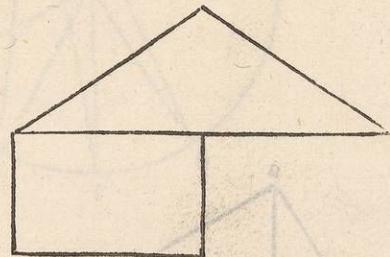
Quamlibet lineam propositam secundū proportionem habentem medium. duoquā extrema secare.

Sit proposita linea. a. b. quod volo diuidere secundū proportionem habentem medium et duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. et ad eius latus. a. c. adiungo sūmū quod docet premissa parallelogramū c. d. equale quadrato. b. c. quod addat ad complementū lineæ. a. c. parallelogramū. a. d. quod sit simile. b. c. sitque latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. et secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineā. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enim a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. quare. a. f. est equalē. f. d. sed et f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi: et quia. c. d. cōuale. b. c. dempto vtrūque. c. f. erit. a. d. cōuale. e. b. et angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt inutiles: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. et quod. e. f. est equalis. a. b. et f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sūmū quod docet. 11. secundi: sitque. e. b. quod continetur sub tota. a. b. et eius parte. f. b. ita quod f. e. sit equalis. a. b. et a. d. sit quadratum. a. f. est itaque per predictam. 11. secundi. e. b. cōuale. a. d. quod restat arguere ut p̄f: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equalē quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundā ad. f. b. tertia per diffinitionem itaque diuisa est. a. b. ut proponitur.

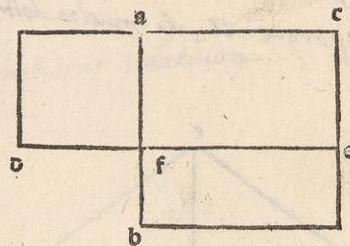
Propositio .30.

Si fuerint duo trianguli super unū angulū constituti quorum duo latera angulū illarū continentia duobus alijs eorum lateribus equidistent. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

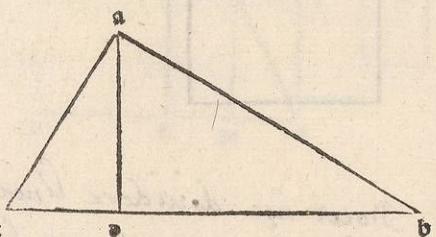
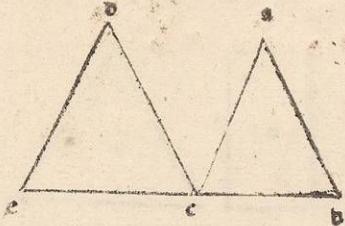
Sunt duo trianguli. a. b. c. d. c. e. constituti super unū angulū. a. c. d. sitque. a. c. equidistantes



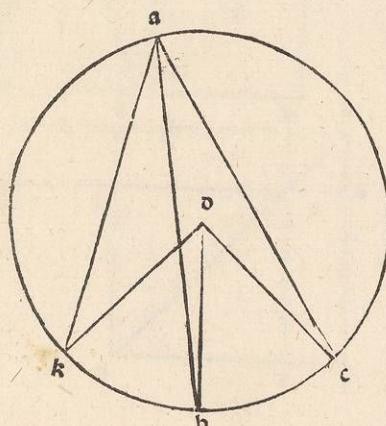
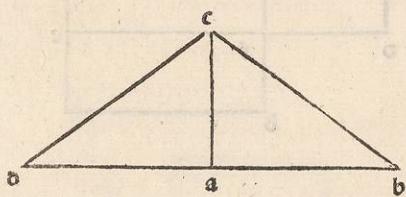
*Docet hęc diuidere lineam
secundum proportionem habētē
medium duoque extrema*



LIBER



todo este libro sexto casi no pretende otra cosa sino la demostración de esta 3 i. porque es de mucha doctrina



d.e.z.d.c.a.b..z sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico qd due bases eorum.b.c.z.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d.quia vierqz eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentē ypothe.z.6.buīus ipsi trianguli sunt equianguli.z angulus.b.est equalis angulo d.c.e.z angulus.a.c.b.angulo.e.quare per.32.primi:tres anguli qui sunt.ad.c.sunt equales duobus rectis:ipsi enī equant tribus angulis vtriuslibet duorum triangulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

Propositio .31.

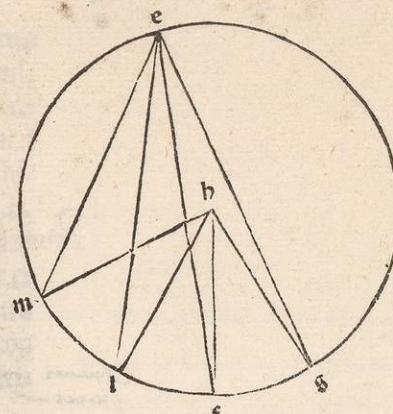
Na omni triangulo rectangulo superficies lateris qd subtendit angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint similes ei in lineatione z creatione:

Cqd proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus.vnde hec est illa rato vniuersalior quāto superficies laterata qd rato. **S**it itaqz triangulus rectangulus.a.b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico qd superficies constituta super latus.b.c.est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.z.a.c.cuz omnes tres superficies fuerint similes in figura z situ:dicam perpendicularē.a.d.ad lineam.b.c.eritqz per secundā partem coroll.8.buīus proportio.b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c.z.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaqz super quālibet triū linearum.b.c.c.a.z.a.b.fiat superficies similis alijs in figura z situ.erit per coroll.17.buīus pportio superficie constituta sup.b.c pma.ad cōstitutā sup.c.a.sicut.b.c.pme ad.d.c.ētia z itē eiusdē superficie cōstitute sup b.c.pma ad cōstitutā sup.a.b.sicut.b.c.pme ad.d.b.ētia p idē coroll.qre p cōversā pportionalitatē superficie.a.c.ad superficie.c.b.sicut.c.d.ad.c.b.z sibi superficie.a.b.ad superficie.b.c.sicut.b.d.ad superficie.b.c.z ponat a.c.pma z.c.b.sicut z qrtā z.c.d.superficies ētia.z.a.b.superficies quita.z.b.d.superficies sexta.z arguat p.24.quiti qd proportio superficie constituta super.b.c.ad.duas superficies constitutas super.c.a.z.a.b.sunt.ē sicut.b.c.ad.c.d.ē.d.b.sunt quia igitur.b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.sunt sumptis.erit superficies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.z.a.b.sunt sumptis:qd est ppositū. **C**lōuersam quoqz buīus possumus facile demonstrarē per modū demonstrationis ultime primi.sit enī triangul⁹.a.b.c.sitqz superficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas lineas.a.b.z.a.c.sibi similibus.dico qd angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a.d.rectū.z linea.a.d.ēqle.a.b.z claudo superficie ducta linea.d.c.eritqz p hāc.31.superficies cōstituta sup.c.d.ēqlis duab⁹ cōstitutis sibi duas licas.c.a.z.a.d.sibi siliqz. qre etiā cōstitute sup.b.c.sibi sili.hec enī posita ē qlis duab⁹ cōstitutis sup.a.b.z.a.c.sibi silibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus.a.ē rectus qd est propositum.

Propositio .32.

Sin circulis equalibus supra centrū siue supra circūferētiā anguli consistant.erit angulorum proportio tanqz proportio arcū illos angulos suscipientium.
Sint circuli.a.b.c.mius centrū.d.z.e.f.g.mius centrū.h.ēqles:sup quoqz centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.h.g.z sup eoz circūferētias alij duo qui sunt.b.a.c.z.f.e.g.dico qd pportio anguloz tā eoz qd sit sup ētia

qz eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g. cōtinuabo enī illis duobus arcubus alios arcus equales. siue sc̄m cundē numerum: siue secundū diversos: sitqz arcus.k.b.equalis.b.c. et vterqz duorum arcuum.l.m.z.f.l.equalis f.g. et producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.e.z.l.e. eruntqz per.26. tertij anguli qui sunt ad.d.adiuicem equales. Similiter quoqz et qui sunt ad.b.adiuicē equales. Idem etiam de his qui sunt ad.a. et de his qui sunt ad.e. sicut igit arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c. et angulus.k.a.c.anguli.b.a.c. similiter sicut arcus.m.g. est multiplex arcus.f.g. ita angulus.m.b.g.anguli.f.b.g. et angulus.m.e.g.anguli.f.e.g. sed si arcus.k.c.est equalis arcui.m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g. et angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. et si maior maiores. et si minor minores per.26. tertij. per diffinitionem itaqz incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g. est sicut anguli.b.d.c. ad anguluz f.b.g. et sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g. quod est propositum. Idem intelli ge in codem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.



Vitas est qua vna queqz res vna dicitur. **C**Numerus est multitudo ex vnitatibus cō posita. **C**Naturalis series numerorum dici tur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. **C**Differentia nume rorum appellatur numerus quo maior ha būdat a minore. **C**Numerus primus dicitur qui sola vnitate metitur. **C**Numerus com positus dicitur quē alias numerus metitur. **C**Numeri contra se primi dicuntur. qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur.

CNumeri a. inuicem composti siue cōmunicantes dicuntur. quos aliis numerus qz vntas metitur. nullusqz eorum est ad aliū primus. **C**Numerus per aliū multiplicari dicitur. qui totiens sibi coacer natur. quotiens in multiplicante est vntas. **C**Productus vero di citur qui ex eorum multiplicatione crecit. **C**Numerus aliū nume rare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū pducit. **C**Pars ē numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. **C**Denominās est numerus secundū quē pars sumit in suo toto. **C**Similes dicuntur par tes que ab eodem numero denominantur. **C**Prima. simila numeri pars est vntas. **C**Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. **C**Numeri ad nu merum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. **C**Maioris vero ad minorem secundū qz eū continet et eius partem vel partes. **C**Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue pportionales dicet pportio primi ad tertium sicut primi sc̄m duplicita ad quartū vero triplicata. **C**Quā cōtinuate fuerit eedē vel di verse pportiones dicet pportio primi ad ultimum ex omnib⁹ cōposita.

definitio nes ab soluto 27
numerorum.

Definitio nes relativoz.

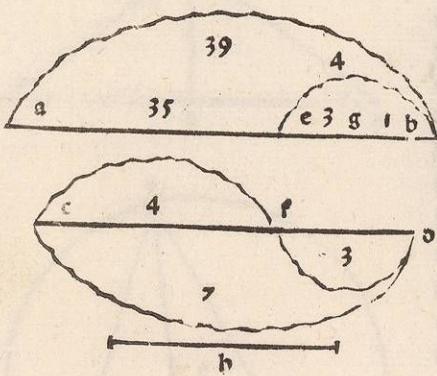
LIBER

Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars, vel partes ipsius minoris, que in maiore sunt. **M**aioris autem ad minorem totum, vel totum et pars vel partes: prout maior superfluit. **S**imiles sine una alij eadem dicuntur proportiones que eandem denominationem recipiunt. **M**aior vero que maiorē. **M**inor autem que minorem. **N**umeri vero quoz pportio una: pportionales appellantur. **T**ermini sine radices dicuntur quibus in eadē pportione minores sumi impossibile est. **P**etitiones sunt quatuor. **E**nilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vñl multiplices. **Q**uolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. **S**eriem numerorum in infinitum posse procedere. **A**uluz numerz in infinitū posse diminui. **C**omunes animi cōceptiones sunt decē. **O**mnis pars minor est suo toto. **Q**uicunqz eiusdem sine equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoqz erūt equeles. **Q**ui bus idē numerus eque multiplex fuerit. sine quorū eque multiplices fuerint equales: et ipsi etiam erunt equales. **O**mnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. **O**mnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. **Q**uilibet numerus totus est ab vnitate. quora pars ipsius ē vnitas. **Q**uicunqz numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Unitas quoqz in quēcūqz ducta producit eundem. **Q**uicunqz numerus numerat duos: numerat quoqz cōpositum ex illis. **Q**uicunqz numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. **Q**uicunqz numerus numerat totum et detractum: numerat residuum.

Propositio .1

Si a maiore duorum numeroz minor detrahatur. donec minus eo superfit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēqz a reliquo primo reliquū secundū quousqz minus eo superfit: atqz in huiuscemodi continua detractione nullus fierit reliquus: qui antem relictum numeret vñqz ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

Sint duo numeri. a.b. et c.d. minor detrahaturqz. c.d. ex. a.b. quotiens potest: et sit residuum. e.b. qui erit minor. c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c.d. detrahatur et ipse. e.b. ex. c.d. quotiens potest. sitqz residuum. f.d. sed et f.d. detrahatur ex. e.b. quotiens potest: et si residuum. g.b. q̄ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a.b. et c.d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. b. et quia. b. numerat. c.d. numerabit. a.e. per penultimā cōceptionē: et quia idem numerat. a.b. numerabit etiam. e.b. per ultimā cōceptionē. ergo et c.f. per penult. quare et f.d. per ultimā. ergo et g.e. per penult. ergo et g.b. p vñl. et quia. g.b. est vnitas. sequit numerum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a.b. et c.d. contra se primi quod est propositum. **Q**o si duo numeri. a.b. et c.d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteqz ad vnitatem p̄ueniat. Et est istud contuersum eius q̄ auctor proponit. Si autē in hac mutua



VII

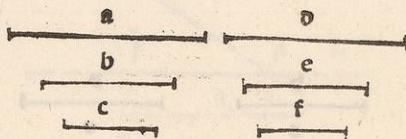
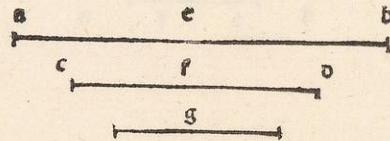
detractio[n]e fuerit status ante[quod] perueniat ad unitatem: sit vt. g. b. sit numerus que detrahatur ab. f. d. et nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penul. concept. numerat et. e. g. et quia etiam numerat se ipsum numerabit per antepenul. cocept. totum. c. b. ergo per penul. numerat. c. f. sed ostensum est prius quod numerat. f. d. ergo per antepenul. numerat totum. c. d. quare per penul. numerat. a. e. et quod ostensum est prius quod etiam numerat. e. b. sequitur per antepenul. vt etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrumque duorum numeros. a. b. et. c. d. numeri. a. b. et. c. d. sunt compositi: non igitur contra se primi quod est contra hypoth. Per hanc ergo viam propositis quibusque duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractio[n]e perueniat ad unitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status ante[quod] perueniat ad unitatem ipsi sunt compositi.

Propositio 2

Propositis duobus numeris adiunicem compositis maximum numerum communem eos numerante inuenire. Unum manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem. Sint duo numeri compositi. a. b. et. c. d. minor. c. d. quod numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. Volo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Hinc modum et similitudinem prioris: minuo minor de maiori quo ad possum. videlicet. c. d. de. a. b. et sit residuum. e. b. itemque. e. b. de. c. d. quoad possum. et sit residuum. f. d. et quia huius diminutio non potest fieri infinites per ultimam positionem: nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per precedentem. quia tunc essent numeri proposti contra se primi. quod est contra hypoth. sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero quod nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. et. c. d. Quid enim numeret eos patet per penul. et antepenul. cocept. alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerte precedentes. Numerat enim. f. d. e. b. quod cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil sit residuum ergo et. c. f. per penul. cocept. ergo et. c. d. per antepenul. quare et. a. e. per penul. igitur et. a. b. per antepenul. Quid autem nullus maior. f. d. numeret. a. b. et. c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numerat. a. b. et. c. d. sic patet. Si et. c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. et quod numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. et quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimum. f. d. maior. videlicet minor: quod est impossibile. Ex hoc scio processu liquet coroll.

Propositio 3

Propositis tribus numeris adiunicem compositis maximum numeros eos continenter numerantium inuenire. Priorumque hanc tertiam conclusionem demonstramus: demonstrandum arbitramur ipsius anni: videlicet propositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adiunicem compositi. Sint itaque tres numeri. a. b. c. de quibus volo videre utrum ipsi sint adiunicem compositi. per primam igitur inquiramus an duo primi qui sunt. a. et. b. sint adiunicem primi: quod si sic non erunt. a. b. c. adiunicem compositi. per diffinitionem. Si autem. a. et. b. sint adiunicem compositi: sit per precedentem. d. maximum numerus eos numerans: qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adiunicem compositi. Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. et. d. quidem sunt contra se primi. non erunt. a. b. c. adiunicem compositi. Nam quicunque numeraret eos: numeraret



LIBER

etiam. d. p coroll. precedentis. sicq; essent. d. z. c. cōpositi qd est contra ypothe. Si autē. c. z. d. sunt cōpositi erunt etiā. a. b. c. adiuicē cōpositi. Sit enī per premissā e. maximus numerans. c. z. d. qui etiā p penult. cōcep. numerabit. a. z. b. quare per diffinitionē. a. b. c. sunt adiuicē cōpositi. ¶ Sili quoq; mō scietur ppositis quotlibet pluribus qz tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaq; trib⁹ qui sunt adiuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. volo inuenire maximū numerantē omnes. Sūmo sūm doctrinā premissē. d. maximū numerantē. a. z. b. qui si numerat. c. ipse est quē querimus. alioquin per coroll. precedentis sequiere tur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat. c. erū tamē. c. z. d. ad inuicem cōpositi per ypothe. z coroll. precedentis e diffinitionē. sit igitur maxim⁹ eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantē. a. b. c. Qd enim eos numeret patet per hanc vlt. ypothe. que est ipsum esse maximū numerantē. c. z. d. z per penult. concep. Et q nullus eo maior numeret eos sic patet. sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cū numeret. a. z. b. numerabit p coroll. premissē. d. z quia etiā numerat. c. numerabit p idē coroll. c. maior videlicet minorem quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. qd ē positum. ¶ Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adiuicem compositos: vnde nō oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus z ars in tribus z pluribus. Ex ultimo aut huius demonstrationis processu: possumus etiam istud coroll. huic tetrici conclusiōni adiūcere. Unde manifestum est q omnis numerus numerans quotlibet ad inuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. z etiam maximos numerantes binos z binos eorum.

Propositio .4.

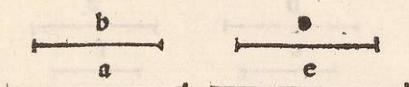
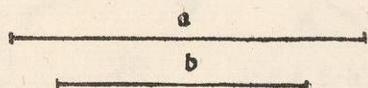
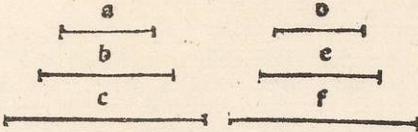
Monium duorum numerorū inēqualiū minor māioris aut pars est: aut partes.

Sint duo numeri. a. z. b. b. minor. dico q. b. est pars vel ptes. a. Aut enī. b. numerat. a. aut nō. si numerat pars eius ē p diffinitionē. Si nō numerat ipsum. aut ergo sunt adiuicem primi aut nō: si uon sunt adiuicem primi: habebunt per diffinitionem partem cōmunez: que quoties fuerit in. b. tot partes. a. dicetur else. b. per diffinitionem. si autem sunt adiuicem p:imi: quia tamē omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata. patet idē pcr vnitates.

Propositio .5.

Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quanto primus secundi.

Evolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partez eius qd proposuit pcr primā quinti de quā titaribus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq; b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. z. d. pariter accepti sūt tota pars. a. z. c. pariter acceptoz: quota. b. est. a. diuisis enī. a. z. c. scđm quātitatē. b. z. d. argumētare sicut in prima quinti. erit enī ut totidē sunt ptes. a. quot. c. pcr positionē: z ut aggregatū ex pma pte. a. z pma. c. sit equale aggregato ex. b. z. d. similiter quoq; z aggregatū ex scđa pte. a. z scđa. c. z q̄ hec aggregatio



VII

totiens potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur vi numerus equalis ag-
gregato ex. b. et d. totiens continetur in aggregato ex. a. et c. quotiens. b. continetur
in. a. quare constat propositum.

Propositio 6

Ifuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scđi
quote tertius quarti: erunt primus et tertius pariter acce-
pti tote partes secundi et quarti pariter acceptorum. quo
te primus secundi.

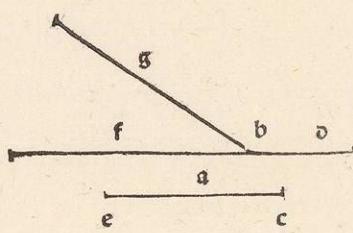
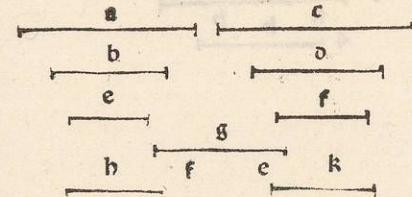
CQd pposuit premissa de parte: pponit ista de partib?. Sint itaqz
vt prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitqz ut. b. sit tot et tote ptes. a. quot et quote. d.
et. c. dico q. b. et. d. pariter accepti erunt tot et tote ptes. a. et. c. pariter acceptorum:
quot et quote. b. est. a. dico aut tot et totas: qr prius pluralitas duobus numeris dif-
finitur: quoqz alter numerator dicit alter denominator: ut cu dicim? tres quinte: ter-
narius numerat: quinarius denominat. Quia igit. b. est ptes. a. sit vt sint ptes ei?
numerate ab. b. et denotate a. k. eritqz similiter p positione. d. partes. c. nume-
rate ab. b. et denotate a. k. Una itaqz ptu. b. sit. e. et una ptium. d. sit. f. eritqz per
ypothe. e. pars. b. denominata ab. b. et pars. a. denominata a. k. Similiter quoqz
et. f. erit pars. d. scđm. b. et ps. c. scđm. k. Loppositus igitur ex. e. et. f. sit. g. eritqz per
premissam. g. ps. b. et. d. pariter acceptoz scđm. b. iteqz per cand? erit pars. a. et. c
pariter acceptoz scđm. k. quare per. 16. diffinitione erunt. b. et. d. pariter accepti p/
tes. a. et. c. pariter acceptoz numerate ab. b. et denotate a. k. eo q. eorum communis
pars est. g. minoris fm. b. et maioris fm. k. et quia sic erat. b. a. constat ppositum.

CNotes autem et per hanc et premissam qd pponit de quatuor numeris ad quolibet
numeros ampliare: qd si quotlibet numeri minores ad totidem maiores coparent
fueritqz singule singuloz tota pars aut partes: quota vel quote primus scđi: erunt
quoqz omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoz quota
vel quote primus scđi. qd facile probatur p hanc et premissam: quotiens oportue-
rit repetitas. Et si crederemus esse intentione euclidis assumere ex prius demon-
stratis aliqua ad demonstrationem eoz: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demo-
strassem? hanc sextam. Nunc autem qr videt oppositum: aliter enim supernacne pro-
positusset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in
genere. Necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquam ex prioribus
nihil sumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter qd et petitiones et
coes animi concepciones ppositi proprias no incovenienter huius septimi princi-
pio apposuimus.

Propositio 7.

Ifuerint duo numeri quorum unus alterius pars detra-
haturqz ab amboz ipia ps: erit reliquus tota ps reliqui
quota totus totius.

CQd proponit hic euclides de numeris ppositus superius in quin-
ta quinti. de quantitatibus in genere. Sit itaqz ut quota pars est to-
tus. a. totius. b. tot? sit. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. dico qd tota erit. e. resi-
dius. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. et hec est quasi conuersa quinta. Sit
enim p petitione. e. tota ps. g. quota. c. est. d. eritqz p. 5. tota ps. a. cōpositi ex. g.
et. d. quota est. c. d. quare et quota e. a. b. igit per scđam concepcionem cōpositus. ex. g.
et. d. est equalis. b. dempto itaqz ab utroqz numero. d. erit. g. cōqualis. f. quare erit



g 2

LIBER

tota pars f. quota est. a. b. tota enim erat. e. g. quod est propositum.

Propositio 8

Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahatur: erit reliquias reliqui eedē partes qui est totus totius.

Hece est quasi cōuersa sexte: vt si sit quot et quote ptes est totus. a. totius. b. tot et tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. c. residu⁹. a. tot et tote ptes. f. residui. b. quot et quote ē. a. b. Sit eni. g. vna ptiū. a. et. h. vna partium. c. eritq; pppter ypoth. g. tota ps. a. quota. b. c. et tota. b. quota. b. d. detrahat igitur. h. de. g. et remaneat. k. eritq; k. p. pmissa tota pars. e. quota. g. a. et tota. f. p. eandē quota. g. b. quia igitur. e. et. f. habent partē cōmune que ē. k. erit per. 16. dif/ finitionē. e. ptes. f. tot quidē quota pars est. k. e. et tote quota est. k. f. et quia tot et tote erat. a. b. patet propositum.

Propositio 9

Si fuerint quatuor numeri quoꝝ prim⁹ scđi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatum tota ps aut ptes primus ter/ tij quota pars aut partes secundus quarti.

Sit. a. primus tota pars. b. scđi quota. c. tertius. d. quarti. sintq; a et. b. minores. c. et. d. aliter eni esset econverso ei qđ proponit. dico qđ quota pars vel ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. dividantur eni. b. quidē bīm quātūtē. a. d. vero bīm. c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. et q; vna/ queq; ptium. b. est equalis. a. et vnaq; d. c. est autē. a. c. ps aut ptes per presentē ypoth. et per quatuor erit vnaq; partium. b. sic cōparis ex partibus. d. ut prima prime scđa scđe: sicq; de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est. a. c. per. 5. igitur vel. 6. sub disiunctione. quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b. d. qnota vel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio 10

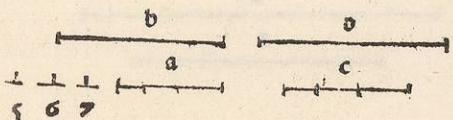
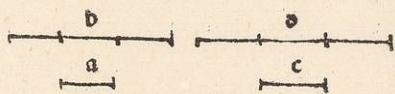
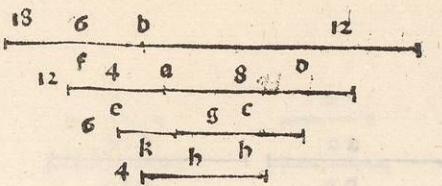
Si fuerint quatuor numeri quoꝝ primus tote ptes secunde quote tertius quarti: erit pmutatum primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quoꝝ similiter minores sint. a. et. b. sitq; a. tote ptes. b. quote. c. est. d. dico qđ quota pars aut ptes est. a. c. tota vel tote est. b. d. dividantur eni minores in partes illas qui sunt. a. et. c. eruntq; per presentē ypoth. tot partes. a. quot. c. et quia vnaq; ex partibus. a. est tota pars. b. quota quelibet ex partibus. c. est. d. hoc cui habemus ex nřa ypothe. erit permutatum per pmissam: ut quota pars aut ptes ē. b. d. tota vel tote sit vna q; ex partibus. a. sic cōparis ex partibus. c. p. quintā igitur vel. 6. sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes. b. d. quota vel quote ē. a. c. quod est propositum.

Propositio 11

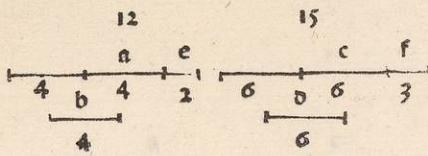
Si fuerint quatuor numeri proportionales quoꝝ prim⁹ se/ cūdo et tert⁹ q̄to sit maior: erit scđs tota pars. aut partes primi quota vel quote quart⁹ tertij. Qđ si scđs fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq; a. et. c. maiores: dico qđ quota ps aut



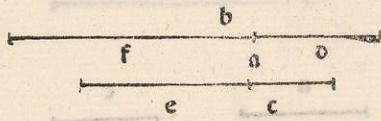
VII

partes est. b.a.tota vel tote est. d.c.z ecōuerso: erit enī p conversionē diffinitiōis similiū pportionū vt quotiens. b.in.a.totiens sit. d. in.c. z si qua ps aut ptes. b. superfluant in. a. tota pars aut ptes. d. supfluant in. c. si itaqz contineat . b.in.a. sine supfluitate ptis: qz totiens sine supfluitate contineat. d.in.c.erit per diffinitio/ ne sūlū ptium: quota ps. b.a.tota. d.c. qz si quotienslibet contineat. b.in.a.cuz su/ perfluitate partis: qz totiens contineat. d.in.c.cū supfluitate sūlis ptis distincto. a. b.m.b.ut superfluat. e.atqz.c.bm.d.ut superfluat. f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At qz totiens contineat. b.in d̄a.a.ad.e.quotiens.d.in d̄a.c.ad.f. erit p cōem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cū igī. a.z.b.habēat.e.p̄tem cōmūnem:sūliter.c.z d.f.sit itaqz.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemqz.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per. 16. dif/ finitionē.b.tot z tote ptes.a.quot z quote.d.c.Si aut.b.quotienslibet contineat in a.cū supfluitate quoilibet ptium: qz totiens contineat. d.in.c.cū supfluitate totidem z similiū ptium: distincto. a.bm.b.vt supfluat.e.sūliter.c.bm.d.ut superfluat.f.erit e.tot z tote ptes.b.quot z quote.f.d.sumpta itaqz vna ex ipsis argumentandum ut prius: sicqz patz primū. **C**Scdm sic. sit. b.a.tota ps aut ptes quota vel quote. d. e.dico qz erit pportio. a.ad.b.sicut.c.ad.d.si enī est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis b̄m partes illas patebit totiens esse. b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.z totā partē aut ptes.b.superfluere in. a.quotā aut quote.d.supfluant in.c.p diffinitionē itaqz est pportio. a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicqz liquet totum.



Propositio .12.

Sa dñobus numeris b̄m suas proportiones duo nume/ ri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanqz proportio totius ad totum.
CQd̄ proposuit euclides in. 19. quinti. de quātitatib⁹ in genere: pro/ ponit hic de numeris. vt si sit proportio totius. a. ad totum. b. sicut c. detracti. ab. a.ad.d. detractum. a.b. erit. c. residui. a.ad.f. residuum. b. sicut. a. ad b. Si enim. a. sit minor. b. erit p presentē ypoth. z per cōversionē diffinitiōis. c.to/ ra pars aut ptes. d. quota vel quote est. a.b. per. 7. igitur vel. 8. erit. e. tota ps aut/ partes. f. quota vel quote ē. a.b. per diffinitionē igitur erit pportio vna: qd̄ ē pro/ positū. Qd̄ si. a. sit maior. b. erit per primā p̄tem pmissile quota pars aut ptes. b.a. tota vel tote. d.c. quare p. 7. vel. 8. tota vel tote erit. f.e. itaqz per scđam partē pre/ missile. e.ad.f. sicut. a.ad.b. quare constat propositum. Ledunt aut̄ huic. z. z. 8. bec/ enim sola qz ambe ille continet. Volunt aut̄ quidā scđam partē huīus probare per 19. quinti: sed si hoc intenderet euclides: cum ista pponat particulariter qd̄ illa vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto pposuisset hanc hic in septimo: z quia iterum non demonstrat eam simplē p. 19. quinti. At vero nec modū demonstratio/ nis illius possunt affirmare ad demonstrationē huīus cum illa demonstrat̄ i quan/ titatibus in genere. p pportionalitatē pmutatā que infra demonstratur in nume/ ris. Existimmo autem z rationabiliter conuinci videtur euclidem quē vultū demon/ stratoris arismetici: gratia decimi in quo sine numerorū aliqua p̄recognitione trā/ sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti/ tatis in genere demonstrauit. hic repeterem demonstrāda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui qz



LIBER

ea per que pcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quantitatum incōitantum difficultia sunt: principia vero numerorum magis vltro se intellectui applicat: faciliusqz qz illa. Egent enī illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

Si fuerint quotlibet numeri pportionales quantus erit unus aīs ad suū psequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

Cqd pponit euclides p.13. quinti de quantitatib⁹ i genere pponit p banc de numeris: vt si sint a.b. z.c.d.z.e.f. pportionales dico q̄ q̄ pportio a.ad.b.ca est q̄ a.c.e.pariter acceptoz ad.b. d.f.pariter acceptos. Si enim a.c.e.sint minores.b.d.f.erit per cōversionē diffinitionis quota ps aut partes.a.b.tota vel tote.c.d.z.e.f. per.5. ergo vel per.6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes a.b.tota vel tote.a.c.e.pariter accepti. b.d.f. pariter acceptoz: quare per diffinitionē pportio vna. Si autem a.c.e.sint maiores b.d.f.erit per primam partem.11. quota pars vel partes.b.a.tota vel tote. d.c.z.f.e.per.5. ergo vel.6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes.b.a.tota vel tote.b.d.f.pariter accepti.a.c.e.pariter acceptorūm. itaqz per scđam partem.11. pportio a.ad.b.sicut a.c.e.pariter acceptorum ad.b. d.f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.

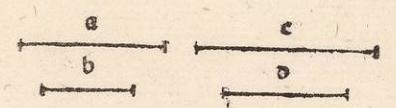
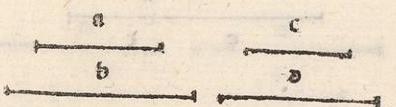
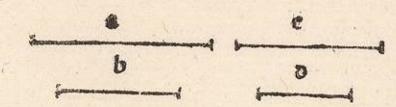
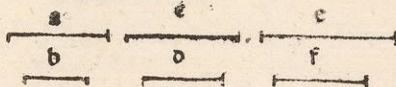
Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoqz proportionales erunt.

Cqd arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides pcr.16. quinti in quantitatibus in genere: pponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit pportio a.ad.b.sicut c.ad.d erit permutatim a.ad.c.sicut b.ad.d.erit enī a.maior.b.aut minor; sīs quoqz et maior.c.aut minor. Sit itaqz primo minor vtroqz: erit ergo p presentem ypothe. et conuersionem diffinitionis. a.tota pars aut partes.b.quota vel quote.c.d.per.9. itaqz vel.10. erit pmuatim a.tota pars aut ptes.c.quota vel quote.b.d. quare per diffinitionē pportio vna. Sit igitur a.maior vtroqz: eritqz per primam partem 11. vt quota pars aut partes est.b.a.tota vel tote sit.d.c. quare per.9. vel.10. tota pars aut ptes erit.b.d.quota vel quote.c.a. igitur per scđam partē.11. crit. a.ad.c. sicut. b.ad.d. Sit tertio. a. maior. b. z minor. c. eritqz p primā pte.11. tota pars aut ptes.b.a.quota vel quote.d.c. quare per.9. vel.10. quota vel quote est.a.c. tota vel tote erit.b.d. per diffinitionē itaqz pportio vna: Ultimo quoqz sit. a. mior. b. maior. c. critqz vt tota pars aut partes sit.c.d. quota vel quote est.a.b. per.9. itaqz vel.10. erit tota vel tote.d.b. quota vel quote.c.a. quare per secundā partem.11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicqz constat propositum: huic autē cedūt.9. vel.10. q̄bec sola qd ambe ille proponit.

Propositio .15.

Si fuerint quotlibet numeri alijqz scđm eorum numerum omnesqz duo ex prioribus scđm proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportionē equalitatis proportionales erunt.

Cqd arguēdi qui dicit equa pportionalitas quā demonstrauit euclides p.22. quinti de quantitatib⁹ in genere pponit hic demonstrandū in numeris

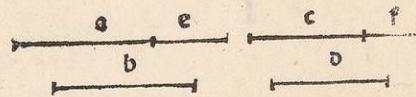
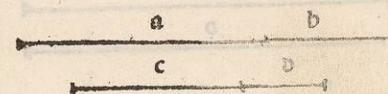
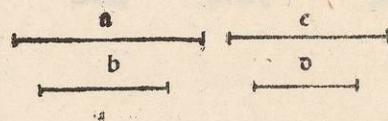
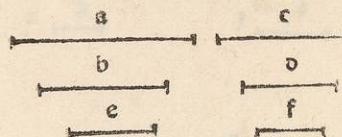


VII

directe pportionalitatis: cquā autē pportionalitatē quā demonstrat̄ per. 23. quinti: de quātitatibus indirecte pportionalitatis non pponit demonstrādū i numeris: sed ea demonstrabim⁹ infra sup. 19. h̄ris. Nec est necessariū ut p̄demōstremus i numeris qđ denōstratiū ē p. 11. quinti de quātitatib⁹ i genere videlz si quotlibz pportiones i numeris fuerint vni eq̄les vel eedē ipsas c̄ sibi eq̄les vel easdē. hoc enī manifestū ē per diffinitionē ut si. a. ad. c. z. e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̄z. e. f. tota ps aut partes. quota vel quote. b. d. aut totiens continebit. a. c. z. e. f. quotiens. b. d. z tota pars aut partes superfluent. c. in. a. z. f. in. e. quota vel quote. d. in. b. qđ ergo quota pars aut partes ē. a. c. tota vel tote est. e. f. aut quotiens. a. continet. c. totiens e. f. z quota pars aut partes. c. superfluunt. in. a. tota vel tote. f. in. e. erit per diffinitionē. a. ad. c. sicut. e. ad. f. Sint igitur ut pponit numeri. a. b. e. z alij totidem c. d. f. sitqz. a. ad. b. sicut. c. ad. d. z. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico qđ erit in equa ppor tionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. erit enī per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed z b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. igit̄ per eandē. a. ad. e. sicut. c. ad. f. idē erit sumptis plurib⁹: sicqz cōstat ppositū.

Qm̄ autē euclides ceteras quatuor species pportionalitatis que sunt conuersa: coniuncta: diuisa: non pponit demonstrandas in numeris; cōuenient arbitramur eas quas auctor tanqz facile de monstrabiles p̄termisit demonstrare:

Prinū itaqz demonstrabimus conuersā: vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qđ erit ecōuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si enī fuerit. a minor. b. tunc quoqz erit. c. minor. d. z tota pars aut partes. a. b. quota vel quote c. d. quare per scđam p̄tem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem fuerit. a. maior. b. erit quoqz z. c. maior. d. z per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quota vel quote. d. c. per diffinitionem igit̄. b. ad. a. sicut. d. ad. c.



Disjunctam proportionalitatem ostendere.

Ut si sit. a. b. ad. b. si cūt. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit enī permuatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. z p. 12. sicut. a. ad. c. qđ ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit pmutati. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Coniuncte proportionalitati demonstrationem affirre

Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit enī pmutati. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare p. 13.. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. pmutati. igit̄ erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.

Enversam proportionalitatem restat i numeris stabilire.

Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. erit enī pmutati. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. qđ re p. 12. sicut. a. ad. c. permuatum igit̄ erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. patet itaqz totum. Ex his quoqz lcue ē demon strare i numeris qđ euclides pponit p penūf. quīti de quātitatib⁹ i genere videlz qđ

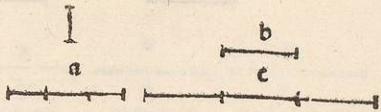
Si prop̄tio prīmi ad scđm fuerit sicut tertij ad qrtū quinti quoqz ad secundum sicut sexti ad quartum: erit prop̄tio prīmi z quinti pa riter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemqz. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. z. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit enim per conuersam prop̄tionalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam prop̄tionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. z. e. ad. e. sicut. c. z. f. ad. f. itaqz per equā prop̄tionalitatem. a. z. c. ad. b. sicut. c. z. f. ad. d. quod est propositum. Eodemqz modo pro babis ecōuerso. si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. iteqz. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit. b. ad. a. z. e. sicut. d. ad. c. z. f. erit enim per conuersam prop̄tionalitatē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. z coniunctim. a. z. e. ad. e. sicut. c. z. f.

g 4

LIBER

ad f. igitur ecōuerso. e. ad. a. t. e. sicut. f. ad. c. t. f. per equā itaqz proportionalita / tem erit. b. ad. a. t. e. sicut. d. ad. c. t. f. qd erat ppositū. Ex hoc quoqz manifestū ē q si fuerit pportio quotlibet numeroz ad primū sicut totidem alioz ad scōm. erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad pmū: ad pmū sicut aggregati ex oibz aītibz ad scōm: ad scōm. itēqz ecōuerso si fuerit pportio pmī ad quotlibet numeros sicut scōi ad totidē alios: erit primi ad aggregatū ex oibz pntibz ad ipsū: sicut scōi ad aggregatū ex oibz pntibz ad ipsū. **Propositio .16.**



SI numeret vñitas aliquē numerz quotiēs quilibet tertius aliquē quartu: erit quoqz pmutati ut quotiēs vñitas numerat tertium totiens lecūdus numeret quartum.

CUt si sit vñitas ad. a. sicut. b. ad. c. erit pmutatum vñitas ad. b. sicut. a. ad. c. Non supfluit aut̄ hec demonstrata pmutata pportione: non eni ex illa pōt cōcludi qd hic proponitur. Nā illa demonstrata cst de. 4. numeris pportionalibus: vñitas vero nō est numerus p diffinitionē: hoc ergo mō pateat propositum. dividat. a. p vñitates t. c. fm quātitatem. b. eruntqz per presentem ypothe. tot ptes. a. quot. c. t quia vnaqqz partiū. a. est vñitas t vnaqqz ptiū. c. est equalis. b. erit ut quotiens vñitas in. b. totiens vnaqqz ptiū. a. in sua cōpari ex pribz. c. p modū itaqz demōstratiōis. s. sequit̄ totiens esse. a. in. c. quotiens vñitas in. b. qd est propositum. **Propositio .17.**

SI duorum numeroz vterqz ducatur in alterum: qui in/ de producentur erunt equales.

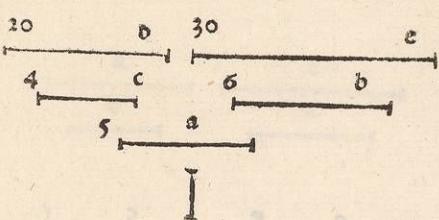
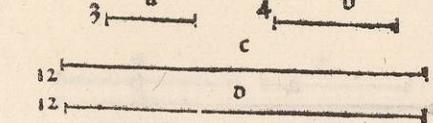
Csicut si ex. a. in. b. pueniat. c. t ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. t. d. equales: cū eni. b. multiplicatus p. a. pducatur. c. erit p cōversionē diffi/ nitionis. b. in. c. quotiens vñitas in. a. ergo p premissam erit. a. in. c. quotiens vñitas in. b. t qz totiens est. a. erit in. d. qz ex. b. in. a. fit. d. sequitur ut to/ tiēs sit. a. i. c. quotiens in. d. p concept. igitur. c. t. d. sunt similes. Possumus quoqz banc conclusionem alio modo pponere: si duoz numeroz vterqz ducāt in alterū idē numerus vtrobiqz pueniet: vt si ex. a. in. b. pueniat. c. idē etiā ex. b. in. a. pro/ ueniet: qz eni ex. a. in. b. fit. c. erit ut prius p cōversionē diffinitionis. b. in. c. quoti/ ens vñitas in. a. Et permutatū p premissam. a. in. c. quotiens vñitas in. b. quia igit. a. totiens sibi coaceruat in. c. quotiens in. b. est vñitas: sequit̄ p diffinitionem p ex. b. in. a. fit. c. **Propositio .18.**

SI unus numerus in duos ducatur: tantus erit duoz inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CMultiplicet. a. vtrūqz duoz numeroz. b. et. c. t pueniat. d. t. e. dico q erit pportio. d. ad. e. sicut. b. ad. c. sequit̄ eni p cōversionē diffini/ tionis eius qd est multiplicari ut. b. in. d. t. c. in. e. sit quotiens vñitas in. a. quare p diffinitionē pportio. d. ad. b. ē sicut. e. ad. c. equaliter eni eos continent. qz quo/ tiens. a. vñitac: ergo permutatū. d. ad. e. sicut. b. ad. c. quod est propositum. **Propositio .19..**

SI duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorū inde pductoz tanqz duorum multiplicantium.

CEx conversione antecedentis premissae concluditur hec eadē passio/ que in premissa: vt si vterqz duoz numeroz. b. t. c. multiplicet. a. et



VII.

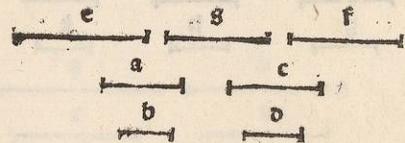
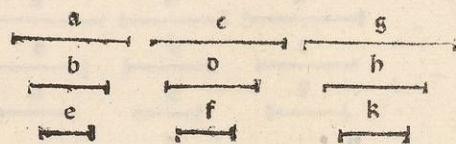
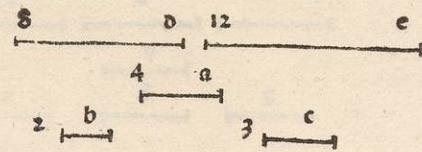
pueniant. d. t. e. erit. d. ad. e. sicut. b. ad. c. erit enī p ante pmissā ut ex. a. in. b. t. c.
fiat. d. t. e: q̄re p̄ premissā. d. ad. e. sicut. b. ad. c. qd̄ ē p̄positū: ¶ Potes autē qd̄ p̄
ponit p̄ hanc et p̄missā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: q̄ si
vnus multiplicet quotlibet erit p̄ductoꝝ et multiplicatoꝝ vna p̄portio. Silt quoqz
si quotlibet multiplicet vnū erit p̄ductoꝝ et multiplicantium vna p̄portio qd̄ p̄ hanc
et premissā quotieus oportuerit repetitas facile p̄babis. Hic autē ut supra pollutici
sumus demōstrare volumus equā p̄portionalitatē in quotlibet numeris duox or/
dinū indirecete p̄portionalitatis quā demōstrat euclides p. 23. quinti i quantitati/
bus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecete proportionales
extremi quoqz in eadem p̄portione proportionales erunt.

¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. t. b. ad. e. sicut. c. ad. d. erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f.
ducatur enī. c. in. d. t. f. et p̄ueniant. g. t. b. eritqz per premissam. g. ad. b. sicut. d
ad. f. quare et sicut. a. ad. b. ducat. itē. f. in. d. t. p̄ueniat. k. eritqz per hanc. 19. g. ad
k. sicut. c. ad. f. t. q̄ ex. f. in. d. fit. k. fiet idem ecōuerlo p. 10. ex. d. in. f. quia igī ex
c. t. d. in. f. fiunt. b. t. k. erit p̄ hanc. 19. b. ad. k. sicut. c. ad. d. quare sicut. b. ad. c. et
q̄ iam ostensum est q̄ ē. g. ad. b. sicut. a. ad. b. erit p. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. sed sic
erat etiam. c. ad. f. est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est propositum. Idem pro/
babis si fuerint in vtroqz ordine numeri plures tribus quādmodum probatur in
23. quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .26.

Si fuerint quatuor numeri proportionales qd̄ ex ductu pri
mi in ultimū p̄ducetur equū erit ei qd̄ ex ductu secundi in
tertiū. Si vero qd̄ ex primo i ultimū p̄duceſt equū ē ei qd̄
ex secundo in tertiu: illi quatuor numeri sūt p̄portionales.
¶ Quod proposuit euclides per. 15. sexti de quatuor lineis p̄portio/
nibus: pponit hic de quatuor numeris p̄portionalibus. verbi gratia. Sit p̄por
tio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatqz ex. a. in. d. e. t. ex. b. in. c. f. dico q̄. c. t. f. sunt equa/
les econverso: ducatur enim. a. in. b. t. fiat. g. eritqz per. 18. g. ad. c. sicut. b. ad. d. et
q̄ per. 17. ex. b. in. a. fit. g. t. ex. eodē. b. i. c. f. erit p. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. sed p. 14.
est. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. eq̄les igī sūt. f. t. e. qd̄ est
pm̄ū. Nec oportet p̄demōstrarre si vni⁹ numeri ad duos sit vna p̄portio q̄ ipsi sūt
eq̄les: aut si ipsi sūt eq̄les q̄ vni⁹ ad ipsos sit vna p̄portio. Si enim est vna pro/
portio. g. ad. e. t. ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem
est. f. t. tunc per conceptionem patet. e. t. f. esse eq̄les: aut totiens. g. contingbit. e.
quotiens. f. t. superfluent in eo tota pars vel partes. e. quota vel quote in eodem
superfluent. f. t. tunc etiam per conceptionē patet eos esse equales. Qd̄ si ipsi fue/
rint equales patet per conceptionē q̄ aut. g. erit tota pars vel partes. e. quota vel
quote. f. t. tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrumqz eorum p̄portio vna:
aut equaliter contingbit vtrumqz cum superfluitate similiū t tot numero par/
tium: t tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumqz p̄portio vna. ¶ Se/
cundū sic patet: sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. p̄ducto ex. b. in. c. dico q̄ p̄
portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. t. est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius



LIBER

g. qui sit ex. a. in. b. et quia. c. et. f. sunt equeles. erit. g. ad. vnuqz eorum proportionis una et quia ut prius per. is. g. ad. f. sicut. a. ad. c. et ad. e. sicut. b. ad. e. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Non proponit autem cu. lides de tribus numeris continue proportionalibus qd ille qui ex ductu primi in tertium p/ ducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit sue/ rit equalis quadrato medij: qd illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. hoc eni facile demonstratur per hanc. 20. me/ dio illorum trium numerorum equali assumpto: queadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali media.

Propositio .21.

Numeri secunduz qualibet proportionem minimi: nume/ rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

Sint. a. et. b. minimi numeri in sua proportione. sitqz. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico qd a. numerat. c. et. b. d. equaliter. Cum sit enim a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit igitur. a. c. to/ ta pars vel partes quota vel quote. b. d. si itaqz fuerit pars constat propositum: At si partes sit. e. vna partium. a. et. f. vna partium. b. et quia tota pars est. e. c. per/ ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. quare p/ mutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. quare etiam sicut. a. ad. b. non sunt itaqz. a. et. b. mi/ nimi sue proportionis: quod est contrarium positum. Similiter quoqz.

Quolibet numeri sue in eadem proportione sine in diversis mini/ mi numerant omnes in eadem proportione quisqz suum correlatum equaliter.

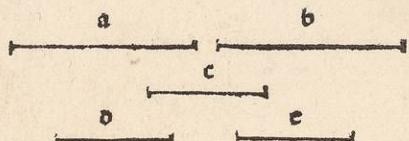
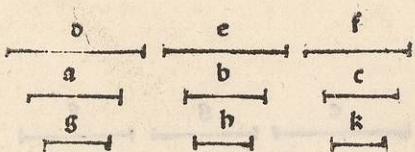
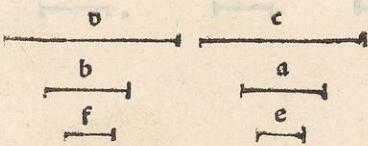
Ut si sint. a. b. c. minimi in eadem proportione vel in diversis: sintqz in eadem vel cisdem. d. e. f. ita qd sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. et. e. ad. f. vt. b. ad. c. dico qd a. nume/ rat. d. et. b. e. et. c. f. equaliter: quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutati. a. ad. d. vt. b. ad. e. et quia. b. ad. c. ut. e. ad. f. erit etiam permutatini. b. ad. e. ut. c. ad. f. quare. b. ad. e. et. c. ad. f. sicut. a. ad. d. et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. et. c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. Si itaqz pars constat propositum: At si par/ tes sit. g. vna partium. a. et. h. vna partium. b. et. k. vna. c. eritqz per presentem ypo/ the. tota pars. b. c. et. k. f. quota. g. d. quare per diffinitionem. b. ad. e. et. k. ad. f. sicut. g. ad. d. permutatim igitur erit. g. ad. b. vt. d. ad. e. et. b. ad. k. vt. e. ad. f. quare. g. ad. b. ut. a. ad. b. et. b. ad. k. vt. b. ad. c. quia ergo. g. b. k. sunt minores. a. b. c. et ea/ dem proportione sequitur contrarium positi.

Propositio .22

Ipsuqz duo numeri secundum suam proportionem minimi: ipsi erunt adiunctum primi.

Sint duo numeri. a. et. b. secundum suaz proportionem minimi. dico qd ipsi sunt contra se primi. Si enim non numeret eos. c. fm. d. et. e. erit qd per. is. d. ad. e. sicut. a. ad. b. et quia. d. et. e. sunt minores. a. et. b. se/ quitur. a. et. b. non esse sue proportionis minimos: qd est prius positioni. Sitr quoqz

Si fuerint quolibet numeri in continuatione suarum proportionum



VII

sine eadē sine diversē fuerint mīni. nullus numerus numerabit om̄s.
Cūt si sint. a. b. c. minimi in continuatione suaz proportionū: dico q̄ nullus numerabit om̄es. Sin autem numeret eos. d. a. quidē. b. m. e. b. vero b. m. f. z. c. b. m. g. eritq; p. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. z. f. ad. g. sicut. b. ad. c. q̄ ergo. e. f. g. sūt minores a. b. c. z. b. m. proportionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconveniens. **Q**uāq; autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vñus: ducto etenim quolibet numero in aliquę ad se primū ac vtraq; eoz in aliquę tertiu ad vtrūq; primū: prouenient tres numeri quoq; quiq; duo erunt cōpositi. Null⁹ tamē numerabit om̄s. Sint enī. a. b. c. tres numeri quoq; quisq; sit primus ad alios: ducatq; a. in. b. z. c. z. proueniat. d. z. c. itemq; b. in. c. z. proueniat. f. dico quoq; duos ex. d. e. f. esse adiuvicem compositos tamē nullus numerabit om̄es duos quoq; p̄z esse cōpositos. a. enī numerat. d. z. c. b. vero. d. z. f. z. c. e. z. f. Qd̄ autē nullus numeret oēs: patebit prius demonstratio q̄. a. est maximus numerans. d. z. e. b. quoq; maxim⁹ numerās. d. z. f. z. c. max̄im⁹ numerās. e. z. f. hoc autē sic cōstat: si enī. a. nō ē maxim⁹ numerās. d. z. e. sit itaq; g. numeretq; d. b. m. h. z. e. b. m. k. eritq; p̄ scđam pte. 20. a. ad. g. sicut. h. ad. b. itemq; p̄ cādē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. q̄ ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. z. k. minor. c. z. q̄. b. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq; enī ē sicut. d. ad. e. p. 18. bis assumptā. sunt autē. b. z. k. minores. b. z. c. erit p̄ immediate sequētē z per hāc hypoth. q̄. b. z. c. sint p̄tra se primi reperire minimis minores: qd̄ q̄ ē impossibile: erit. a. maxim⁹ numerās. d. z. e. Eodēq; mō p̄babit q̄. b. sit maximus numerās. d. z. f. z. c. maxim⁹ numerās. e. z. f. si quis ergo numerat. d. e. f. p̄ corrl. scđe ter assūptū ipse numerabit a. b. c. sed quisq; eorū primus erat ad reliquos. Accidit igit̄ impossibile. Silt quoq;
Quotlibet numeri quos vñus nō numerat scđm cōtinuationē suaz proportionū sunt minimi. **C**ūt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico q̄ ipsi sunt in continuatione suaz proportionū minimi. Alioquin sint minimi. d. c. f. qui p. 21. numerabunt. a. b. c. quisq; sūt relativum equaliter. sit ergo vt scđm. g. eritq; per. 17. vt viceversa. g. numeret. a. b. c. scđm. d. e. f. quare accedit 3rūm positioni.

Propositio .23.

Ailibet numeri p̄tra se primi sūt b. m. suā proportionē mīni. Chec ē cōuersa p̄missle vt si duo numeris sint. a. z. b. p̄tra se p̄mi: ipsi erūt b. m. suā proportionē minimi: sin autē sint minimi i. eadē proportionē si possibile ē. c. z. d. cōstat itaq; p. 21. q̄. c. numerat. a. z. d. b. cōliter sit igitur vt scđm. e. erit per. 17. vt viceversa. e. numerat. a. z. b. a. qui dem scđdū. c. z. b. scđm. d. non sunt igit̄. a. z. b. ſcđm. qd̄ ē h̄ hypoth.

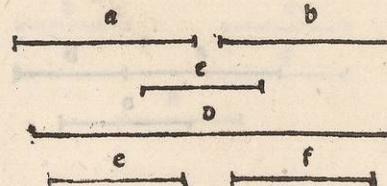
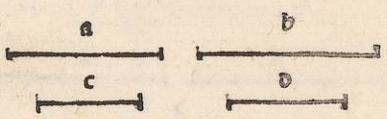
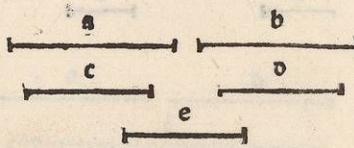
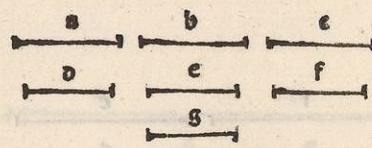
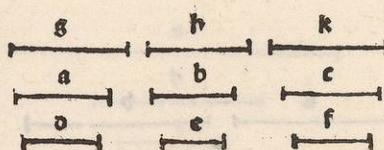
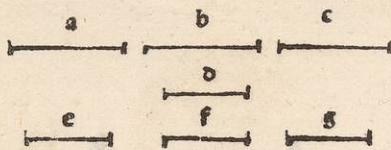
Propositio .24.

I. fuerint duo numeri cōtra se primi. si quis vñus eoz numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.

Csit. a. z. b. ſcđm. c. vero numeret. a. dico q̄. c. p̄m⁹ ē ad. b. alio/ qui numeret eos. d. q̄ p̄ penul. p̄cept. numerabit etiā. a. nō sūt ū. a. z. b. ſcđm. d. enī numerat abos. **P**ropositio .25.

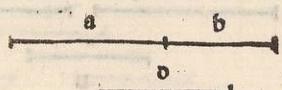
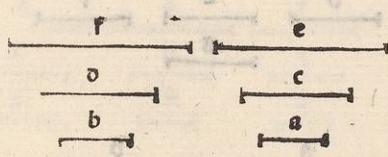
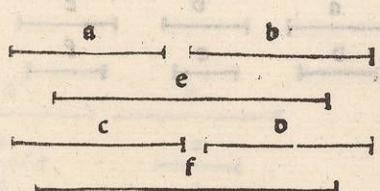
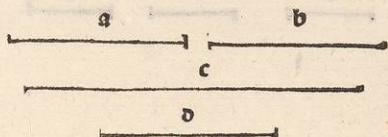
I. fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vñius in alterū pducetur. ad eundem erit primus.

Csit vterq; duoz numeroz. a. z. b. primus ad. c. z. ex. a. in. b. sit. d. dico q̄. d. est primus ad. c. aliter enī numeraret eos. e. d. qdā b. m. f.



LIBER

eritq; p scđam ptē. 20. a.ad.c.sicut.f.ad.b. t q;. a. t. e. sūt p̄mi t .e. numerat.c.ipse erit p. 24. primus ad.a. q̄re p. 23. a. t. e. sunt scđm suā pportionē minimi: sequit̄ ergo p. 21. ut.c. numeret.b. t q; positū ē q̄ ipse numeret.e. nō erunt.b. t. c. p̄ se p̄mi: qd̄ est contra ypothe.



Propositio 26.

Si fuerint dno numeri contra se p̄mi qui ex vno eorū in se ipsum producitur ad reliquum est primus.
Sint cōtra se p̄mi. a. t. b. t ex. a. in se fiat. c. dico q̄. c. primus est ad. b. sit enim. d. equalis. a. eritq; d. primus ad. b. t ex. a. in. d. fier. c per premissam igitur pater. c. primū esse ad. b. qd̄ proposuimus.

Propositio 27.

Si duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq; ad vtrū qz fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.
Sint. a. t. b. p̄ores. c. t. d. posteriores: sitq; vterq; duoz. a. t. b. p̄mus ad vtrūq; duoz. c. t. d. t ex. a. in. b. sit. e. t ex. c. in. d. f. dico q̄i e primus est ad. f. hoc aut. 25. ter assumpta evidenter concludit: cū eni fiat. e. ex. a. i. b. quorum vterq; primus est ad. c. t ad. d. erit per ipsam. e. primus ad. c. t item p ipsam primus ad. d. quia item. f. fit. ex. c. in. d. quoq; vterq; prim⁹ est ad. d. erit rur sus per ipsam. f. p̄imus ad. e. qd̄ ē p̄positū.

Propositio 28.

Si fuerint duo numeri contra se p̄mi ducaturq; eorum vterq; i seipsum: erunt inde producti cōtra se p̄mi. Itē qz si in vtrūq; productoz suum ducatur principiuz: erit quoq; producti contra se p̄mi.
Sint. a. t. b. cōtra se p̄mi: ducaturq; vterq; in se: t proueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. itēq; ducat. a. in. c. t proueniat. e. t. b. in. d. t proueniat. f. dico. c. t. d. esse contra se p̄mos: itemq; e. t. f. contra se p̄mos: est enim per. 26. c. primus ad. b. per eandē igitur erit. d. primus ad. a. t ad. c. sicq; constat p̄mium qd̄ ē. c. t. d. esse contra se p̄mos. **C**eliquum sic: est eni vterq; duoz numerowm a. t. c. primus ad vtrūq; duoz. b. t. d. itaq; per. 27. erit. e. primus ad. f. qd̄ est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiā per. 25. ad. b. t ad. d. itemq; per eandē. f. ad. a. t. c. sicq; si infinites ducere vtrūq; productoz in suum principium essent omnes producti contra se p̄mi: t non solum sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum. a. b.

Propositio 29.

Si fuerint duo numeri contra se p̄mi: qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq; eorū erit primus. Si vero ex ambo bus coacernatus ad vtrūq; eorū fuerit prim⁹ duo quoq; numeri adiunīcēm erunt p̄mi.
Sint. a. t. b. cōtra se p̄mi: dico q̄ ex cis cōpositus. a. b. ad vtrū qz eorū erit prim⁹ t ecōuerso. nā si. d. numerat totū. a. b. t alterz eoz numerabit p̄ cōez sciaz t reliquū. q̄re nō erit p̄ se p̄mi: s̄z hoc positū fuerat: p̄z ergo p̄mū. Scđm sic: sit. a. b. p̄mi⁹ ad vtrūq; suoz componentium qui sunt. a. t. b. dico q̄. a. t. b.

VII

sunt p̄tra se primi: posito enī q̄.d. numeret v̄trūq; duorum numeroꝝ. a. et b. se quitur per cōm sciam q̄ etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duorum numeroꝝ. a. et b. erit. a. b. primus: sed positum erat q̄ esset ad v̄trūq;. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū. ideoq; et coacceruati inter se: sit enī cōpositus ex. a. et b. primus ad. a. dico q̄ erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d qui per cōceptionē numerabit et. a. cum numeret totum et detractum: hoc autē in conueniens erat enim compositus ex. a. et b. primus ad. a.

Propositio .30.

Nonis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur. Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q̄ aliquis prim⁹ numerat ipsū: q̄ enī est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verū erit qđ dicit. si autē cōpositus sit. c. qui numerat eum: qui etiā per cōm sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qđ dicit. At si cōpositus necessario numerabit eū. aliud qui sit. d. qui etiā per cōm sciam numerabit. a. de quo rōcinare ut prius: q̄ ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorē assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandem deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile et contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.

Nonis numerus aut ē primus aut a primo numeratur. Sit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

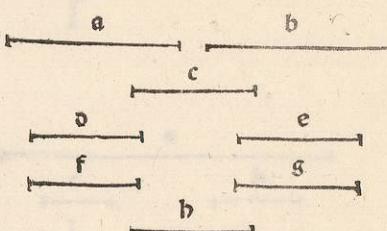
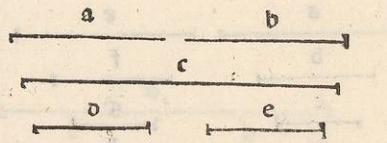
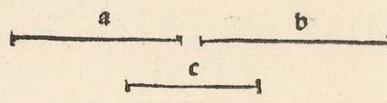
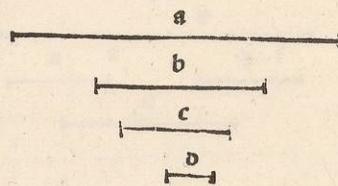
Propositio .32.

Nonis numer⁹ primus ad omne quē nō numerat ē prim⁹. Sit. a. numerus primus non numerās. b. dico q̄. a. et. b. sūt cōtra se primi. si enī. c. numerat eos nō est verū q̄. a. sit primus.

Propositio .33.

In numer⁹ ex duob⁹ pdict⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alteꝝ illoꝝ duorum numeroꝝ numerare. Sit. c. productus ex. a. in. b. et sit. d. numerus primus qui ponatur numerare. c. dico q̄. d. numerat. a. vel. b. numeret enī. c. bī. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsū p̄ premissam: et iō erit bī suā pportionē mīmī p. 23. et q̄. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p̄ scđam p̄tē. 20. sequit̄ ut. d. numeret. b. p. 21. qđ est propositū. An manifestū ē q̄ si aliquis numerus numerat pdictū ex duobus vel si cideſ fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq; erit alteri eoꝝ. Propositio .34.

Numerus bī p̄portionē nūeroꝝ assignatoꝝ mīmos inuenire. Unde manifestū ē maximū numer⁹ duos cōiter numerant̄ bī mīmos illius p̄portionis eos numerare. Sint. a. et. b. numeri propositi bī quorū p̄portionē volumus inuenire mīmos. si ḡ fuerit h̄ se p̄mi sūt q̄les inq̄rim⁹ p. 23. si autē cōpositi sumat̄: vt docet scđa maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit. c. numeretq; eos bī



LIBER

d. t. e. eritqz in cadē pportione p. 18. quos dico ē qles qrim⁹. Sint autē sint. f. et g. q p. 21. numerabūt. a. t. b. equaliter. sit igit̄ ut fm. b. eritqz p scđam pte. 20. c. ad. b sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. quare. c. ē minor. b. itaqz cū. b. numeret. a. t. b. non fuit. c. maxim⁹ eos numerās sed erat positū q sic. ergo t. Sicut quoqz possum⁹.

C Numeros fm continuatatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū numerū quolibet cō muniter numeratē fm minimos proportionū eorum eos numerare.

C Ut si sint. a. b. c. fm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem pportione siue in diuersis: sive nullus numerus numerat eos om̄is: ipsi sunt quos querimus per. 23. hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnum numerat om̄is: sumā ut docet tertia: maximus eos cōiter numerans qui sit. d. numeret qz eos fm. c. f. g. qui erunt in cadē pportione per. 18. dico eos esse quos querimus alioquin sint. b. k. l. qui per. 21. numerabunt. a. b. c. equaliter: sit ut fm. m. critqz p scđam ptem. 20. d. ad. m. ut. b. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igit̄. d. qz m. quare cū. m. numeret. a. b. c. nō fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile: fuit enī. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio .35.

A libet duo numeri minimos numeros siue pportionis maior minorē et minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestū ē mini mū quē duo numerat quēlibz ab eis numeratū numerare

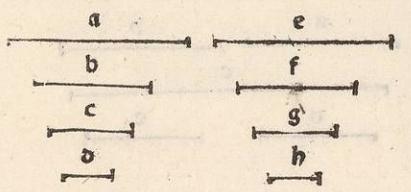
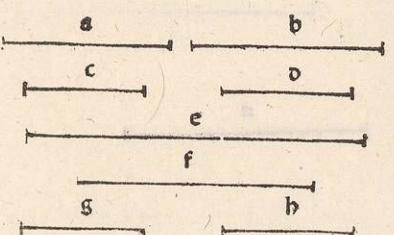
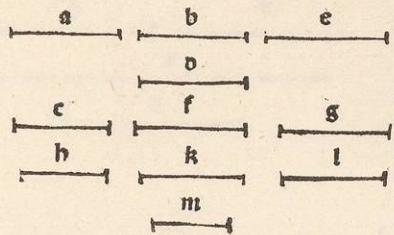
C Sint duo numeri. a. t. b. minimiqz in eoꝝ pportioꝝ. c. t. d. eritqz per primā pte. 20. vt ex. a. in. d. t. b. in. c. stat idem numerus. qui sit. e. quē dico esse minimum numeratū ab. a. t. b. aliter enī sit. f. quē numeret. a. t. b. fm. g. t. h. eritqz p scđam partē. 20. b. ad. g. sicut. a. ad. b. t. sicut. c. ad. d. t. per. 18. crit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cū itaqz p. 21. c. numeret. b. e. nūerabit. f. maior minorē: qz ergo hoc ē impossibile cōstat vcz ē qd dicit.

Propositio .36.

Propositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numerū quem quotlibet numerat quēlibet ab eis numeratū numerare.

C Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire mimū numerū numeratū ab eis. Inuenio itaqz primo minimum numeratū ab. a. t. b. qz si. a. numerat. b. nō erit ali⁹ qz. b. si autē nō numerat eū nec ecōverso: si ipsis sunt ptra se pmi qui ex uno in alterū puenit erit minimus per. 23. t pmissam. Qd si sunt cō/ cantes: sumāt minimi in eoꝝ pportione: vt docet. 34. t maior in minorē eorum multiplicato pueniat. e. qui erit minimus numeratus ab eis per pmissam. Simili quoqz modo inueniat minimus numerat⁹ ab. e. t. c. qui sit. f. eritqz. f. minimus numeratus ab. a. b. c. sed t minimus quē numerant. f. t. d. sit. g. eritqz. g. minimus quē numerant numeri ppositi: qd enī omnes ipsū numerent: patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat ergo. b. quē qz numerat. a. t. b. numerabit etiā ipsū p corrl. pmiss. c. p idē quoqz corrl. numerabit ipsū. f. sed t. g. maior itaqz nūerat minorē qd est impossibile. Hcc t pmissa pponunt i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaz prima equiuale pmissc: secūda componit ex corrlarijs ambobus: tertia p/ ponit de tribus qd hcc de quotlibet numeris. Est itaqz prima.

C Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.



VII

CDati numeri sint. a. et. b. quorū minor si numerat maiorem est maior quē querimus. alioquin maior eoz numeraret minorem se. Si autē neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus omnium quē numerat. a. et. b. Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quē numerent hī e. et. f. eritqz per scđam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. et quia. a. et. b. sunt sue proportionis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nam ex. b. in. a. et. f. sunt. c. et. d. sequitur. c. numerare. d. sed erat. d. minor. c quare impossibile. Si autem. a. et. b. sint cōcantes: negociare proposituz ut in. 35. secunda trium conclusionum ex ambobus coroll. est confecta.

CSi plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt' minimus quē numerant eundē numerum numeret.

CUt si sit quilibet numerus quē numerat. a. et. b. d. minimusqz ab eisdem numeratis. c. erit ut. c. numeret. d. cū enī sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsū. numerabit tamē aliquid eius: sitqz plurimū qd numerat. c. et residuū sit. f. eritqz. f. minus c. quia igitur. a. et. b. numerant. c. numerabunt per cōdem scientiaz et. e. sed numerabunt. d. itaqz per aliā cōmunem sciam numerabunt. f. incōueniens ergo sequit φ c. nō fuit minimus quē numerant. a. et. b. **C**Idem cōvinces et eodē mō de quolibet numerato a quolibet pluribus. f. qd minim⁹ ab illis quolibet pluribus numeratus eundem numeret: ultima triū cōclusionū ē.

rum inuenire:

CPropositis tribus numeris: minimū numeroꝝ ab eis numerato/

CTres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusqz quē numerant. a. et. b. sit. d. qui su/ metur ut prima trium conclusionū docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quē querim⁹. Si enī. a. b. c. minorem eo numerant: sit enī. e. quē per pmissam conclusio/nē numerabit. d. qd est impossibile. Si autem. d. non numerat. c. sumatur. e. mini/mus numeratus ab eis. qd autem. e. numeret ab. a. b. c. patet qz. c. numerat ipsum et. d. similiter: ergo et. a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabitur ab. a. b. c. eritqz. c. minimus quē numerat. a. b. c. Sin autem sit. f. quē per pmissam conclusiōne nu/merabit. d. sed. c. numerat. f. quis. a. b. c. numerant eum: quare. c. d. numerabut eūm: quare per pmissam. c. numerabit eum et est maior eo sed et. e. maior. minore qd nō esſe potest. Idem inuenies et eodē modo quolibet propositis.

Propositio .37.

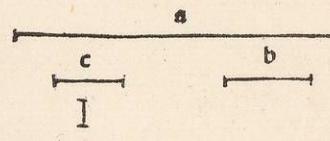
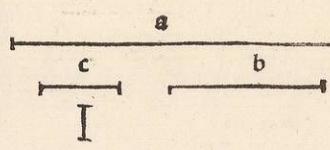
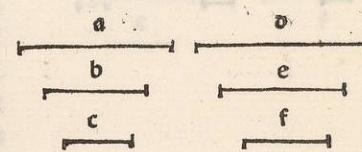
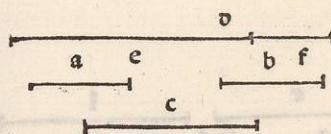
In numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume/rato pars a numerante denominata.

CHuius sensus est qd ois numer⁹ numerat⁹ a ternariō habet tertiaz et numerat⁹ a quinario b; quintā. sicqz de ceteris: vt si. b. numeret. a. eritqz per. 16. vt. c. quoqz totiens numeret. a. quotiens vnitas i. b. quare tota ps est. c. a. quotia vnitas. b. et qz vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cōmunem sciam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

Propositio .38.

In numerus aliquis partē quotacunqz habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

Chec est cōversa pmissa cuius est intentio: qd ois numerus bñs ter/riā numerat a ternario: et bñs quītā a quinario: sicqz de ceteris vt si. b. sit ps. a. denoīata a. c. seq̄t ut. c. numeret. a. qz ci. b. ē ps. a. denoīata a. c



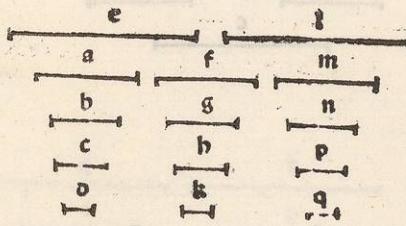
LIBER

sed et unitas est pars. c. denominata ab ipso per conceptum. sequitur ut quotiens unitas numerat. c. totiens. b. numerat. a. itaque per. 16. quotiens unitas. b. totiens. c. numerat. a. quod est constat propositum. ¶ Alter idem: cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritque per hanc communem scienciam unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denotans. b. in. a. et quia est. b. in. a. quotiens unitas in. c. eundem sequitur propositum p. 16.

Propositio .39.

Numerum minimum propositarum denominationum habentem partes invenire Ex quo manifestum est quod minimum numerus numeratus a quotlibet minimum habens partes denominatas ab ipsis.

Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. et c. minimum numeratus ab eis superbum. 36.: ipsum. e. dico esse quem querimus. Sint enim finquos numerant ipsum. f. g. b. k. eritque per. 16. et hanc communem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut viceversa. f. g. b. k. numerent. e. fin. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam quoniam si alter fuerit vi. l. sint pres. l. dicta ab eis. m. n. p. q. erintque per. 16. et predictam comedunt scientiam. a. b. c. d. viceversa pres. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimum quem numerat. a. b. c. d. quod est inconveniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secundum. aut quotiunculaque liber: si secundum quod sume duplum minimum: si tertium triplum: et ad hunc modum in alijs. Cum enim omnis multiplex e. numeretur ab. a. b. c. d. per hanc comedunt scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. si itaque duplus. e. non fuerit secundum habens pres propositarum denominationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur esse minorem duplo: et quod illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per coroll. 36. quod c. numeret eundem quod est impossibile. cum enim numeret secundum. numeraret per hanc communem scienciam omnis numerus numerandas totum et detractum: numerat residuum: differentiam illius ad secundum. que cum sit minor secundum: maior numerus numeraret minor secundum quod esse non potest sequitur itaque duplum. e. esse secundum numerum habente propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoque argues triplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum. alioquin quia esset triplo minor. et duplo maior. scilicet contingat eis ab eisdem vel diversis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatorem prime partis in denominatore secundum: et ex eis productum in denominatore tertie: productum quoque in denominatore quartae. sicut de ceteris usque ad ultimam. a prima vel usque ad primam ab ultima et qui prouenient erit qui inquiris ut in proposito. 60. vel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstrative sic habeto. Sint numeri pres. propositas denominantes. a. b. c. d. volumen invenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab. a. ita quod illa per habeat partem denominatam a. b. et illa alia denominatam a. c. sed et hec alia dicta a. d.

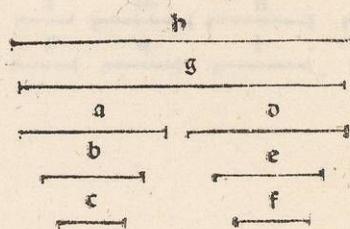
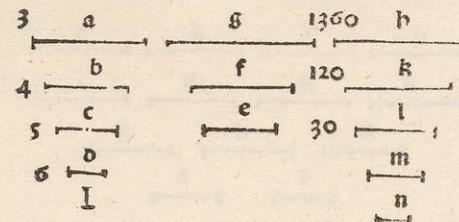


VII

ducatur itaqz.d.in.c . et proueniat.e.7.e.in.b. et proueniat.f.f.quoqz ducatur in.a
et proueniat.g.que dico esse que inquirimus cum eni ipse .g. proueniat etiam ex.a.i
f.p.17.erit.f.pars.g. dicta ab.a. At qz.f. prouenit p cädé ex.b.i.e.erit.e.pars.f.dicā
a.b.sed et propter hoc erit.d.pars.e.dicta a.c. et quia vnitatis est ps.d.dicta ab ipo
d.pz.g.habere ptes ut pponit. Si ergo nō fuerit minimus sit.b.sitqz.k.ps ei⁹ di
cta ab.a.t.l.ps.k. dicta a.b.t.m ps.l.dicta a.c.n. quoqz pars.m.dicta a. d.erit
qz per.18.g.ad.f.vt.b.ad.k.t.f.ad.e.vt.k.ad.l.t.c.ad.d.ut.l.ad:m. sed t.d. ad
vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatem vt
b.ad.n.ergo pmutatum erit.g.ad.b.vt vnitatis ad.n.quare cum.b.sit minor.g.erit
n.minor vnitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minore esse vnitatem. erit
itaqz.g.minimus habens ptes ut pponit Quo inueto si cura fuerit habere scđm
aut quotūquelibet p minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc
autem.39.proponitur in alio bñ hunc modum.

Clropositis partibus quotiscūqlibet:minimū numerum eas con
tinentium innenire.]

Cur si ptes propositae sint.a.b.c.sintqz eas denominates.d.e.f. et sumat minimū
que numerant.d.e.f qui sit.g.bunc dico esse que querimus:erunt eni in eo propo
site partes per.37 qui si nō fuerit minimus eas continens:sit ergo.b.que numera
bunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit .g.minimus numeratus ab eis qđ est incōuenies
qr erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate ponit et nō sub quātitate certa:ali
ter cui nō esset necessarium vt minimus numerus que numerant.d.e.f. esset mini
mus continens partes ppositas:plurimas eni contingit partes reperire q̄s num
erus numeratus ab eoz denoiatoribus non continet:verbi ḡia. Tres numeri q̄ sūt
120.90.t.72.sunt eiusdem numeri ptes. primus quidē tertia.secūd' vero quarta.t
tertius quinta.nec tamē minimus que numerat denoiatores eoz qui est.60. ptes
istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime con
sequente huius demōstratiōis:nō enim sequit ut arguit p.37.si ternari?bunc nu
merat ergo hic numerus positus est eius tertia:sz ergo habet tertiam:qua ppter idē
est quod pponit bñ vtrūqz modū: sed scđm primuz conuenientius videt qđ intē
dit proponi. Attēdere aut̄ oportet q̄ cū oīs ps habeat quātitatē i eo contingit pone
re quotlibet et quaslibet ptes scđm quātitatē: et inquirere quis minimus eas cōtinet
et sub quibus denominationibus. Minimū aut̄ eas cōtinente cōstat esse minimū
numeratū ab eis.bñ quos vero numerat sunt qui illas in illo denoiant. Contingit
iterū ponere quotlibet et quaslibet denominationes: et inquirere in quo minimo hee
denominationes reperiunt et bñ quas quātitates. Minimū quoqz cōstat esse mi
nimū numeratū ab illis:bñ quos vero numerant sunt qui quātitates determinat:
vtrobiqz autē idcirco inquirit minim:qr infiniti sunt bunc quidē qui has ptes con
tinent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere
quotlibet partes et totidē denoiationes vel quotlibet denoiationes et totidē partes.
nō aut̄ quaslibet cū quibuslibz: sed certas cū certis. Si eni ponā ptes tres quatuor
quinqz et denoiationes earū.6.7.8. et inquirā quis numerus continet has ptes sub
istis denoiationibus. siliis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur
conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis et nō ut contingit et inquirere quis
numerus positas partes sub positis denoiationib⁹ cōtinet:nō aut̄ quos minimus
vnicus eni est:nā siue pposita fuerit vna ps et vna denoiation siue plures et plures:



LIBER

non erit sumere plures numeros qđ ppositū erit cōtinentes. Solus enī ē cū⁹ ter/ narius ē quinta; nō plures. Solus quoqz cuius ternarius octana: t̄ senarius quar/ ta: nō plures. ideoqz pponentem ptes t̄ denoiationes ipsaz in toto nō est quere/ re quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnius conti/ net: proponentē aut̄ partes tantū. Contingit querere quis minimeas continent t̄ a/ quibus in eo denominant: solas quoqz pponentē denoiationes conuenit querere/ que partes ab illis dicte t̄ in quo minimo reperiunt. Cōuenientius aut̄ videt par/ tes p̄ denoiationes inquirere: qz denoiationes p̄ ptes: diuersitatē quidem/ denoiationū non partū comitā p̄portionū diuersitas. Explicit liber septi/ mus incipit liber Octauus.



Alera numeroz dicunt quoz multiplicatōe numeri pducunt. Cōspicaces appellat nu/ mer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtinet. Cōsolids vero qui sub tribus ex quoz cōtinua multiplicatione h̄z procreari. Cōquadratus ē numerus superficialis equalib⁹ lateribus cō/ sistēs. Cōlubus est solidus equalib⁹ cōsistēs lateribus. Cōsimiles dicuntur numeri supfi/ ciales sine solidi quoz latera sūt proporcio/ nalia.

Propositio .1.

In numeroz quotlibet cōtinue p̄portionalitatis duo ex/ tremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

Sint cōtinuc p̄portionales. a.b.c. duoz extreimi qui sunt. a.c. sint/ h̄ se primi. dico q̄ in eadē p̄portione nō rep̄ient totidē minores. Si aut̄ contingit sint. d.c.f. critqz p. 15. septimi. a.ad.c. sicut. d.ad.f. t̄ qr. a.t.c. sunt/ mimi i sua p̄portione p. 23. eiusdē sequit p. 21. ut. a. numeret. d. t.c.f. minores scilic̄z maiores qđ esse non potes.

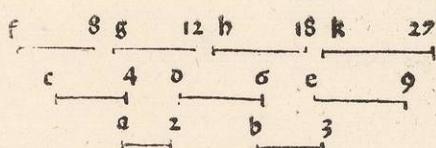
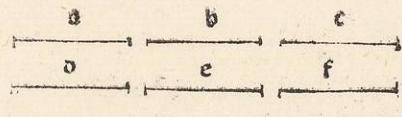
Propositio .2.

Amēros quotlibet cōtinue p̄portionalitatis fm p̄portio/ né datā mimos innenire. vñ manifestum erit: q̄ si fuerint/ tres numeri cōtinue p̄portionalitatis fm eā mimi duo ex/ tremi erūt quadrati. q̄ si fuerint q̄tuor erūt extreimi cubi: Cōsint date p̄portionis minimi. a.t.b. duoz a. in se t̄ fiat. c. t̄ in/ b. t̄ fiat. d.b. quoqz in se. t̄ pueniat. e. cruntqz. c.d.e. cōtinue p̄portionales i pro/ portione. a.ad.b. p. 18. t. 19. septimi: t̄ qr. c. t̄ e. sūt p̄tra se primi p. 28. eiusdē crunt/ c.d.e. fm datā p̄portionē minimi p̄missam: duoz iterū. a. i oēs illos. t̄ pueniat/ f.g.b. t̄ b.i.c. t̄ pueniat. k. t̄ erūt etiā. f.g.b.k. cōtinue p̄portionales i p̄portione/ a.ad.b. p. 18. t. 19. septimi: mimi quoqz p. 28. eiusdē t̄ p̄missā bac via t̄ rōne iueni

Propositio .3. enī. 5. vel. 6. vel quoilibet.

In numeri quotlibet continue p̄portionales secundum suam proportionem fuerint mimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

Chec tercia ē cōversa prima. Sint enī. a.b.c.d. cōtinue p̄portionales



VIII

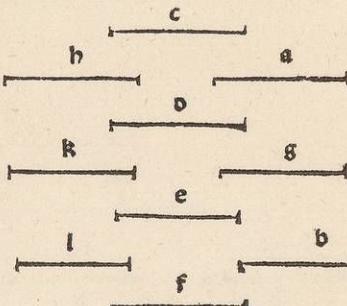
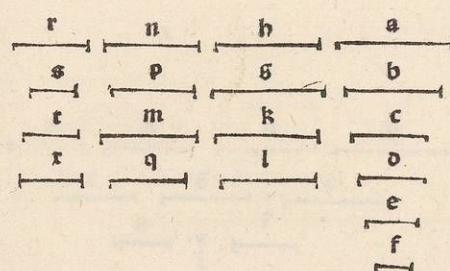
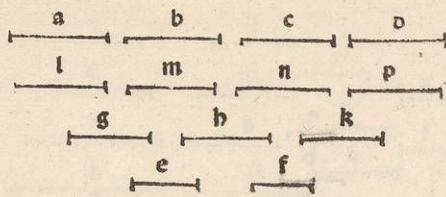
et huius suâ pportione minimi. dico q. a. et d. extremi erunt ad invicem primi: minimi enim in pportione a. ad. b. sint. e. et f. eruntq; p. 22. septimi contra se primi. quod hos ergo duos huius doctrinâ pmissæ inueniant totidè cōtinue pportionales et minimi quot sūt numeri ppositi: primo quidè tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. et ad hunc modum cōtinue p additione viius quoisq; fiat tot quot sunt numeri ppositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequit ergo l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo qd in eadem proportione sunt vtriqz minimi et quod l. et p. sunt cōtra se primi p. 28. septimi: erunt quoisq; a. et d. illis cquales contra se primi: quod est propositum.

Propositio .4.

Similitudinâ assignatax pportionum i minimis numeris fm ipsas pportiones cōtinuatin proportionalibus inuenire. Assignate pportiones i minimis termis inueniant ut docet. 34. septimi Sintq; prima inter. a. et b. secunda inter. c. et d. tertia inter. e. et f. sit quoisq; de pluribus si fuerint plures. volo has pportiones in quatuor minimis numeris cōtinuare. Sumo ergo. g. minimu quod numerat. b. et c. et quotiens. b. numerat ipsum. g. toties. a. numerat. b. d. quoisq; toties numeret. k. quoties. c. g. itaq; si. e. numerat. k. si. vi. f. toties numeret. l. eruntq; b. g. k. l. quos querim: constat eni p. 18. septimi qd sit. b. ad. g. sicut. a. ad. b. et g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Vñimi quoisq; nā si alij sint minimi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. se primi bis assumptâ ut vterq; duoz. b. et c. numeret. p. qd e. g. nuerabit eundem. et p. coroll. 35. sep. qd ē inconciens. Sunt igit. b. g. k. l. minimi. at vero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numerat ab eis scz. e. et k. quod m. quoties nūat. k. toties. b. numeret. n. et g. toties. p. eruntq; p. 18. septimi. n. p. m. in pportione. b. g. k. qd. n. ad. p. vt. a. ad. b. et p. ad. m. vt. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. et crit p. eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Vñanifestū ē igit qd assignate pportiones cōtinuate sūt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si nō fuerint minimi. sūt si possibile est alij qui sunt. r. s. t. x. qd itaq; p. 21. septimi bis assumptâ vterq; duoz. numeroz. b. et c. numerat. s. sequit per coroll. 35. sep. vt. g. numeret. eundem quare etiā. k. numerabit. t. at qd p. 21. septimi. e. numerat. eundem. t. nō erit. m. minimus quod numerat. k. et e. hac rōne quartâ illis et quotlibet alias sine omni offendiculo cōtinuare poteris.

Propositio .5.

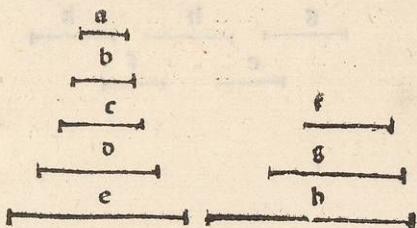
Monium duorum numerorum cōpositorum pportio viius ad alterum est ex laterum suorum producta proportionibus. Qd proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantiis laterum: pponit hic de numeris cōpositis. Sit duo numeri cōpositi. a. b. latera. a. sint. c. et d. latera. b. sint. e. et f. dico itaq; qd pportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. et ea que est. d. ad. f. sit eni ut ex. d. i. e. fiat. g. qd ergo ex. d. in. c. fit. a. et ex. f. in. e. fit. b. p. conversione diffinitionis laterum crit p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. et p. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem pportio a. ad. b. cōposita ē ex ea que ē. c. ad. e. et ea que est. d. ad. f. qd est ppositum. Nec est necessariū vt cōtinuemus pportiones laterum videlicet ea que ē. c. ad. e. et ea que est. d. ad. f. in minimis numeris reptis huius doctrinâ pcedentis vt docent quidam: hoc enim est proposito ppter necessarium. Arguit. eni posito qd illi minimi sint. b. k. l. ita qd sit. b. ad. k. sicut. c. ad. e. et k. ad. l. sicut. d. ad. f. pportionē. b. ad. l. esse cōposita ex pposito laterum pportionibus. sumptoqz. g. fieri ex. d. in. c. arguit. a. ad. g.



LIBER

vt.b.ad.k.q; ut.c.ad.e.t.g.ad.b. vt.k.ad.l.q; vt.d.ad.f. ideoq; sum equā ppor.
t.a.ad.b. vt.b.ad.l. cōcludunt igitur a.ad.b. cōponi ex quibus.b.t.l. verū quidē
sed non necessario assumpto.

Propositiō .6.



Si numerorum quotlibet continue proportionalium pri-
mus scđm non numerer: nullus eoz numerabit ultimum.
Cōsint. a.b.c.d.c. continue pportionales. dico q; si. a. nō numerē.
b. nullus eoz numerabit. e. VJaniscū aut̄ est q; si ipsum numeret
omnes numerabunt. e. t simpliciter quilibet pcedens quēlibet sequē-
tem. Si aut̄ non numerat ipsum patet q; d. nō numerabit. e. nec simplē aliq; eo-
rum p̄ximo sequentē: q; sunt positi continue pportionales: sed q; nullus alt̄ ut. c.
numeret ipsum sic constat: sumant̄ sum doctrinā scđe huius totidē minimi cōtinue
pportionales in pportione cadē quot sūt ipse. c. t oēs sequētes qui sunt. f.g.h;
eruntq; p.3. bvi⁹ t. f. t. b. p̄ se primi: t q; p̄ equā pportionē. c. ad. e. vt. f. ad. b. cū
f. non numeret. b. nec. c. numerabit. c. codem modo nec aliquis alioz: quare liquet
quod propositum est.

Propositiō .7.

Si numeroz cōtinue proportionalium p̄imus ultimū nu-
meret: idem ipse t secundum numerabit.
Cōsint qui pri⁹ continue pportionales. dico si. a. numerat. e. ipse nu-
merabit. b. alioquin ex premissa non numeraret. e. qđ ē contrariū et
impossibile. Nō solum aut̄ numerabit. b. sed t oēs t quisq; eorum
quēlibet ipsum sequentem.

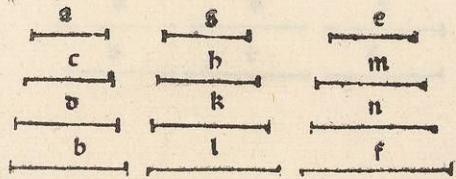
Propositiō .8.

Sinter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua pro-
portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in
eadem proportione relatos cadere necesse est.

Sint. a. t. b. inter quos cadunt. c. t. d. in cōtinua pportione habē-
tes se in proportione. e. ad. f. dico q; totidē cadunt inter. e. t. f. t i ea-
dem proportione quot inter. a. t. b. Sint enī. g. h. k. l. totidē minimi quot sunt. a.
t. b. qui inter eos cadunt sumpti. quēadmodū docet secūda huius cōtinue ppor-
tionales in cadē pportione: eruntq; p.3. g. t. l. cōtra se primi: t per equā ppor-
tit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq; t sicut. e. ad. f. t q; ipsi sunt in sua pportione mi-
nimi p.23. septimi. sequit̄ per. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. t. l. f. equaliter: totiens igi-
tur numeret. b. m. t. k. n. positisq; m. t. n. inter. e. t. f. constat p.18. septimi. e. m.
n. f. esse cōtinue pportionales: quēadmodū sunt. g. h. k. l. t ideo quēadmodū. a. c.
d. b. quare patet quod dictū ē. Ex hac constat nullā supertularē posse per eq̄lia diui-
di: si enī hoc esset oporseret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum
cadere medium quod esse nō pōt: ideoq; tonus in musica quē sexquioctā continet
pportio: in duo vera semitonia diuidi non potest: sed necessario diuidit in minus
semitonium et maius.

Propositiō .9.

Sinter duos numeros p̄tra se primos numeri quotlibet
cōtinua pportionalitate ceciderint: inter vtrūq; eorum t
vnitatē totidem cōtinua pportionalitate cadere necesse ē.
Cōsint. a. et. b. p̄tra se primi. inter quos cadat incōtinua propo. c. t
d. dico q; totidē erunt continue pportionales inter. a. t vnitatē: itē-
q; totidem inter. b. t vnitatē. Sint enī in illa proportione minimi. e. t. f. sumpti ut
vocet. 34. septimi: ex quibus sumant̄ tres cōtinue pportionales et minimi i eoī



VIII

proportionem per docet sc̄da huius qui sunt. g. b. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. et hoc totiens fiat usquequo sic sumpti fiat totidē quo sunt numeri ppositi: ut sunt hic. l. m. n. p. Cōstat itaqz cū sint. a. c. d. b. in sua pportione mimi p primā huius. sintqz. l. m. n. p. totidē et mimi in eadē. Nō sit autē possibile eē aliquid minus minimo q̄ numeri. l. m. n. p. equales erūt numeris. a. c. d. b. qui usqz suo relativu ē igit̄. l. equalis. a. z. p. b. Manifestū autē ex sc̄da huius q̄ ex. f. in se fit. k. et ex eodē. m. k. p. p diffinitionē igit̄ eius qd̄ ē m̄tiplicari: erit. f. in. k. k. quoqz in. p. quoties vnitatis ē in. f. itaqz vnitatis. f. k. p. sunt cōtinue pportionales. Silit autē et vnitatis. e. g. l. sūptis ergo. a. z. b. loco. l. z. p. sibi equalitā erunt inter. a. et vnitatē. g. z. e. et inter. b. et vnitatem. k. et f. cōtinue pportionales: totidē quo sunt inter. a. z. b. quod est p̄ positum.

Propositio 10.

Sinter vtrūqz eoꝝ et vnitatem quolibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

Sint duo numeri. a. z. b. sintqz. c. z. d. inter. a. et vnitatē. e. quoqz et f. inter. b. et vnitatē continuae pportionales. dico totidē esse inter. a. z. b. cōtinue pportioales: hec ē cōversa prioris excepto q̄ ad subiectum pmissa appositiū erat. a. z. b. esse contra se p̄mos qd̄ nō apponit hic ad passionē: qua p̄pter vñior est passio huius subiecto illius. Quia igit̄ quotiens vnitatis in. d. toties ē d. in. c. et toties. c. in. a. cōstat qd̄ ex. d. in se fit. c. et ex eodē. d. i. c. a. Silit quoqz ex. f. in se et in. e. sicut. e. z. b. ducaſ itaqz. d. in. f. et pductus sit. g. itēqz idē. d. ducaſ. i. g. z. e. et sunt producti. b. z. k. Constat igit̄ ex. 18. septimi q̄. c. ad. g. vi. d. ad. f. et ex 19. q̄. g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continuae pportionales in pportione d. ad. f. itēqz sunt. a. ad. b. sicut. c. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. e. et p. 19. k. ad b. sicut. d. ad. f. igit̄ sunt. a. b. k. b. continuae pportionales: quare cōstat p̄positum.

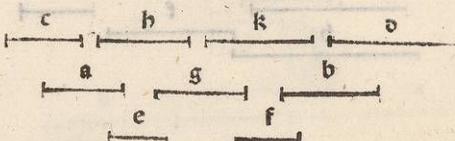
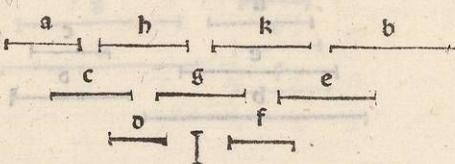
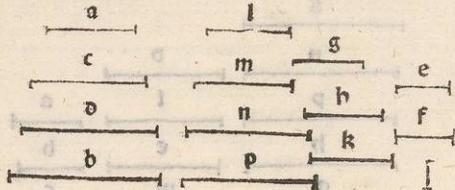
Propositio 11.

Si fuerint ambo quadrati erit pportione vnius ad alterū tāquā sui lateris ad latus illius pportio duplicita. Si vero ambo fuerint cubi: erit pportio alterius ad alterum tāquā sui lateris ad latus alterius pportio triplicata.

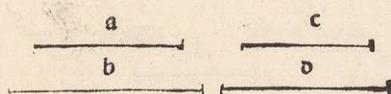
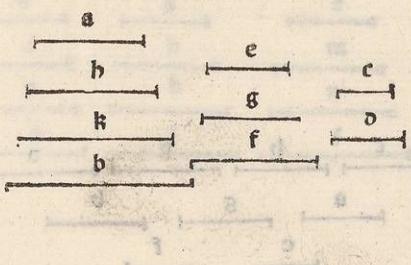
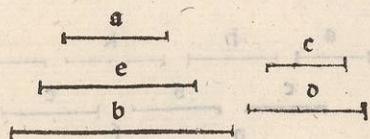
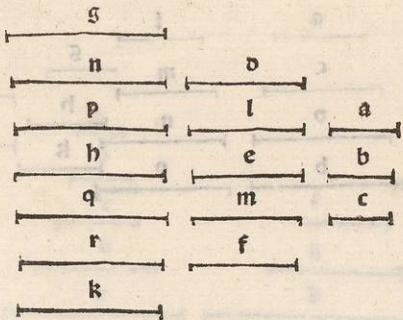
Sint duo quadrati. a. z. b. et duo cubi. c. z. d. latera tā quadratorū qz cuboꝝ sint. e. quidē. a. z. c. f. vero. b. z. d. dico q̄ pportio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicita. c. vero ad. d. sicut eadē triplicata. Manifestū enī est q̄ ex. e. in se fit. a. et ex ipso. c. i. a. c. sic quoqz ex. f. in se fit. b. et ex ipso in. b. d. ducaſ igit̄. e. in. f. et puenit. g. et ln. g. z. b. et proueniant. b. z. k. eritqz p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. et per. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igit̄ ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicita qd̄ est p̄mū. Scōm eodez modo cōstat. sunt enī p. 18. itēqz. c. ad. b. sicut. a. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. b. et per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. b. k. d. sunt etiā continuae pportionales in pportione. e. ad. f. p diffinitionē igit̄ erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata: quod est secūdū.

Propositio 12.

Si numeroꝝ cōtinue pportionalitatis quisqz in seipſū ducatur: qui inde pducant sub cōtinua pportionalitate esse. Qd̄ si itē in ipsoꝝ pductos p̄cipia sua ducant: inde quoqz pductos cōtinue pportionalitatis eē necesse est. idēqz in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



LIBER



Sunt. a.b.c. continuae proportionales quoq; quisq; in se ducatur et proueniatis ex. a: quidem. d. ex. b. vero. c. et ex. c. f. dico q. d. e. f. sunt continuae proportionales: q. si item. a ducatur in. d. et proueniat. g. b. quoq; in. e. et proueniat. h. et c. in. f. et proueniat. k. dico etiam q. g. b. k. erunt continuae proportionales. sit enim ex. a. in. b. l. et ex. c. i. eundem. m. eruntq; p. 18. et 19. septimi. d. l. e. m. f. continuae proportionales in proportione. a. b. c. itaq; per equam proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. qd est primus. Keli/ qui sic. ducatur. a. in. l. et e. et proueniatis. n. et p. c. quoq; ducatur in. e. et m. et proueniat q. et r. eruntq; per easdem. g. n. p. b. q. r. k. continuae quoq; proportionales in proportione primo: p. equam igit proportionalitate coclude. g. ad. b. sicut. b. ad. k. qd est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumq; primi in productos ducantur.

Propositio .13.

Si quis quadratus numeret alium quadratum numeret latu quoq; suu latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratus. **S**unt duo numeri. a. et b. quadrati: lateraq; eoz. c. et d. dico q. si. a numerat. b. c. quoq; numerabit. d. et econverso: constat enim q. ex. c. in. sc. fit. a. ex. d. quoq; in. se. b. fiat igitur. c. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. et 19. septimi. a. e. b. continuae proportionales in proportione. c. ad. d. si igitur a. numerat. b. idem ipse per. b. huius numerabit. e. quare et c. d. qd est primus. Conuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. propter id qd proportionalia. a. ad. e. sicut. c. ad. d. et si. numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc q. sunt continuae proportionales.

Propositio .14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoq; suu latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret: cubum numerabit cubum.

Sunt duo numeri. a. et b. cubi lateraq; eoz. c. et d. dico q. si. a. numerat. b. c. quoq; numerabit. d. et econverso: ducatur enim c. in. sc. et fiat. c. d. quoq; in. se. et fiat. f. constat igitur q. ex. c. in. e. fit. a. et ex. d. in. f. b. fiat itaq; g. ex. c. in. d. eruntq; per. 12. et 19. septimi. e. g. f. continuae proportionales in proportione. c. ad. d. sed et b. et k. proueniant ex. c. in. g. et f. per easdem igitur erunt. a. b. k. b. continuae quoq; proportionales in eadem proportione. itaq; si. a. numerat. b. idem per. b. huius numerabit. b. quare et c. d. est enim c. ad. d. sicut. a. ad. b. constat igitur prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoq; numerabit. b. que si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio .15.

Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

Theor. 15. proponit negationes converti: que affirmationib; quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati. a. et b. quorum latera. c. et d. si. a. non numerat. b. c. quoq; non numerabit. d. econverso etiam si. c. non numerat. d. nec. a. b. sit enim primo ut. a. non numeret. b. si itaq; c. numerat. d. per secundam partem. 13. huius et. a. numerabit. b. qd est contrarium positioni sicq; patet primum. secundum quoq; sic: sit ut. c. non numeret. d. itaq; si. a. numeret. b.

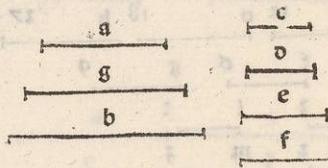
VIII

per primā pteū. 13. necesse est vt. c. numeret. d. necesse est igitur vt numeret ipsum cū non numerat ipsū: qđ est impossibile. Quēadmodū autē necesse est cōuertere negationes oppositas affirmatiōibus quas. 13. demōstravit 2uerti: sic quoq; necesse ē cas negatiōes que opponūt illis affirmationibus quas pmissa cōuerteri demōstra uit cōuertant. vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi? ecōuerso quoq; si latus vnius nō numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterū cubū. demōstrat aut̄ hoc p̄ pmissam a destructione psequētis: sicut qđ p̄ positum est pcr. 13. ideoq; hoc auctor nō proposuit: sed per id qđ propositū ē ipsū dedit intelligi.

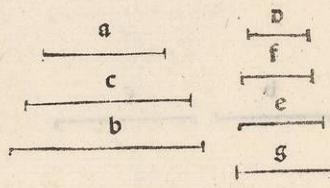
SI duo numeri superficiales fuerint similes necesse ē tertiu numerū sūm pportionalitatē cōtinua eis iteresse: eritq; p̄ portio vnius numeri ad altez sibi simile velut vnius lateris sui ad latus alterius se recipiens proportio duplicita.

Sunt duo numeri. a. z. b. superficiales et similes: dico q̄ inter ipsos cadet vnius numerus in cōtinua pportione: latera enī. a. sint. c. z. d. b. Vero latera sint. e. z. f. eruntq; ex cōversione diffinitionis numeroꝝ similiū. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut̄ q̄ ex. c. in. d. fiat. a. z ex. e. in. f. b. fiat itaq; g. ex. e. in. d. eritq; p̄. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. z per. 18. ciudē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq; g. cōtinua pportionalitate medius inter. a. z. b. qđ est p̄ positum. Lorel. aut̄ patet. cū sit. a. ad. b. per diffinitionē sicut. a. ad. g. duplicita. que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio 16.



Si secūdū cōtinuum pportionalitatē tertii numeri dnob̄ numeris intersit: illi duo numeri superficiales sunt et similes. Thes est cōuersa pmissa: ut si inter. a. z. b. sit. c. sub cōtinua pportionalitate cōstitutus. a. z. b. erunt superficiales et similes. sunt enī. d. z. e. minimi in proportione qua continuantur. a. b. c. qui per. 21. septimi numerabant. a. z. c. equaliter. sitq; vt sūm. f. et per eandem. c. z. b. equaliter: et sit vt sūm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. z. b. superficiales: et erunt etiam per diffinitionem. d. z. f. latera numeri. a. e. quoq; z. g. latera numeri. b. Qđ aut̄ ipsi sunt similes sic habeto: cum enim ex. d. in. g. sit. c. et ex. e. in. f. sit idē. c. erit p̄ scđam partem. 20. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionē igitur. a. z. b. sunt similes qđ est propositum: hoc autem ultimum qđ est. a. z. b. esse similes potest etiam haberi per. 19. z. 18. septimi et per has ypoth. q̄. a. c. b. sunt scđinū pportionales in ppor- tione. d. ad. e. minimoꝝ numerantiū. a. z. c. sūm. f. z. c. z. b. scđom. g.

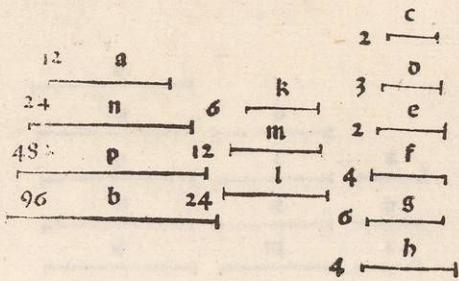


Propositio 17.

Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros sūm cōtinuum proportionalitatem interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterum sibi similem. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se, ppor- tionaliter proportio triplicata.

Sunt duo numeri. a. z. b. solidi similes: dico q̄ inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua pportione. Sunt enī latera numeri. a. c. d. e. latera vero. b. sint. f. g. h. eruntq; ex cōversione diffinitionis numeroꝝ similiū. c. ad. f. z. d. ad. g. sicut. c. ad. h. Sic igitur ex. c. in. d. k. et ex. f. in. g. l. eruntq; ex diffinitione. k. z. l. superficiales et similes.

LIBER



quare per. 16. huius unus numerus cadet inter eos medius sim pportionē. c. ad. f. qui sit. m. Manifestū autē ē q̄ ex. e. in. k. fit. a. & ex. b. in. l. b. si igit̄ ex. e. in. m. & l. fiant. n. & p. erūt p. i. s. scptini. a. ad. n. sicut. k. ad. m. & n. ad. p. sicut. m. ad. l. q̄re a. n. p. sunt p̄tinue pportionales in pportionē. c. ad. f. & qr̄ per. 19. eiusdē. p. ad. b. sicut. e. ad. b. & ideo sicut. c. ad. f. sequit̄ ut quatuor numeri. a. n. p. b. sunt continue pportionales sim pportionē. c. ad. f. sunt itaq̄ inter. a. & b. duo numeri. n. & p. me dij incōtinu. pportionalitate suoz laterum interpositi: qđ ē ppositū. Loren̄. autē p̄z cū pportio. a. ad. b. sit p diffinitionē sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi. que est. c. ad. l.

Propositio 19

Seis scdm cōtinuā pportionalitatē duo numeri interia cent quilibet duo numeri solidi sunt atq̄ similes. **C**hec est quæsa pmissa vt si inter. a. & b. sunt duo numeri. c. & d. medij in cōtinua pportione: erūt a. & b. solidi & similes: Suntan̄ enim tres minimi in eadē pportione p̄tinue pportionales qui sunt. c. f. g. crūtq̄ per. 17. e. & g. superficiales & similes. sunt ergo. b. & k. latera. c. at. l. & m. latera. g. eritq̄ per conē. 16. huius. e. ad. f. sicut. b. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia q̄. e. & g. sunt p̄tra se p̄imi: ideoq̄ per. 23. septimi in sua pportione minimi. & qr̄ p̄ equā pportionalitatē sunt. a. ad. d. & c. ad. b. sicut. e. ad. g. sequit̄ per. 21. septimi: ut ipsi numerent. a. & z. d. equaliter qđ sit sim. n. & item. c. & b. eq̄lit qđ sit sim. p. Quia igit̄ ex. b. in. k. fit. e. & ex. e. in. n. fit. a. sequit̄ p diffinitionē vt. a. sit solidus eiusq̄ latera. b. k. n. sitr̄ qr̄ ex. l. in. m. fit. g. & ex. g. in. p. b. sequitur etiam vt. b. sit solidus & eius latera. l. m. p. ipsos aut̄ esse similes sic constabit cū ex. g. in. n. fiat. d. & ex. eodē in. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. & qr̄ sic erant b. ad. l. & k. ad. m. p diffinitionē manifestū est. a. & b. esse similes: qđ est propositū.

Propositio 20

Striū numerorū continue pportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoq̄ quadratum esse. **C**sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. fitq̄. a. quadrat̄ dico q̄. c. est etiā quadratus sunt enī p. 17. a. & c. supficiales & similes cum igit̄. a. sit quadratus p̄ ypothe. erit. c. quadratus.

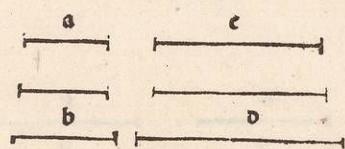
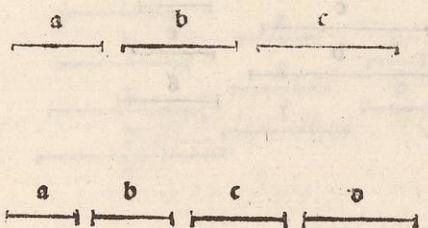
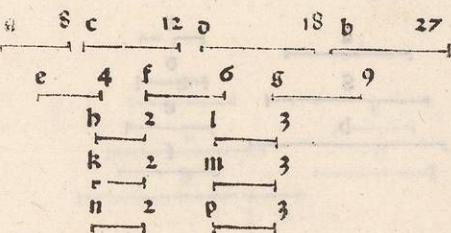
Propositio 21

Siquatuor numerorum continue proportionalium. pri mus fuit cubus: quartum cubum esse neceſſle est. **C**sint quatuor numeri cōtinue pportionales. a. b. c. d. fitq̄. a. cu bus: dico q̄. d. est etiā cubus: cōstat enim per. 19. q̄. a. & d. sunt solidi similes: & qr̄. a. est cubus per ypothe. erit etiā. d. cubus.

Propositio 22

Siquatuor numeroz quoq̄ proportio sicut quadrati ad quadrati fuit vn⁹ quadrat⁹: alterū quoq̄ quadratum esse. **C**sint duo numeri. a. & b. in pportione duoz quadrator̄ qui sunt c. & d. sitq̄. a. vel. b. quadratus: dico reliquū esse quadratū: cū enim c. & d. sint quadrati: sequitur eos esse superficiales similes. ideoq̄ per 16. cadet vnus medius inter eos in continua pportione: quare per. 8. & inter. a. & b. per. 20. igit̄ cōstat propositum.

Propositio 23



Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse. **C**sint duo numeri. a. et. b. in pportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt. c. et. d. sitqꝝ. a. vel. b. cubus: dico reliquꝫ esse cubum. necesse est enim qꝫ. c. et. d. sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes et solidi: itaqꝫ p. 18. inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per. 8. cadent inter. a. et. b. itaqꝫ per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24

Numerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.

Csint. a. et. b. superficiales similes. dico qꝫ vnuis ad alterū est ppor-
tio sicut quadrati ad quadratū: erit enī per. 16. inter eos vnuis nume-
rus mediū in continua proportione qui sit. c. sumptis itaqꝫ tribus
minimis in pportione eorū: qui sunt. d. e. f. erunt per coroll. 2. d. ad. f. quadrati: et
qꝫ p equā proportionalitatē est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. cōstat vñ pponitur.

Propositio .25

Monium duorum solidorum similiū est proportio vni-
us ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

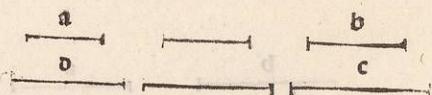
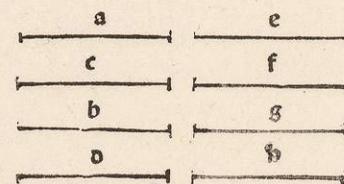
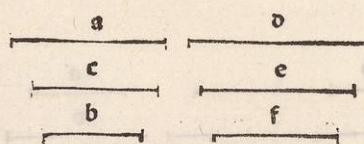
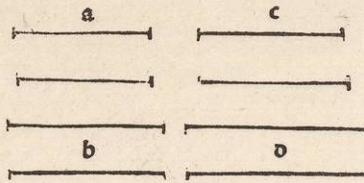
Csint. a. et. b. solidi similes: dico qꝫ pportio vnius eoz ad alterum
est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum. Sūt quidem p. 18. inter
eos duo numeri medij sūm continua proportionē qui sit. c. et. d. i eoꝝ
proportionē sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quoꝝ. c. et. b. erunt cubi per corollarium
scđe. qꝫ igitur per equā proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. liquet propo-
situm. *Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.*



Ar numerus est qui potest in duo equalia
diuidi. **C**Impar numerus ē qui i duo equa-
lia diuidi nō pōt: additqꝫ supra parē vnitatē
Pariter par ē quē cūcti pares eū numeran-
tes paribus vicibus numerant: **C**Pariter i
par est quē cuncti pares eū numerātes ipa-
rib⁹ vicib⁹ numerāt. **C**Pariter par et ipari-
ter ē quē pares eū numerātes quidā parib⁹
quidā im parib⁹ vicib⁹ numerāt. **C**Impari-
ter ipar quē cūcti ipares eū numerantes im
paribus vicibus numerāt. **C**Perfectus nu-
merus appellat̄ qui oībus prib⁹ suis quib⁹ numerat̄ ē equalis. **C**Ha-
bundans dicitur qui oībus suis prib⁹ minor est. **C**Diminutus vero
qui maior.

Propositio .26

Si fuerint duo numeri superficiales siles qui ex ductu alteri
us in alterum producetur numerū quadratū eē necesse ē.
Csint. a. et. b. superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione proue-
niat. c. dico. c. esse quadratū. fiat enī. d. ex. a. in se. eritqꝫ per. 16. septi-
mi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. et qꝫ inter. a. et. b. cadit vnuis mediū scđm
continuā pportionalitatē p. 17. octau. sequit̄ p. 8. eiusdē vt vñ quoqꝫ cadat inter. d.
et. c. itaqꝫ cū. d. sit quadratus erit per. 20. eiusdē. c. quoqꝫ quadratus qđ ē ppositū.



32
236

16
16
96
256

LIBER

Propositio 2

SEx ductu alterius in alterum tetragonus pducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaqz pa tens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numeru aliquem tetragonus producatur illu numerum aliquem esse tetragonu. Itēqz si ex ductu tetragoni in numeru aliquem non tetragonus producatur eū numerum aliquem non tetragonu esse. Si vero tetragonus in numeru aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.

Chec est pversa prioris ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritqz. c. quadratus: crunt. a. et. b. superficiales similes. sit enī. d. ex. a. in. se. eritqz per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. per. 16. aut. s. cum. d. et. c. sint superficiales similes: eo qd sunt ambo quadrati. erit in ter eos unus numerus medi⁹ fm cotinua propoz. p. 8. itaqz eiusdem erit etiam unus inter. a. et. b. igitur p. 17. eiusdem. a. et. b. sunt superficiales siles: quod est propositum. **P**rima ps coroll. patet p premissam: sunt enī omnes tetragoni superficiales similcs sed a patet ex hac cū sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius coroll. pte a destruzione psequētis. quarta vero p. ex eiusdem pte scda a de structione etiā psequētis.

Propositio 3.

In numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde produce tur erit cubus.

Csit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. sit enī. c. latus cubicū. a. ex. c. Vero in se fiat. d. patet itaqz qd ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur vnitas. c. d. a. p̄tinue pportionales: qd ex. 18. septimi et p sentibus ypothesibus manifestū est: et quia est. a. ad. b. sicut vnitas ad. a. eo qd quo tiens vnitas ē i. a. totiēs. a. in. b. erit in ter. a. et. b. duo numeri medi⁹ fm pportionalitatē p̄tinua per. 8. octauī: cum igit ex ypothesi sit. a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quoqz cubus: qd oporebat demonstrare.

Propositio 4.

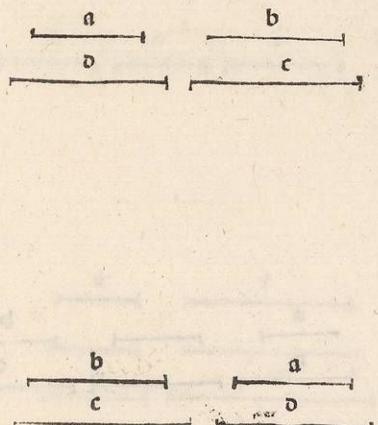
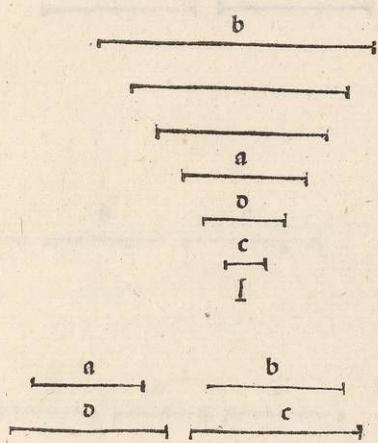
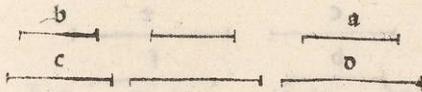
In cubis ī alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.

Csint. a. et. b. cubi: fiatqz. c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. fiat enim d. ex. a. in. se. eritqz per premissā. d. cubus et qz per. 18. septimi ē. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex. 23. octauī. c. ēē cubum: qd est propositum.

Propositio 5.

In numerus cubus in numeru alium ducatur: fueritqz pductus cubus in quē ductus ē numerum cubum esse necesse est. vnde et manifestū est: quia ex ductu cubi ī nō cubū producitur non cubus. Ductoqz cubo ī numeru aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus ī quē ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

Csit enī ex. a. cubo ī. b. numeru pduct⁹. c. cub⁹ dico. b. ēē cubū: fiat enī. d. ex. a. ī se qui p antepmissā erit cub⁹: qd igit ē p. 18. sep. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estqz. a. cubus s̄z. et. d. et. c. cubi erit p. 23. octauī. b. cub⁹ qd ē ppositū: pma ps coroll. patet ex hac quinta a destruzione p̄ntis. scda per pmissam s̄lē a destruzione cōsequentis.



Propositio .6.

Si ex ductu cuiuscumque numeri in se ipsum cubus producat eum esse cubus necessario comprobatur.

Cum sit ut ex. a. in se fiat. b. sitque b. cubus: dico ergo. a. esse cubus: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritque ex diffinitione. c. cubus. et quoniam constat ex. 18. septimi quod sit. a. ad. b. sicut. b. ad. c. cum sint. b. et. c. cubi: sequitur ex. 23. octauii. a. esse cubus: quod est propositum.

Propositio .7.

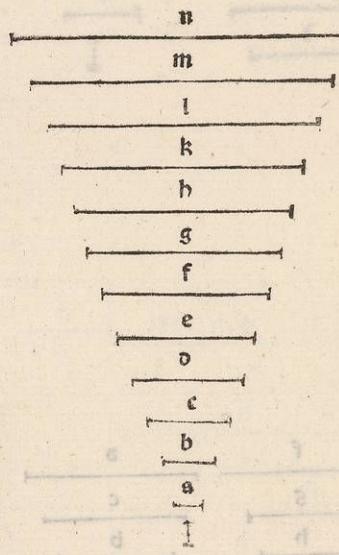
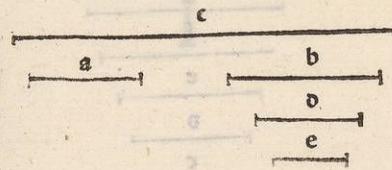
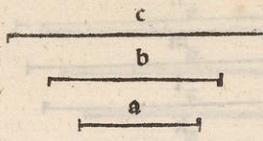
Si numerus compositionis in numerum quelibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

Cum sit. a. numerus compositionis: qui ducatur in. b. et pueniat. c. dico. c. esse numerum solidum: cum enim. a. sit compositionis numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numereturque eum secundum. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. et ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusque latera. e. d. b. quod est propositum.

Propositio .8.

Si fuerint numeri ab unitate continuae proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps uno semper intermissio. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itaque septimus ab unitate est quadratus cubicus. ac deinceps: quinque semper intermissiones quadratus cubicus continuo sequitur.

Cum sint continuae proportionales unitas. a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico. b. esse quadratus et. d. obmissio. c. et sic alios uno semper obmissos. unde similiter omnes existentes in locis interparibus sunt quadrati: ut sunt tertius quintus et septimus: dico item. c. esse cubus et. f. duobus obmissis: et sic in ceteris. Omnisque similiter est cubus cuius ab unitate locus addit super ternarium: vel quilibet multiplicem ipsius ternarii unitatem: ut sunt quartus septimus decimus tertiusdecimus et sextusdecimus. in his enim pueniunt omnes qui duos transmittunt. Itaque dico. f. ab unitate septimam esse quadratum cubicum: et similiter. n. quinque numeris intermissionibus: id est in ceteris. Similiter autem dico cuius locus ab unitate addit super senarium vel quilibet multiplicem ipsius unitatem: ut sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus et vicesimusquintus: illi enim est quadratum cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubus autem quoniam super multiplicem ternarii addit unitatem quippe senarii multiplicates cunctos ternarii necesse est esse multiplices. Que autem proposita sunt sic constat. Est enim ex hypothesi. a. in. b. quoties unitas in. a. itaque. b. ex diffinitione quadratus: quod igitur. b. c. d. sunt continuae proportionales cum. b. sit quadratus per ex. 17. vel. 20. octauii. d. esse quadratum. Eadem ratione et f. quod. d. e. f. sunt continuae proportionales: et. d. est quadratus: idem in ceteris uno itermisso: prout itaque primus. Secundum sic cum sit. b. in. c. quoties. a. in. b. ex hypothese. sequitur a diffinitione ut ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quod. c. d. e. f. sunt continuae proportionales sed et. f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse est per. 19. vel. 21. octauii ut. f. quoque sit cubus. ideoque et. k. idemque in ceteris duobus transmissis: quod liquet secundum. Quoniam autem. m. f. septimo et in. n. tertiusdecimo: ceterisque quinque mediis obmittentibus. similiter vero et in oibus quorum locorum semper quilibet multiplicem senarii addit unitates: terminantur quadratorum et cuborum computationes: in his quidem unitatis: in illis autem duorum obmissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte et cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur



LIBER

Propositio . 9

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate seques quadrat fuerit: ceteri quoqz oes erunt quadrati. Si vero qui unitate sequitur fuerit cubus ceteri quoqz omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab unitate. sitqz. a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoqz dico omnes ce cubos. b. eni constat esse quadratum p premissaz: q ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex 27. octaui sequit. e. esse quadratum. idem quoqz ex eiusdē. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autē idem eodēqz modo probabis: quare patet primū. Scdm autē sic. cū. b fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoqz cubus. c. vero constat esse cum per premissam. itaqz per. 23. octaui. d. omnielqz sequentes cubicos esse probabis: est eni. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoqz arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt eni. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliqz quatuor continue sumpti continue proportionales.

Propositio . 10.

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate seques non quadratus fuerit. non erit alioz quisqz quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper itermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab unitate no fuerit cubus: nullus ceteroru erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duoz semper itermissione formantur cubicis.

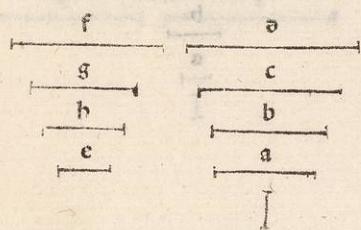
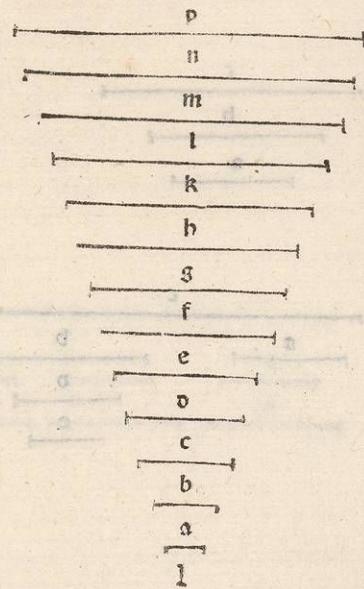
Hec ex opposito subiecti premissa insert ptem oppositi passionis. dico autē partē qm ex. s. stat om̄is impares esse quadratos. omnesqz quoqz locus sup ternarium vel quilibet ipsius multiplicē addit unitate esse cubos. sint itaqz qui prius ab unitate continua proportionales no sit autē. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oibz esse quadratum: aut cubicū nisi quos octaua proponit. si eni quis alius ponatur quadratus sequit p. 22. octaui. a. esse quadratum. Qd si cubus sequit per. 23. eiusdem. a. esse cum quoqz utruqz contrarium est ypothe. Constat ergo ppositu:

Propositio . 11.

Si numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numer⁹ primus ultimum numeret: eum quoqz qui unitate sequitur numerare necesse est.

Sint usqz ad. d. continua proportionales ab unitate. sitqz. c. numer⁹ primus de quo ponat ipsū numerare. d. dico q idem numerabit. a. Nā si no erit ad ipsum prim⁹ p. 32. sep. et qz ex. a. i. se fit. b. sequit ex. 26. eiusdē ut ipse quoqz sit prim⁹ ad. b. sed et ad. c. et ad. d. sequit ipsum ce pm̄. p. 25. eiusdē: eo qz ex. a. i. b. fit. c. et ex eodē in. c. d. no ergo numerat. d. cū sit primus ad ipsum: qre accidit ð/riū ypothe. Idem aliter cū sit. e. prim⁹ si no numerat. a. pm̄us erit ad ipsum p. 32. sep. itaqz p. 32. eiusdē erit minimi i sua pportione: qz autē. e. ex ypothe. numerat. d. sit vt fm. f. stat vero qz ex. a. in. c. fiat. d. ergo p secundā pte. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. qre p. 21. eiusdē. e. numerabit. c. et sit ut fm. g. et qz ex. a. i. b. fit. c. sequit quoqz per easdem et eodē mō ut. e. numeret. b. esto ergo qz fm. h. et qm rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterū per easdē ut. e. numeret. a. sed positū erat non numerare s accidit impossibile.

Propositio . 12.



IX

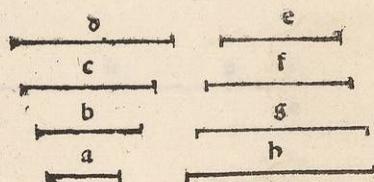
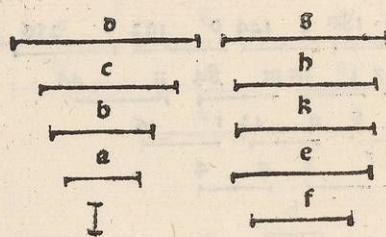
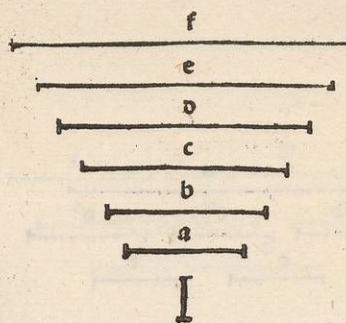
Na numeris ab unitate continue proportionalib⁹ minor mai⁹/re numerat sūm aliquē i illa proportionalitate dispositum. Sint ab unitate vsq; ad f. cōtinue proportionales. dico nullū ipsoz numerare. f. nisi sūm aliquē alioz: cōstat eni q̄. e. numerat ipsū. f. sūm a. est eni. e. ad. f. vt vñitas ad. a. sed e. d. numerat eūdē. f. sūm b. ē nā q̄ p equā proportionalitatē. d. ad. f. vt vñitas ad. b. De. c. quoq; patet eodē mō q̄ secūdū se ipsū numeret eū. Econverso quoq; a. numerat cū sūm. e. eo q̄ sicut vñitas ad. e. ita. a. ad. f. b. vero sūm. d. est eni vt vñitas ad. d. ita. b. ad. f. vñx igit̄ est q̄ pponitur. Quippe quotus quisq; qui proponit vñtimū numerare fuerit sub vñtimō sūm totum supra vñratem: numerare ipsum conuincit p equā proportionalita/ten et diffinitionem.

Propositio 13

Autlibet numeris ab unitate cōtinue proportionalibus si qui vñratem sequitur fuerit numerus primus maximum eorum nūl de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint vt prius vñsq; ad .d. continue propotionales ab vñitate. sitq; a. numer⁹ prim⁹: dico q̄ nullus numerabit vñtimū nec simpli aliquē eoz nisi aliqz eoz qui antecedit vñtimū vel eū qui ponit numerari. Sit eni si possibile ē. e. diuer/sus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus p. 11. numerabit. a. non igit̄ ē. a. p̄m⁹ quod ē. p̄p. Si aut̄ ipse fuerit cōpositus necesse ē pcr. 30. septimi: vt aliqz pri/mus nūeret eū qui nō erit nisi. a. Nā si ē alius ab. a. vt. f. cū necesse sit ipsū nūerare d. arguet etiā eūdē numerarc. a. p. 11. sic quoq; a. nō erit p̄m⁹. Est igit̄. a. primus numerās. e. qm̄ aut̄. e. nūerat. d. sit vt sūm. g. critq; p scđaz pte. 20. sep. a. ad. e. sicut g. ad. c. sit cū. d. ex. a. i. c. q̄re cū. a. numeret. e. r. g. numerabit. c. sitq; ut sūm. b. se/quitq; ut. a. numeret. g. sicut sc̄qbāt vt numeraret. c. alioquin si. g. quidē ē p̄m⁹ cū numeret. c. sequit̄ p. 11. ipsū numerare. a. Si aut̄ cōpositus p eādem sequit̄ numerū primū numerantē. g. numerare. a. quod ē incōueniēs. itaq; a. numerat eū. sequit̄ ergo p secundā pte. 20. septimi vt. h. numeret quoq; b. eo q̄ tā ex. a. in. b. q̄ ex. g. in. h. p̄stat p̄duci. c. numeret. b. itaq; ip̄m sūm. k. Constat aut̄ vt pri⁹ de. g. q̄. a. nu/meret. b. Nā si nō nō erit. a. prim⁹ itaq; p secundā pte. 20. sep. seq̄ ut. k. numeret. a. sit eni tā ex. a. in se q̄ ex. h. i. k. b. Manifestū ē autē. k. nō esse. a. nullus eni nume/roz. g. b. k. ē aliquis ex. a. b. c. d. si eni. g. esset aliquis ex eis cū ip̄e numeret. d. se/cundū. e. cēt p̄missā. e. quoq; aliquis ex eis. s̄z nō erat: nec igit̄. g. s̄līr cū. b. nume/ret. c. sūm. g. nō erit. b. aliquis ex. a. b. c. Nam esset. p̄missā r. g. ostēsum ē autē q̄ non: nec igit̄. b. eadē rōne nec. k. cū eni ip̄se numeret. b. secundū. b. si ip̄se cēt. a. cōninceret p̄missā. b. quoq; ē. a. At nō erat: nec igit̄. k. erit. a. numerat autē ipsum. Nō ē itaq; a. prim⁹ qđ ē impossibile. C. Alter idē si. c. diversas ab. a. b. c. d. numerat d. sit vt secundū. f. r. q̄. a. numerus primus numerat. d. p̄ductū ex. c. in. f. sequit̄ ex 33. sep. q̄ ip̄se numeret. e. vel. f. numeret. ergo. e. q̄ igit̄ tā ex. a. i. c. q̄ ex. e. in. f. sit d. erit per secundā partē. 20. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. numerat itaq; f. c. sit vt secundū. g. eritq; per. 33. septimi ut. a. quoq; numeret. f. vel. g. sitq; ut. f. sequitq; per secundam partem. 20. eiusdem vt. g. numeret. b. sitq; ut secundum. b. ut pri/ps igit̄. a. numerabit. g. vel. h. r. sit vt numeret. g. b. ergo per secundam pte. 20. numerabit. a. si itaq; b. non ē equalis. a. non erit. a. primus: quod ē p̄tra p̄p.

Si autē equalis erit vñusquisq; numerorū. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p̄missā quo



LIBER

tiens oportet assumptam. Non est igitur e. diversus ab eis: quod est etiam contra hypothese. itaque constat verum esse quod proponitur.

Propositio .4.

Ippositus fuerit numerus minimus quem numerat primi assignati non numerabit eum aliquis numerus primus preter illos assignatos.

Sicut a. minimus numerat a numeris primis qui sunt. b. c. d. dico quod alius primus per eos non numerabit. a. Si autem sit e primus numerans cum summa f. quod ergo quilibet numerorum b. c. d. numerat. a. productum ex e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi: ut quilibet eorum numeret. e. vel. f. sed e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaque sit. f. minor. a. ut pote qui numerat eum summa. e. non erit. a. minimus numeratus ab illis quod est inconveniens.

Propositio .15.

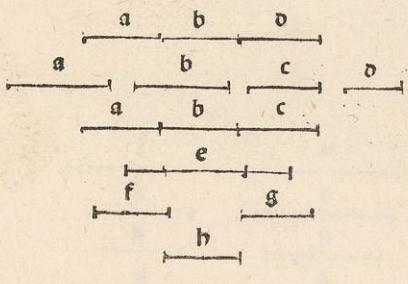
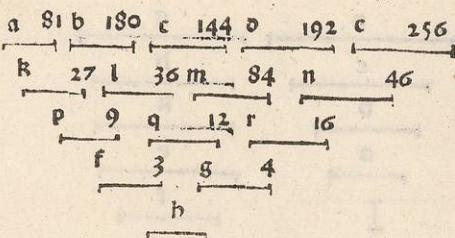
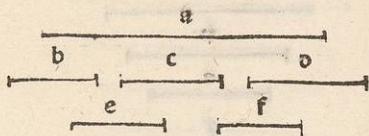
Iquotlibet numeri continue proportionales sunt sua proportionem fuerint minimi: quicunque aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit comensurabilis.

Sunt a. b. c. d. e. continue proportionales et minimi sunt proportiones f. ad. g. qui sunt in sua proportione minimi: et ponatur h. numerare. c. dico quod h. est comensurabilis. f. vel. g. sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n. constat autem ex secunda octaua quod ex f. in. m. fit. c. alioquin continetur esse minus minimo quod esse non potest. itaque per coroll. 33. septimi erit. h. comensurabilis. f. vel. m. quod si. f. constat. ppositum: si autem m. sumantur in eadem proportione tres minimi qui sunt. p. q. r. eritque ex secunda octaua ut. m. fiat ex f. in. r. ne minus minimo aliqd esse cogamur concedere: quod per predictum coroll. h. est comensurabilis. f. vel. r. sed non erat. f. sic enim constabat ppositum: comensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaua fiat ex g. in se sequitur ex dicto coroll. ut. h. sit comensurabilis. g. quod est ppositum.

Propositio .16.

Ifuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorum ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

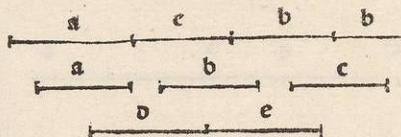
Sunt a. b. c. d. continue proportionales et minimi. dico compositum ex a. b. c. primum esse ad. d. Si enim non numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex a. b. c. et. d. permissa igitur erit. e. continens alteri terminorum illius proportionis qui sunt. f. et. g. erit itaque numerus aliquis numerans. c. et alterum duorum. f. g. qui sit. b. quia ergo b. numerat. e. numerabit. d. et compositum ex a. b. c. et quia numerat. f. vel. g. quorum interque numerat utrumque mediorum et simpliciter omnes si plures duabus sint: ex secunda octaua sequitur ut ipse numeret. b. et. c. ergo et. a. quod numerat totum a. b. c. non sunt igitur a. et. d. sed se primi quod est inconveniens per 3. octauam: sicut quoque constabit ppositum ex a. b. d. permissum esse ad. c. si enim ut prius. e. numerat abos sequitur per missam ut aliquis numerus qui etiam sit. b. numeret. e. et alterum duorum. f. g. itaque b. numerat c. et totum a. b. d. sed et. b. cum utrumque radicum numeret omnes medios: igitur et compositum ex a. et. d. et quod necessario numerat alterum duorum. a. d. cum numeret alterum duorum. f. g. numerabit et reliquum. Non sunt igitur a. et. d. contra se primi: et ita idem ut prius. **C**ontrastratum autem idem aliter de tribus continue proportionibus et minimis sine amiciculo missis perbat enim ex quibusque duobus compositum permissum esse ad reliquum. sunt itaque 3. continue proportionales et minimi. a. b. c. quorum termini. d. et. e. dico tunc compositum ex a. et. b. permissum



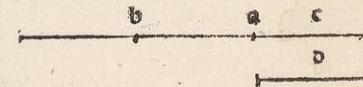
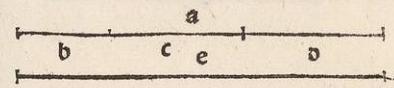
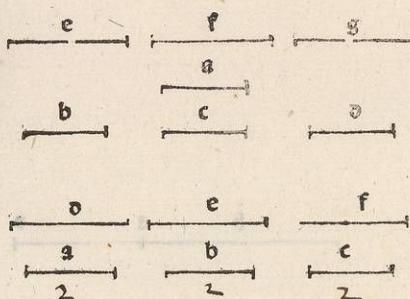
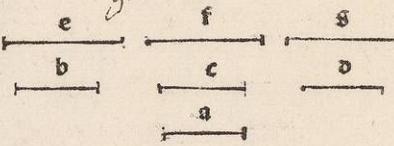
IX

esse ad.c. et cōpositū ex.b. et c. ad.a. itēqz ex.a. et c. ad.b. manifestū enim est ex se/ cunda octauī qd ex.d. in se sit.a. et in.e. sit.b. et ex.e. in se. c. et ex.22. septimi. qd. d. e. sūt cōtra se primi: itaqz ex pma pte. 29. eiusdē erit tot. d. e. pm. ad vtrūqz eoz qd igit vterqz duoz numeroz. d. et d. e. pm. ē ad.e. erit p. 25. eiusdē qui ex.d. in.d e. pdicuit et ipse ē cōpositus ex.a. et b. pmus ad.e. sequit ergo p. 26. eiusdē. ut etiā cōpositus ex.a. et b. sit pm. ad.c. sit eni. c. ex.e. i se. Simili quoqz demonstratō p/ babis cōpositū ex.b. et c. pmus esse ad.a. At vero cōpositū ex.a. et c. pmus esse ad.b: sic habeto: cū sit eni vterqz duoz. d. et e. pmus ad totum. d. e. erit p. 25. septimi qui ex.d. in.e. pdicuit: et ipse est.b. pmus ad.d. e. itaqz p. 26. eiusdē qui ex.d. e. in se p/ uenit: et ipse est qui cōponit ex.a. et c. et duplo.b. pmus erit ad.b. sequit ergo com positū ex.a. et c. pmus esse ad.b. necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue rit ad vnu eoꝝ ex quibꝝ componit: sit primus ad reliquū: demonstratum aut ē hoc supra. 29. septimi. Oportet aut stabilire ad robur istius demonstratiōis cōpositū ex.a. et b. pduci ex.d. in cōpositū ex.d. et e. supposito qd ex.d. in se sit.a. et ex codez in.e.b. itēqz p. ex.d.e. i se pdicat cōpositū ex.a. et c. et duplo.b. supposito eo quod prius et qd ex.e. in se sit.c. huius itaqz grā pponim. hec demonstrāda.

Cqd sit ex ductu vni numeri i quotlibet tantū ē: quantū qd ex ductu eiusdē i cōpositū ex illis. **I**dem pponit pma scđi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b et in.c. et in.d. pueniant.e. et f. et g. dico qd ex.a. in cōpositū ex.b. et c. et d. puenit cōpositū ex.e. et f. et g. sequit eni ex cōversione diffinitionis eius qd multiplicat ut tota pars sit.b. e. et tota.c. f. sed et d. tota.g. quota ē vnitas.a. per quintā itaqz se/ ptihi: tota quoqz ps erit cōpositus ex.b. et c. et d. cōpositi ex.e. et f. et g. quota est vnitas.a. ergo per diffinitionē ex.a. in cōpositū ex.b. et c. et d. sit cōpositus ex.e. et f. et g. qd est propositū. **C**qd fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equū ē ei qd fit ex cōposito eorū in cundē. **H**oc ē cōversū eius qd modo demonstratū ē: vt si ex.b. et c. et d. in.a. fiant.e. et f. et g. fiet quoqz cōpositus ex cō posito i cundē: qd ex. 17. septimi et pdemonstrato facile cōcludit. **C**qd fit ex du ctn quotlibet numeroz in quotlibet alios: equū est ei qd fit ex cōposito horum in cōpositū illoꝝ. **V**it si.a. b. c. multiplicet.d. e. f. quilibet quē/ liber: iunganqz pdulta. dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/ sito ex.a. et b. et c. in cōpositū ex.d. et e. et f. est eni p premissam qd fit ex cōposito ex.a. b. c. in.d. quātū qd ex singulis in illū. d. sic et in.c. et in.f. ex cōposito aut horū a. b. c. in quēlibet illoꝝ. d. e. f. p ante pmissā sit quātū ex cōposito in cōpositū. itaqz constat ppositū. **N**umero in quotlibet ptes diuisio: tantū est qd fit ex toto eo in se: quantū qd ex eo in omnes lūas ptes. **I**dem pponit scđi se/ cundi de lineis. vt si.a. diuidat in.b. et c. et d. dico qd tantum fit ex.a. in se quantū in oēs illos. b. c. d. posito eni.e. equali.a. constat ex prima harꝝ incidentiū tm fieri ex.e. in.a. quātū in oēs ptes. a. sed p cocept. ex.e. in.a. sit quātū ex.a. in se. et ex.e in ptes. a. quātū ex.a. in easdē. Manifestū ergo ē vrx esse qd dicit. **N**umero in duo diuisio qd fit ex toto in alterum diuidentium: tm est quantū qd ex eodem in se et in alterum. **I**dem proponit tertia scđi de lineis. Sit eni.a. diuisiū in.b. et c. dico tm fieri ex.a. in.c. quātū ex.c. in se. et in.b. Nam qd ex.a. i.c. ē quātū qd ex.c. in.a. p. 17. septimi. sumpto itaqz. d. equali.c. erit.a. in.c. quantum d. in.a. At per primā harꝝ. d. in.a. ē quātū in.b. et c. qd ergo. d. in.a. et i.b. et i.c. ē quantum.c. in.a. et in.b. et in se propter equalitatēm.c. et d. constat propositum.



esta demostración es buena para provar la re gla del multiplicar.



LIBER

C Numero in duo diuiso qđ ex ductu totius in se: est quantum qđ ex ductu vtriusqđ diuidentium in se: et alterius eorum bis in alterum.

C Idem pponit quarta scđi de lincis vt si a. diuidatur in b. et c. dico tñ fieri ex. a. i se. quātū ex. b. in se. et c. i se et ex. b. bis in. c. est eni per quartam harum qđ ex. a. in se. quantū qđ ex eo in. b. et in. c. ex eo autē in. b. per premissā est quantū ex. b. in se. et in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se. et in. b. et qđ ex. c. in. b. tñ tum est quantum ex. b. in. c. per. 17. septimi. liquet veruni esse quod proponitur.

C Numero per duo equalia duoqđ inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.

C Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. et c. b. itemqđ in duos inequaes quoqđ sit maior. a. d. et minor d. b. dico qđ illud qđ fit ex toto. a. d. in. d. b. cū quadrato. c. d. equale est qđrato. c. b. per premissam enim quadratū. c. b. est equale quadrato. c. d. et quadrato. d. b. et ci qđ fit ex. b. d. in. c. d. bis: sed ex. b. d. ille et i. c. d. tñ fit quātū i. c. b. p. pīmā hāz: et iō quātū i. a. c. itaqđ ex. b. d. in se et in. c. d. bis quātū ex ipso. b. d. i. a. d. p. eādē igitur quadratū. c. b. supat id qđ fit ex. b. d. in. a. d. in qđrato. c. d. cōstat ergo propositū.

C Cum fuerit numerus in duo eōlia diuisus eiqđ alius numerus adiūctus: qđ fit ex ductu totius compōsiti in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compōsiti ex dimidio et adiuncto.

C Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit eni. a. b. diuisus in duos equales numeros qui sint. a. c. et c. b. addaturqđ ei numerus. b. d. dico illud qđ fit ex toto. a. d. in. d. b. c. cū quadrato. b. esse equale quadrato. c. d. est enim ex sexta harū quadratū. c. d. equale quadrato. d. b. et qđrato. b. c. et ci qđ fit ex. d. b. in. b. c. bis: s̄ per pīmā hāz ex. b. d. in se et in. b. c. bis est q̄ntū ex. b. d. in. d. a. Sūt eni. a. c. et c. b. eq̄les. itaqđ qđrato. c. d. supat id qđ fit ex. b. d. in. d. a. in qđrato. c. b. qđ ē ppositum

C Cum numerus in duo diuidit qđ fit ex toto in le cū eo qđ ex altero dividētiū in se: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero i se.

C Idem proponit septima scđi de lineis: Sit eni numerus. a. diuisus in. b. et d. dico quadratū. a. cū quadrato. d. tñ esse quātū qđ fit ex. a. in. d. bis cum quadrato b. cōstat quidē ex sexta hāz qđ quadratum. a. tantū ē quantū quadratū. d. et quadratum. b. et qđ fit ex. d. in. b. bis: itaqđ quadratum. a. cum quadrato. d. tñ ē quantū qđ ex. d. bis in se. et bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in se et bis in. b. fit quantum ex. d. bis in. a. per priam harum: ergo quod fit ex. d. bis i. a. cū quadrato. b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet propositum.

C Cum fuerit numerus in duo diuisus eiqđ equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compōsiti equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

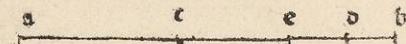
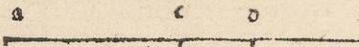
C Idem proponit octava scđi de lineis: Sit numerus. a. b. diuisus in. a. c. et c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d. tantum esse quātū est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum quadrato. a. c. est nanqđ per sextam hāz quadratum. a. d. equum quadrato. a. b. et quadrato. b. d. et ci qđ fit ex. a. b. in. b. d. bis: et quia quadratum. b. d. est equale quadrato. c. b. erit quadratū. a. d. equale quadrato. a. b. et quadrato. c. b. et ci qđ fit ex. a. b. in. b. d. bis: per pīmissam autē est quadratum. a. b. cum quadrato. c. b. quantum quadratum. a. c. cū eo quod fit

IX

ex. a. b. in. b. c. bis: itaqz quadratum. a. d. tantū ē quātū qđ ex. a. b. in. b. d. bis & ex. a. b. in. b. c. bis cū quadrato. a. c. & qđ ex. a. b. in. b. c. tñm fit quantū in. b. d. constat
vēx ec̄ quod ppositum est. **C**um fuerit numerus in duo equalia duo/
qđ inequalia diuisus: quadrata amboz̄ inequalium pariter accepta
duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio
excedit minorem pariter acceptis. **I**dem proponit nona sc̄di de lineis
Sit enim. a. b. diuisus p̄ duos equales qui sint. a. c. & c. b. & p̄ duos inequales qui
sint. a. d. & d. b. dico qđ quadrata duoz̄ numeroz̄. a. d. & d. b. pariter accepta sunt
duplū duobus quadratis duoz̄ numeroz̄. a. c. & c. d. pariter acceptis. Est enī per
sextam bas̄ quadratum. a. d. quantū quadratī. a. c. & quadratū. c. d. & duplū eius
qđ fit ex. a. c. in. c. d. qđ aut̄. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quantū quadratū
b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. itaqz quadratū. a. d. cū qua
drato. b. d. sunt quātū quadratū. b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qđ fit ex. b. c. in
c. d. & quadratū. b. d. duplū aut̄ eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. cū quadrato. b. d. ē equa
le quadrato. b. c. & quadrato. c. d. p. 9. bas̄ ergo quadrata duoz̄ numeroz̄. a. d. et
d. b. sunt quantū quadrata duoz̄ numeroz̄. b. c. & c. d. duplicata: & quia. b. c. & c. d.
sunt equalis: p̄ ppositū. **C**um fuerit numerus in duo equa diuisus
aliusqđ adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti
duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo
siti ex medietate & adiuncto. **I**dem proponit. 10. sc̄di de lineis. Sit enī nu
merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. & c. b. sitqz sibi adiunctus numerus. b. d.
dico quadratū. a. d. cū quadrato. b. d. duplū ē ad quadratū. a. c. cū quadrato. c. d
cū sit enī numerus. c. d. in duo diuisus sibiqz sit. a. c. equalis vni diuidentū addit⁹
erit per. 10. bas̄ quadratū. a. d. quantū qđ fit ex. c. d. in. c. a. quater cū quadrato. b.
d. qđ vero. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quātū qđ fit ex. d. c. i. c. b. q̄ter cū q
drato. b. d. itaqz quadratū. a. d. cū quadrato. d. b. erit quantū qđ fit ex. d. c. in. c. b
quater cū duplo quadrati. b. d. hoc aut̄ p. 19. bas̄ duplū ē ad q̄dratū. c. d. cū q̄dra
to. c. b. cū igit̄ sit q̄dratū. c. b. equale quadrato. a. c. cōstat ppositum. **C**um
numerum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto & vna eius portione cōtine
tur equum sit quadrato alterius est impossibile. **Qd. 11.** secundi pro
ponit faciendum in lincis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim
quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur: sic enī di
videre fin proportionē hab̄ntem medium & duo extrema: ut patet ex diffinitiōe
7. 20. septimi. Si autem potest diuidatur in. c. sitqz. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a.
erit itaqz. a. c. minor. c. b. detrahatur igit̄ ab eo equalis sibi qui sit. c. d. qđ igit̄
est prop̄or̄io totius. a. b. ad. totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detra
ctum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c.
d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igit̄. c. d. maior. d. b. detractio itaqz. d. c. de. c. d. ut sit. d.
e. eq̄lis. d. b. erit etiā p̄portio. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. e. q̄re sic. d. b. residui. c. b.
ad. c. c. residuum. c. d. p̄t igit̄. c. e. detrabi ab. e. d. nō erit itaqz finis isti⁹ detractiōis

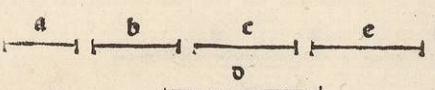
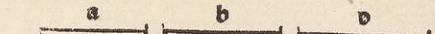
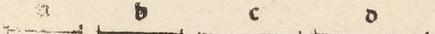
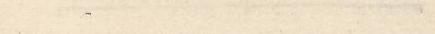
So qđ ē impossibile. Nūc ad ppositū revertamur. **P**ropositiō .17.

Ifuerint duo numeri p̄tra se primi quātus ē primus eoz̄
ad sc̄dm: tantū esse sc̄dm ad tertium quēqđ impossibile est.
Csint. a. & b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in con
tinua p̄portionalitate adiungi. Si enī p̄t sit. c. qđ igit̄. a. ad. b. sicut



LIBER

b.ad.c.sunt autem a.z.b.in sua propotione minimi per .23.septimi: sequitur p.21.
eiusdem ut.a.numeret.b qui cum etiaz numeret se: non erunt.a.z.b.contra se pri
mi:quod est contrarium poni.



Propositio .18.

Si quolibet numeroꝝ cōtinue proportionalium duo extre
ma fuerint cōtra se primi quantꝫ est primus ad scdm tantū
esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

Csint.a.b.c.cōtinue proportionales.sintqz.a.z.c.contra se primi
dico q̄ in eadē propotione non potest eis adiūgi aliis. si enī potest
sit.d.quia igitur ē.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut.b.ad.d.sunt
autē.a.z.c.in sua propotione minimi per .23.septimi itaqz p.21.eiusdem.a.nume
rat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim cōtinue proportionalium:si prim
numerat scdm: ipse numerat omnes & simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequē
tem.at q̄ etiam numerat se:non erunt.a.z.c.cōtra se primi:qđ est inconueniens.

Propositio .19.

Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue pro
portionalis perscrutari.

Csint.a.z.b.duo numeri propositi:volo inquirere an eis possit ter
tius sub continua proportionalitate adiūgi. Igitur si ipsi sunt cōtra
se primi impossibile est per .17.si vero cōpositi ducatur.b.i se.z pro
ueniat.c.quē si.a.numerat erit.si vero nō numerat non erit.Numeret enim eū b̄m
d qui erit quē querimus per .2.partem.20.septimi.sit ergo ut no.1 numeret eūm
est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqz q̄ ex.b.in se fit.c.sequitur per primā par
tem.20.septimi.ut ex.a.in.d.sit idē.igif.a.numerat.c.b̄m.d.sed erat positū q̄ nō
quare sequitū impossibile.

Propositio .20.

Atis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit ali
quis quartus eis continua proportionalis inquirere.

Csint cōtinue proportionales.a.b.c.volo inquirere an aliis eis sub
continua proportionalitate possit adiūgi. igitur si.a.z.c.sunt p̄tra
se primi impossibile est per .18.si autē cōpositus.sit.d qui prouenit ex
b.in.c.quē si numerat.a.erit.si vero nō numerat nō erit.numeret enim eūm.e
qui erit quē querimus:per scdm partem.20.septimi.sit ergo ut nō n̄ meret eūm:
est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaqz q̄ ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primā p̄tem
20.septimi.vt ex.a.in.e.sit idem.ergo.a.numerat.d.b̄m.e.sed positū erat q̄ non:
Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis.si enim duo
extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per .18.si autem compositi:ducto
scdm in vltimū si productum numeret primus:is scdm quē eū numerat est quē que
rimus per scdm p̄te.20.sep.si autē prim⁹ pdictū nō numerat null⁹ erit:quotlibet
enī posito q̄ primā p̄te eiusdē b̄m ipsū positū.numerabit prim⁹ pdictū:qđ positū
erat nō numerare.

Propositio .21.

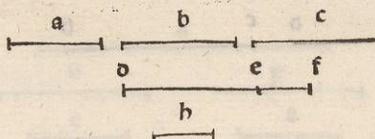
Atis quotlibet numeris primus aliquē primū ab eis di
uersum esse necesse est.

Cnihil aliud intendit nisi q̄ numeri primi sint infiniti demonstrare
Sint enī.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquē primū diuersū ab eis
sit quidē.d.f.minimus quē numerat cui addita vnitate sicut.d.g qui

IX

est primus aut compositus. si primus constat ppositum. si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile esse aliquē ex primis ppositis. si enī esset aliquis eoz cū quilibet ipsoz numeret. d. f. ipse quoqz numeraret cundē: at qz numerat. d. g. oporteret ipsuz numerare. f. g. qui est vnitatis qd: est impossibile Idē sequitur posito. d. f. quolibet numero quē numerant. a. b. c. qre pstat ppositū

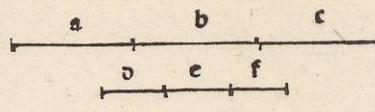
Propositio .22.



I coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoqz ab eis coaceruatus erit par.

Sit quisqz numeroz. a. b. c. par: dico ex eis cōpositū eē parem. habet enī ex cōversione diffinitionis quisqz eoz medietatē. sint ergo eo rum medietates. d. e. f. qz igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. z. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaqz tot. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaqz. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.

Propositio .23.



I numeri impares numero pares coaceruent: totus quoqz ex eis coaceruatus erit par.

Sit quilibet numeroz. a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parem: dēmpta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares: et qz ille vnitates dēmpte cōponūt parē. cū sint numero pares: cōstat propositum per premissam.

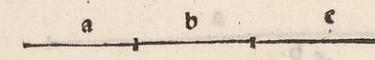
Propositio .24.



I numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoqz ex eis coaceruatum imparem esse.

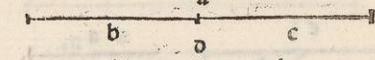
Sit quilibet numeroz. a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū esse imparem. erit enī per pmissam cōpositus ex. a. z. b. par: et qz. c. dem/ pta vnitate est par erit per ante pmissā totus. a. b. c. dēmpta vnitate par: per diffinitionem itaqz cōstat totum esse imparem.

Propositio .25.



I a numero pari numerus par detrahāt reliquias erit par
Sit totus. a. par a quo detrahāt. b. qui quoqz sit par: et residu⁹ sit c. dico. c. esse parē. sit enī. d. medietas. a. e. quoqz sit medietas. b. de/ trahāt. e. de. d. sit reliquias. f. erit p. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. itaqz. c. est par: qd est propositum.

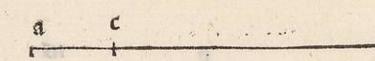
Propositio .26.



I a numero impari detrahāt impar reliquias erit par:

Sit. a. b. numer⁹ impar a quo detrahāt. b. c. qui etiā sit impar: di/ co reliquias qui est. a. c. ēse parē: detrahatur enī ab vtroqz duorum numeroz. a. b. z. b. c. vnitatis qz sit. b. d. eritqz vterqz duoz residuoqz qz sūt. a. d. z. d. c. par. p. pmissā itaqz cōstat. a. c. ēe parē: qd ē ppositū.

Propositio .27.

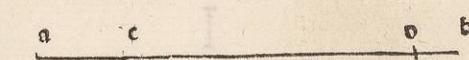


I a numero impari numerū parē subtrahas qui relinqui/ tur impar est.

Sit. a. b. impar: alquo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residu⁹ ēē imparē. sit enī. b. d. vnitatis: eritqz. a. d. par et qz. a. c. ē par. erit p. 25

c. d. par cū itaqz sit. d. b. vnitatis erit. c. b. impar: qd est propositum.

Propositio .28.



LIBER

a — d — c — b
I

e —
f b —
c — d —
e —

c — b — d — a
—
d — 16
c — 8
b — 4
a — 2
—
I



I de numero pari imparē tollas qui relinquīt impar est.
Csit. a. b. par a quo tollat. a. c. qui sit impar: dico. c. b. reliquiūz esse imparē: subtrahatur enim ab. a. c. vnitatis que sit. c. d. eritqz. a. d. par itaqz per. 25. d. b. quoqz erit par. qz igit. d. c. est vnitatis sequit. c. b. esse imparē: qd ē ppositū. **P**ropositio .29.



I numerus impar in numerū parem ducatur qui inde producetur erit par.

CEx. 23. manifestum est quod dicitur.



Propositio .30.
In imparem ducatur impar qui producetur erit impar.

Chec quoqz ex. 24. manifesta est.



Propositio .31.
I numer⁹ impar numerum parem numeret: numero pari eum numerabit.

CSi enī numero ipari cū numeraret ex ipari i imparē fieret par: qd ē incōueniēs p pmissā. **P**ropositio .32.



Impar imparē numeret impariter eum numerat.

CSi enī pariter cū numeraret ex numero impari i numer⁹ parē fieret impar qd ē incōueniēs p. 29. **P**ropositio .33.



Inumerus impar numerum parem metiatur eiusdē quoqz dimidium ipsum metiri necesse est.
Csit. a. numer⁹ par cuius dimidiū. b. sitqz. c. numer⁹ impar qui numeret. a. dico qz. c. numerabit. b. numeret enī. a. b. m. d. eritqz p. 31. d. numerus par. Esto igit eius dimidiū. e. ducaturqz. c. in. e. t. pueniat f. eritqz p. 18. s. p. a. ad. f. sicut. d. ad. e. t. qz etiā est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequit. b. t. f. esse equales. cū itaqz. c. numeret. f. idē numerabit. b. quod est propositum.

Propositio .34.



Inumerus impar ad aliquē fuerit primus: idem ad eiusdē duplum erit primus.

Csit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplū sit. c. dico qz. a. ē primus ad. c. sin autem numeret eos. d. cūqz. a. sit impar sequit. d. esse imparē: quicūqz enī iparē numerat impar est p premissam itaqz d. numerabit. b. non sunt igitur. a. t. b. contra se princi: qd est contra ypotesi.

Propositio .35.



Umeria duobus dupli sunt pariter pares tantum:

Csint vnitatis. a. b. c. d. cōtinue pportiones. sitqz. a. binarius: dico oēs eos ēē pariter pares eisqz b. m. hanc pportionē in infinitū auctis nullū aliū ēē parit parē: de his quidē constat p diffinitionē cū p. 12. quilibet pcedens numeret quēlibet sequētē p a. i. quē eoꝝ. quos omnes oportet esse pares: t nullus aliū numeret aliquē eoꝝ per. 13. eo qz. a. qui ē binari⁹ vnitatē sequēs ē prius. Qd aut null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par pstat: sic posito enī aliquo dividat i duas medietates eisqz medictas i duas: t hoc totiē fiat quous qz numer⁹ aut vnitatis divisionē ipediat qd necesse ē evenire p ultimā petitionē. si vero numer⁹ hāc phibeat ipse erit ipar qz cū numeret piter parē positū nō erat pīc par qz posit⁹ ē piter par. si aut vnitatis nō erit. 15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.

IX

Propositio .36.

Numerus cuius medietas est impar est pariter impar.
¶ Sit. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. sit enī. c. binari⁹ manifestū itaqz qm̄ ex. c. in. b. fit. a. sit aut̄. d. quilibet numerus par numerās. a. qui numeret eū scđm. e eritqz p scđam ptē. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit̄. e. numerat b. nā qr. c. numerat. d. erit itaqz. e. numerus impar. erat enī t. b. p dissinitionē igit̄ a. est pariter impar.

Propositio .37.

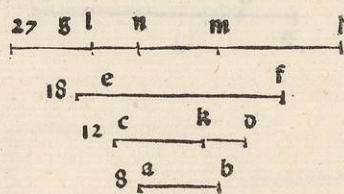
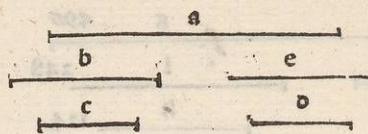
Dnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par t impariter.
¶ Sit numer⁹. a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit. b. po natur par. dico ipsū esse pariter parē t ipariter. sit enī. c. binarius de quo manifestū ē q̄ ipse numerat. a. b. m. b. qr̄ vero. a. nō est duplus a duobus: necesse ē si eius medietas que ē. b. in alias duas medietates dividat: me dietatisqz medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediē divisionē qui ppter hoc q̄ divisionē nō recipit erit impar. sitqz is in quo silit diuisio. d. in numero q̄ppe necesse ē stari qr̄ sivsqz ad vnitatē pueniret diuisio eēt. a. de numeris duplis a binario de quibus nō ē: de. d. vero manifestū ē q̄ ipse numerat. a. p hanc cōem sciam: ois numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo eū b. m. c. eritqz. e. par. Alioquin. cū. d. sit maior impar sequeret p. 30. a. eē imparē: qr̄ igit̄. b. numerus par numerat. a. b. m. c. qui quoqz ē par est enī binarius At vero. e. numer⁹ par numerat eadē b. m. d. q̄ ē impar. Post ex dissinitione numer⁹ a. eē piter parē t imparē: qd̄ ē ppositū.

Propositio .38.

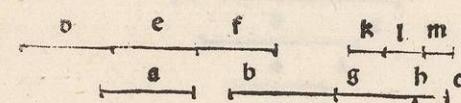
Si de scđo atqz vltimo numeroz cōtinue pportionalium equale primi dematur quantū ē reliquz scđi ad primum tñ eē reliquū vltimi ad coaceriatum ex cūctis preceden tibus necessario comprobatur.
¶ Sint p̄tinue pportionalles. a. b. c. d. e. f. g. h. dematqz. de. c. d. eq̄ lis. a. b. qui sit. c. k. t de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q̄ pportio. k. d. ad. a. b. ē sicut. l. b ad cōpositū ex. e. f. c. d. t. a. b. sumat ex. g. h. equalis. e. f. qui sit. g. m. t eq̄lis. c. d. q̄ sit. g. a. eritqz. l. n. eq̄lis. k. d. manifestū aut̄ ē p. 12. sep. q̄ cū sit. g. h. ad. g. m. sicut g. n. ad. g. n. erit. h. m. residuū ad. m. n. residuū silit. g. b. ad. g. m. ideoqz sicut. e. f. ad. c. d. sili quoqz mō erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. pmutatim igit̄ erit. h. m. ad. e. f. t. m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaqz cōiuncti p. 13. sep. erit. l. b. cōpositus ex. h. m. m. n. t. l. n. ad cōpositū ex. e. f. c. d. t. a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoqz sicut. k. d. ad. a. b. qd̄ est propositum.

Propositio .39.

Cum coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciat numerū primū extremus eoꝝ in aggregatum ex eis ductus producit numerū perfectū.
¶ Sint ab vnitate p̄tinue dupli. a. b. c. d. ex eis aut̄ t vnitate coacer uatus sit. e. qui ponat ēē numer⁹ prim⁹ in quē. c. multiplice. d. t pro nemat. f. g. dico. f. g. ēē numer⁹ perfectū. Sumat igit̄. b. k. l. p̄tinue dupli ad. e. ut tot sint. c. b. k. l. quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti. eritqz p̄ equā pportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare p̄ primā ptē. 20. sep. ex. a. in. l. puenit. f. g. Nā ipse f. g. puenit ex. d. in. e. t qr̄. a. ē binari⁹ ē. f. g. duplus ad. l. sunt igit̄. c. b. k. l. t. f. g.



LIBER



cōtinue pportionales: demāt igit̄ ex.b. equalis.e. qui sit .m.b. et residuus.b. n. q̄ erit etiā eq̄lis.e. itēqz ex.f.g. demāt eidē equalis qui sit.f.n. eritqz p̄ pmissam.n.g. quātū aggregatū ex.e. r.b. r.k. r.l. sed r.f.n. cū sit equalis.c. ē quātū aggregatum ex.a. r.b. r.c. r.d. et vnitate.itēqz totus.f.g. ē quantus aggregat⁹ ex oībus bis sc̄ a.b.c.d. et vnitate et illis.e.b.k.l. de quibus oībus manifestū ē q̄ numerat cū sc̄z.f. g.c. quidē fm.b. r.b. fm.k. qd̄ ex p̄ina p̄te.20.sep. Quincī adiuuātē equa pportio/ tionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e. et ut.d.ad.b.sic.k.ad. e.p̄ equam pportionalitatē: quare et ex.c.in.b. et ex.b.in.k. necesse ē puenire.f.g. quē dudū pduxerat.d.in.e. si igit̄ nullus aliis ab bis numerat.f.g. i p̄le erit p̄ dif/ finitioneꝝ numerus pfectus. ¶ Quod autem nullus aliis cum numeret sic patet si enī hoc possibile ē sit.p. qui numeret eū fm.q. eritqz p.33.sep. vt.e. numeret alteꝝ eoꝝ ponatqz q̄ numeret.p. et qr p̄ sc̄dam p̄te.20.sep. e.q.ad.d.sicut e.ad.p. seqn̄it ut.q. numeret.d. quare cū.a. qui sequit̄ vnitatē sit primus ē enī binari⁹ erit.q.p. 13 huius aut.a. aut.b. aut.c. quicunqz aut̄ hoꝝ fuerit erit.p. aut.l. aut.k. aut.h. si enī q. fuerit.a. constat q̄ p̄ erit.l. qd̄ fit fuerit.b.p. erit.k. si aut.c.p. quoqz erit.b. non ē igit̄.p. diuersus ab illis vt fuerat positū: relinquitur ergo q̄.f.g. sit numerus per/ fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus



Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis eas numerās: dicēt cōicātes. quib⁹ vero nō fuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēt i/ cōmēsurabiles. Linee i potētia cōicātes di/ cūt̄ quaz supficies q̄dratas vna cōis supfici es nūerat. Linee icōmēsurabiles i potētiadi cūt̄ quaz supficies q̄dratas nō numerat vna cōis supficies: q̄ cū ita sint manifestū ē qr oī linee posite multe alie sūt icōmēsurabiles. qdā i longitudie tm̄. qdā i lōgitudine et potē tia. Ois aut̄ linea cū q̄ rōcūnamur posita vo/ cet rōnalis. Lineeqz ei cōicātes dicūt rōnales: Eidē aut̄ icōicātes di/ cūt̄ irrōnales line surde. Ois vero q̄drata supficies de q̄ p̄ ypotesi rōci namur dicit rōnalis. Supficies vero ei cōicātes dicūt rōnales. Eidē autem icōmēsurabiles supficies dicūt irrationalēs line surde. Latera vero q̄ in illas q̄dratas possūt dicūt rōnalia. ¶ Quālibz quā/ titatē totiēs possē multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem positam excedat.

Propositiō .1. **I** a duabus quātitatibus inequalibus ppositis maius di/ midio a maiori detrahaf. itēqz de reliquo maius dimidio demāt deinceps quoqz eodē mō: necesse ē vt tandem mino/ re positaz minorquātitas relinquit. ¶ Sint due quan/ titates inequales.a. r.b. c.b. c.maior. dico q̄ totiēs pōt maius dimi/ dio detraha i a.b.c. vel eius residuo q̄ necesse crit relinqui quātitatē minorem.a. multipliſcēt enī.a. quotiēs excedat.b.c. sitqz eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra/ hatur itaqz.a.b.c.maius dimidio q̄ sit.b.g. itēqz ex residuo qd̄ est.g. c.mai⁹ dimi/ dio qd̄ sit.g. b.hoc quoqz totiens fiat quoſqz.b.c.divisa fiunt in tot p̄tes quotiēs a p̄tineat in.d.e.f.dico tunc q̄ ultimū residuū vt est hic.b.c.est min⁹.a. multipliſcēt

namqz.b.c.quotiens ē multiplicata.a.i.d.e.f.sitqz eius multiplex.k.l.m.qz igitur
vnaqueqz quātitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.sequit̄ ut r.k.sit minor.b.g.sed r.l.mior
g.b.at qz.m.ē equalis.b.c.erit p cōceptionē.k.l.m.minor.b.c.quare minor. d.e.f
cū sit ergo.d.e.f.ad.a.sicut.k.l.m.ad.b.c.sitqz.d.e.f.maiores.k.l.m.sequit̄ p.14.
quinti qz.a.sit maior.b.e.qd ē propositū. Idēqz sequit̄ si de.a.maiori dimidiū de
mař.itēqz de reliquo dimidiū: sitqz totiens quousqz maior dividat in tot partes
quotiens cōtinet minor in quolibet suo multiplice: maiorē positaz quātūlibet exce
dente. Attendere aut̄ oportet qz huic videt. 15.tertij ȏdicere pponēs angulū con
tingentie minorē fore quolibet angulo a duabus lineis rectis cotento: posito enī
angulo quolibz rectilineo: si ab ipso maius dimidio demat. itēqz de residuo maius
dimidio: necesse videt hoc totiens posse fieri quousqz angulus rectilincus minor
angulo cōtingentie relinquat: cuius oppositū. 15.tertij syllogizat: sed hi nō sūt vni/
voce anguli:nō enī eiusdē sunt generis simpli curvū r rectū. At vero nec angulum
contingentie totiens cōtingit sumi ut qualēcūqz rectilineū excedat: qd necessariū ē
ut ex prehabita demonstratione pz: ad hoc ut p̄s ex antecedente sequat̄: planū g ē
etia quēlibet angulū rectil.nē infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inquales detrahantur qz maiori
equale minori donec minus eo supsit: ac deinde minori
ipius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur
denou quoqz reliquo primo eōle reliqui scđi donec mi
nus eo supsit auferat: r in huiusmodi cōtinua detractione
nullū reliquū qd ante relictū numerer: inueniat: eas duas quātitates.
incomensurabiles esse necesse est. Simile huic pposuit prima septimi i
numeris. Sint due quātitates inquales.a.r.b.maior.a. quibus si fiat reciproca
quoad pōt detractio:nō occurrat etia si infinites fiat aliq̄ qntitas detractioez ipē
diēs sine ante relictū numeras dico eas incomensurabiles esse. Sin aut̄ sit cōis eaꝝ
mensura.c.detrabat igit.b.ex a.quoties pōt.sitqz residuū.d.qd residuū detrahantur
ex.b.quotiens pōt r sit residuū.e. Hiatqz totiens ista detractio quousqz ex alteru/
tra duas quātitatū.a.r.b.remaneat minus.c.hoc enī necesse est esse possibile p
p̄cedentē. Siqz hic.c.minus.c.cū igit.c.mensurēt.b.detractā ab.a.r etia.a.mensu/
rabit per cōceptionē.d.residuū.ideoqz cū mensurēt.d.detractū.a.b.r etia ipsū.b.
mensurabit.e.residuū.sed erat.e.minus.c.maior:ergo quantitas mensurat mino/
rem.qd est impossibile.

Propositio .3.

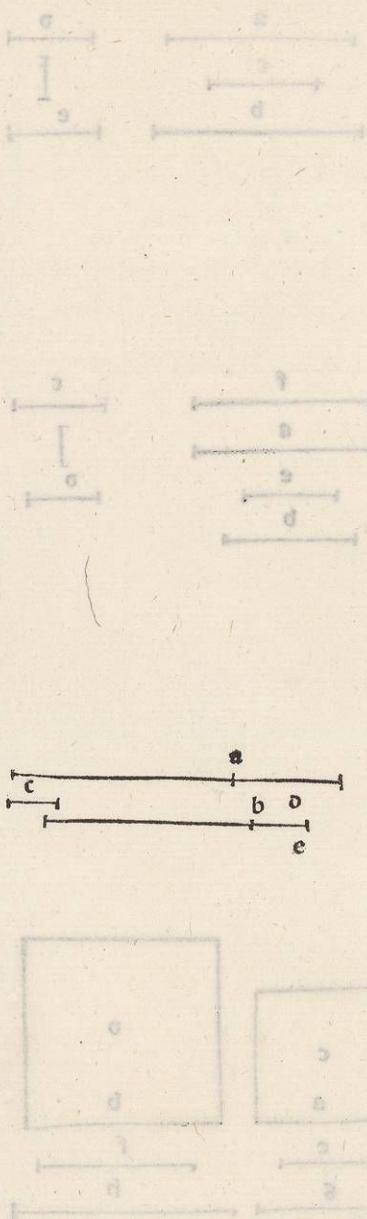
Ropositis duabus quantitatibus inqualib̄ cōicantibus
maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex
hoc itaqz manifestum est: que duas metitur quantitates
maximam quoqz cōmuniciter ambas metientem metiri.
Chuius demonstrationem si scđam septimi non ignoras nō potes
ignorare: pcessus enim vtrobiquz idem.

Propositio .4.

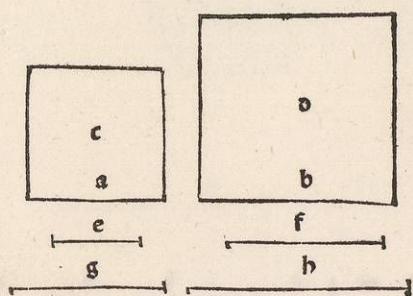
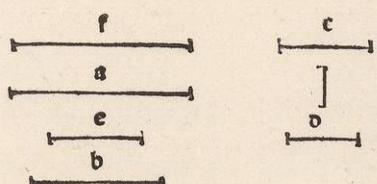
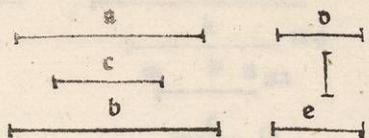
Ropositis tribus quantitatibus communicantibus maxi
mam eas cōmuniciter numerantem inuenire.

Thec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Liber



Qonum duarum quantitatuum cōmunicantium est ppor/ tio tanqz numeri ad numerum.
Sint due quātates. a. z. b. cōmunicantes: dico q̄ earum pportio est sicut alicuius numeri ad aliū numerū. sit enī. c. maxima quātitas cōmuniciter mensurans. a. z. b. reperta ut docet scđa huīus: que men/ suret. a. b. m numerū. d. z. b. m numerū. c. eritqz. a. ad. c. vt. d. ad vnitatē: eo q̄ sicut a. est multiplex. c. ita. d. ē multiplex vnitatis. ac. c. ad. b. vt. vnitas ad. e. qm̄ sicut. c. ē submultiplex. b. ita vnitas ē sub multiplex. e. igitur per equā pportionalitatem. a. ad. b. vt. d. ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.



Ifuerint due quātates quaz sit prop̄tio vnius ad al/ terā tanqz numeri ad numerz: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

Hece conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad nume/ rum. d. erant due quātates. a. z. b. cōmunicantes. sit enī. c. totiens mensurans. b. quotiēs est vnitas in. d. z. totiens mensurans. f. quotiēs vnitas in. c. Lum sit igitur. f. ad. e. vt. c. ad vnitatē. ac. e. ad. b. vt. vnitas ad. d. erit p̄ equam pportionalitatem. f. ad. b. vt. c. ad. d. quare etiā ut. a. ad. b. igit̄ per primā partem. 9. quinti. f. est equalis. a. cū itaqz. e. mensurer. f. per conceptionē mensurabit. a. igit̄ a. z. b. cōcantes: mēsurabat enī z. b. quod est propositum.

Propositio .7.



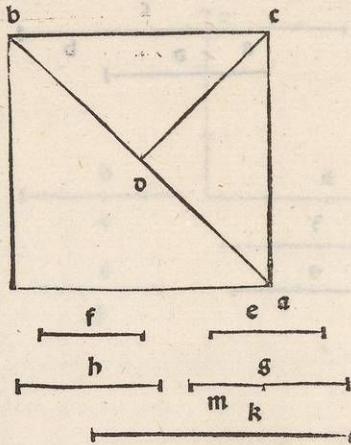
Quiam duarum superficiē quadrataz quaz latera in longitudine cōmunicant est prop̄tio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerū quadratum. Si vero fuerit prop̄tio superficie quadrata ad superficiem quadra/ tam: tanquā prop̄tio numeri quadrati ad numerū qua/ dratū: erunt latera earū in longitudine cōmunicantia. Qd si fuerit prop̄tio superficie quadrata ad superficiem quadratā: non velut nu/ meri quadrati ad numerū quadratum: latera earum erunt in longitu/ dine incommensurabilia.

Sint. a. z. b. due linee quadratae quaz quadrata sint. c. z. d. dico q̄ si. a. z. b. com/ municant in longitudine erit pportio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerū quadratū z ecōuerso: si aut̄ pportio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad nume/ rū quadratū. a. z. b. erunt incommensurabiles in longitudine z ecōuerso. Verū si illud argumētū quartū nō proponit: Primū p̄z sic. si. a. z. b. cōmunicant i longitudine ipse per. 5. erunt in proportionē duoz numeroz qui sint. e. z. f. quoz quadrati sint g. z. h. q̄ ergo e. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicita per. 18. sexti: sequit̄ ut sit etiam. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicita. sed etiā ē per. 11. octani. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicita ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. q̄ ē primū. Scđm sic: sit. c. ad. d. sicut. g. numerus qua/ dratus ad. b. numerū quadratū: dico q̄. a. z. b. erunt in longitudine cōcantes. Lū enim sit. e. ad. d. ut. a. ad. b. duplicita p̄. 18. sexti. z. g. ad. b. p̄. 11. octani ut. c. ad. f. duplicita: quare z simila. a. ad. b. sicut simila. e. ad. f. p̄. 6. igitur sunt. a. z. b. cōcātes q̄ est scđm. Tertiū vero p̄z ex primo a destructione cōsequentis. Silr quartū patet ex scđo a destructione p̄z. Ex tertia pte hui⁹ nota diamet̄z ē incommen/ surabile coste. Lū enī sit q̄dratū diamet̄z duplū q̄drato coste: dupla vero pportio

X

nō sit sicut numeroꝝ q̄dratorꝝ: seqꝫ diameterꝝ ēē incommensurabilē coste i lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati . Dicit aut̄ Aꝫ. ad istud inconveniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste q̄ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a.b. cōmensurabilis lateri. a.c. eritq; per. s. a.b. ad a.c. sicut aliquis numerus ad aliuz. Sint ergo bij numeri. e. et f. qui sunt minimi in sua proportione: eritq; ob hoc alter eoꝝ impar. Si enī vterq; par: nō erūt minimi: quadrati quoꝝ eoz sint. g. et b. si ergo. e. ē ipar: erit quoꝝ ex. 30. nomi. g. ipar sit itaq;. k. dupplus ad. b. eritq;. k. ex diffinitione par. q̄ igitur. a.b. ad. a.c. ut. e. ad f. erit per. s. sexti et. 11. octauū quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. ut. g. ad. b. ē itaq;. g. dupplus ad. b. sic enim est quadratū. a.b. ad quadratū. a.c. p penultimā primi: et q̄ eritam. k. est dupplus ad. b. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eōlis. k. numero pari. Qđ si. e. sit par et. f. impar: erit pportio. f. qđ dimidiū. c. qđ sit. l. si cut. a.c. ad dimidiū. a.b. qđ sit. a.d. et ideo erit pportio quadrati. a.c. ad quadratum. a.d. sicut pportio numeri. b. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur ēē dupplus: eritq;. k. per diffinitionem par. At q̄ quadratū. a.c. ē duplū ad quadratū. a.d. per penultimā primi erit. b. duplū ad m. cūq;. k. sit etiā dupplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. b. equalis. k. numero pari qđ ē propositū.

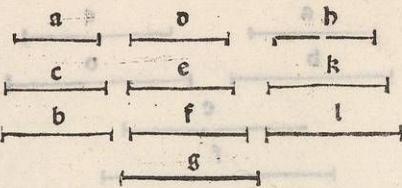
Propositio . 8.



I fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoꝝ inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

C sit vtraq; duarꝝ quantitatū. a. et b. cōicants quantitati. c. dico. a. et b. esse cōmensurabiles: est enim per. s. a. ad. c. sicut numerus ad numerum. similiter quoꝝ per eandē. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus. d. ad numerū. c. sicut. a. ad. c. numerusq;. f. ad numerum. g. si cut. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. et f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octauū: eritq; per equā proportionalitatē. a. ad. b. sicut. b. numerus ad. l. numerus: per. s. igitur sunt. a. et b. cōicantes qđ est ppositū. **C** ex hac quoꝝ sequitur q̄ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicunq; vna earum communicat et reliqua: et cuicunq; vna nō cōunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates. a. et b. cōunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit c. cum qua cōunicet. a. dico q̄. b. cōunicabit cum eadē: qđ ex hac octauā patet cum vtraq; earum cōunicet cum. a. ex hypothesi. Qđ si itez. a. et b. sint cōunicantes ut p̄s: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōunicet. a. dico q̄. b. nō cōunicabit cum eadem. si enim. c. cōunicaret cum. b. cum. a. quoꝝ p̄ hypoth. cōunicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. et c. cōunicantes. sed possum erant q̄ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio . 9.

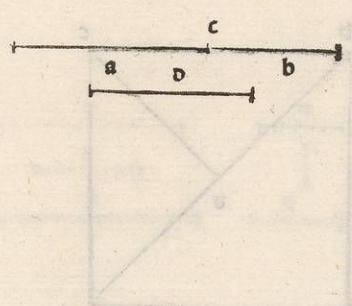


I fuerint due quantitates cōicantes: totum quoꝝ ex eis confectum vtriq; eaꝫ: erit cōunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

C sint due quātitates. a. et b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum esse cōmensurabile et econuerfo. Adhuc quoꝝ si totum ex eis compositum vni earum com munitet. dico q̄ cōunicabit alteri: et ipse similiter inter se. Idem. quoꝝ in contrario. si enim. a. et



LIBER



b. sint incommunicantes: dico q. c. utriqz earum erit incomunicans et econuerso: ac si. c. alteri earum sit incomunicans: erit quoqz incomunicans et alteri: et ipse etiam inter se. Sint itaqz primum. a. et b. comunicantes: sitqz earum communis mensura. d. qui cu utrāqz eaz numeret per conceptionē similē antepenultime numerabit. et c. quare p diffinitionē. c. dicabit utriqz eaz. scz. a. et b. Econuerso quoqz si. c. communicet utriqz earum. sit oīm cōis mensura. d. cōstat itaqz per diffinitionē. a. et b. cōmunicantes esse sed cōmunicet. c. cu altera earum que sit. a. dico q. cōmunicabit cu. b. et a. etiam et b. cōmunicabunt adiūcīem. sit enim. d. cōmuniciter mensurans. c. et a. quia sīgīt. d. mensurat totum et detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. per diffinitionem ergo et c. cōmunicat cum. b. et a. cōmunicat quoqz cum. b. Si autē a. et b. sint incommunicantes erit. c. incomunicans utriqz earum: si enim cum utraqz seu etiam cum altera earum cōmunicaret et ipse cōmunicaret adiūcīem: quod est contra ypothesī. Similiter quoqz econuerso si. c. ē incomunicans utriqz earum seu etiam alteri earum: erit quoqz incomunicans relique: et ipse inter se: qd palam est ex predemonstratis a destruciōe consequētis.

Propositio .10.

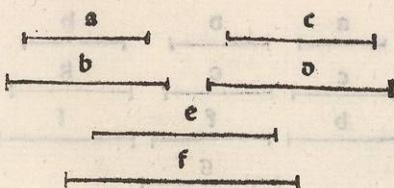
Onūm quatuor quantitatū proportionalium si fuerit prima cōmunicās secunde: tertia quoqz erit cōmunicans quarte. Si vero prima incomensurabilis fuerit secū de: tertia quoqz incomensurabilis erit quarte.

Sint quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q. si. a. cōmunicat cu. b. c. quoqz cōmunicabit cu. d. q. si. a. est incomensurabilis. b. c. quoqz erit incomensurabilis. d. et si. a. cōicat cu. b. in potentia tñ. c. quoqz cōmunicabit cu. d. in potentia tantum. Veritatem illud non pponit auctor qz facile patet ex demonstratione priorū. Si enī. a. cōicat cu. b. erit per. s. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. sit ergo sicut. e. ad. f. at qz est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad. numerz. f. per. s. igit̄ est. c. cōmunicans cu. d. qd est pri mū. Scdm patet ex primo a destructione consequētis. si enim. a. est incomensurabilis. b. oportet. c. esse incomensurabile. d. nam si esset ei cōmensurabilis cu sit ut c. ad. d. sic. a. ad. b. per ypothesim: esset per primam partē. a. cōmunicans cum. b. sed non erat: quare constat totū qd proponit auctor. Qd autē adiūcīm̄ videlicet q. si. a. cōicat cu. b. in potentia tñ. c. cōmunicat cu. d. i. potentia tñ. sic patet. Lz enim. a. non cōmunicet cu. b. in longitudine: nec. c. quoqz ex parte secunda huius cōmunicabit cu. d. in longitudine. At vero cu quadratum. a. cōmunicat cu quadrato. b. ex ypothesi erit per. s. quadratum linee. a. ad quadratū lince b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. et. f. et quia quadratum. c. ad quadratum d. sicut quadratū. a. ad quadratū. b. erit etiam quadratū. c. ad quadratū. d. sicut numerus. e. ad numerū. f. per. s. igit̄. c. et. d. cōicant in potentia: et qz non cōmunicat in longitudine: cōstat ppositū.

Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incomensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas innenire.

Csit linea. a. pposita: volo duas lineas reperire quaz una cōicet cu a. i. potētia tñ: altera vero sit incomensurabilis ei i lōgitudie et i potētia



X

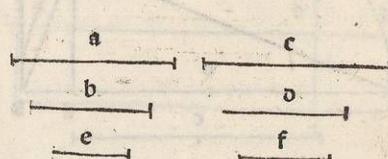
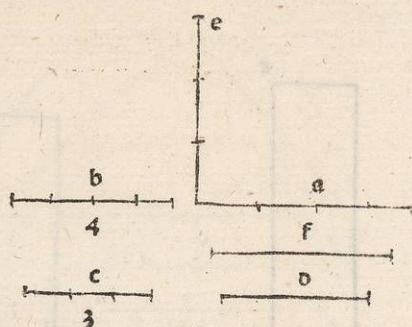
Summo itaqz duos numeros iequaqz se habentes in pportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ. sintqz bij. b. t. c. quos facile est sumere cū quilibet quadratū numerū ad quilibet nō quadratū eā habeat pportionē quā nequaqz habent aliqui numeri qdriati cōfirmat̄ hec. 22. octauit: duob⁹ talib⁹ numeris sūptis iuenio linea. d. ad cui⁹ qdriatū se habeat qdriatū linee. a. sicut numerus. b. ad numer⁹. c. hanc aut linea ita reperio diuido linea. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. qd facile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup extremitatē linee. a. erigo linea. e. per perpendiculariter in qua totiens p̄tineatur vna ex ptibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit̄ ex p̄ma sexti pportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i.e. est sicut. a. ad. e. et iō sicut numeri. b. ad numer⁹. c. si ponat. d. in medio loco pportionalis inter. a. t. e. sicut docet. 9. sexti qd tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficie. pducte ex. a. in. e. et erit pportio quadrati linee. a. ad qdriatū linee. d. sicut numeri. b. ad numer⁹. c. quare. a. t. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione et per ultimā pte. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. regta est itaqz. d. prima linea quā ppositū erat inquirere. ¶ Alterā sic rep̄rio interpono ut docet. 9. sexti linea. f. medio loco pportionalē inter. a. t. d. critqz per coroll. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaqz per scđam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit̄ linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare et in longitudine. ē itaqz. f. scđa linea quā ppositū erat reperire. Et sic p̄ propositum.

Propositio .12.

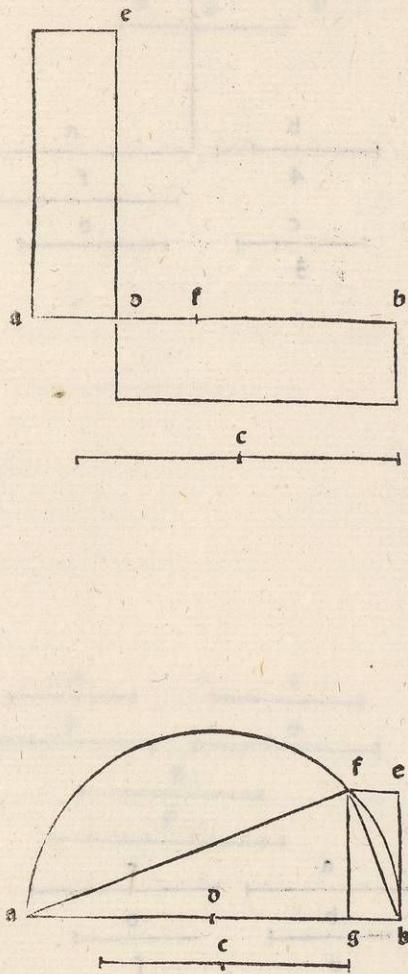
Oniiū quatuor lineaꝝ pportionaliū si prima tanto amplius possit scđa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis libi in longitudine. necesse ē tertia quoqz tanto amplius posse quartā quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: qd si fuerit prima potentior scđa qdriato alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoqz tercia potentior q̄rta qdriato alicui⁹ linee sibi incōmensurabilis i lōgitudine. ¶ Sint q̄tuor linee pportionalē. a. b. c. d. sitqz. a. maior. b. t. c. maior. d. sit quoqz a. potētior. b. qdriato linee. c. t. c. potētior. d. qdriato linee. f. dico qd si. a. cōicet. e. in lōgitudine. c. quoqz cōicabit. f. i lōgitudine qd si. a. nō cōicat. e. i lōgitudine nec. c. cōicabit. f. i lōgitudine. Qd et si. a. cōicat. e. i potētia tñ. c. quoqz cōicabit. f. i potētia tñ. Nec tamen illud ultimū nō pponit auctor qd facile patet ex priori demōstratione cū sit enī pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut quadrati. c. ad quadratū. d. et qd quadratū. a. est equale quadratis duarum lineaꝝ. d. et f. b. t. e. sūt quadratū. c. quadratis duarum lineaꝝ. d. et f. erit pportio quadratoꝝ duarum lineaꝝ. b. t. e. et quadratū. e. sicut qdriatoꝝ. d. t. f. c. ad qdriatū. f. ergo disiū tñ erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam proportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem deime constat prima pars huius: et per secundam scđa: et per tertiam ibi adiunctam tertiam: hic adiuncta.

Propositio .13.

Si fuerint due lineaꝝ inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati brevioris linea cui adiuncte superficie desit ad complendam totam lineam superficies



LIBER



quadrata necesse est ipsa linea longiorē linea breniori rāto apli⁹ posse
quātū ē qdratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine.
Si vero fuerit lōgiorē potētior breniori augmēto qdrati linee cōican-
tis sibi i lōgitudine adiūga⁹; ei supficies eqlis quarte pti qdrati bre-
uoris linee cui desit qdrata supficies supficiē sibi adiunctā eadē linea
lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necelle est.
Sint due linee. a.b. z.c. maior. a.b. z adiūga⁹ ad linea. a.b. qrtा ps qdrati linee
c. ita q desit ad pplendā linea. a.b. supficies qdrata. hoc enī ē possibile p. 27. sexti
qō facile fiet hoc mō. diuidat. a.b. i duas lineas. a.d. z d.b. ita q inter eas cadat
medietas linea. c. ptiue pportionalis: hoc aut̄ qualiter fiat in fine demōstratiōis
bui⁹ docebit: eritqz ex. 16. sexti supficies. a.d. in. d.b. q sit. d.c. eqlis qdrato medie-
tatis linea. c. qre ex. 4. scđi erit eadē sub quadrupla qdrati linea. c. deest quoqz ad
pplendā linea. a.b. supficies qdrata: cū z a.d. sit equalis. d.g. z d.b. eqlis. g.e. di-
co itaqz q si supficies. d.e. diuidat linea. a.b. in duo cōicatis erit linea. a.b. potē-
tior linea. c. in qdrato alicui⁹ linee secū cōicantis in longitudine z econuerso. Cum
aut̄ lit linea. a.b. maior linea. c. nō erit. a.d. eqlis. d.b. sic enī cēt supficies. d.e. qua-
drata z qr ipsa ē eqlis qdrato medietatis linea. c. esset. a.d. cqlis medietati. c. z to-
ta. a.b. toti. c. qō ē h̄ ypoth. nō est igit. a.d. equalis. d.b. itaqz de maior eaꝝ que sit
d.b. abscindat. d.f. equalis. a.d. eritqz p. 8. scđi qdratū totius. a.b. eqle his q sunt
ex. d.b. in. d.a. qter et qdrato. f.b. quare linea. a.b. erit potentior linea. c. in qdra-
to linea. f.b. quā necesse ē cōicari toti. a.b. si linea. a.d. est cōicas linea. d.b. si enim
hoc fuerit erit. d.b. cōicans. d.f. sue eqli quare p. 9. b.f. cōicat cū. f.d. z iō toti. a.d.
z pp̄t hoc cū tota. a.f. igit z cū tota. a.b. sicqz p. p̄mū. Cōversū hui⁹ sic p. sit. a.b
potētior. c. in linea. f.b. q. cōicet secum in longitudine. dico tūc q quarta ps qua-
drati linea. c. addita ad linea. a.b. ita q desit supficies qdrata diuidet linea. a.b. i
duo cōicatis: diuidat enī. f.a. p eqli in. d. z fiat supficies. d.e. ex. d.b. in. d.a. z
debet ad pplendā linea. a.b. supficies qdrata eritqz p. 8. scđi: qdratū. a.b. eqle qdrato.
plo supficie. d.e. ē equale qdrato. f.b. igit qdruplū supficie. d.e. ē eqle qdrato. c.
qre supficies. d.e. sit eqli quarte pti qdrati. c. dico igit q. d.b. ē cōicas cū. a.d. cū
sit. f.b. cōicans cū. a.b. si enī hoc fuerit ut q. a.d. sit cōicans cū. a.b. erit etiā cōmu-
nicās cū. a.f. p. 9. quare z cū. a.d. f. z cū. d.f. itaqz z d.b. ē cōicas cū. a.d. qō ē scđm
Cōnūc aut̄ mostrādū. est qualit linea. a.b. cū ipa posita fuerit maior linea. c. possit
sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linea. c. ptiue pportionalis. Cum
enī sic fuerit diuisa: supficies q fier ex vna in alterā erit equalis qdrato medietati
linee. c. z ipsa erit supficies eqli quarte pti qdrati linea. c. adiuncta ad linea. a.b.
ita q desit supficies qdrata. hoc enī sic fiet diuisa. a.b. p eqli in. d. linea. c. z
eā semicirculus. a.f. z sūr. b.e. ppndicularis ad. a.b. que ponat eqli medietati
linee. c. z duca⁹. e.f. equidistans ad. a.b. vſqz quo fecet circūferentia semicirculi in
puncto. f. necesse est enī vt fecet eā: cū linea. a.b. sit maior linea. c. z duca⁹. f.g. per
ppndicularis ad. a.b. q cū p. 34. p̄mū sit equalis linea. e.b. erit quoqz eqli medie-
tati linea. c. duca⁹ itaqz linea. f.a.f.b. eritqz p. p̄mā pte. 30. tertij angulus. a.f.b. re-
ctus: z iō per primā partē coroll. 8. sexti erit linea. f.g. medio loco pportionalis iter
a.g. z g.b. qre medietas linea. c. q ē sibi equalis erit etiā pportionalis iter easdē qō
est nostrum ppositum:

Propositio .14.

Si fuerint due linee inequaes quarum longiorē dividat in duas partes incomensurabiles superficies equalis quare parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita q̄ desit ad ei⁹ cōpletionē: superficies quadrata erit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee icōmensurabilis ipsi longiori i longitudine. Si vero lōgior potētior fuerit breuiori quadrato linee incomensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq; ei superficies equalis pti quarte q̄drati breuioris defueritq; longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem linēam in duas portiones incomensurabiles dividat.

Clēc. 14. ex hōrio aūtis pmissē infert hōriū pñtis pmissē et non differt eius dispō a dispōne illius. sed et mod⁹ argumētandi utrobiq; idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi adequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq; p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neq; a. f. sunt enī. a. f. z. e. f. cōicantes tanq; numerans et numeratū. iō neq; a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qd si hoc fuerit videlicet si a. b. nō cōicet cū. f. b. nō cōicabit cū. a. f. q̄re neq; cū. a. d. aut. d. f. neq; igī. a. b. cū. d. a. Pōt quoq; hec. 14. demōstra ri p̄ pmissā. p̄ma ps huus ex scđa illi⁹ et scđa ex p̄ma a destruciōe pñtis. si enī. a. d. z. d. b. nō cōicent nec etiā. a. b. z. f. b. cōicabunt: nā si. a. b. z. b. f. cōicarent oportet p̄ scđam pte pmissē ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē q̄ non. Eodē mō de scđa pte. si enī. b. a. z. b. f. nō cōicant nec. a. d. z. d. b. cōunicabunt. nā si sic sequitur per primā pte pmissē ut. a. b. z. b. f. cōicet q̄ nō cōicant: quare patet propositū.

Propositio .15.

Monis superficies rectagula quā continent due linee i lo gitudine rationales rōnalis esse probatur.

Csint due linee. a. b. z. b. c. p̄tinētes superficie rectagulā. a. c. rōnales in longitudine: dico superficie. a. c. esse rōnalē: descripto enī quadrato cuius vis eaz. nt. c. d. linec. b. c. erit p̄ primā sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. q̄r̄ igī. b. d. cōicat in longitudine cū. a. b. ex hypothesi eo q̄r̄ b. c. sua equa lis erit p̄ primā pte. 10. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaq; c. d. rōnalis p̄ diffinitionē erit z. a. c. rōnalis qd est p̄positū.

Propositio .16.

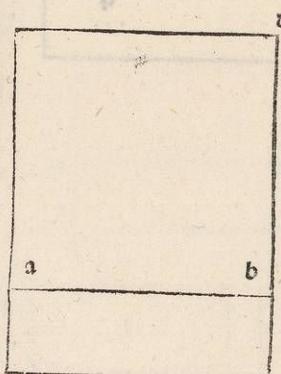
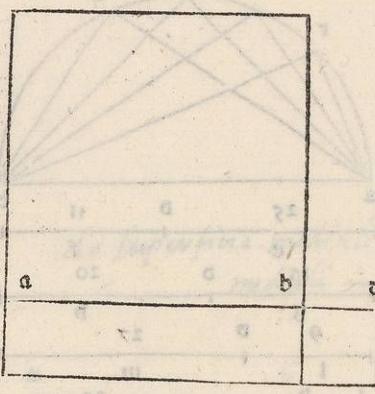
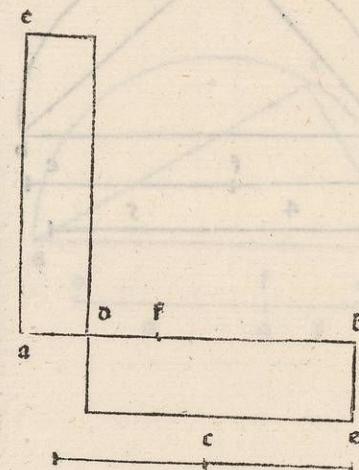
Am adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōna li superficies rōnalis rectagula latus eius scđm erit in longitudine rōnale lateriq; primo i longitudine cōmensurable

Clēc ē quasi pñrsla prioris ut si superficies. a. c. adiuncta ad linea. a. b. rōnale in longitudine fuerit rōnalis: dico q̄ latus eius scđi qd ē. b. c. erit etiā rōnale in longitudine et cōicans lateri primo. sit enī. a. d. quadratū. a. b. eritq; rōnale ex diffinitione et ppter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: q̄r̄ igī p̄ primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cum. a. c. erit p̄ primā pte. 10. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eq̄li sed. b. a. rōnalis ē q̄re p̄ diffi nitionē z. b. c. p̄stat itaq; p̄positū.

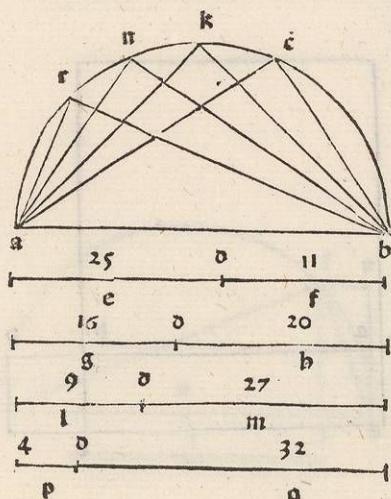
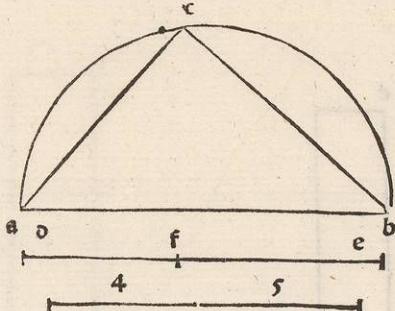
Propositio .17.

Nas lineas inuenire potentia tantum rōnales cōmensurabiles quarum lōgior plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

Clēc ē inuenire duas lineas rōnales potētia tñ cōicātes q̄r̄ longior sit potētior breuiori q̄drato linee sibi cōicās in longitudine



LIBER



Summo itaqz aliquā linea rōnale que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. et sumpto aliquo numero vt. d. e. diuide ipsū in duos numeros. d. f. z. f. e. ita q̄ sit p̄portio d. e. ad. d. f. sicut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū nō sit aut̄ p̄portio d. e. ad. f. e. ut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū: talis aut̄ numerū ē quilibz q̄dratū di visibilis in quadratū et nō quadratū. ut. 9. qui diuiditur in. 4. z. 5. et oēs horū equē multiplicēs: et inuenio linēā ad cuius q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. b. sicut numeris. d. e. ad. numerū d. f. qualiter aut̄ ipsa reperiāt in demonstratione. 5. dictuē ē: hanc linēā inuentā que necessario ē minor. a. b. coapto p̄ primā quarti intra semicirculum. a. c. b. sitqz. a. c. et subtrahā linēā. c. b. dico duas linēas. a. b. z. c. b. esse quas querim⁹. erit igit̄ p̄ primā p̄tē. 30. tertij angulus. c. rectus: et iō p̄ penultimam primi quadratū. a. b. equale est q̄dratis duarū linēarū. a. c. z. c. b. et q̄r̄ p̄portio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p̄ ypothe. erit p̄ euersam p̄portionalitatē p̄portio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. c. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit̄ quadratum. c. b. rōnale per diffinitionem cū cōicet rōnali superficie: et q̄r̄ c. b. z. a. b. sunt incomensurabiles p̄ ultimā partem. 7. constat duas lineas. a. b. z. c. b. esse rōnales potētia tñ cōicantes. At q̄r̄ linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que p̄ scđaz partem. 7. cōicat secū in longitudine cōstat habitū esse p̄positū. Si autē libeat plures duab⁹ potentia tñ rōnales cōicantes quažvna potentior longior sit quaž liber aliaz in quadrato alicuius linee. secū cōicantis in lōgitudine regire. sit ut pri⁹ linea. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. sumaturqz numerus. d. quadratus qui sit divisibilis in multos quadratos et nō quadratos quož nō quadratož mīme sit p̄portio sicut aliquož numerož q̄dratož: tales aut̄ numeri vltro se offerūt vt. 36. qui ē divisibilis ī. 25. z. 5. itēqz ī. 16. z. 20. rursus qz in. 9. z. 27. ac itēqz in. 4. z. 32. istož vero nō quadratož qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē nō est p̄portio sicut alicuius numeri q̄drati ad aliū. Esto igit̄ ut numerus d. quadratus diuidat in. e. q̄dratū z. f. non quadratū: sitqz quadratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. c. sicut numerus. d. ad numerū. c. z. ducat linea. c. b. z. p̄stat p̄positum ut prius demonstratū ē. a. b. z. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Sitr quoqz diuidat. d. i. g. q̄dratū z. b. nō q̄dratū sitqz q̄dratū linee. a. b. ad q̄dratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. z. ducat linea. k. b. eruntqz vt prius due linee. a. b. z. b. k. quales inquirim⁹. Eodē mō si rursus diuidat. d. m. l. q̄dratū z. in nō q̄dratū z. p̄ natur p̄portio q̄drati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. z. p̄ducatur n. b. erunt due linee. a. b. z. b. n. quales inquirim⁹. Qd̄ si rursus diuidat. d. in. p. quadratū z. in. q. nō quadratū z. fuerit p̄portio q̄drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. z. protracta fuerit linea. r. b. erūt ctiā due linee. a. b. z. b. r. quales inquirimus. Sunt itaqz linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tñ rationales z. in ea cōicatē q̄rū vna videlicet. a. b. ē potētior qualibet aliaz i q̄drato linee secū cōicatis in lōgitudine. si igit̄ quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicant alia in longitudine p̄stat p̄positū. Istud aut̄ sic p̄bat p̄ eni ex p̄missis q̄ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. b. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerū. f. ad numerū. b. sed null⁹ q̄tuor numerož. f. b. i. q̄ se habet ex ypothesi ad aliū sicut numerū q̄dratus ad numerū q̄dratū. q̄re p. 3. plē

7. due linee b.c.b.k. sunt incommensurabiles in longitudine. Eadem ratione quilibet
due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine: liquet ergo quod volumus.

Propositio .18.

Dicas lineas in potentia tantum rationales coincantes quorum
longior plus possit breviori; quantum est quadratum linee
sibi incommensurabilis in longitudine invenire.

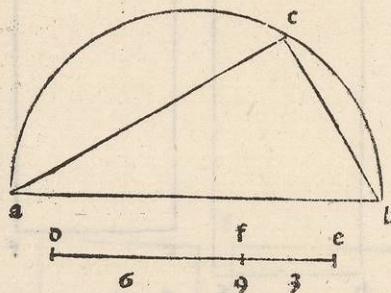
In hac quoque remaneat eadem dispositio cedeq; hypotheses que in
premissa hoc soli mutato quod pportio numeri d.e. ad neutrum duorum
numeroz d.f. et f.e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: hoc autem facile
fiet: posito d.c. quotlibet numero quadrato diviso in duos numeros non quadra-
tos ut si d.c. sit 9. et d.f. 6. et f.e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto
quod a.b. et a.c. sunt incommensurabiles in longitudine per ultimam partem. Et sciendum
quod due linee quales hec et premissa docent invenire cōponunt binomium: et mino-
ri earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiam quod hinc tamen
potentia rationales coincantes possunt esse una rationalis et alia irrationalis sicut latera te-
tragonica duas superficies quae una sit. 25. pedum et alia. 24. sunt rationalia potentia tamen
coincidentia: latus enim prime superficie est. 5. latus vero secundum non numeratur et possunt
esse ambe irrationalles in latera tetragonica duas superficies quarum una sit. 24. pedum et
alia. 23. neutruius enim numeratur latus. suntque in longitudine incommensurabilia ex ul-
timis pte septime. Quod si libeat etiam invenire plures lineas duabus potentia tamen
rationales coincantes quae una sit potentior qualibet aliis in quadrato linee secum
non coincantis in longitudine: sumat talis numerus qui possit plures sic dividendi quod ipsi
us ad nullam suam partem nec alicuius ad aliquam alias sit pportio ut numeri quadra-
ti ad numerum quadratum ut. 25. potest dividi in. 2. et 25. item in. 5. et 20. et rursus in. 7.
et 18. Et sic processus idem quod fuit in premissa. Propositio .19.

Monstrumus superficies quam continet due linee potentia litera tam
rationales coincantes est irrationalis diciturque superficies medialis
eiusque latus tetragonicum scilicet quod in eam potest est irrationalis
diciturque linea medialis.

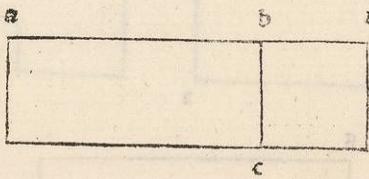
Sint due linee a.b. b.c. continentes superficie a.c. rationales potentia tamen
coincidentes: quod qualiter reperiantur ex premissa et反premissa manifestum est: dico superficie a.c.
esse irrationalis. Sit enim c.d. quadratum b.c. eritque rationale per hypothesim eo quod linea b
et c. est rationale in potentia: et quod ex prima sexti a.c. ad c.d. situt. a.b. ad b.d. non coincat
aut a.b. cum b.d. quod ex hypothesi non coincat cum sua equali quod est b.c. sequitur per secundam pte
io. ut etiam a.c. non coincet cum c.d. quod per diffinitionem superficies a.c. est irrationalis. ideoque
et suum latus tetragonicum est etiam irrationalis. dicitur autem hec superficies medialis quoniam ipsa est
medio loco pportionalis inter duas superficies rationales videlicet inter quadrata duas
lineas ipsa continet et linea poteris in ipsa dicitur medialis. quoniam ipsa quoque est me-
dio loco pportionalis inter duas lineas potentia tamen rationales coincantes et hec ducili-
ne sunt latera dicte superficie. Et hoc est quod volumus.

Propositio .20.

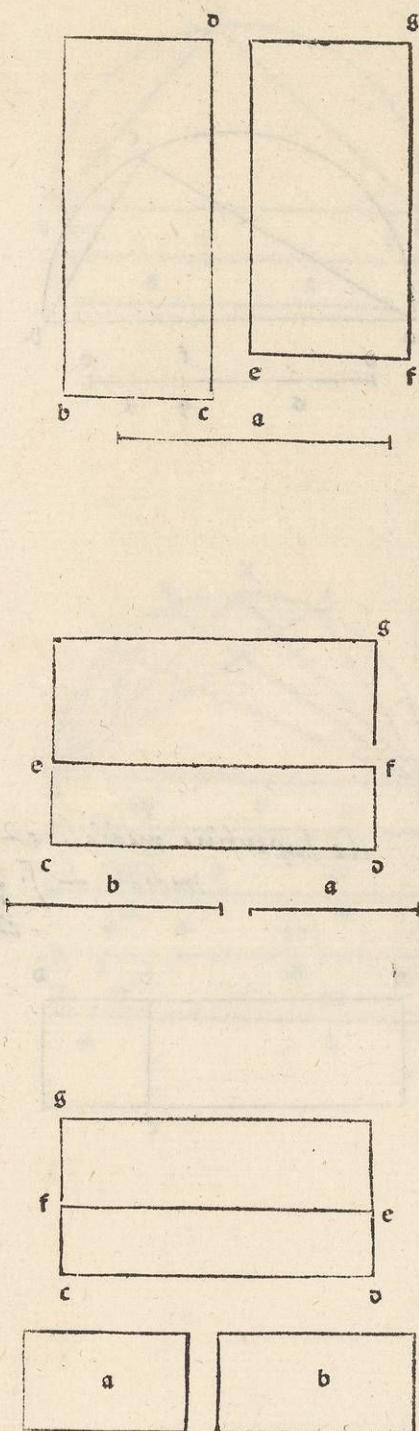
Um adiuncta fuerit linea in longitudine rationali superficies
equalis quadrato linea medialis latere eius secundum potentiam
tamen erit rationale laterique primo in longitudine incomensurabile
Hec est quasi conuersa premissa. Sit a. linea medialis. sitque



de superficie mediale et linea
mediale — scilicet 32. et su
cado.



LIBER



linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis quadrato linee. a.q̄ hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis. b.c. & a.linea.c. d.i cōtinua proportionalitate: ut docet. 10.sextri: eritq̄ superficies ex.b.c.in.c.d. cōqualis quadrato linee. a.per.16.eisdē: dico latus eius sūm quod est. d.c. esse rōnale in potentia tñ & incōmensurabile in longitudine lateri. b.c. Eritq̄ ex premissa p̄ definitionē linee medialis nt linea. a. possit in aliquē superficiē contentam a duabus lineis potentia tñ rōnalibus cōmunicantibus que sit superficies. e.g. cuius latera e.f. & f.g. erintq̄ due superficies. b.d. & c.g. per primam partem. 13.sextri: laterum mutuorum propter hoc q̄ ipsi sunt equeales & rectangule: p̄portio ergo. b.c.ad.c. f.est sicut. f.g.ad.c.d. quare p. 10.cū.b.c.cōicet i potentia cū.e.f.eo q̄ qdrata viri usq̄ earuz sunt rōnalia ex hypothesi. f.g.cōicabit in potentia cum. c.d. cū igit̄ qua/dratum. f.g.sit rōnale per ypothesim: erit quoq̄ quadratū. c.d.rōnale per diffini/tionem: at q̄ superficies. b.d.est irrōnalis sicut sua equalis. e.g. per premissā. se/quitur vt quadratum linee. c.d.nō cōicet cū superficie. b.d. & quia quadratū linee c.d.ad superficiem. b.d.est per primam s̄xti: sicut. c.d.ad.c.b. erit per secundam partem. 10.ut. c.d.non cōmunicet cum. b.c. quare cum. b.c.sit rōnalis in longitudi/ne ex ypothesi: erit. c.d.irrōnalis in longitudine & potentia tñ rationalis: patet ergo propositio .21.

Propositio .21.

Mnis linea cōmunicans mediali est medialis.
Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōmunicans siue in longitudine siue in potentia tñ: dico q̄ etiam linea. d. est medialis. Sit enim linea. c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superficies. c.f. equalis quadrato linee. a. & item superficies. e.g. equalis quadrato linee. b. hoc autem qualiter. iat in premissae demonstratione dictū ē. Eritq̄ per premissam linea. d.f. rōnalis in potentia tñ & incōmensurabilis linee. c.d. et quia per primam sexti. e.g. ad.c.f. sicut. f.g. ad. d.f. cōit autem. e.g. cum. c.f. eo q̄ quadratum. b. cōmunicat cum quadrato. a. per ypothesim: quibus quadra/tis dicte superficies posite sunt equeales: sequitur per primaz partem. 10.ut linea. f. g. cōmunicet cum linea. d.f. quare. f.g. est rōnalis i potentia tñ sicut est. d.f. & in/ cōmensurabilis in longitudine linee. c.f. cū linea. d.f. sibi cōmunicans sit incōme/surabilis eidem. e.f. eo q̄ sic equali: hoc enim probatum est in. 9. qđ si fuerint due quantitates cōicantes cuiusq̄ vna earuz non cōicat nec reliqua: itaq̄ per. 19. erit superficies. c.g. medialis & eius latus tetragonicum quod est. b. mediale quod est propositū. **S**it quoq̄ omnes superficies cōitans superficieī mediali medialis ēē conuincitur. Sit enī superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. esse cōicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. sit linea. c.d.rōnalis in longi/tudine: adiungaturq̄ ei superficies. c.e. que sit equalis superficieī. a. qđ hoc mo/do fiet. Inueniatur linea. c.f. ad quā sic se habeat vnum ex laterib⁹ superficieī. a. sicut linea. c.d. se habet ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.se/xti dictum est. Eritq̄ ex. 15. eiusdem superficies. d.f. equalis. a. itēq̄ eodem modo ad lineam. e.f. adiungatur superficies. e.g. que sit equalis. b. erit itaq̄ per. 20. linea c.f. potentia tñ rōnalis: erit quoq̄ linea. c.d. in longitudine incōmensurabilis. Et quia. a. & b. erant cōicantes ex ypothesi: erunt quoq̄. c.e. & e.g. eis equeales cōican tes: itaq̄ per primam partem sexti & per primaz partem. 10. huius erunt due linee c.f. & f.g. cōicautes in longitudine. **E**st igit̄ linea. f.g. rōnalis in potentia tñ &

X

linee. e. f. incommensurabilis in longitudine: quare per. 19. superficies. e. g. erit medi alis: cum linea. e. f. sit rōnalis in longitudine sicut. c. d. sibi cōqualis: cū sit ergo. b. eq/ lis. e. g. erit quoqz. b. medialis qd ē propositū. Et nota qd omnes superficies me diales cōcantes cōponunt superficiem medialē. Unde tota . d. g. ē medialis: qd cū due linee. c. f. z. f. g. sint rōnales in potentia tm̄ z nō cōmunicantes in longitudine sequitur ut tota. c. g. sit rōnalis in potentia tm̄ z nō cōicās. c. d. i. longitudine. itaqz p. 19. d. g. ē medialis. Eodēqz mō si sint ples.

Propositio .22.

Monis differentia qua habundat mediale & mediali: irrationalis esse probatur.

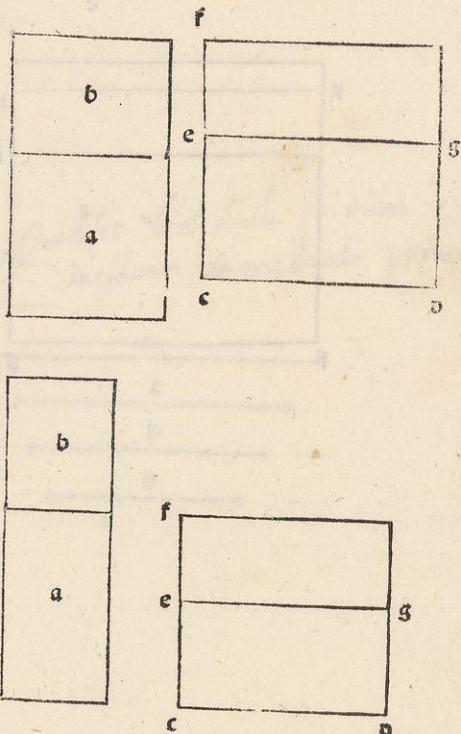
Sit vtraqz duaz superficieū. a. b. z. a. medialis: dico qd superficies b. que est eaꝝ differentia ē irrationalis. Sit enī linea. c. d. rōnalis in lon/ gitudine cui adiungaſ superficies. d. e. equalis superficie. a. z. superfici/ es. d. f. equalis totali superficie. a. b. hoc aut̄ qualiter fiat in premissa docum̄: qd ergo. d. f. est equalis. a. b. z. d. e. equalis. a. erit p cōceptionē. g. f. equalis. b. Si ita/ qz superficies. b. nō est irrationalis sed rōnalis: erit z. f. g. sua equalis rōnalis. At cum linea. e. g. sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. ra/ tionalis in longitudine z cōmunicās linee. e. g. p. 20. aut̄ est vtraqz duaz linearuz t. e. z. c. f. potentialiter tm̄ rōnalis z linee. c. d. incommensurabilis in longitudine: ita qz. e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudine. Et quia per primā sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem que fit ex. e. f. in. c. c. ē sicut. c. f. ad. c. e. sequit̄ per scđam partem. 10. ut quadratū linee. e. f. sit incommensurabile superficie facte ex e. f. in. c. e. quare z ipsū quadratū erit incommensurabile duplo superficie ex. e. f. i. c. e quadratū vero. c. e. cum sit rōnale est cōcans quadrato e. f. totum igitur ex ambo bus compositū erit per. 9. cōcans quadrato e. f. z idco incommensurabile duplo su/ perficie ex. e. f. in. c. e. Et qd per quartā scđi quadratū linee. c. f. ē. equale duob⁹ qua dratis duaz linearuz. c. e. z. c. f. z duplo superficie ex. c. e. in. e. f. et duplū superficie c. e. i. e. f. ē incommensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duaz linearuz. c. e. z. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. ut quadratū. c. f. sit incommensurabile aggrie/ gato ex duobus quadratis duaz linearuz. c. e. z. e. f. at cū aggregatū ex his quadra/ tis sit rōnale: sequit̄ quadratū linee. c. f. nō esse rōnale: z ideo linea. c. f. nō ē ratio/ nalis in potentia: z idcirco nō erit superficies. d. f. medialis neqz. a. b. sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis: relinquitur igitur qd superficies b. est irrationalis: quod est propositum.

Propositio .23.

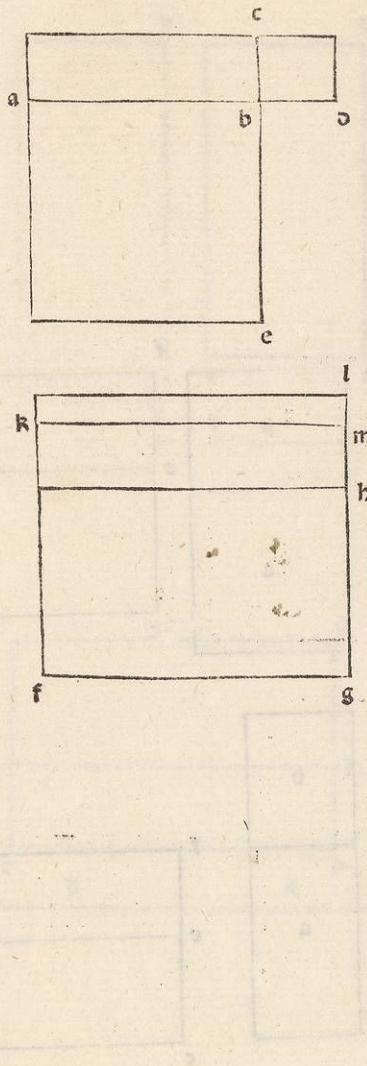
Monis superficies quā cōtintē due linee mediales poten tialiter tantū cōcantes: aut rōnalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. z. b. c. mediales potentia tm̄ cōmunicātes: di/ co qd superficies. a. c. ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis Sint enim. c. d. quadratū linee. b. c. z. a. c. quadratū linee. a. b. erunt qd h̄ypothesi hec duo quadrata cōmunicantia z erit per primam sexti superfi cies. a. c. medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. que sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. b. equa/ lis quadrato. a. e. z. h. k. equalis superficie. a. e. z. k. l. equalis quadrato. d. c. erunt qd h̄ce tres superficies. f. b. h. k. z. k. l. cōtinue proportionales sicut sunt sue eqles

k



LIBER



a.c.a.c.t.d.c.quare per primā sexti crunt etiam tres linec.g.b.b.m. z.m.l. q̄ sunt bases earum continue proportionales: z cuz superficies.f.b.z.k.l.sint cōmunicantes sicut duo quadrata.a.e.z.c.d.eis equalia: scquitur per primā sexti z.10.bui⁹ vt linea.g.b.sit cōmunicans cum.m.l.vtraqz autem earum est rōnalis in potētia per 20.bui⁹: igitur superficies vnius eaz in alteram est rōnalis: omnis enīz superficies quam continent due linee rōnales in potentia: cōmuicantes in longitudine necessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte. 10.bui⁹ z ex diffinitiōe superficerum rōnalium: z quia ex prima pte. 16.quadratum linee.b.m. est equale superficie ex.g.b.in.m.l.erit quadratuz linee.b.m.rōnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine sine cōicans linee.k.m.que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rōnalis: ideoqz z sua equalis.a.c.si autē linea.b.m. sit irrōnalis in longitudine sive incōmensurabilis linee.k.m.que ē equalis linee.f.g. cū ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo q̄ suū quadratū est rōnale: erit ex.19.superficies.b.k.medialis: quare z sua equalis.a.c.constat ergo propositū. Et nota q̄ si due linee.a.b.z.b.c.esent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies a.c.medialis tm̄: esset enim superficies.a.c. cōmunicans vtriqz duoz quadratorū a.e.z.c.d.per primā sexti z per presentē ypothesim z per. 10.bui⁹: z ideo superficies.b.k.sibi equalis.a.c.eset cōmunicans vtriqz superficie. f.b.z.k.l.igī per pma sexti z.10.bui⁹ linea.b.m. eset cōmunicans vtriqz duaz lineaz. g.b.z.l.m. z q̄ hee ambe sint rōnales in potentia tm̄: non cōicantes in longitudine linee.f.g. et quoqz.b.m.rōnalis in potētia tm̄: nō cōmunicantes in longitudine linee.f.g. z 10.nec cōmunicans linee.b.d.quare per. 19. erit superficies.b.k.medialis tm̄. z ideo etiam.a.c.sibi equalis: Si autē due linee.a.b.z.b.c.esent mediales neqz in longitudine neqz in potentia cōicantes: superficies.a.c.non esset rōnalis neqz medialis si enim sic esset sez q̄ due linee.a.b.z.b.c.esent mediales neqz in longitudine in potentia cōicantes: ēēnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incōmunicantia. itaqz z due superficies.f.b.z.k.l.eis equales quoqz: ēēnt incōicantes: quare z due linee. g.b.z.m.l. esent incōmēsurabiles per primā sexti z per scđam pte. 10.z q̄ vtraqz eaz ē rōnalis tm̄ in potentia p.20.esset superficies vnius eaz ad alterā medialis per. 19.cū ergo quadratū linee.b.m.sit equale dicte superficie que fit ex.g.b.in.m.l.per primā partē.16.sextri cēt per. 19.linea.b.m.linea medialis: per. 15.ergo nō esset superficies b.k.rōnalis:nec etiā per. 20.medialis: quare nec sua equalis.a.c.

Propositio .24.

Nas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemqz rationalem continent quaram longior sit potentior breuiore: augmento quadrati linee cōmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

Cum omnes due linee mediales potentia tantū cōmunicantes cōtineant superficiem rōnalem aut medialez ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rōnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruz longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi cōmunicantis in longitudine que cōtineant superficiem rōnalem. Ad hoc fin doctrinam. 17.Sumo duas lineas.a.z.b.potentia tantū rōnales communicantes quarum longior que

X

fit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum communis / cantis in longitudine: et ponam lineam. c. secundum doctrinam. 9. sexti medio loco propor- / tionalem inter. a. et. b. et ponam ut sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod qualiter / fiat in. 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas. c. et. d. esse quas querimus: patet / eni ex. 19. quod superficies quam continent une linee. a. et. b. est medialis: et quod per primam partem / 16. sexti quadratū linee. c. est dicte superficii equale erit igitur per. 19. linea. c. medi- / alis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et. b. comunicat cum. a. in potentia tantum ex hypo- / thesi: quod tam. a. quam. b. rationales est in potentia sequitur per. 10. quod c. quoque continet cum / d. in potentia tantum itaque per. 21. cuius. c. sit linea medialis: erit etiam. d. medialis: et per / primam partem. 12. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi communicatis in / longitudine. Si ergo due linee. c. et. d. continuant superficiem rationalem ipse sunt qua- / les inquirimus. Eas autem continent superficie rationale sic habeto: cum sit. a. ad. b. si ut / c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur / est. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaque per primam partem. 16. sexti superficies quam continent / une linee. c. et. d. est equalis quadrato. b. est autem quadratū. b. rationale per hypothese / cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee. c. et / d. est rationalis: quare constat propositum.

Propositio .25.

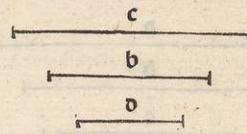
Delas lineas mediales potentia tantum comunicantes super- / ficiemque rationalem continent: quaz longior sit potentior / breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in / commensurabilis innuenire.

Positis duabus lineis. a. et. b. rationibus potentia tantum conticantibus / quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non communicantis / in longitudine: que quidem reperiuntur secundum doctrinam. 18. ceterisque positionibus manen- / tibus sicut in prima arguendo modo conticili: patebit duas lineas. c. et. d. esse / quales querimus. Et nota quod due linee quas hec et premissa docent inuenire com- / ponunt bimediale primum: et minori earum absissa de maiori que reliqua est: dicitur / residuum mediale primum.

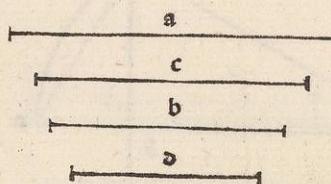
Propositio .26.

Delas lineas mediales potentia tantum communicantes super- / ficiemque medialem continent: quarum longior breuior / re tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius li- / nee incomensurabilis ipsi longiori in longitudine innuenire.

Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum conticantes / superficieque rationale continent: quaz longior plus possit breuiori in quadrato / linee secum communicantis in longitudine et secum incomensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum conticantes superficiem / que medialem continent: quaz longior sit potentior breuiori in quadrato linee non se- / cum conticantis in longitudine: sed solu sibi incomensurabilis in longitudine. Illud / enim facile habetur ex isto. Sint itaque tres linee sumptus secundum doctrinam. 18. a. b. c. / potentia tantum rationales et in ea solu conticantes. Sitque a. potentior. b. et. c. quadrato linee / sibi incomensurabilis in longitudine: et ponatur d. medio loco proportionalis inter / a. et. b. ut docet. 9. sexti: et sit. d. et. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. et. e. esse quales / inquirimus. cum sit enim quadratū linee. d. equale superficie que continetur sub. a



Quid sit bimediale primum c²
Residuum mediale primum



quid sit bimediale 2^m.
Atq; Residuum mediale 2^m.

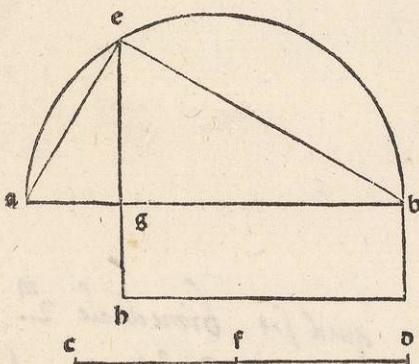
LIBER

t.b.per primā partē.16.sextri.Sitqz superficies contēta sub.a.z.b.medialis: ex.19.. cum.a.z.b.sint potentia tñ rōnales conicantes:erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e.cōmunicat autē.a.cū.i in potentia tantū ex ypothesi se quitur ex.10.ut.c.quoqz cōmunicet cū.d.in potētia tñ. Itaqz per.21.erit.e. linea medialis et etiā q.z.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incōmensurabilis i lon gitudine erit quoqz p.12.d.potētior.e.qdrato linee sibi incōmensurabilis i lōgitudine Si igitur due linee.d.z.e.contineant supficiē medialē constat eas esse quales i qui rimus:Cas autē continere superficiem medialē sic habet: cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatum.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d.ad.b. p ypoth esim:itaqz.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primā partē.15.sextri:superficies quā continēt.d.z.e.est equalis ei quā stinēt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficiē medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tñ cōcantes ex ypothesi:itaqz.d.z.e.continent superficiē medialē:qđ est propositū. Si autē cura esset inuenire duas lincas mediales potentia tñ cōmunicantes supficiēqz medialem conti nentes:quaz longior effet potentior breviori quadrato linee secum cōcantis i lon gitudine: Sumerinus tres lineas bñ doctrinā.17.a.b.c.potentia tñ rationales in ea solum cōmunicantes:z ponerem⁹ lineam.a.esse potentiorē linea.c.quadrato alicuius linee sibi cōmunicantis in longitudine:cetera vero manerent ut prius z ar gumentatione consimili concluderemus duas lincas. d.z.e.esse quales proponit inquirere. Et nota q.due linee quas hic.26.docet inuenire:cōponūt bimediale scđm z minori earum abscisa de maiorī que reliqua est dicitur residuū mediale secundū.

Propositio .27.

Das lincas potentialiter incōmensurabiles superficiēqz medialem continentes quaruz quadrata ambo pariter ac cepta sint rationale inuenire:

Propositum est inuenire duas lincas incōmensurabiles tam i po tentia qz in longitudine que contineant superficiem medialem z qua drata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem:ad hec autē sumo per.18.duas lincas.a.b.z.c.d.potētia tantū rationales cōmunicates quaz longi or que sit.a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secū incōmensurabilis in longitudine z super lineā.a.b.describo semicirculum.a.e.b.z diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.z diuido lineam.a.b.ad punctum.g.itaqz lineā.e.f.ca dat in medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictū est: z pono q.superficies.b.b.fiat ex.a.g.in.g.b.eritqz ex prima pte.16.sextri qua dratum.c.f.equale superficiei.b.b.z quia quadratū.c.f.est equale quarte pti qua drati.c.d.ex quarta scđi:z qz superficiei.b.b.deest ad cōplendū lincam. a.b.superfi cies quadrata cuz.a.g.sit equalis.g.b.z quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q/ drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine:ex ypothesi:erit ex scđa parte.14.li nea.a.g.incōmensurabilis linee.g.b.educo igitur a punto.g.perpendicularem su per lineam.a.b.vsqz ad circūferentiam semicircului que sit.g.e.z protraho lineas.a.e.z.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.c.f.co q vtraqz ca dit medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b.prima quidem per primam partē corcl.8.sextri.scđa vero per ypothesim: propter qđ quadratum vtriusqz earum per primam partem.16.sextri est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.b.ipst igit sūt



equales. At quia per quartā sexti pportio. a.e.ad.e.b. ē sicut. a.g.ad.g.e. sunt aut
a.g.z.g.e.z.g.b. p̄tinue pportionales erit. a.e.ad.e.b. duplicita sicut. a.g.ad.g.
b. quare p. 18. sexti erit quadratū linee. a.e.ad quadratū linee. e.b. sicut. a.g.ad.g.b
cum sit igitur. a.g. incoicans. g.b. erit per scđam ptem. 10. quadratū. a.e.incoicans
quadrato. e.b. quare due linee. a.e.z.e.b. sunt incomēsurabiles in potentia. Et qđ
p penultimā. primi quadratū. a.b. ē eq̄le q̄dratis duaz linearaz. a.e.z.e.b. piter ac/
ceptis q̄dratū aut. a.b. ē rōale: cū. a.b. sit rōalis i potētia p ypothe. erūt quoqz q̄/
drata duaz linearaz. a.c.z.e.b. piter accepta rōale. Si vero hec due linee cōtinent
superficiem medialē habitū ē ppositū. erat aut. c.d. rōalis in potētia z in ea tm̄
cōicans linee. a.b. quare z c.f. z iō etiā. g.e. sibi equalis erit potentia rōalis z tm̄
in eadē cōicans cī. a.b. itaqz p. 19. supficies. a.b. in. g.e. est medialis: qđ igit̄ p quar
tā sexti z per primā ptē. 15. ciudē supficies. a.e.z.e.b. ē sibi. s. supficie. a.b. in. g.e.
equalis cōstat duas lineas. a.e.z.e.b. esse quales volumus. ¶ Et nota qđ due linee
quas docet hec. 27. inuenire cōponunt lineā maiore z minori eaz abscisa que reli
qua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

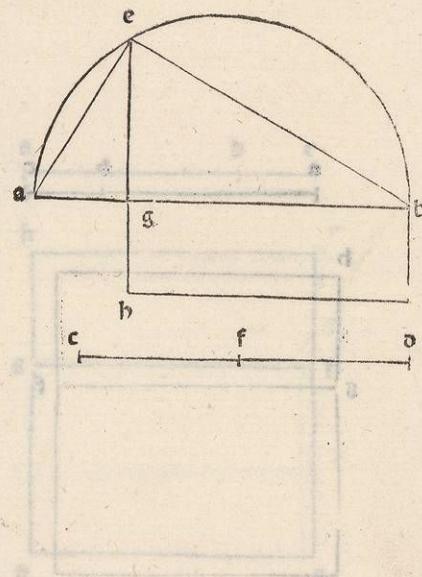
Delas lineas potentialiter incomēsurabiles superficiēqz
rationalem continentes quaz ambo quadrata pariter ac/
cepta sint mediale inuenire.

Sit hic prorsus eadē dispositio que prius in premissa. Sint autem
due linee. a.b. z. c.d. quales pponit. 25. eruntqz simili argumētatiō
premissae due linee. a.e.z.e.b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enī. a.b. linea me/
dialis erit eius quadratū mediale per. 19. z iō quadrata duaz linearaz. a.e.z.e.b.
sunt mediale per penult. primi: z quia. a.b. i. c.d. p̄tinet supficiē rōalem: sequitur
etiā ut. a.b. in. c.f. z ideo in. g.e. sibi cōtincat superficiē rōalem: itaqz z. a.e.
in. c.b. patz ergo qđ queris. ¶ Unde due linee quas hec. 28. docet inuenire cōponunt
lineā potentē in rōale z mediale z minori eaz abscisa de maiori que reliqua ē di/
citur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.

Propositio .29.

Delas lineas potentialiter incomēsurabiles superficiēqz
medialē continentes quaz quadrata ambo pariter ac/
pta sint mediale duplo supficiē vnius in alterā incomē/
surabile inuenire.

Chuius quoqz dispositio a duaz premissaz dispositione non sit in
quoquā diuersa. Sint autē linee due. a.b. z. c.d. quales. 26. pponit eruntqz pmissa
argumētatione due linee. a.e.z.e.b. quas inquirinius. Lū enim. a.b. sit linea me/
dialis erunt quadrata duaz linearaz. a.e.z.e.b. pariter accepta mediale. at cum. a.b.
z. c.d. cōtineat superficiē medialē. sequit̄ ut. a.b. in. c.f. z ideo in. e.g. sibi equa/
lem cōtineat quoqz superficiē medialē: omnis enī supficies mediālē cōmunicās
medialis esse conuincit: quēadmodū in. 21. monstratū est: supficies igit̄. a.e.i.e.b
medialis est cū ipsa sit equalis supficie. a.b. in. g.e. Quia vero linea. a.b. ē incomē/
surabilis linea. c.d. erit etiā incomēsurabilis linea. c.f. quare z lince. e.g. qua/
re per primā sexti z scđam ptē. 10. huius: supficies. a.b. in. e.g. que est equalis su
perficie. a.e.in.e.b. erit incomēsurabilis quadrato linea. a.b. itaqz z quadratis
duarum linearum. a.e.z.e.b. pariter acceptis: qđ cū ita sit sequitur quoqz vt du/
plum supficie. a.e.in.e.b. sit incomēsurabile quadratis predictis duaz linearū



LIBER

a.e.r.c.b.pariter acceptis et hoc erat monstrandum. **C**Two linee quas hec. 29. docet inuenire coponunt linea potentem in duo media et minori eaz absissa de maiori q reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propositio .30.

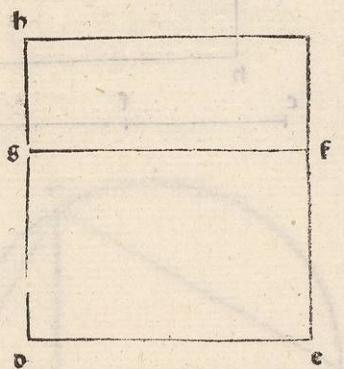
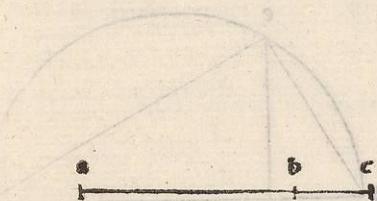
Si due linee potentialiter tantum rationales comunicantes in longum directumqz coniungantur: tota linea ex his composta erit irrationalis: diceturqz binomium. **C**Sint due linee. a.b.z.b.c. in continuo directuqz iuncte rationales in potentia tm coicantes: quas p. 17. r. 18. reperies: dico totam lineam. a.c ex eis coppositam esse irrationalem et ipsa vocatur binomium. Est eni per quartam secundi quadratum. a.c. equalis quadratis duarum linearum. a.b.z.b.c. et duplo superficie viii⁹ earum in altera: quadrata autem amborum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi: duplum vero superficie viius eaz in altera facit superficiem medialem ex. 19. itaque quadrata amborum pariter acceptarum faciunt superficiem incomensurabilem duplo superficie viius earum in altera. erit igit ex. 9. quadratum. a.c. incomensurabile duobus quadratis duarum linearum. a.b.z.b.c. piter acceptis quare irrationale per diffinitionem cum duo illa quadrata faciat superficiem rationalem. ideoque suum latus tetragonicum quod est. a.c. irrationale quoque per diffinitionem: stat ergo propositum. **Propositio** .31.

Si due linee mediales potentia tantum coicantes superficiemqz rationalem continentur directe coniungantur: tota linea ex his copposita erit irrationalis diceturqz bimediale primum. **C**Sint due linee. a.b.z.b.c. in continuo directuqz iuncte quales ponuntur quas p. 24. r. 25. reperies: dico totam lineam. a.c. esse irrationalem et ipsa vocatur bimediale primum. Est eni duplum superficie. a.b. i.b.c. rationale per hypothese. duoque quadrata duarum linearum. a.b.z.b.c. piter accepta faciunt mediale. cujus virtus quadratum sit mediale per hypothesim et viii eoz coicans alij: duplum igitur superficie viius eaz in altera est coicans duobus quadratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficie et duobus quadratis et ipsu est quadratum totum. a.c. per quartam secundum est incomensurabile duplo superficie viius eaz in altera p. 9. huius cum itaque duplum superficie sit rationale erit quadratum. a.c. irrationale. ideoque et linea. a.c. quod est propositum. **C**Idem aliter: sit linea. d.e. rationale in longitudine cui adiungatur superficies. d.f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a.b.z.b.c. eritque superficies hec d.f. medialis cum virtutem quadratum sit mediale per hypothese. et viii eoz coicans alij quare per. 20. linea. d.g. est rationale in potentia tm: non coicans in longitudine linea. d.e. rursus ad linea. f.g. que est equalis. d.e. adiungat superficies. f.b. equalis duplo superficie. a.b.in.b.c. eritque f.b. rationale per hypothesim: quare per. 16. linea. g.b. erit rationale in longitudine: due itaque linee. d.g. et g.b. sunt potentialiter rationales et in ea tm coicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis copposita que est. d.b. est binomium et irrationale: quare p. 16. a destructione partis superficies. e.b. est irrationale. At quia per quartam secundum latus eius tetragonicum est linea. a.c. ipsa erit irrationale per diffinitionem quod oportuit demonstrari. **Propositio** .32.

Si due linee mediales potentialiter tantum comunicantes superficiemqz medialem continentur directe coniungantur tota linea erit irrationale diceturqz bimediale secundum. **C**Sint due linee. a.b.z.b.c. in continuo directuqz iuncte ut pponit

De Giromio in genere.

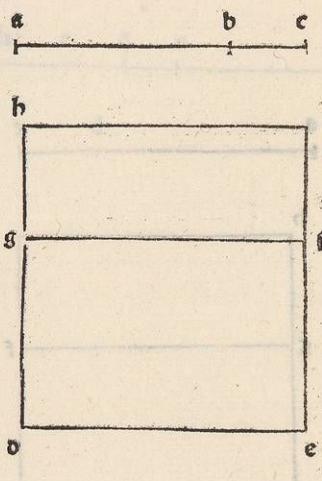
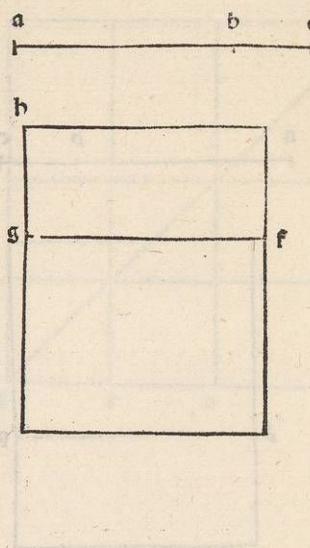
a ————— b ————— c



X

quas per. 26. contingit reperiri: dico totā. a.c. ex eis cōpositā esse irrōnalem et ipsa vocatur bimediale sc̄m. Esto enim linea. d.e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d.f. equalis duobus quadratis duas lineaz. a.b. 7.b.c. piter acceptis et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt cōcantia: et vtrūq; mediale: erit superficies. d.f. medialis quare per. 20. linea. d.g. que est eius latus sc̄m est rōnalis i potentia tñ: et linee. d.e. incomensurabilis in longitudine: cursus adiungat ad lineā g.f. que est equalis linee. d.e. superficies. f.b. equalis duplo superficie. a.b. in. b.c. erit q; criā superficies. f.b. medialis: erat enī per hypothesim superficies. a.b. i.b.c. media/ lis. ergo duplū eius cui est equalis. f.b. erit mediale per. 20. igitur est linea. g. h.ra/ tionalis in potentia tñ et incomensurabilis in longitudine linee. g.f. q; vero. a.b. z.b.c. sunt potentialiter tñ cōcantes erit p primā sexti et per sc̄dā ptem. 10. huīus superficies vnius in alterā incomensurabilis quadrato vtriusq;. At q; quadrata eaz cōcant per hypothesim: erit dicta superficies quare et duplū eius incōcans duob; qua dratis earū pariter acceptis: due ergo superficies. d.f. z.f.b. sunt incōcantes: p pri/ mam itaq; sexti et sc̄dā pte. 10. huīus erit linea. d.g. incomensurabilis linea. g.b. que cū sint rōnales in potētia: erit per. 30. tota linea. d.h. binomium et irrōnalis: cr go per. 16. a destructione pñtis erit superficies. e.b. irrōnalis. Et q; latus eius tetra/ gonici pcr quartā sc̄i est linea. a.c. sequitur per diffinitionē q; linea. a.c. sit irra/ tionalis: qd ppositū erat ostendere.

Propositio .33.



Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incomensu/ rabiles superficiēq; medialē continētes quaz ambo qdrata piter accepta sūt rōnale: tota linea erit irrōnalis diceturq; linea maior.

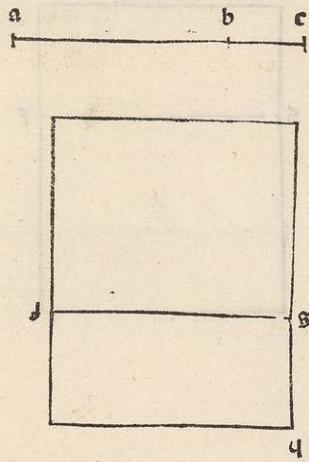
Sint due linee. a.b. z.b.c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut pponit: quas cōtingit ex. 27. repire: dico. a.c. ex eis cōpositā esse linea irratōnale et ipsa vocat linea maior. Lū enī ambo quadrata piter accepta sūt rōnale su/ perficies vero alteri⁹ in alterā quare et eius duplū medialis p hypothesim: erit totū ex duobus quadratis piter acceptis incōcans duplo superficie vnius in alterā. itaq; totū aggregatū ex duobus quadratis et duplo superficie et ipsū est equale quadrato a.c. per quartā sc̄i: erit p. 9. huī⁹ incomensurabile duobus quadratis. a.b. z.b.c. pi/ ter acceptis: per diffinitionē ergo ē quadratū linea. a.c. irrōnale et linea. a.c. irrōna/ lis qd ē propositū. Ide aliter sicut i pmissis ad linea. d.c. que sit rōnalis in longi/ tudine adiungat superficies. d.f. que sit equalis duobus quadratis duas lineaz. a.b. z.b.c. pariter acceptis eritq; rōnalis per hypothesim quare pcr. 16. latus eius sc̄m qd est. d.g. erit etiā rōnale in longitudine et cōcans linea. d.e. cursus ad linea. f.g. adiungatur superficies. f.b. equalis duplo superficie. a.b. in. b.c. eritq; medialis per hypothesiz: quare per. 20. linea. g.b. que est eius lat⁹ sc̄m ē rōnalis in potentia tñ: per. 30. igitur est linea. d.h. binomium et irrōnalis: ideoq; per. 16. a destructione con/ sequentis superficies. e.b. est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaz secundi est. a.c. ē irrationalis per diffinitionem: qd volumus ostendere.

Propositio .34.

k 4

LIBER

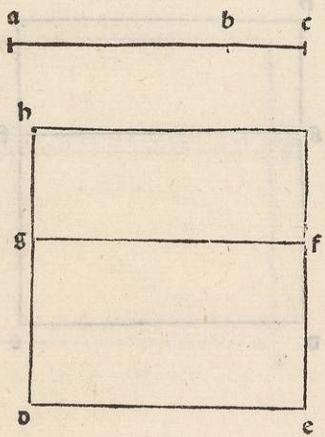
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incomensurabiles superficiemqz rationalem continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: tota linea erit irrationalis diceturqz potens in rationale et mediale.



Sunt ut in premissis due linee. a.b. et b.c. in continuo directumqz coniuncte quales pponit: et ipse sunt ex. 28. sumende: dico qz tota linea. a.c. ex eis cōposita erit irrationalis et illa vocatur linea potēs in rationale et mediale. Cum sit eni summae. a.b. in. b.c. rationalis per ypothesim. ideoqz et duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā secūdi et. 9. huius quēadmodū in premissis qz quadratū totius. a.c. sit incomensurabilis duplo superficie. a.b. in. b.c. p diffinitionē igitur ipsū est irrationale et linea. a.c. irrationalis qd ē propositū. Ide aliter: sit ut in premissis linea. d.e. rationalis in longitudine superficiesqz. d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaz lineaz. a. b. et b.c. crit qz medialis per ypothesim: p. 20. igitur: erit linea. d.g. rationalis in potentia tm̄ nō cōmunicans in longitudine linee. d.e. Sitqz superficies. f.h. adiuncta ad linea. g.f. equalis duplo superficie. a.b. in. b.c. critqz rationales per ypothe. et iō p. 16. latus ei⁹ sim quod ē. g.b. rationale in longitudine quare per. 30. linea. d.h. ē binominium et irrationalis; et superficies. e.b. per. 16. a destructione p̄ntis est irrationalis. Cum itaqz linea. a.c. sit eius latus tetragonicū: per quartā secūdi: sequit ut. a.c. sit irrationalis p diffinitionem: p̄stat ergo propositū.

Propositio .35.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incomensurabiles superficiemqz medialē cōtinentes quaz quadrata ambo piter accepta sit mediale duplo superficie vni⁹ in alterā incomensurabilem tota linea erit irrationalis dicetur qz potens in duo medialia.



Sunt quoqz due linee hic. a.b. et b.c. in continuo directūqz cōiuncte ut proponit que ex. 29. sumende sunt: dico qz linea. a.c. ex eis cōposita est irrationalis et ipsa dicit potens in duo medialia. Adiungatur eni ad linea. d.e. que sit rationalis in longitudine superficies. d.f. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a.b. et b.c. pariter acceptis: eritqz medialis per ypothesi⁹; quare per. 20. linea. d.g. erit rationalis in potentia tantū et incomensurabilis. d.e. linee rationali in longitudine. Kursus ad linea. g.f. que est equalis. d.e. adiungatur superficies. f.h. que sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā erit etiā ex ypothesi medialis quare per. 20. linea. g.h. erit rationalis in potentia tm̄. at qz per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incomensurabile duplo superficie vnius in alterā sequitur ut. d.f. sit incomensurabilis. f.h. quare p̄ primam sexti et secundam partē. 10. huius linea. d.g. est incomensurabilis. g.h. per 30. igitur est linea. d.h. binominium et irrationalis. itaqz superficies. e.b. est irrationalis et ei⁹ latus tetragonicum qd ē. a.c. ut in premissis: quare constat propositū. Si aut̄ duplex superficie. a.b. et b.c. non esset incomensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a.c. medialis. esset eni. d.f. cōmensurabilis. f.h. idcoqz linea. d.g. linea. g.h. tota igit̄. d.h. esset rationalis in potentia tm̄ et incomensurabilis in longitudine linea. d.e. per. 19. igit̄ esset superficies. e.b. medialis eiusqz latus tetragonicum qd ē. a.c. linea medialis. Ut aut̄ facilior fiat doctrina sequētiū premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

CSi aliqua linea per duo inequalia dividatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vni carū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.

CSit enī linea. a.b. divisa per duo inequalia in puncto. c. sitqz maior. portio. c.b. de qua sumatur. c d. equalis. a.c. dico q̄ quadrata duarū linearum. a.c. t.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato linee. d.b. nam quod fit ex. a.c. in. c.b. bis cum quadratis duarum linearū. a.c. t.c.b. est equale ei quod fit ex. a.c. in. c.b. quater cum quadrato. d.b. eo q̄ vtraqz hec equalia sunt quadrato linee. a.b. primum quidem per quartam secundi scdm vero per. 8. eiusdem. Demptis itaqz vtrūqz equalibus videlicet eo qd fit ex. a.c. in. c.b. bis erūt residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duarū linearū. a.c. t.c.b. de secundo vero quod fit ex. a.c. in. c.b. bis cum quadrato. d.b. equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q̄ si aliqua linea per duo inequalia dividatur quadrata ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficii vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.

CSi aliqua linea per duo inequalia. itemqz alia duo inequalia dividatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtraqz ē sectiones et quadruplum eius qd fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium et punctum quod dividit totam lineam per equalia.

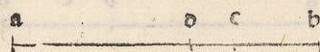
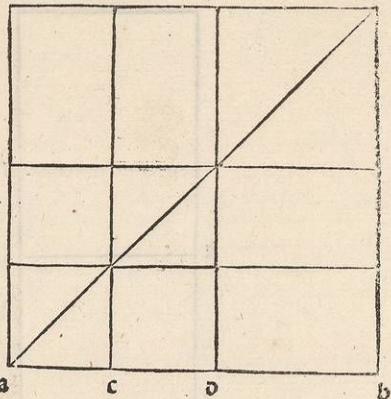
CSit linea. b. divisa per duo inequalia in puncto. c. itemqz per alia minus inequalia in puncto. d. rursus per equalia i.e. dico q̄ quadrata duarū partium magis in equalium que sunt. a.c. t.c.b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt. a.d. t. d.b. quantum est duplum quadrati linee. c.d. et quadruplum eius quod fit ex. c.d. in. d.e. sunt enim per. 9. secundi quadrata duarum linearum. a.c. t.c.b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum. b.c. t.e.c. pariter acceptis. at per eandem. 9. secundi quadrata duarū linearū. a.d. t. d.b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarū linearum. b.e. t.e.d. pariter acceptis: itaqz quadrata duarum linearum. a.c. t.c.b. pariter accepta excedit quadrata duarum linearum. a.d. t.d.b. pariter accepta in eo quo duplū quadrati linee. c.e. excedit duplum quadrati linee. d.e. hoc autē per quartam secundi est duplum quadrati linee. c.d. et quadruplum eius quod fit ex. c.d. in. d.c. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q̄ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt carū quadrata pariter accepta majora: et hoc ē propter quod istud premisimus.

Propositio .36.

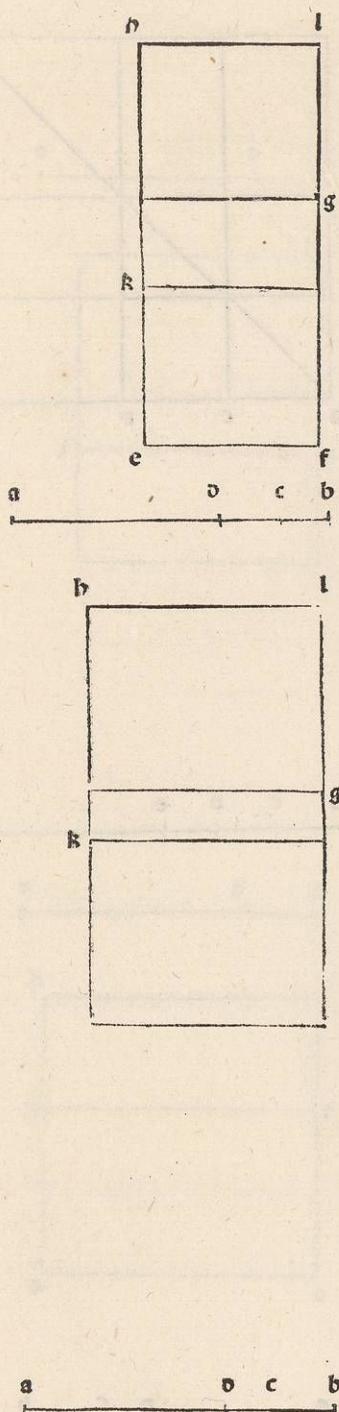
In alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum et nominatum est binomium dividim̄ impossibile est.

CSit linea. a.b. binomium eritqz ex. 30. composita ex duabus lineis in potētia tñ rōnali⁹ cōicantib⁹ q̄ sint. a.c. t.c.b. dico q̄ ipossible ēā dividī i alias duas lineas sub hac dione videlicet q̄ ipsi sint potētia tñ rōnales cōicantes: si enī pōt dividat i.a.d. t.d.b. q̄ sint potētia rōnales tñ cōicantes. Esto quoqz linea. e.f. rōnalis in lōgitudine cui adiungat superficies. e.g. que

Nota hoc, est namqz utile



LIBER



sit equalis quadratis duas lineaz. a.c. z.c.b. pariter acceptis et superficies. f.b. que sit equalis quadrato lince. a.b. eritqz superficies. e.g. rōnalis eo q̄ vtrūqz quadra toz lineaz. a.c. z.c.b. pariter acceptis est rōnale per hypothesim et superficies. g.b. medialis per. 19. qm̄ ipsa est equalis duplo superficie. a.c. i.c.b. p̄ quartā scđi. Sit igit̄ rursus superficies. f.k. eq̄lis quadratis duas lineaz. a.d. z.d.b. pariter acceptis que cū sint diuerte a duabus lineis. a.c. z.c.b. erit per scđm pdemonstratorz antecedentium superficies. f.k. diversa a superficie. e.g. eaz ergo differētia sit. k.g. eritqz p̄ q̄rtā scđi excessus superficie. f.b. sup. f.k. qui sit. k.l. eq̄lis duplo ei⁹ qđ sit ex. a.d.i. d.b. z ppter hoc erit etiā superficies. f.k. rōnalis. et superficies. k.l. mcdial: itaqz superficies k.g. cum ipsa sit differentia duarū superficiez rōnalium que sunt. e.g. z.f.k. erit rationalis. Non enī differt rationale a rōnali nisi in rōnali. et hoc dico diffinitione et 9. huius hoc p̄firmantibus. Eadē quoqz cū ipsa sit differentia duas superficerum medialium que sunt. g.b. z.k.l. erit irrationalis per. 22. quod est impossiblē.

Propositio .37.

Bimediali primo fm terminū suum in duas lineas mediales diiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

C sit quoqz bic linea. a.b. bimediale primū divisa i duas lineas mediales potentia tantum cōcantes superficiemqz rōnalem continent: ex quibus. 31. asserit ea cōponi que sint. a.c. z.c.b. dico qđ impossible est eam diuidi in alias duas lineas sub eaz diffinitione. Qđ si possibile fuerit diuidam eā in puncto. d. assumptaqz linea rōnali. e.f. adiungatur ei. e.g. equalis duobus quadratis duas lineaz. a.c. z.c.b. et superficies. f.b. equalis quadrato. a.b. et superficies. f.k. equalis quadratis duas lineaz. a.d. z.d.b. eritqz per quartā scđi. g.b. eq̄lis duplo superficie. a.c. i.c.b. z per eandē erit. k.l. equalis duplo superficie. a.d. in. d.b. propter hypothesim quoqz erit vtraqz duas superficiez. e.g. z.k.f. medialis et vtraqz duas lineaz. g.b. z.k.l. rōnalis. hoc autē impossibile: esset enī per primū superficies. k.g. irrōnalis ex. 22. per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione et 9. qđ est incōueniens.

Propositio .38.

Bimediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

C sit vt prius linea. a.b. bimediale scđm divisa i duas lineas. a.c. et c.b. mediales: potentia tantuz communicantes superficiemqz medialem continent: ex quibus. 32. proponit eam componi: dico qđ impossible est eam diuidi sub earum diffinitione i alias duas: Sin autem dividatur in. d. sintqz vt prius superficies. e.g. f.b. z.f.k. adiuncte ad lineā rōnalem. c. f. erit qz per presentes hypotheses vtreqz superficies. e.g. z.g.b. mediales quare p. 20. vtraqz duas lineaz. f.g. z.g.l. erit rationalis in potētia tantū nō cōcās i longitudine linee. e.f. At qz due linee. a.c. z.c.b. erūt incōmensurabiles in longitudine: sequitur per primā sexti et per scđam ptē. 10. huius qđ vtrūqz qdratorz lineaz. a.c. z.c.b. sit incōmensurabile superficie vni⁹ i alterā: cūqz dicta qdrata cōcēt: ex hypothesi sequit̄ vt ambo qdrata ppter accepta sint incōmensurabile superficie vni⁹ i alterā. ideoqz et ei⁹ duplo: quare superficies. e.g. incōmensurabilē superficie. g.b. z linea. g.f. linea

X

g.l.per primā sexti et scđam pte. 10. huius: itaq; per. 30. linea. f.l. ē binomium dñi/
sa sū terminū i pñcto. g. **C**odēq; mō p̄babit ipsā binomiu ēsse medianib;
supficiebus. e.m. z.m.b. diuisam scđm sū terminū in pñcto. m. qđ est impossibi
le p. 36. Nō enī pōt dici qđ linea. f.l. diuisa sit ad puncta. g. z.m. in partes consiles
sic enī esset linea. f.m. equalis. g.l. sed ipsa ē maior linea. m.l. ut pater ex p̄mo pre/
missor antecedentū b° et p̄ma sexti cū. e.m. superficies sit maior. b.m. superficie: bu
ius aut̄ demōstrationis modus potest esse cōis. 37. ceterisq; eam sequentibus.

Propositio .39.

Linea maior nisi in duas lineas tantū ex quib; constat sub
earum termino diuidi non potest:
Cit quoq; hec linea maior. a.b. diuisa ad punctū. c. i duas lineas
potentialiter incomensurabiles superficiēq; medialē cōtingentes quarū
ambo quadrata pariter accepta sint rōnale: ex talibus enī cōponitur
ut affirmat. 33. dico qđ impossibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac
diffinitione ipsā diuidi qđ si pōt. sit hic ad. d. maneant sub his eadē figura eademq;
yptohesēs que prius z arguit quēadmodū in. 36. superficiē. g. k. esse rationalē z irra/
tionalem: qđ est impossibile.

Propositio .40.

Linea potens in rōnale z mediale nisi in suas duas lineas
tantum sub termino suo non diuiditur.
Hec quoq; 40. manentibus prioribus figura z positionibus exce/
ptoq; ipsa linea. a.b. diuidatur in punctum. c. i in illas duas lineas ex
quibus. 34. dicit eā cōponi probabit: quēadmodū. 37. Si autē aliter
fuerit qđ proponat erit superficies. k.g. rōnalis z irrōnalis: qđ esse non potest.

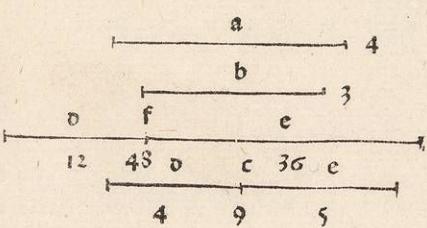
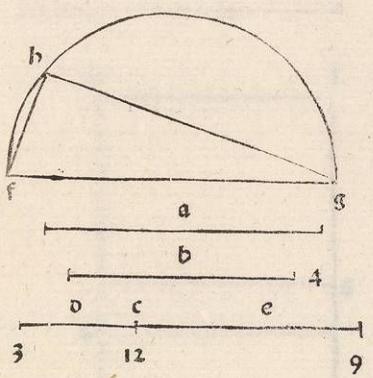
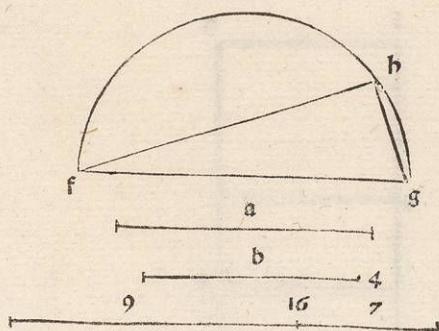
Propositio .41.

Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas
sub termino eaꝝ ex quibus coniuncta est: sed in suas tantū
duas ex quibus componitur est diuisibilis.

Hec enī. 41. diuisa linea. a.b. ad punctum. c. i eas ex quibus. 35. af/
serit eam componi ceterisq; ut supra tam figura qđ positionibus ma/
nētib; pbāt sicut. 38. nā dato opposito p̄posito. Seq̄t oppositū. 36. qđ ē impossibile
Cit fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto q/
drati linee cōicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadez lō/
gior linee posite rōnali cōicans ipsuz: vocabit binomiu primū. Si ve
ro breuior posite rōnali cōmunicet dicebit binomiu scđm. Qđ si neu
tra portionū eiꝝ posite rōnali cōicet appellabit binomiu tertiu. Itē
si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu
ius linee ipsi longiori incomensurabilis i lōgitudine fueritq; lōgior por
tionū posite linee rōnali cōicas i lōgitudine ipsū nūcupabit binomiu
binomiu quartū. Si vero breuior posite rōnali cōicet i longitudine
quintū noiabit. Si aut̄ neutra portionū eiꝝ posite rōnali cōicet i lōgi
tudine erit binomiu sextū. **P**ropositio .42.

Binomiu primū innenire. **C**it. a. linea rōnalis posita: sumātq;
duo numeri qđrati. b. z. c. quoq; c. sit diuisibil i qđrati qui sit. d. z i
nō quadratum qui sit. e. ponatq; p̄portio quadrati linee. a. ad qđra
tum linee. f. g. sicut numeri. b. ad numerz. c. eritq; ex scđa pte. z. linea

LIBER



f.g. cōmunicans linee. a.rōnali posite i longitudine: super eā igitur lineetur f.g. b; semicirculus: sitqz pportio quadrati linee. f.g. ad quadratū linee. f.b. sicut. c.ad. d et ducatur linea. g.b. dico ergo duas lineas. f.g. et g.b. directe cōiunctas cōponere binomium primum. Est enim linea. f.g. que est longior potentior. linea. g.b. que est breuior. in quadrato linee. f.b. per. 30. tertij et penultimā primi: coicat autem linea. f.b. linea. f.g. in longitudine per scđam ptem. 7. cum proportio quadratorum ipsaqz. f.g. et f.b. sit sicut numeroz quadratoz qui sunt. c. et d. linea vero. g.b. conuincitur esse rōnalis in potentia tm̄: non cōicans linee. f.g. in longitudine. ideoqz neqz linee. a.rōnali posite: cum sit enim quadratum linee. f.g. ad quadratū linee. f.b. sicut numerus. c. ad numerz. d. erit per eversam pportionalitatē quadratum linee. f.g. ad quadratū linee. g.b. sicut numerus. c. ad numerum. c. cum itaqz. c. sit numerus quadratus. e. vero nō qdratus: seq̄ per vlf. ptem. 7. ut linea. g.b. sit in cōmensurabilis linee. f.g. in longitudine: relinquī igitur ipsam. g.b. cſſe rōnale in potentia tm̄ et a dione lineas. f.g. et g.b. cponere binomiu p̄mū: qd erat iueniēdū.

B Inomium secundum reperire. **Propositio .43.**
C Sit ut prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadrat⁹ c. vero sit numerus nō quadratus divisibilis in. d. nō quadratum et e. quadratū. ita tm̄ q̄ prop̄tio totius. c. qui est nō quadratus ad. d. qui est etiā non quadratus sit sicut numeroz quadratoz: talis autem numerus est. 12. et. 48. divisibilis enī est. 12. in. 9. quadratū numerz et. 3. non q̄drat⁹: estqz. pportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quoqz vterqz quadratus codē mō. 48. divisibilis est in. 36. et. 22. Tales aut̄ numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoqz sit vnitate minor: cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritqz ex prima incidentium noni. b. diff̄erentia. d. ad. c. ducatur idē. a. in. c. et pueniat. e. eritqz. e. quadratus ex prima pte coroll. scđi noni eo q̄ vterqz numerorum a. et. c. est quadratus per ypothesiz: fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritqz. f. qualē querim⁹ est enim ex vltima parte predicti coroll. numerus. f. non quadrat⁹: eo q̄. d. numer⁹ sit nō q̄drat⁹. Si enī. d. numer⁹ esset q̄drat⁹: esset quoqz. b. q̄drat⁹ ex. 2. pte eiusdē coroll. 2. noni et ex. 22. octauii: et qr. a. ē quadrat⁹ esset p. 16. eiusdē: tertius continuo pportionalis inter. a. et. b. qd ē impossibile cū sint sola vnitate distātes: nō est igit̄. d. quadratus quare nec. f. est enim. f. equalis. d. et. e. qm̄ cum. b. sit differentia. d. ad. c. vt patet ex premissis: erit per p̄mam incidentium noni qd fit ex. a. in. d. equū his que sunt ex. a. in. b. et in. c. et quia ex. a. in. b. sit. d. et in. c. sit. e. sequitur ut. d. sit dif̄erentia. f. ad. e. et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Lūqz vterqz duoz numerorum. e. et. c. sit quadratus manifestū ē numerz. f. ēē qualē volumus. ē enī non q̄drat⁹ divisibilis i. d. nō q̄dratū et. e. qua/ dratū: cui⁹ pportio ad. d. ē sicut q̄drati ad q̄dratū videlz. e. ad. c. cetera oia sint ut pri⁹: dico q̄ linee. f.g. et. g.b. cponū binomiu scđm. cū enī sit q̄dratū. a. ad q̄drat⁹. f.g. sicut. b. ad. c. rursusqz quadratum. f.g. ad quadratum. g.b. sicut. c. ad. c. erit per equā proportionalitatem quadratum. a. ad quadratū. g.b. sicut. b. ad. e. cū igū vterqz duoz numeroz. b. et. e. sit q̄drat⁹ erit p̄ scđam p̄tē et linea. g.b. cōmūcās in longitudine linee. a. rationali posite: de linea vero. f.g. constat q̄ ipsa sit rationalis in potētia tm̄ nō cōmunicans linee. a. rōnali posite in longitudine p̄ vltimā partem. 7. que cum sit potentior linea. g.b. in linea. f.b. per. 30. tertij et penultimā primā: cōmunicet aut̄ linea. f.b. linea. f.g. in longitudine p̄ scđam p̄tē. 7. eo q̄

eoꝝ quadrata sunt in pportione numeroꝝ.c. et d. quoꝝ est proportio sicut numeroꝝ quadratorꝝ per ypothesim: constat ppositū. Aliiter quoꝝ idem est linea.g.b communicans a rationali posite in longitudine quā facile est innenire sitqz. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratū. d. et non quadratū. e. sitqz pportio qua drati linee. g. b. ad quadratū linee. f. g. sicut numer⁹. e. ad numer⁹. c. eritqz. f. g. in cōmensurabilis linee. g. b. in longitudine per ultimā ptem. 7. et potentior ea i qua drato linee. f. b. cui cōicat in longitudine: primo per conuersa deinde per eversam proportionalitatē: et per scđam pte. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. et g. b. cōponunt binomium scđm.

Propositio .44.

Binomium tertium inuestigare. **B**inomiuꝝ quoꝝ tertii sic reperit: posita ut priꝝ linea. a. rōnali i lō gitudine fit. b. numerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in qua dratum. d. et non quadratū. e. cetera oia sunt vt prius: dico q̄ due li nee. f. g. et g. b. cōponunt binomiuꝝ tertii: neutra enī eaꝝ est incom mensurabilis in longitudine linee. a. rōnali posite sed vtraqz incōmensurabilis. f. g quidē per ultimā ptem. 7. b. g. vero per equā pportionalitatem et ultimā partē. 7. Est enī p equā pportionalitatē quadratū linee. a. ad q̄dratū linee. g. b. sicut numerus. b. ad numer⁹. e. medianib⁹: hinc quidē quadrato linee. f. g. inde vero numero c. numeri autē. b. et e. nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratorꝝ: cū. b. sit numer⁹ primus. si enī essent in proportione numeroꝝ quadratorꝝ: necesse esset p. 16. octauū et octauā eiusdē: tertii eis in cōtinua proportionalitate interesse. esset igitur per. 17 eiusdē numerus. b. supficialis qđ ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensurabilis est itaqz linea. g. b. linea. a. rōnali posite ex ultima pte. 7. qz ergo linea. f. g. potentior ē linea. g. b. in quadrato linee. f. h. ex. 30. tertij et penul. primi que cōicat ei in longitudine ex scđa pte. 7. ex diffinitione binomij tertij: p̄ nostra intentio

Inomium quartum scrutari. **P**ropositio .45.

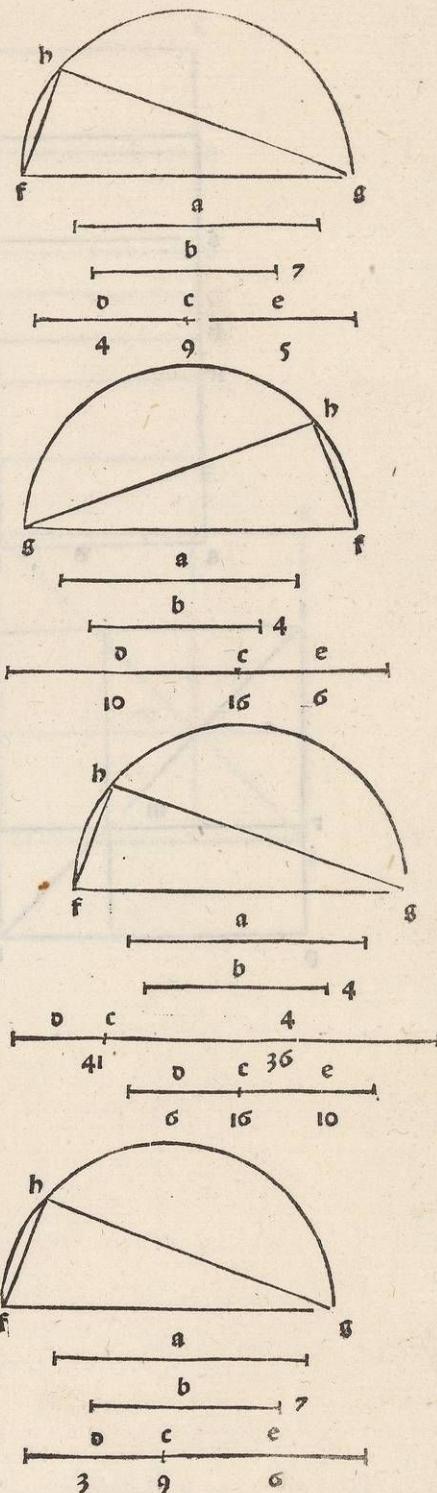
In inuentione binomij quarti eodē modo procedendū ē sicut in in uentione primi. excepto q̄ q̄dratus numerus. c. diuidat in duos nō q̄dratos qui sunt. d. et e. cetera oia negocienda sunt hic ex diffinitione binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Inomium quintum querere. **P**ropositio .46.

Huius inuentio sic ē sicut binomij scđi: excepto q̄ numer⁹. c. nō q̄ dratus diuidet in. d. nō quadratū et e. quadratū. ita tamē q̄ ppor tio. c. ad. d. nō sit sicut numeri q̄drati ad numer⁹ q̄dratū: Cetera oia sūt hic p̄quirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scđi. vel pone q̄ linea. g. b. sit cōicas linee. a. rōnali posite i longitudine: et pone numer⁹. c. quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt. d. et e. pone itaqz pportionē q̄drati linee. g. b. ad q̄dratū. f. g. sicut numeri. e. ad numer⁹. c. deinde astrue ppositū ex ultima parte. 7. et p̄niib⁹ ypothesib⁹ et conuersa et eversa pportionibus et iterū ex ultima parte. ex diffinitione binomij quinti.

Propositio .47.

Abinomio sexto demū oportet inlistere. **B**inomiuꝝ sextū sicut tertii scrutadū ē et tñ erit hic nūer⁹ q̄drat⁹. c. diuis⁹ i duos nō q̄dratos. d. et cetera ut ibi eritqz ex dione binomii. s. linea qz cōponūt



LIBER

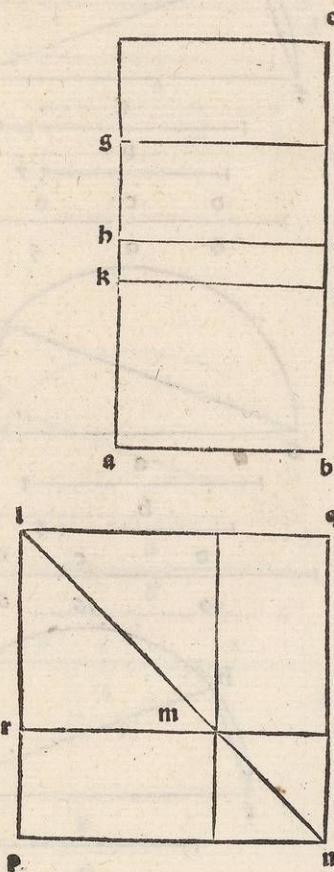
f.g.z.g.b.sibi inuicem directe cōiuncte binomiū sextū:qd ē ppositum inuenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta: latus qd super eam potest binomium eē necesse est:
Cū sit superficies.a.c.contenta linea rōnali.a.b.z binomio primo q; sit.b.c.dico q; latus tetragonici superficieci. a.c. ē binomiū: Sit enī punctus.d.cōmunis termin⁹ duarū portionū binomij primi:b.c.cu
 ius maior portio sit.b.d.eritq; rōnalis i longitudine ex diffinitione:z cōmensura/
 bilis linee.a.b.rōnali posite. Dividatur item minor portio que est.d.c.per equa/
 lia ad punctū e.lineaq;.d.b.dividat sub ea conditione ad punctū f. qd inter par/
 tes eius que sūt.b.f.z.f.d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat
 in.13. dictum est: ducantur autē linee.c.g.d.b.f.k. equidistantes linee.a.b.z quia
 ex diffinitione binomij primi linea.d.b.est potentior linea.d.c.in quadrato linee
 sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scđa parte.13.q; due linee.b.f.z.f.d.
 sint cōcantes: per.9. igitur est vtraq; eaꝝ cōmunicans toti linee.b.d.quare p diffi/
 nitionē ambe sunt rōnales in longitudine. ideoq; per.15.vtraq; duarū superficieci
 a.f.z.f.b.est rōnalis: describatur itaq; quadratū.l.m.cuius latus.l.r.equale sup/
 ficei.a.f.cui circūponatur gnomō protracta dyagonalī.l.m.n.ad eam quantitatē
 qd ipsius gnomonis quadratū: qd sit.m.n.sit equale superficieci.f.b.duoq; ei⁹ sup/
 plementa sint.p.m.z.m.q.que necesse est esse equalia duabus superficiebus. d.g.et
 g.c.qd sic collige:cū enim sit linea.d.c.medio loco pportionalis inter lineas.b.f.z
 f.d.erit superficies.d.g.ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies
 a.f.z.f.b. quare z inter quadrata.l.m.z.m.n.z quia supplementū p.m.est etiam
 medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut.p.m.sit
 equalis.d.g. ideoq; m.q.g.c. igitur linea.l.p.est latus tetragonici superficieci.a.c.
 hanc lineā dico esse binomiū: cū sint enī ambo quadrata.l.m.z.m.n.rationalia
 erunt ex diffinitione due linee.l.r.z.r.p.potentialiter rōnales. Est autem per pri/
 mam sexti.a.f.ad.d.g.sicut.b.f.ad.d.c.sed.b.f.est incōmensurabilis.d.c.f.qz.b.f
 est.ationalis simpliciter vt probatum est.d.c.vero quia cōcat in longitudine.d.e
 rōnale in potentia tantum eritq; ipsa rōnalis in potentia tantū per.18.qd ex pmissis
 ypothesibus manifestū est itaq; per scđam ptē.10.supficies.a.f.est incōmensu/
 rabilis superficieci.d.g. igitur z quadratum.l.m.supplemento.p.m.quare p primā
 sexti z scđam ptē.10.linea.l.r.c incōmensurabilis linee.r.p.ex.30. igit̄ pstat linea.l.p
 esse binomiū qd erat monstrandū.

Propositio .49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioq; secūdo cō/
 tenta:latus eius tetragonicum erit bimediale p̄imum.
Cū sit eadem figura eademq; ypotheses q; in premissa: eritq; ex diffi/
 nitione binomij secundi linea.d.c.rationalis in longitudine: quare
 per.15.vtraq; duarū superficieci.d.g.z.g.c. ideoq; et duo sup/
 plementa.p.m.m.q.erit rationalis: linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tan/
 tum:et diuisa in duas lineas cōmunicantes.f.d.et.b.f.ex diffinitione binomij
 secundi z premissis ypothesibus z secunda parte.13.per.19. igitur erit vtraq; duarū
 superficieci.a.f.z.f.b. ideoq; z vtrūq; quadratoz.l.m.z.m.n.medialc: itaq; ambe



linee.l.r.z.r.p.sunt mediales in potentia quoqz cōmunicantes:nā cum linea.b.f.
cōicet linee.f.d.sequitur ut.a.f.ōmunicet.f.b.quare quadratū.l.m.quadrato.m.
n.ideoqz z linea.l.r.linea.r.p.in potentia:in longitudine autē non cōmunicat:qmī
vna earum ad alterā est sicut.l.m.ad.m.p.Lum igitur.l.m.nō ōmunicet.m.p.co
q altera medialis videlicet.l.m.altera vero rōnalis videlicet.m.p.sequitur ut.l.r
nō cōmunicet in longitudine.r.p.qz igitur ipse continent superficiem rationalem
que est.m.p.ōstat lineam.l.p.ex.31.buius esse bimediale primum.

Propositio .50.

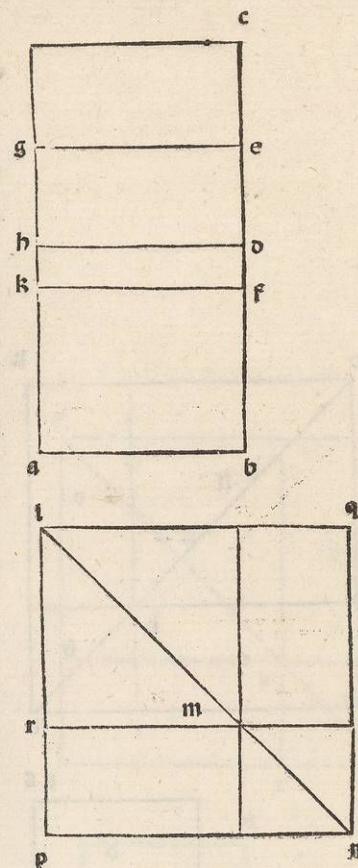
SI binomio tertio ac linea rationali superficies contineantur linea in eam potens erit bimediale secundum.
Dispositio et hypotheses maneat ut supra. Eritqz ex his ypothesibus et definitione binomij tertij z.19.vnaqueqz quatuor superficiem in quas divisa est superficies.a.c.medialis: quare vtrūqz duoz quadra
toz.l.m.m.n.z vtrūqz duoz supplemetoz.p.m.z.m.q.erit etiā mediale vtraqz
igitur duaz linearū.l.r.z.r.p.erit medialis.z cū due superficies.a.f.z.f.b.sint cō
municantes eo qz due linee.b.f.z.f.d.sint cōmunicantes per secūdā partē.13.erūt
due linee.l.r.z.r.p.cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō:qz superficies
l.m.non cōicat cū superficie.m.p.co qz necqz.a.f.cōicat cum.d.g.Nam linea.b.f.
nō cōmunicat cum.d.e.cum igit ipsi continant superficiem medialem que est.p.m
cōstat ex.32.linea.l.p.esse mediale scđm:quod est propositum.

Propositio .51.

SI linea rationali binomioqz quarto superficies contineatur:que in eā superficiem potest est linea maior.
Luctis ut in premissis manētibus erit ex ypoth. et definitione bi
nomij quarti z.19.vtraqz duaz superficiez.d.g.z.g.c.quare et vtraqz
duaz.p.m.z.m.q.medialis duoqz quadrata.l.m.z.m.n.pariter ac
cepta rōnale co qz superficies.a.d.ē rōnalis per definitionē binomij quarti z.15.
Et quia.d.b.videt̄ in punto.f.in duo incōitantia per scđam partē.14.erit super
ficies.a.f.incōmensurabilis superficie.f.b.Ideqz z quadratum.l.m.quadrato
m.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineat
superficiem mediale.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale
ōstat per.33.linea.l.p.esse lineam maiore quod erat monstrādum.

Propositio .52.

SI fuerit superficies linea rationali atqz binomio quinto
contenta quecunqz in eam linea potens petens in ratio
nale et mediale esse ex necessitate conuincitur.
Nec in hac quoqz ē aliquid ex priorum dispositione et positionib⁹
mutandū:eis enī manētibus erit ex his que posita sunt in defini
tione binomij quiti z.15.vtraqz duaz superficiez.d.g.z.g.e.quaz vtraqz duaz.p.
m.z.m.q.rōnalis totaqz.a.d.quare et duo qdrata.l.m.z.m.n.piter accepta me
dialis ex.19.cūqz ex scđa pte.14.sit linea.f.b.icōmensurabilis linea.f.d.iōqz superfici
es.a.f.supficiet.f.b.z qdratū.l.m.qdrato.m.n.erit linea.l.r.icōmensurabilis i potē
tia linea.r.p.at qz ipse continet superficie rōnale.p.m.z eaqz qdrata abo piter accepta
sunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.esse potentem in rationale et mediale:quod
promissum est.



Propositio .53.

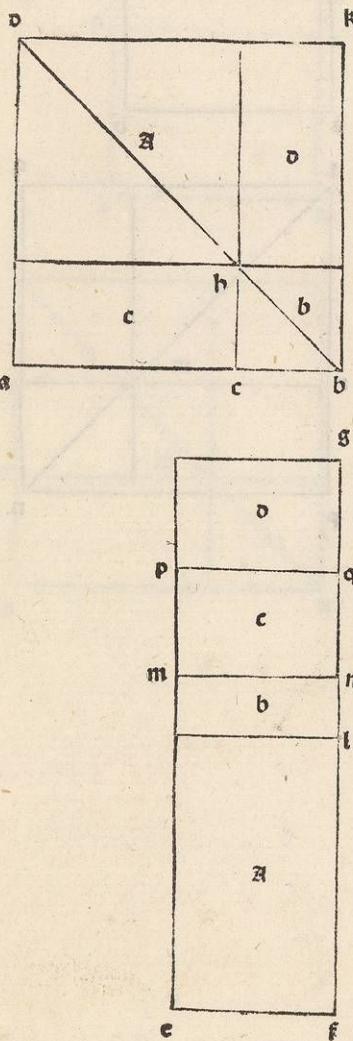
Si binomio sexto lineaqz rōnali superficies' contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

Thec. 53. adhuc te sustinet ociali a pingendo figurā: contenta enī est premissis dispositione & positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis & dispositione. i. diffinitione binomij postremi z. 19. quālibet ex superficiebus. a. d. z. d. g. z. g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. z. m. n. pariter accepta z. p. m. z. m. q. esse mediale. Linqz. b. f. z. f. d. propter qd. a. f. z. f. b. ideo qz. l. m. z. m. n. sint incommensurabiles crunt due linee. b. c. z. r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumqz ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd. est duplo superficie vnius in alterā incommensurabile: qd. ex eo probatur q superficies. b. b. ē incommensurabilis superficie. h. c. propter hoc q linea. d. b. ē incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. li neam. l. p. esse que potest in duo medialia.

Propositio .54.

Si linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scđm binomij primū esse conueniet.

Thec sex sequentes conuerte sunt sex precedentium per ordinē hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea. a. b. binomij diuisa ad punctū. c. in duas lineas. a. c. z. c. b. sūm suam diffinitionē aut termini eiusqz. a. b. quadratum sit. b. d. sitqz linea. e. f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. c. g. equalis quadrato. b. d. dico q latus scđm: huins superficie quod ē linea f. g. ēst binomij primū. Dividatur enī quadratū. b. d. in duo quadrata. b. h. z. b. d. que sint quadrata duarum portionuz binomij: z in duo supplementa. a. b. z. h. k. quorum vtrūqz continetur sub duabus portionibus binomij: eritqz ex diffinitione binomij que habetur per. 30. vtrūqz istoz quadratorū rōnale. z per. 19. vtrūqz supplementū mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscindatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. b. z. l. m. equalis quadrato. b. b. z. n. p. equalis vni duorū supple mentorum. a. b. vel. b. k. eritqz. p. g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea. n. q. ēst equalis linee. q. g. ex premissis aut manifestū est q vtraqz duarū superficierum. e. l. z. l. m. z. iō tota superficies. e. n. ēst rōnalis. Et vtra qz duarum equalium. n. p. z. p. g. z ideo tota. m. g. medialis: quare per. 16. vtraqz duarum linearū. f. l. z. l. n. z tota linea. f. n. rōnalis in longitudine: z linee. e. f. rationali posite cōmensurabilis: z per. 20. vtraqz duarū. n. q. z. q. g. z tota. n. g. rationalis in potentia tantum incommensurabilis linee. m. n. z ideo linee. e. f. sibi eq̄li z per consequēs z linee. f. n. in longitudine: Si igit̄ linea. f. a. que est maior linea n. g. vt ex primo duoz antecedētiū. 35. demonstrationi subiunctōnū z prima sexti apparer: fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam. f. g. ēē binomium primū. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. b. z. b. b. sit per primā sexti superficies. a. b. medio loco proportionalis: cōfūncit ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. ēst inter superficies. e. l. z. l. n. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. ēst in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. z. l. n. qd. igit̄ sit ex. f. l. in



I.l.n.est quantū qd ex. n.q.in se per. 16.sextri:ideoqz per. 4.scōi quantū quarta ps quadrati linea.e.n.g. Itaqz per primaz pte. 13. cum linea.f.n.dividatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linea. n.g. ita q ad cōplendā totam lincam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit f.n potentior.n.g.in quadrato linea sibi cōmunicantis in longitudine:constat ergo propositum.

Proposito .55.

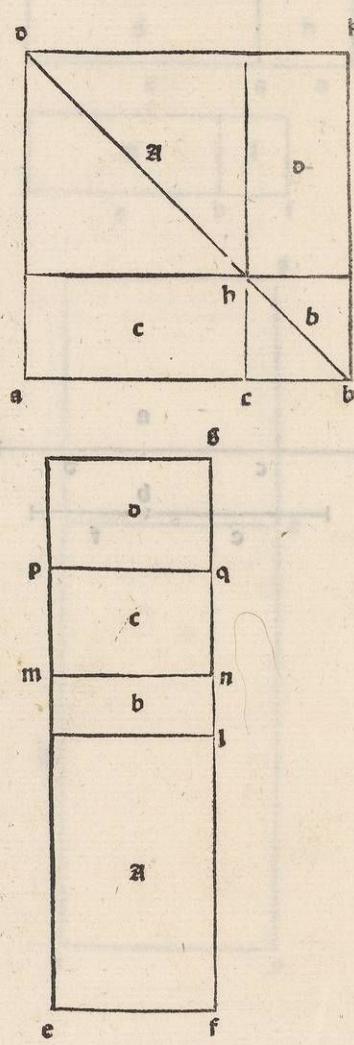
Slinee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat lat² ei² reliquū biōmū scōm eē oportebit
C sit linea.a.b.bimale primū divisa ad punctum.c. scōm suum terminū. L etera aut̄ sint ut prius:dico linea.f.g.esse binomium scōm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q ptes bimediales primi conti/ nent superficiem rōnalem & superficies tres.e.l.l.m. & rota.e.n.mediales cōicantes eo q portiones bimediales primi sunt linea mediales potentia tñ cōicantes ex. 31 per. 16. igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linea.e.f. rōna li posite. & per. 20. linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maio; linea. n.g. ex primo duoz antecedentū demonstrationi. 35. adiunctoz & prima. 6. ea que po tentior quadrato linea cōmunicantis secū in longitudine ex. prima pte. 13. erit a dif finitione linea.f.g.binomium scōm quod est propositum.

Proposito .56

Cum adiuncta fuerit linea in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scōi lat² ei² secundum binomium tertium esse necesse est:
C si fuerit linea.a.b.bimale scōm divisa per terminum suum ad punctū.c. reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g.binomium tertium. Erit eni ex. 32. & nostris positionibus vtraqz superficies.e.n. & m.g. me dialis:quare per. 20. vtraqz duaz lineaꝝ f.m. & n.g. erit rōnalis in potentia tñ. at qz bimedialis scōi partes sunt cōicantes in potētia tñ erit superficies.e.l.cōicans superficiei.l.m. & iō linea.f.l.linee.l.n.potentior:ergo ē p' primā partē. 13. f.n. qz sit n.g.in quadrato linea sibi cōicantis in longitudine. Lūqz sint superficies.a.b. & qua dratū.b.b. incōmensurabilia eo q linea.a.c. & c.b. incōmensurabiles: ideoqz & am bo quadrata pariter accepta ambobus supplementis ppter acceptis. eo q quadra ta sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplementa quoqz cū sibi inuicē sint eq̄lia:seq̄ vt superficies.e.n.sit icōmensurabilis superficiei.m.g. & iō linea.f.n.linee.n.g. q diffinitio ne igī ē linea.f.g.binomii tertii qd ē ppositū.

Proposito .57.

Slinee rōnali rectāgulū equū qdrato linea maioris adiū gat altez se cōtinentum laterum erit binomium quartum
C si bec quoqz fuerit linea.a.b.linea maior divisa scōm terminū su um ad punctū.c. cunctaqz reliqua non fuerint aliter qz prius:erit linea.f.g. binomii quartū. Lū eni sint ambo quadrata portionū linea maioris ppter accepta rōnale erit superficies.e.n.rōnalis: ideoqz per. 16. linea.f. n.rōnalis in longitudine cōicans linea.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g. erit medialis ppter illud q portiones linea maioris cōtinēt superficie medialē. itaqz per 20. linea.n.g. ē in potētia rōnalis tñ: & qz etiā portiones prefate lineaꝝ a. b. sūt po tentialiter incōmensurabiles superficies.e.l. incōmensurabilis erit l.m. ideoqz linea f.l.linee.l.n. igitur per p'rimā partē. 14. linea.f.n.est potentior linea. n.g. i qdrato



LIBER

linee sibi incomensurabilis: ex diffinitione igitur est linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio .58.

Si linee rationali quadrato linee potentis supra rationale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

CProposita linea. a. b. ea que pot supra mediale et rationale divisa bin eius diffinitione ad punctum. c. nihil imutet de reliquis. sequiturque linea f. g. esse binomium quintum. Cum enim pars huius lineae. a. b. continetur rationale superficie necesse est ut superficies. g. m. ideoque p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huic linea piter accepta sint mediale erit superficies. e. n. medialis et per. 20. linea. f. n. rationalis in potentia tunc. atque portiones predictae linee sunt incomensurabiles in potentia: erit superficies. e. l. incomensurabilis superficie. m. l. ideoque et linea. f. l. linea. l. n. potentior igitur est per primam partem. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linea sibi incomensurabilis: per diffinitionem itaque binomij quinti concludit propositum.

Propositio .59.

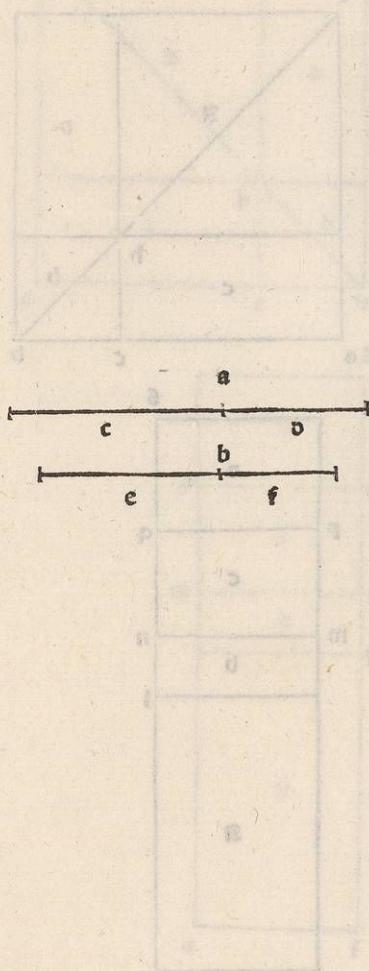
Anotiens adiuncta fuerit linee rationali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficie latus secundum binomium sextum esse conuictum ur.

Contra hoc. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo medialia: que autem preter hec sunt sicut supra mancant et erit tunc linea. f. g. binomium sextum quod ignorare non poteris si premissoque eiusque quod. 35. pponit imemor non fueris: et sic per in hac nostra intentio.

Propositio .60.

Onus linea cuiuslibet binomiorum comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Contra Sit linea. a. binomium cuiusvis speciei: sitque linea. b. sibi coicantis in longitudine: dico linea. b. esse binomium eiusdem speciei cuius. a. sunt enim binomiales portiones. a. c. et. d. eruntque ambe rationales in potentia tunc coicantes per. 30. linea vero. b. dividat per. 12. sexti sunt proportiones. c. ad. d. in. e. et. f. eritque per coiunctam et eversam et permuatam proportionalitatem. c. ad. e. et. d. ad. f. sicut. a. ad. b. cum sint igitur. a. et. b. coicantes: erunt etiam per primam partem. 10. c. et. e. et. f. d. et. f. coicantes. si igitur fuerit. c. rationalis in potentia tunc erit et. e. si autem in longitudine et. e. Eodemmodo si. d. est rationalis in potentia tunc vel etiam in longitudine tunc erit quoque et. f. similiter et. ex. 12. si poterior est. c. d. quadrato linea sibi incomensurabilis in longitudine vel si forte incomensurabilis erit. et. e. potentio. f. in quadrato linea sibi incomensurabilis vel etiam incomensurabilis: necesse est ex diffinitione / b⁹ sex specierum binomialium ut eiusdem speciei binomij sint. a. et. b. Si autem linea. b. coiunctet binomio. a. in potentia tunc erit etiam et sic linea. b. Binomium autem eiusdem speciei non est necessariu imo impossibile est ut ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub secunda quarta vel quinta. sed necesse est ut ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnu enim ex eis esse in aliqua ex tribus primis speciebus et aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. cum enim. a. coicet cu. b. in potentia tunc. c. quoque cu. e. et. d. cu. f. coicabit tunc in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. et. d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua copiar ex lineis. e. et. f. rationalis in longitudine. Non est itaque possibile ut. a. et. b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum



84

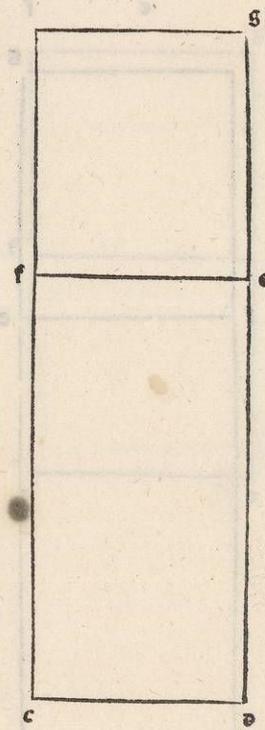
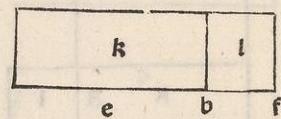
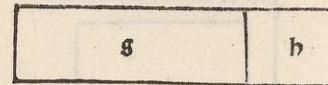
portionū binomij est rōnalis in longitudine. hec autē species sūt: prima et scđa quarta et quinta. At vero qđ per. 12. due linee. c. t. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. t. f. in quadratis duarū linearū sibi in longitudine cōmunicantū aut incōcantum: necesse est ut ambo binomia. a. t. b. simul cadant sub primis tribus species binomiorū aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierū: Lineā autē. b. quid dubitas esse binomij cū sint. enī c. t. e. cōicantes i potentia tm̄ sūt quoqz. d. t. f. sint autē. c. t. d. rōnales in potentia: cōuincit. c. t. f. esse rōnales in potentia tm̄: que qđ nō cōicant in longitudine sicut nec eis pportionales. c. t. d. ipse cōponunt indubitanter binomij per. 30. huius.

Propositio .61.

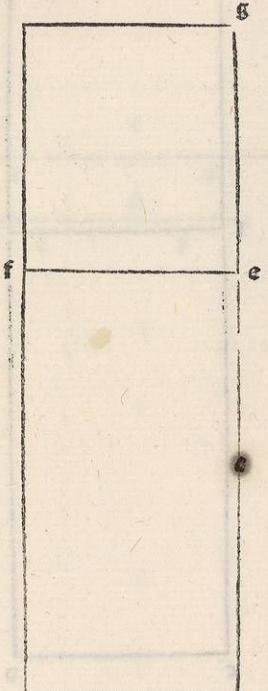
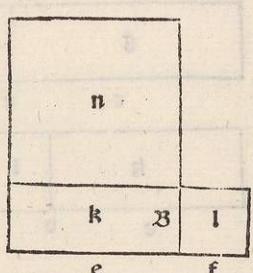
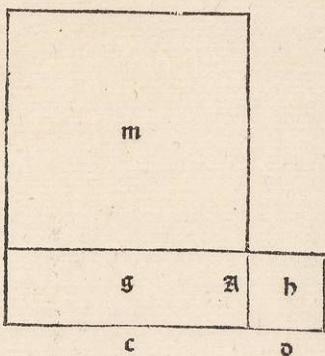
Monis linea alterutri bimedialū cōmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate cōuincit.

Veritatē habet quod dicit sive in longitudine sine etiā in potentia tm̄ cōicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enī due linee cōmunicantes. a. t. b. quoqz duoꝝ modoz predictoz. sitqz. a. bimedi ale primū vel scđm: dico qđ etiā. b. est bimediale primū vel scđm p̄nt fuerit. a. Dini so enī. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per. 31. t. 32 qđ sint. c. t. d. b. quoqz diuisa i. e. t. f. bī pportionē. c. ad. d. vt docet. 12. sexti posita qz. g. superficie contēta sub. c. t. d. t. k. sub. e. t. f. Et posito. h. quadrato. d. t. l. f. erit per cōiunctā et eversam et permutatā pporionalitatem quēadmodū in premissa. c. ad. c. t. d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. t. b. sint cōicantes sine hoc sit in longitudine sive in potentia sic. c. t. e. itemqz. d. t. f. sūt cōmunicantes. At quia. c. t. d. sunt mediales potentia tātū cōicantes: sequitur ex. 21. ut. e. t. f. sint etiā mediales et ex. 10. potentia tantū cōicantes cū ipse per hypothēz̄ sūt pportionales. c. t. d. cūqz sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. t. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. et permutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. ē cōmunicans. l. eo qđ duo eoꝝ latera que sunt. d. t. f. cōicant in longitudine vel in potentia bī qđ. a. t. b. in alterutro eoꝝ cōmunicant. sequit ex. 10. ut. g. t. k. quoqz sibi inuicem cōicent ei it igitur. k. rōnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficii rōnalis aut. 21. In hoc enī tm̄ differt bimediale primū a bimediale secundo qđ portiones bimedialis primi in quas scđm suū terminū diuidit cōtinēt sup/ ficiem rōnalem: bimedialis autē scđi mediale. Si igitur. a. fuerit bimediale primū erit superficies. g. rōnalis quare t. k. et iō. b. bimediale primū p. 31. Qđ si. a. fuerit bimediale scđm erit superficies. g. medialis ob hoc etiā. t. k. b. itaqz p. 32. erit bimediale scđm qđ re cōstat ppositū. Idē aliter ad lineā rōnales. c. d. posita. a. alterutro bimedialū t. b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. t. f. g. equalis quadrato. b. eruntqz superficies. c. e. t. f. g. cōmunicantes coꝝ quadrata cōs equalia que sūt quadrata lineaꝝ. a. t. b. sunt cōicantia ex hypothēz̄: ex prima igitur sexti t. 10. hui⁹: necesse est duas lineas. d. e. erit binomium scđm p. 55. ideoqz. e. g. etiam binomium scđm per premissam quare latus tetragonicū superficie. f. g. t. ipsum est b-bimediale primū per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secundū linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ē binomium tertium p. premissam quare et lat⁹ tetragonicū superficie. f. g. ipsū ē. b. bimediale scđm per. 50. Vñani festū ē igit̄ vex cē qđ pponit.

Propositio .62.



LIBER



Mnis linea cōicans linee maiorī: est linea maior.

CEt hec quoqz veritatem habet. si vtrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee majori. Esto eni. a-linea maior. b. vero quouis sibi cōmunicans modo: erit. b. linea maior. Divisa namqz. a. i cas portioē ex quibus constat per. 33. que sunt. c. z. d. z. b. sūm carum pportionē in. e. z. f. positoqz q. g. sit superficies cōtentā sub. c. z. d. z. k. sub. e. z. f. z. m. z. b. sint quadrata. c. z. d. at. n. z. l. e. z. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scđam pte. 18. se/ xti z coniunctim. m. z. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. z permixtati. m. z. b. ad. n. z. l. sicut. b. ad. l. qz ergo. b. cōicat cū. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia. put. a. cōicat cū. b. sequit ut ambo quadrata. m. z. b. pariter accepta com mūnient cū ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cū itaqz duo prima pari ter accepta sint rationale per. 33. erunt quoqz z duo postrema rōnale p diffinitio nem. At quia superficiem. k. necesse est esse mediale sicut. g. ex. 21. linea sqz. c. z. f. esse incōmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur p. 33. linea. b. esse linea que dicitur maior qz est propositū. **I**de aliter. cum sit .a. linea maior cui. b. cōicat sine hoc fuerit in longitudine sive in potentia; sumpta linea rōnali que sit. c. d. adiungatur superficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis qua drato linee. b. cū igitē qdrata duaz lineaz. a. z. b. sint cōicātia ex hypothesi: crit supsi cies. c. e. cōicās superficiei. f. g. iōqz p primā sexti z. 10. b⁹ linea. d. e. linea. e. g. iōgi tūdīe. at qz ex. 57. linea. d. c. ē binomii qrtū crit quoqz p. 60. linea. e. g. binomii qr tū: igū ex. 51. linea. b. potēs i superficie. f. g. ē linea maior. **P**ropositio .63.



Iqua linea linee potentī in rationale z mediale cōmunicet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur.

Verū quoqz est q qualitercūqz linea aliqua sit cōicans potentī in rationale z mediale sive in longitudine sive in potentia tantum ipsa etiā est potens in rōnale z mediale: qz sicut prius dupli modo probatur: necesse est autē quantū ad primū modū vt sicut due linee. c. z. d. sint i po tentia incōmēsurabiles. ita sint etiā. e. z. f. p. 10. Et quēadmodū. g. est superficies rōnalis: nā tale ptinent portiones linee potentis in rōnale z mediale. ita etiā per diffinitiōē si t. k. rōnalis z quēadmodū duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sūt mediale: sicut etiā per. 21. duo quadrata. n. z. l. piter accepta erunt mediale: igit ex 34. b. ē potēs i rōnale z mediale. quātū aut ad scđam modū necesse ē ex. 58. ut linea d. e. sit binomii quintū. iō. 3 z p. 60. linea. e. g. ē binomii quintū: quare p. 52. lat⁹ tetragonicii superficiei. f. g. qd est. b. erit linea potens in rōnale z mediale: quod ē p/ positum. **P**ropositio .64.



Mnis linea cōmunicans potentī i duo medalia: ipsa quo qz potens est in duo medalia.

Chec quoqz manentibus eisdem dispositione z positionibus eo dupli modo quo premisse: probabitur vera esse sive in longitudine sive in potentia cōmunicet linea. b. cū linea. a. potēti in duo media lia. Quantū eni ad primū argumētationis modū erit per. 35. superficies. g. medi alis. id eoqz z. k. per. 21. cum cōicet ei: duo quoqz quadrata. m. z. b. pariter accepta erūt ex eadē. 35. mediale: id eoqz duo. n. z. l. pariter accepta p. 21. at qz duo quadra ta. m. z. b. pariter accepta ex pdicta. 35. sunt incōmensurabile duplo superficiei. g. eq̄ p. 10. z nostras positiones vt duo quoqz. l. z. n. piter accepta sint incōmensurabile

duplo superficii. k. cum itaqz sint. e. z. f. incommensurabiles in potentia quemadmodum c. z. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo medialia. quantu aut ad scdm solite argumentationis modu erit p. 59. d. c. binomiu sextu. ideoqz eti p. 60. linea. e. g. erit binomiu sextum quare per. 53. latus tetragonicu superficie. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositu.

Propositio .65.

Si due superficies quaz altera ronalis altera vero mediales coniungantur: linea potens in tota superficiem inde communitam aliqua erit qualior irrationalium linearum videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale:

Cui si. a. sit ronalis superficies et. b. medialis erit linea potens in tota. a. b. aliqua premissaz quatuor. Sit eni linea. c. d. ronalis cui adiungat. c. e. equalis. a. z. f. g. equalis. b. eritqz ex. 16. linea. d. e. ronalis in longitudine conicantis linee. c. d. ronali posite et ex. 20. linea. e. g. ronalis in potentia tm et ex. 30. linea. d. g. binomiu cuius cum altera binomialiu portionu que est. d. e. sit ronalis in longitudine conicantis linee nec ronali posite que est. c. d. ipsu erit ex diffinitione speciez binomij aut binomium primum aut secundum aut quartum aut quintum: tertium aut sextum non erit ex diffinitione. itaqz ex. 48. 49. 51. z. 52. linea potens in tota. c. g. que est equalis duabus simul a. z. b. erit aut binomiu aut bimediale primum: aut linea maior aut potens in ronale et mediale: qd est propositu: bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: qm si esset bimediale secundum: esset ex. 56. linea. d. g. binomiu tertium qd si esset potens in duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomiu sextu. sed neutr erat: vnde patet nostra intentio.

Propositio .66.

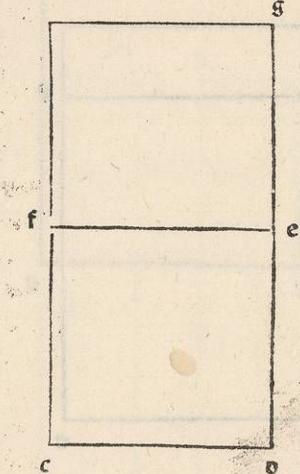
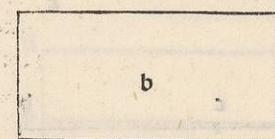
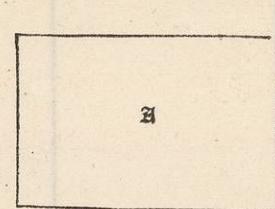
Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incommensurabiles linea potens in totam superficiem alterutra erit dualiter irrationalium linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

Cui si. a. z. b. sint due superficies mediales incommensurabiles. si enim sunt incommensurabiles esset composta ex his medialis ex. 9. z. 21. quare et linea potens in ea medialis ex. 19. dico qd linea potens in composta ex ambabus erit aut bimediale secundum aut potens in duo medialia. Sit quidem linea. c. d. ronalis: superficies vero sibi adiuncta. c. e. equalis. a. z. superficies. f. g. equalis. b. eritqz ex. 20. linea. d. e. sive quoqz linea. e. g. ronalis in potentia tm: cuqz superficies. c. e. z. f. g. sint incommensurabiles sicut. a. z. b. eis equalis. ideoqz linee. d. e. z. e. g. ex prima sexti z. 10. huius: erit ex. 30. linea. d. g. binomiu cuius cum utraqz binomialiu portionu que sunt. d. e. z. e. g. sit incommensurabilis linea ronali posite que est. c. d. ipsu erit ex diffinitione binomii tertii aut sexti: linea ergo potens in tota. c. g. ex quatuor positis ex. a. z. b. erit ex. 50. z. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

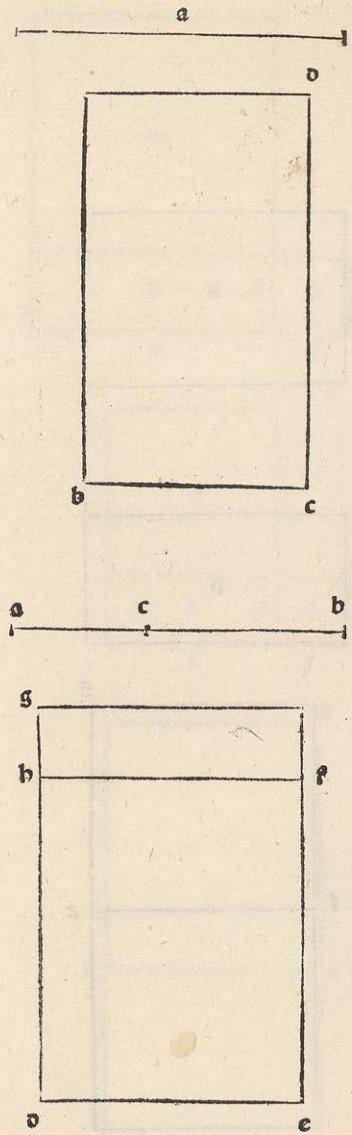
Propositio .67.

Cum positam fuerit linea binomialis cetereqz irrationales sequentes eam: non erit eaz aliqua sub termino alterius.

Cult qd si linea aliqua ut. a. fuerit aliqua ex sex phabitis lineis irrationalibus que sunt binomiu et eius quinqz comites ipsa non erit aliqua aliaz. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam ronalem. b. c. que sit. b. d. siquidem. a. fuerit binomium: erit ex. 54. linea. c. d.



LIBER



binomii primi: que si fixerit bimediale primi: erit c. d. ex. 55. binomii scdm: si autem bimediale scdm: erit c. d. ex. 56. binomii tertii. Et si linea maior erit c. d. ex. 57. binomii quarti. At si potens in rationale et mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomii quinti: aut ex. 59. binomii sexti: et quod impossibile est. c. d. esse simul sub diversis speciebus binomiali a diffinitio est impossibile. a. esse simul sub diversis speciebus sex phabitax lineax irrationalium: De linea autem mediale constat quod ipsa quoque non sit aliqua sex sequentia videlicet neque binomii neque aliqua ex ipsis comitibus. cum enim superficies equalis quadrato lineae mediales adiungitur ad lineam rationalem: latus eius scdm est rationale in potentia ex. 20. cum autem superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suorum comitum: latus eius scdm est binomii aut primi aut scdm et sic de ceteris per. 54. et 5. ea sequentes quare ipsum est rationale et in longitudine et in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia et irrationali et in longitudo quod in potentia: nimis impossibile lineam medialem esse bimediale aut aliquam ex quinque suis comitibus.

Propositio .68.

Si linea de linea abscindatur fuerintque ambe potentialiter tantum rationales coicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum:

Cum linea b. c. abscisa ex a. b. sintque ambe rationales tantum potentia coicantes quales docuit inuenire. 17. et 18. et hec sunt que coponunt binomii. dico quod a. c. reliqua est irrationalis et ipsa vocatur residuum. constat enim ex 7. scdm quod quadrata duarum linearum a. b. et b. c. piter accepta que coponunt superficiem rationalem ex hypothesi et diffinitione rationalis superficie et 9. huius tamen sunt quantum duplex superficie. a. b. et b. c. cum quadrato a. c. cumque ex. 19. superficies a. b. et b. c. sit medialis. ideoque et duplex et mediale per. 21. et 10. rationale per. 19. sequitur ut ambo quadrata duarum linearum a. b. et b. c. piter accepta sint incomensurabile duplo superficie unius earum in altera: quare per. 9. et quadrato lineae a. c. ex diffinitione igitur quadratum lineae a. c. est rationale cum ipsum sit incomensurabile rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum a. b. et b. c. piter acceptis: itaque etiam ex diffinitione linea a. c. est irrationalis quod est propositum. Exemplariter in figura esto superficies e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum a. b. et b. c. piter acceptis: eritque rationalis. itemque sit superficies d. f. equalis duplo superficie unius in altera: eritque ex. 19. medialis et erit ex 7. scdm superficies f. g. equalis quadrato lineae a. c. cumque superficies e. g. sit incomensurabilis superficie d. f. eadem erit ex. 9. incomensurabilis f. g. quare f. g. irrationalis et eius te tragonicum latus a. c.

Propositio .69.

Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum coicantes superficiemque rationalem continentes reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale primo.

Cum linea b. c. abscisa ex linea a. b. sintque ambe quales ponuntur quas ex. 24. et 25. reperies et hec sunt que coiungunt bimediale primi. dico quod reliqua linea a. c. erit irrationalis et ipsa dicatur residuum mediale primo. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficie unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata piter accepta incomensurabile sunt duplo superficie unius in altera quam itaque abo quadrata piter accepta coponuntur ex duplo superficie unius in altera et quadrato lineae a. c. sequitur per. 9. ut quadratum lineae a. c. sit incomensurabile

XII

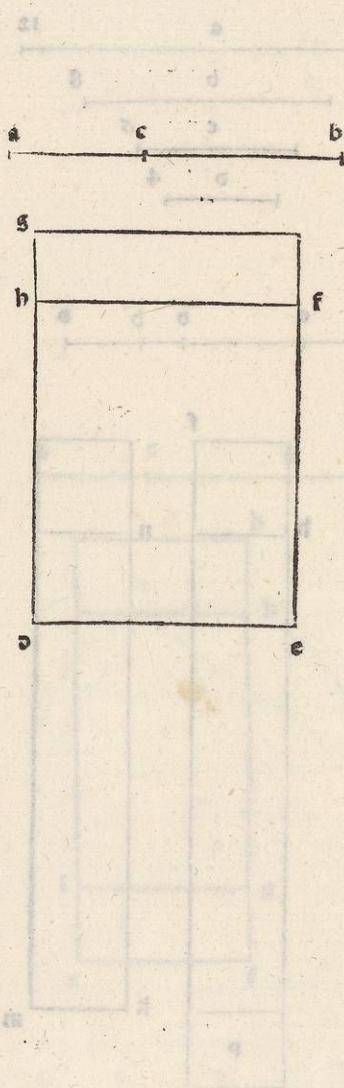
duplo superficie^r vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū qz latus ei⁹. a.c. ē irrōna
le p diffinitionē pstat ergo ppositū. Qd quēadmodū i pmissa si libet potes decla/
rare exēplariter i figura. C Aliter idē sic: sit linea. d.e.rōnalis i lōgitudine: cui adiū/
gatur supficies. d.f. equalis duplo supficiē vnius in alterā z supficies. g.e. equalis
ambobus quadratis pariter acceptis. eritqz p.7. scđi supficies. f.g. equalis quadra/
to linea. a.c. cū itaqz p. ypothesi sit supficies. e.g. medialis erit p.20. linea. d.g. ra/
tionalis in potentia tñm. Lū vero sit supficies. c.b.rōnalis p ypothesim erit ex.16.
linea. d.b.rōnalis in longitudine: itaqz per.68. linea. g.b. est residuū z irrationalis
ideoqz p.16. a destructione pñtis supficies. f.g. est irrationalis z eius latus tetra/
gonicum quod est. a.c. est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

Si linea de linea fecetur fuerintqz ambe mediales poten/
tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqz mediale: reliqua
linea erit irrationalis dicesqz residuū mediale secundum.
C Sit hic quoqz linea. b.c. abscisa ex linea. a.b. vterqz autē. a.b. z.b:
c. sint vt proponitur z ipse p.26. reperiunt z sunt que cōponunt bi/
mediale scđm: dico q linea reliqua que est. a.c. ē irrationalis z ipsa dicit residuū me/
diale scđm. Sunt eni ex ypothesi z.21. ambo quadrata duaz lineaaz. a.b. z.b.c. pa/
riter accepta mediale. sīl'r quoqz dñ plū supficiē vnius in alterā ē mediale. Lūm
itraqz ex.22. mediale nō differat a mediā nisi i irrationali: erit quadratum lince. a.c
in quo p.7. scđi duo quadrata. a.b. z.b.c. pariter accepta excedunt duplū supficiē
vnius in alterā irronale quare z linea. a.c.irrōnalis. Figurali quoqz exemplo pa/
tesieri pōt istud ut pxi. Si eni sit. c.g.eqlis ambob' quadratis. a.b. z.b.c. sīl' z.d.f
duplo supficiē vnius in alterā erit. f.g.p.7. scđi equalis quadrato. a.c. que cum sit
differentia supficiē vnius medialis. e.g. ad supficiē mediale. d.f. ipsa est irrationalis
per.22. z ei⁹ tetragoicū lat⁹. a.c. irronale. C Idē aliter Sit linea. d.e.rōnalis cui
adiungač supficies. d.f. equalis duplo supficiē vnius in alterā z. e.g. equalis am/
bobus quadratis piter acceptis. eritqz p.7. scđi. f.g. equalis quadrato. a.c. qd vero
e.g. est medialis erit ex.20. linea. d.g. in potentia tñm rōnalis. Sīl'r quoqz. cū. e.b.
sit medialis erit ex eadē linea. d.b.rōnalis: sīl'r in potentia tñm. Et qm. a.b. z.b.c.
sunt incōmensurabiles in longitudine ideoqz quadratū vñiusqz earū supficiē vni⁹
in alterā: z propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com/
municent. sūt quoqz incōmensurabiles duplo supficiē vnius in alterā: sequit vt. e
g. sit incōmensurabilis. b.e.qua ppter linea. d.g. lñec. d.b. igñ ex.68. linea. g.b. ē
residuū z irrationalis. ideoqz per.16. a destructione pñtis supficies. f.g. irrationalis.
z eius latus tetragonici. a.c. irronale. Propositio .71.

Si linea de linea detrahatur fueritqz ambe potentialiter in/
cōmensurabiles cōtinenteisqz mediale quadrataqz earum
ābo piter accepta rōnale: reliqua linea erit irrationalis voca/
biturqz minor. C Si sint. a.b. z.b.c. qles pponit que p.27. repi/
untur z pponit linea majorē erit linea. a.c. irrationalis z ipsa est q di/
cif linea minor: qd qui pmissa firmiter tenuerit positionesqz diligenter attenderit
duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72



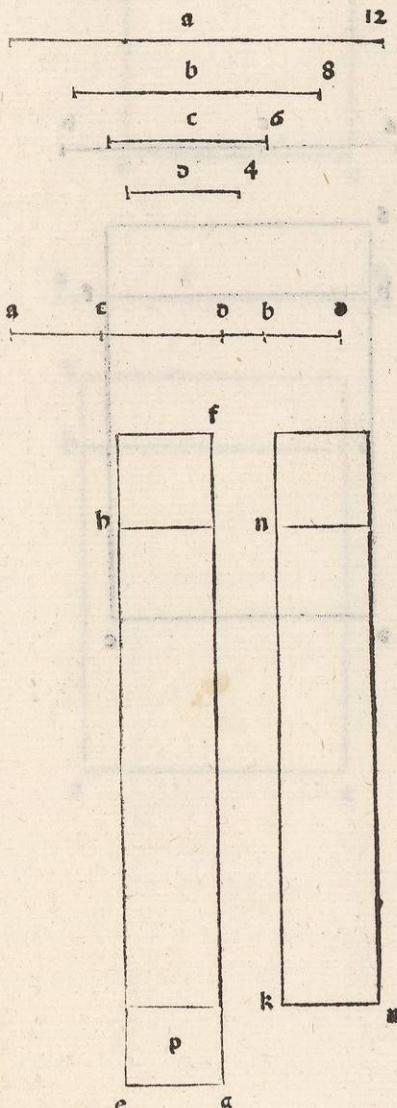
LIBER

Slinea de linea demat fuerintq; ambe potentialiter scō mensurabiles superficiemq; rōnale cōtinentes quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir ratiōalis diceturq; iuncta cū rōnali cōponēs totū mediale. Et hoc quoq; nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex ciderint: qm̄ positis lineis. a.b. z.b.c. de qualibet pponit que e p.28. reperium̄ li neā potētē in rōnale z mediale cōponunt: sit. a.c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale. **Propositio.** 73.

Slinea a linea detrahaf fuerintq; ambe potentialiter in cōmensurabiles superficiēq; medialē continentes quadrata q; eaꝝ ambo piter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incōmensurable: reliqua linea erit irrationalis diceturq; iuncta cū mediā faciēs totū mediale. Sint etiā hic. a.b. z.b.c. quales pponit que p.29. repūm̄ z ipsi sunt que com ponunt linea potentē in duo medialia eritq; a.c. reliqua irrōnalis dicta que iuncta cū mediā pponit totū mediale qd̄ vt facile p remissa duplici argumentatione concludas pcessū. moneo diligenter attendas: ē autē premittēdū hic afis necessarium ad demonstrationes sequētiū qd̄ ē ppositū.

Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quāz ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatum differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartā. Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq; tercia maior quarta cū vero minor z minor. Exempli grā sit dīa. a.ad.b. sicut. c.ad.d. dico q; erit. a.ad.c. sicut. b.ad.d. ē enī p hāc cōcēm ai pceptionē dīa extrempoz cōposita ex differentiis ipsoz ad media dīa. a.ad.c. pposita ē ex ea que ē. a.ad.b. z ea que est. b.ad.c. at ea que est b.ad.d. p cāndē pceptionē pponit ex ea que ē. b.ad.c. z ea que ē. c.ad.d. z quia ex hypothēsi dīa. a.ad.b. sicut. c.ad.d. ea vero que est. b.ad.c. est cōis sequit p cōcēm sciam vt sit. a.ad.c. sicut. b.ad.d. qd̄ ē ppositū. **Propositio** 74.

Nulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem. Sit linea. a.c. residuoz que fuerit reliqua abscisa. b.c. ex. a.b. erunt q; a.b. z.b.c. rōnales tm̄ potentia cōcantes ex. 68. dico q; ipsa. a.c. nulli alijs lincee q; b.c. poterit pponi sub hac diffinitione neq; maiori b.c. neq; minori. b.c. Si autē pōt componat cūz. c.d. indīn̄ maiori aut minori q; c.d. eruntq; ob hoc ambe linee. a.d. z. d.c. rōnalis in potentia tm̄ cōcantes: q; ergo ex. z. scōi qdrata ambaꝝ lineaz. a.b. z.b.c. piter accepta excedūt duplū superficie vniꝝ eaꝝ i alterā i qdrato. a.c. silt̄ quoq; qdrata duaz lineaz. a.d. z.d.c. piter accepta excedūt duplū superficie vniꝝ ipaz i alterā i qdrato eiusdē. a.c. sequit ex pmissō atecedēte vt dīa duoz qdratoroz duaz lineaz. a.b. z.b.c. piter accepta ad duo quadrata duaz lineaz a.d. z. d.c. piter accepta sit sicut dīa dupli superficie. a. b. i. b. c. ad duplū superficie. a. d. in. d. c. cum autē sint duo quadrata viriñoz sectionis pariter accepta rōnale ex hypothēsi: duplū vero superficie vnius in alterā portionū vtriusq; sectionis mediale per hypothē. z. 19. erit vna z eadē dīa duaz superficiez rōnaliū z duaz medialiū: hoc autē ē impossibile: rōnales enī superficies nō differant nisi in rōnali superficie: vt p; per diffinitionē rōnalis superficiei z per. 9. medialis autē



nō differt a mediali nisi i rōnali superficie per. 22. hoc aut̄ fit manifestius in figura sic. Sit enī superficies. e. f. adiuncta ad linea. e. g. equalis ambob⁹ quadratis duar⁹ linea. a. b. z. b. c. pariter acceptis. At. g. h. sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā eritq; f. h. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. sc̄di: s̄it quoq; sit. k. l. adiuncta ad linea. k. m. equalis duobus quadratis duar⁹ linea. a. d. z. d. c. p̄ter acceptis z. in. n. sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā: eritq; ex. 7. sc̄di. n. l. equalis quadrato linee. a. c. ideoq; etiam equalis. h. f. est itaq; differentia. e. f. ad. g. h. sicut. k. l. ad. m. n. quare p̄ aūs premissū erit p̄mutatum differentia. e. f. ad. k. l. z ipsa sit. p. sicut. g. b. ad. m. n. z q̄ vtraq; duar⁹ linea. e. f. z. k. l. est rōnalis vtraq; vero duar⁹ linea. g. b. z. m. n. medialis: sequit̄ impossibile videlicet superficiem. p. esse rationalem z irrationalē.

Propositio .75.

Nulla linea nisi vna tm̄ residuo mediali primo coniungi p̄t ut sint ambo sub termino ea que erat ante separationem. Thec quoq; probabit̄ simili mō. Sint enī i vtraq; sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficie vni⁹ in alteram rōnale z q̄ vt prius eadē ē differentia quadrator⁹ vni⁹ sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficie vni⁹ ad duplū superficie alterius erit vna z eadem superficies differentia duarum mediariū z duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secūdo coniungibilis est ut sub termino ea flant nisi tm̄ que ab ea ante leparata erat. Sit enī. a. c. residuum mediale sc̄di que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. eruntq; ex. 70. due linee. a. b. z. b. c. mediales potentia tm̄ cōicātes mediale cōtinentes dico q̄ ipsa. a. c. nulli linee alij q̄z. c. b. sub hac definitione coniungi p̄t. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq; linea. c. f. rationales in longitudine ad quā cōiungatur superficies. e. h. equalis quadratis duar⁹ linea. a. b. z. b. c. pariter acceptis z. e. k. eglis quadratis linea. a. d. z. d. c. pariter acceptis a qua abscindatur. e. g. equalis quadrato linee. a. c. eritq; per. 7. sc̄di superficies. l. b. equalis duplo superficie. a. b. i. b. c. z. l. k. per eandē sit equalis duplo superficie. a. d. in. d. c. q̄ ergo quadrata ambaz partii prime sectionis sunt mediale z duplū etiā superficie mediale incōmensurabile duobus quadratis p̄ter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit etiā superficies. e. b. medialis cū ipsa sit equalis duobus quadratis p̄ter acceptis z superficies. l. b. medialis cū ipsa sit equalis duplo superficie vni⁹ i alterā: per. 20. igit̄ ē vtraq; duar⁹ linea. f. h. z. g. h. rōnalis in potentia tm̄. z q̄ vna est incomensurabilis alij: eo q̄ superficies. e. b. est incomensurabilis superficie. h. l. sicut duo quadrata duplo superficie: erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. S̄it quoq; probabis eandem. f. g. cuz linea. g. k. componi eadē conditione mediantibus superficiebus. e. k. z. k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearuz. a. d. z. d. c. pariter acceptis: z secunda duplo superficie vni⁹ us in alteram: quod est impossibile per. 74. z hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq; quatuor sequentibus eam!

a c d b



Propositio .78.

Nulla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisione coniungebatur.

CIntellige quid sit linea minor: quod si oblitus es consule. 21. et sine obiectione credes propositum. Si quemadmodum i. 74. processeris: poterisque si libuerit quemadmodum i. 76. procedere. **P**ropositio .78.

Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi unum tantum componi non potest ut sub eaz termino fiant.

CQuid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea voluntueris quod per hanc. 78. dicitur demonstrare a processu. 75. in quoque non denias. sed sicut i. 76. si te delectauerit igeio duce poteris procedere

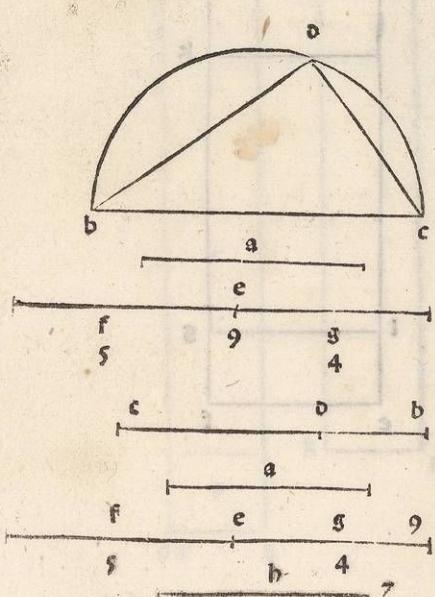
Propositio .79.

Linea que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi una linea tantum inngi nequit ut sub earum termino fiant que erant ante separationem. **C**huius linee que iuncta cum mediali conponit totum mediale magna est. 73. de quoque hec. 79. enunciat sic credere cogoris sicut de residuo mediiali secundum quod p. 76. enunciatus est credidisti.

Conpositis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta quod ipsi residuo linea aliqua sum eius terminum si fuerit totum inde compotum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti coicantis in longitudine: fueritque idem totum polita rationali linee in longitudine commensurabile quod positu erat dicetur residuum primum. Si vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine dicetur residuum secundum. Quod si fuerit utrumque rationali posite in longitudine incomensurabilis vocabitur residuum tertium. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incomensurabilis eademque tota posite rationali coicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum: Si vero linea adiecta posite rationali coicet in longitudine vocabitur residuum quintum. Quod si fuerit utrumque posite rationali in longitudine incomensurabilis appellabis residuum sextum. **P**ropositio .80.

Residuum primum innestigare. **C**ab inventione omnium specierum residui facile nos absolvat inventio per ordinem omnium species binomij. Nam in qualibet specie binomio si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum satis speciei ut per definitionem tam binomio quam residuoque: prijs in inventionibus residuoque insistentes sic inquiramus primum. Sit linea a. rationalis posita cui comensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitque e. numerus quadratus divisus in f. non quadratum. et in quadratum. g. sitque per ratio quadrati linee b. c. ad quadrati linee c. d. sicut c. ad f. eritque per ultimam partem. c. d. rationales in potentia tamen cum itaque sit c. b. potentiores. c. d. in quadrato linee sibi coicatis in longitudine quod per se sicut in explanatione binomij primi probatur ex definitione linea b. d. esse residuum primum. **P**ropositio .81.

Residuum secundum patescere. **C**ad hunc residuum secundum sit a. linea rationalis posita: eiique coicas in longitudine c. d. et sit quadratus c. d. ad quadratum b. c. sicut f. ad e. eritque b. d. residuum secundum ex dione: si dubitas aut possitas non servas hypotheses aut binomij secundi repetitione indiges.



Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

Cesiduum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rōnali numeroqz e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. z. g. quadratum: assumpto qz. b. numero primo ac quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. c. si cut. b. ad. e. sit quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. c. d. sicut. c. ad f. eritqz ex diffinitione: de quo si hesitas cōsule binomii tertii: linea. d. b. residuum tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.

Chic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus i. f. z. g. quorum sit vterqz non quadratus: sitqz quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. z scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eowm que in inuentione binomij quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. cōmunicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z erit quadratus numerus. e. diuisus in. f. z. e. quorū neuter quadratus sicut in premissa: z erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus s diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

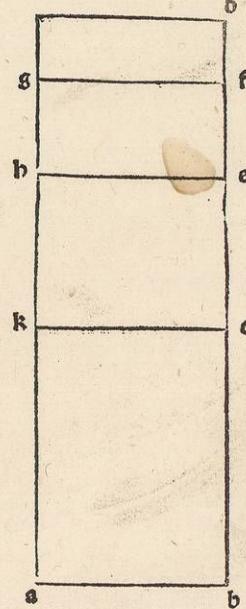
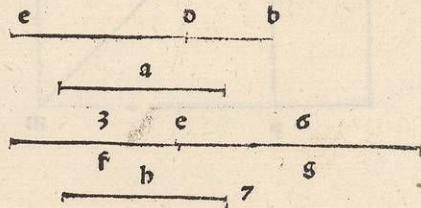
Residuum sextum denum presto sit reperire.

Cesiduum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rōnalis posita z. c. numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹ in. f. z. g. non quadratos z erit. b. numerus primus z quadratum linee. a. ad quadratū linee. c. b. sicut. h. ad e. At vero quadratū. b. c. ad quadratū. c. d. ut. e. ad. f. eritqz ex diffinitione linea. d. b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exerce/ri te conuenit in inuentione binomij sexti.

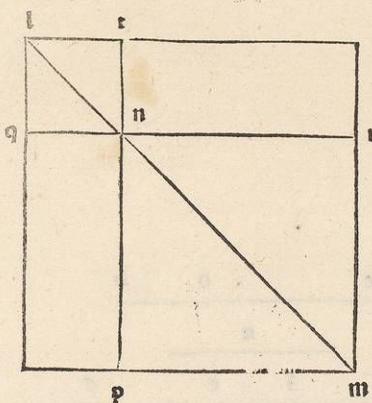
Propositio .86.

Si fuerit superficies linea rōnali atqz residuo primo cōtentā latus eius tetragonicū necesse est esse residuum:

Csit superficies. a. c. cōtēta linea rōnali. a. b. z residuo primo. b. c. di co latus tetragonicū superficie. a. c. eē residuum: adiungat enī ad lineā b. c. linea. c. d. sitqz illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritqz ex vione. b. d. rōnalis ex longitudine z. c. d. in potentia tm. b. d. quoqz erit potētior. d. c. i. qdrato linee secū cōciantis i lōgitudine. diuidat igit. d. c. p. eqlia i. e z tota. b. d. diuidat ea p̄ditione in. f. q̄ inter. b. f. z. f. d. sit. e. d. medio loco p̄portionalis: eritqz ex sc̄a pte. 13. b. f. cōicans in lōgitudine. f. d. p. 9. igit vtraqz eaz cōcat cū tota linea. b. d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnals in longitudine: ducant itaqz linee. f. g. e. b. z. c. k. equidistantes. a. b. eritqz p. 15. vtraqz duaz superficie. a. f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo. l. m. eqle superficie. a. f. eritqz rōnale z lat⁹ eius rōnale i potētia. intra illud qdratū p̄tracta dianogali linea. l. m. describat qdra/sum. l. n. equale superficie. g. d. eritqz ipsum rōnale z ei⁹ latus rōnale in potentia



LIBER



protrahantur autem due lineae, m. p. q. n. vel equidistanter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum, p. r. esse equale superficie, a. c. et eius latus quod est, n. p. est residuum. Cum enim linea, d. e. sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter, b. f. t. f. d. erit ex prima sexti superficies, d. b. medio loco proportionalis inter duas superficies a. f. t. g. d. ideoque et inter duo quadrata, l. m. t. n. l. cuicunque ex prima sexti sit superficies l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. b. et etiam h. c. et q. quadratum, l. n. est equale, g. d. erit, t. r. equale, g. e. totus itaque gnomus circumscripitus quadrato, m. n. est equalis, c. g. et q. l. m. erat equale, a. f. relinquitur m. n. equale, a. c. quod autem n. p. latius quadrati, m. n. sit residuum sic collige. Est enim utrumque duarum p. t. t. n. r. rationis in potentia eo quod utrumque quadratum, l. m. t. n. l. est rationale unaque eaque est incomensurabilis alij per primam sexti et. 10. huius: eo quod quadratum l. m. est incomensurabile, l. r. superficie sicut superficies, a. f. superficie, b. d. de quibus manifestum est quod ipse sunt incomensurabiles: est enim per primam sexti una eaque ad alteram sicut linea, b. f. que est rationalis in longitudine ad lineam, d. e. que est rationalis in potentia tantum ex. 68. igit linea, p. n. que potest in superficiem, a. c. est residuum: et hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoque secundo continetur: linea in eandem potest erit residuum mediale primum. In hac quoque argue sicut in premissa ex definitione residui secundi et secunda parte, 13. et nona et decima nona et. 15. et. 69.

Propositio .88.

Si linea rationali residuoque tertio superficies continetur erit linea super eam potens residuum mediale secundum. Priori demonstrationi insiste et facile concludet propositum ex definitione residui tertii et secunda parte, 13. et. 9. et. 19. et. 70.

Propositio .89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta linea super eam potens erit linea minor. In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim erit ibi propositum concludere si premissam non despicias ex dione residui quarti et secunda parte, 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 71. et sic patebit propositum.

Propositio .90.

Si fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta latus eius tetragonicum erit cum rationali coponens mediale. Nitere premissa argumentatione ex definitione residui quinti et secunda parte, 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 72. quod propositum est concludere.

Propositio .91.

Si linea rationali residuoque sexto superficies continetur latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali consti tuens totum mediale esse comprobatur. Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur premisso modo satage concludere ex definitione residui sexti et secunda parte, 14. et. 9. et. 19. et. 73.

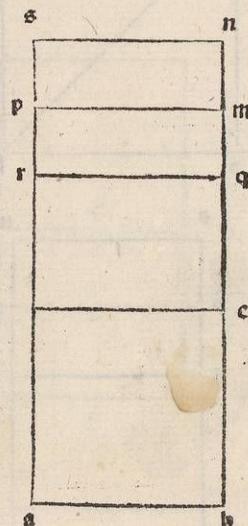
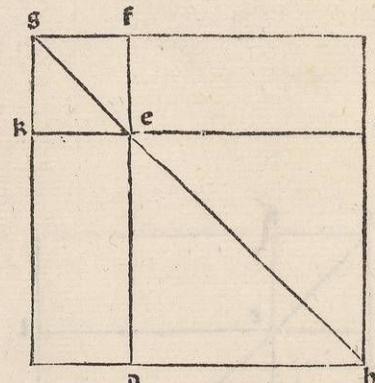
X

in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primā earum et pse
cte didiceris et memoriter tenueris: et quid quoqz supponat solerter attenderis.
Qd si forsan de aliquo in quadrato. l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in
superficie. a.d. tibi recurrentum erit: et patebunt tuo ingenio.

Propositio :92:

Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato re
sidui applicet: alterū lat² residuū primū esse necesse est.
Chec sex sequētes sūt quae se sex pcedētiū p ordinē. hui² aut pme hec
est intentio q si sit superficies. a.c. adiuncta ad linea rōnale. a.b. equa
lis quadrato residui qd sit. d.e. erit eius latus scdm qd est. b.c. neces
sario residuū primū. Adiiciatur enī linee. d.e. que proponitur esse residuū: linea p
cuius abscisionē ipsa fuerit residuū: sitqz ei adiuncta. e.f. eritqz ex. 68. vtraqz duarū
lineaz. d.f. et f.e. rōnalis in potentia et una eaz incōmensurabilis alij: describatur
ergo quadratiū linee. f.e. qd sit. e.g. et quadratiū. d.e. que posita est esse residuū qd
sit. c.b. et adiiciant supplementa. d.k. q.f.l. eritqz quadratiū. g.h. tanqz quadrūm
linee. d.f. et quadratiū. e.b. erit sicut superficies. a.c. erit etiā vtrūqz quadratoz. g.
b.r. g.e. rōnale. Sit igitur superficies. a.m. adiuncta ad linea. a.b. equalis qdrato
g.b. eritqz ob hoc rōnalis: quare per. 16. linea. m.n. est rōnalis in lōgitudine: sup
ficies vero. p.n. sit equalis quadrato. e.g. que etiā ppter hoc erit rōnalis et p. 16. li
nea. m.n. rōnalis in longitudine. itaqz tota linea. b.n. est rōnalis p. 9. diuidat aut
c.n. per equalia. m.q. et duca. q.r. equidistans. a.b. eritqz ex prima sexti. c.r. equa
lis. r.n. Manifestū vero ē q cū tota superficies. a.n. sit equalis duobus quadratis
g.b. et e.g. pariter acceptis que sunt quadrata duas linearum. d.f. et f.e. et superficies
a.c. sit equalis quadrato linee. d.e. qd est. e.b. erit per. 7. scdi superficies residua ex
a.n. que est. c.s. equalis duplo superficie ex. d.f. in. f.e. quare et borum dimidia que
sunt. r.n. et d.g. necesse est esse equalia. cūqz igitur ex prima sexti sit superficies. d.g.
medio loco pportionalis inter duo quadrata. g.b. et g.e. eritqz superficies. r.n. me
dio loco pportionalis inter duas superficies. a.m. et p.n. ideoqz per primā sexti
erit et linea. q.n. medio loco pportionalis inter duas lineas. b.m. et m.n. cumqz sit
q.n. dimidiū linee. n.c. et linea. b.n. divisa p punctum. m.in duo cōicantia iter que
cadit. q.n. medio loco pportionalis: sequit ex prima pte. 13. q linea. b.n. sit poten
tior linea. n.c. in quadrato linee secū cōicantis i longitudine: qz ergo superficies. d.g
est medialis ex. 19. ex hypothesi aut superficies. c.r. sibi equalis medialis et linea. c.q.
rōnalis in potentia tm per. 20. ideoqz etiā duplū ei⁹ qd ē linea. n.c. ē. rōnalis tātu i
potentia: qz ergo. b.n. ē rōnalis in longitudine cōicans linee. a.b. posite rōnali et
potentior. n.c. i quadrato linee sibi cōmunicatis i longitudine: sequitur ex diffinitio
ne linea. b.c. ē residuū primū: qd ē ppositū. Propositio :93:

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui
medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius
erit residuum secundum.
Hic erit linea. d.e. residuum mediale primum et linea. e.f. erit linea
il'a per cuius abscisionem. d.e. fuerat residuum mediale primum: di
co q. b.c. erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationē pre
missile quousqz eam solido amplectaris habitu instituteis et quales lineas oporeat
esse. d.f. et f.e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirenda erit.



LIBER

Propositio .94.

I superficies equalis quadrato residui medialis scđi applicata fuerit ad lineam rōnale: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

Chic etiā erit. d.e. residuum mediale scđm et sequetur ut sit. c.b. residuum tertium: qđ ut facile p̄cludas prime demonstrationi iſistas et q̄les lineas p̄ueniat esse. d.f. et f.e. ex. 70. collige.

Propositio .95.

Am adiuncta fuerit linee rōnali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius scđm erit residuum quartum:

CSi fuerit. d.e. linea minor: asserit hec. 95. q̄. b.c. erit residuum quartum: est aut sumendū ex. 71. quales lineas esse necesse sit. d.f. et f.e. cum

d.e. fuerit linea minor: et est astrinendum p̄positū p̄missō modo: exce

pro q̄ in hac et duabus sequentibus necesse est linea. b.n. dividī ad punctū. m. in duo incomensurabilia que in tribus premissis diuidebas necessario in duo cōmensurabilia: nam in tribus p̄missis fuerant due linee. d.f. et f.e. cōicantes in potentia tm̄ et ideo earum quadrata cōicantia: propter qđ et superficies. a.m. et p.n. quadratis earum equales cōicantes. Quapropter etiā et due linee. b.m. et m.n. ideoq̄ fuit in tribus premissis linea. b.n. potentior linea. n.c. in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte. 13. In hac aut et duabus sequentibus sunt due linee d.f. et f.e. incomensurabiles in potentia ut apparet ex. 71. et 72. et 73. et ideo earum quadrata ppter qđ et superficies. a.m. et p.n. incomensurabiles ppter qđ et due linee. b.m. et m.n. incomensurabiles. ideoq̄ per primā pte. 14. tam in hac qđ in duabus sequentibus necesse est linea. b.n. esse potentiore linea. n.c. in quadrato linee sibi incomensurabilis in longitudine: cetera perquire ut prius.

Propositio .96.

I ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cōstituentis mediale equale superficies adiungatur: latus eius secundum erit residuum quintum.

Cpone similiter bic linea. d.e. esse illā que iuncta cū rōnali pponat totū mediale et attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d.f. et f.e. et concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam. b.c. esse residuum quintum.

Propositio .97.

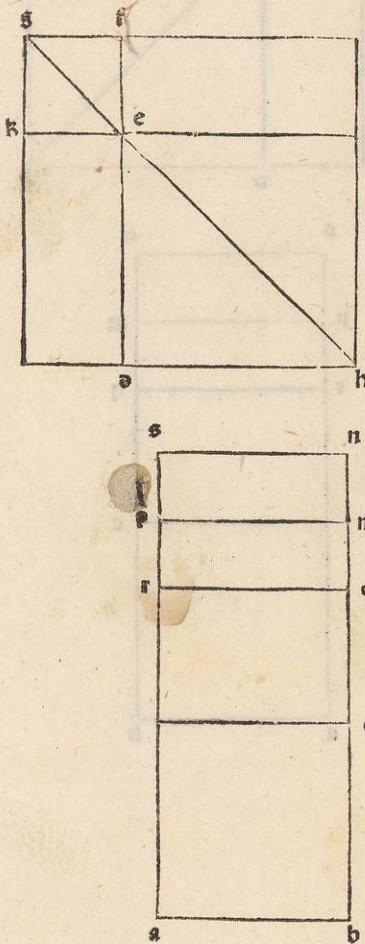
I ad linea rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

CUunc ultimo conuenit linea. d.e. esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea. e.f. que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea. d.e. fuerat que proponitur si quales lineas. d.f. et f.e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorē argumētationē firma mente teneris sine obice quoq̄ linea. b.c. esse residuum sextū cocludere poteris. si aut fortassis in aliquo re besitare p̄tigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g.h. ad sibi equalē superficie. g.n. p̄ferēdum erit: et sic patet p̄positū nostrū.

Propositio .98.

Mnis linea residuo p̄misurabilis ipsa quoq̄ i termio et ordine ē idē residuum

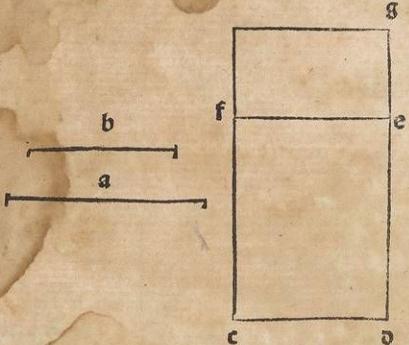
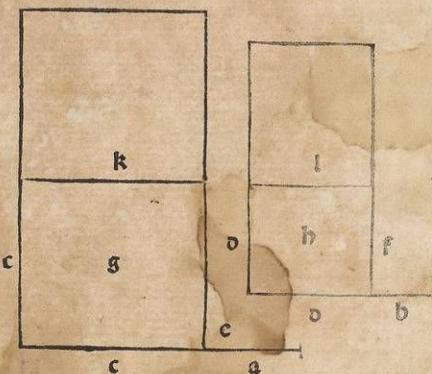
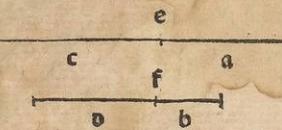
CQđ. 60. et quatuor. ea sequentes de binomio eiusq̄ comitib⁹ q̄nq̄ p̄posuerūt hec. 98. et quatuor. eam sequentes de residuo suisq̄ q̄nq̄



comittibus verum esse proponunt: quibus qui usq; ad solitum habitum insisterit
has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de coicantia in longitudine et
potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea
residuo comunicans in longitudine sive in potentia tm ipsa etiā est residuum. sed
si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem spēi
residuum. Verbi gratia: linea comunicans in longitudine residuo primo est resi-
dū pīmū: et secundo coicans est scdm. sic qd usq; in ceteris: Qd aut linea communi-
cat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nō eius-
dem speciei: imo impossibile est vt linea comunicans in potentia tantū residuo pri-
mo aut scdō aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie
sed necesse est vt abo cadat simul sub trib⁹ primis speciebus aut abo simul sub tri-
bus postrenis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuum cui comunicet. b. in longitudi-
ne: dico qd. b. erit residuum eiusdem speciei cu. a. Adiungatur enim linea. c. ad linea. a.
et cum illa sit per cuius abscisionē. a. fuit residuum: et ad. b. adiūgat̄ alia que sit. d.
ad. quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. et. c. e. composita vero ex
b. et. d. sit. f. eritq; ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et p. 13. quin-
ti erit. c. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq; a. comunicet cum. b. erit per
io. c. comunicans cum. d. et. e. quoq; comunicans cum. f. et quia etiam est necessaria
rio ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit
e. potentior. c. in quadrato lince sibi coicantis in longitudine vel si forte incomen-
surabilis: sit sim. liter. f. potentior. d. at qm̄ omnis linea comunicans in longitudi-
ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationa-
les in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus resi-
dorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autē. b. comunicat in potentia
tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed
quicadmodū dictū est: cuis demonstratio ex his que in. 60. de binomis dicta sunt
colligenda est.

Propositio .99.

Minis linea utrilibz residuo mediali comunicans: est sub
ipsius termio et ordine residuum mediale. **V**eze est qd dicit
sive coicet linea cum utrilibet residuo mediali in longitudine sive in
potentia. Sit enim. a. utrilibet residuum mediale cui. b. coicet in lo-
gitudine vñ potentia. dico qd. b. est etiā residuum mediale qd fuerit. a. adiū-
gat̄ eni linea. c. ad linea. a. et sit. c. p. c abscisionē. a. fuit residuum mediale: et ad. b.
adiūgat̄ alia qd sit. d. sitq; b. ad. c. sicut. a. ad. c. totaq; posita ex. a. et. c. sit. e. et ex:
b. d. sit. f. describat̄ igit̄ qdrata. c. et. d. qd sint. g. et. h. et superficies. e. i. c. sit. k. et. f. i. d. et
sit. l. Et qd est vt pñ. e. ad. f. et c. ad. d. sicut. a. ad. b. sūt aut̄. e. et. c. mediales potentia
tm coicantes ex. 69. et. o. sequit̄ ex. 21. vt. f. et. d. eis coicantes. sūt etiā mediales po-
tentia tm coicantes: pstat aut̄ ex prima sexti qd sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. et. l. ad. h. sicut
f. ad. d. et qd est. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̄ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et pmutat̄ k.
ad. l. sicut. g. ad. h. cu. g. g. coicet cu. h. sequit̄ vt. k. coicet. cu. l. Si igit̄ k. ē rōnale qd
ē in residuo mediali primo erit etiā p diffinitionē. l. rōnalis qre p. 69. b. etiā ē resi-
dū mediale primo. si aut̄. k. sit medial. qd ē i residuo mediali scdō: erit p. 21. etiā. l.
medialis: idcoq; b. p. 70. residuum mediale scdō qre pstat ppositū. Idē aliter. Si linea
b. coicat cu linea. a. qd ē utrilibet residuum mediale i lo-
gitudine i potentia sit superficies
c. e. adiūcta ad linea rōale. c. d. eq̄lis qdrato. a. et. f. g. eq̄lis qdrato. b. erūtq; ob hoc



cōicabunt cū duplo .l.ex. 10. igitur ex. 73. b¹ est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scōm modū erit. d.e.residuū sextū ex. 97. ideoqz e.g. ex. 98. quare. b est cū mediali cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.

I de superficie rationali superficies medialis abscindatur linea ī reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

C sit enī tota superficies constans ex.a. z.b. rōnalis a qua detrahatur b. que sit medialis: dico q̄ linea potens in.a. residuū aut ē residuum aut linea minor. Esto namqz linea. c.d. rationalis superficiesqz. c.e. sibi adiuncta sit tāqz. a. z.f.g.tāqz. b. z.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqz.c.g.rōnalis. ideoqz p 16.linea.d.g.rōnalis in longitudine z.f.g.erit medialis. ideoqz per. 20.e.g. rōnalis in potentia tīm: est igit̄ ex diffinitiōe linea a.d.e.residuū primū aut quartū: ergo per. 86.z.89.linea potens in superficie.c.c. z iō in superficie.a.sibi equalē est residuū aut linea minor: qd̄ ē ppositum.

Propositio .104.

I de superficie mediali superficies rōnalis detrahatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primū: aut cum rationali componens mediale.

C hec quoqz sicut premissa pba. Erit enī tota.a.b.medialis.b. aut rōnalis: z t. ne dico qd̄ in.a. residuum pōt: aut est residuū mediale primū aut cum rōnali cōponens mediale. Lū enī.c.g.equalis sit.a.b.erit per. 20.linea.d.g.rōnalis in potentia tīm: z cū sit.f.g.equalis.b.erit per. 16.linea.e.g.rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuū scōm aut quintū quare per. 87.z.90. latus tetragonicū superficie. c.e. z ideo superficie.a.est residuū mediale primū aut cum rationali componens mediale: quod est ppositum nostrum.

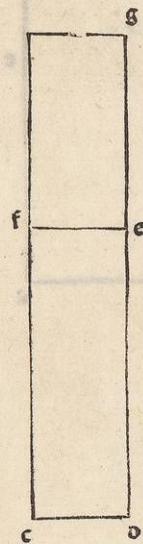
Propositio .105.

Superficies medialis superficieī mediali detrahatur fuitqz reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duaz irrationaliū videlicet aut residuum mediale scōm aut cum mediali cōponens mediale

C si a duaz premissaz deīnōstratione non devias concludes sine difficultate propositū. Sint enī tota.a.b.z.b.mediales z sit.a.reliqua incōmensurabilis toti: aliter enī esset.a.medialis ex. 21. z eius lat⁹ tetragonicū mediale ex. 19 tunc dico q̄ linea potens in.a.est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens medialc. nam cū sit.c.g.equalis.a.b.erit p. 20.linea.d.g.rōnalis in potentia tātū per eandē quoqz cum sit.f.g.equalis.b.erit etiā.e.g.rōnalis in potentia tīm z cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incōmensurabilis.c.g. ideoqz per primā sexti z. 10.buius erit etiā.e.g.incōmensurabilis.d.g. igit̄ a diffinitione linea.d.e. erit residuū tertii aut sextū: qre p. 88.z.91.latus tetragonicū superficie.c.e. z iō superficie.a. ē residuū mediale scōm aut cū mediali cōponēs mediale.

Propositio .106.

In eaz irrationaliū que sunt residuū z post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqz binomij terminū vel ordinē cōuenire non est possibile. **C**vlt aut p.banc. 105.q̄ residuū z alie quinqz linee



5

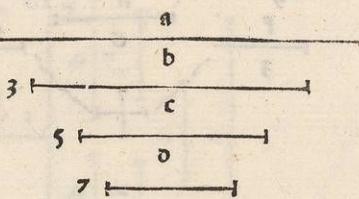
irrōnales eam sequentes differunt specie & dione ab invicē & nulla linea vna potest
eē sub duabus neqz sub pluribus speciebꝫ h̄az sex linearꝫ irrōnaliū que sunt residu
um & eius quinqꝫ comites: & qꝫ oēs sp̄es residui differunt ab oībus speciebus bin
omij nec ē possibile linea vna simul esse residuū & binomiu cuiuscūqꝫ speciei residui
vel binomij: Pars prima sic ḡstat: qm̄ sup̄ficies equalis quadratis residui & suaꝫ
quinqꝫ comitu cū adiūgant ad linea rōale habet sc̄da latera necessario diuersa ab
invicem ex. 92. & quinqꝫ eā sequentibus. sunt autē sc̄da latera residuū primū & se
cūdū & deinceps vsqꝫ ad sextū. Sc̄da ps ḡstat hoc modo: si eadē linea pōt cē simul
residuū & binomiu. sit. a. cui⁹ quadrato adiūgat ad rōnaliē linea. b. c. sitqꝫ. b. d. erit
qꝫ ex. 54. linea c. d. binomiu primū & ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomi
um primū dividat in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitqꝫ maior portio
c. e. qꝫ erat rōalis i lōgitudine p̄ distinctionē: iquātū autē ē residuū pm̄ adiūgat ei
d. g. p̄ cōabscissionē fuerat residuū primū: eritqꝫ etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudine
Lū itaqꝫ sit vtraqꝫ duarꝫ linearꝫ. c. g. r. c. c. rōalis i lōgitudine erit ēt p. 9. linea. e. g.
rōnal i lōgitudine: at qꝫ linea. d. e. ē rōnalis i potentia tm̄ cū ipsa sit p̄ hypoth. maior
portio binomij pm̄: erit per. 68. linea. d. g. residuū & qꝫ ipsa erat rōalis i potentia
tm̄ cū per eius abscissionē cēt linea. c. d. residuū sequit̄ impossibile p. 68. Qđ ut cla
rius pateat: esto sup̄ficies. b. d. adiuncta ad linea rationalē. b. c. equalis q̄drato li
nee. d. g. cū itaqꝫ linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōna
lis in longitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū pm̄
quod esse nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

Propositio .107.

Linea que residuū dicit̄ vllave irrationaliū que, post eam
sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino & or
dine vllius ceterarꝫ linearꝫ irrationalium que binomiu subse
quuntur: cum autē possibile sit linearꝫ irrationaliū seriē in in
finitum produci non est possibile vllā earum cum ea que
precederit in termino & ordine conuenire.

CUult per hanc vltimā libri. 10. q. 13. irrōnales linee de qibꝫ in hoc decimo de
monstratū ē & ipse sunt linea medialis binomiu & ei⁹ quinqꝫ comites residuū & ei⁹
quinqꝫ comites sunt ab invicē singule a singulis specie differentes: & qꝫ nulla linea
vna pōt eē simul sub onabꝫ aut pluribus speciebus eaꝫ: & qꝫ sp̄es linearꝫ irrationaliū
p̄nt i infinitū p̄duci qꝫ nulla cū alia p̄uenit i dione & ordine. Qđ autē bcc. 13. linee
videlz medialis binomiu & ei⁹. s. comites residuū & ei⁹. s. comites sunt irrōnales de
monstratū esse superius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio autē & eius
quinqꝫ comitibꝫ ex. 30. & quinqꝫ eā sequētibus: at vero de residuo suisqꝫ quinqꝫ co
mitibus ex. 68. & quinqꝫ eā sequētibus. Nullā autē h̄az. 13. linearꝫ irrationalium posse
p̄uenire in specie cū aliqua aliaꝫ linearꝫ sic collige. Esto enī vt ad vna eadēqꝫ linea
rōnaliē in longitudine adiūgant̄ superficies equalis quadratis predictarꝫ. 13. line
arū irrationaliū fm̄ qꝫ ordine se invicē sequunt̄: eritqꝫ ex. 20. secūdū latus prime ista
rum. 13. superficiērū & quinqꝫ eam sequentiū rationale in potentia tm̄. sc̄da autē
latera sc̄de istarꝫ. 13. superficieꝫ & quinqꝫ eam sequentiū erit omnes sp̄es binomiu
ruꝫ p̄ ordinē videlicet binomiu primū sc̄m & deinceps vsqꝫ ad sextū ex. 54. & quin
qꝫ eā sequētibus demonstratū esse memineris. sc̄da vero latera octauae superficieꝫ &
quinqꝫ eā sequentiū sunt sp̄es residuoꝫ in ordine videlicet residuū primū & residuū

secundiū et dcinceps usq; ad sexū qd ex. 92. et quinq; cā sequētibus didicisti. Cum
 igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq; specie binomioꝝ aut cū al/
 qua residuoꝝ quoniā omne binomiuꝫ p. 30. et oē residuiꝫ p. 68 ē linea irrōalis et i lō
 gitudine et i potentia. Et cū nulla sp̄s residuoꝝ cōueniat cū aliqua sp̄e binomiorū
 ex secūda pte penul. b° decimi: sequit̄ ut oia sc̄da latera haꝫ. 13. superficieꝝ sunt ab/
 iniicem diuersa: ideoꝝ p primā sexti et ipse. 13. superficies sunt diuersae cū eaꝝ om/
 nium altitudo sit vna quare etiā hec. 13. lineae irrōnales ppositae sunt singule a sin/
 gulis diuersae. Possunt aut̄ haꝫ. 13. lineaꝝ irrōnales species in infinitū produci. in
 finite enī sunt sp̄s lineaꝝ medialium. infinite quoq; binomioꝝ et sic de singulis Qd
 hoc modo pstat: esto linea. a. medialis. sumaturq; unitas et quotlibet numeri p̄mi
 vi. 3. 5 et. et sint totidem linee. b. c. d. quot sunt sūpti numeri primi. sintq; qdrata
 istaꝝ lineaꝝ. b. c. d. ad quadratū. a. sicut bi numeri primi ad vnitatē: eruntq; linee
 b. c. d. mediales ex. 21. qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea. a. mediali. oēs autē erūt
 diuersae in longitudine ab. a. et a sevniꝫ p vltimā pte. et. qm̄ nullius istorum nume/
 roꝝ ad vnitatē nec alicuius eoz ad alteꝫ per. 16. et. 8. et corollariū sc̄de octauī et pre/
 sentis hypothesis ē pportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo
 a. et omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaꝝ medialiū. b. vero et
 oēs sibi cōicantes in longitudine sub sc̄da. c. aut̄ et oēs eidē cōicantes vel cōmensu/
 rabiles sub tertia. d. quoq; et oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: et q; nu/
 meri primi sunt infiniti vt ex. 21. noni didicisti: necesse ē sp̄s lineaꝝ medialiū ē in/
 finitas. Qd aut̄ ē dictū de linea mediali itēlige de binomio suisq; 5. comitibꝫ: et re/
 siduo suisq; 5. comitibꝫ: nā sicut ois linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet
 ei in longitudine siue in potentia ut probatū est in. 21. ita etiā omnis linea com/
 municans binomio aut alicui suaz quinq; comitū vel etiā residuo aut alicui suaz
 quinq; comitū in longitudine vel in potentia est secū sub eadē specie vt probatum
 est in. 60. et quatuor eam sequentibus et. 98. et quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄
 species haꝫ. 13. lineaꝝ irrōnales infinite quaz nulla cōueniet cū pcedenti in ordi/
 ne vel dione. Conuenit quoq; dñe aliter species linearum irrōnales esse infinitas
 nam omne latus tetragonicū superficie dicte a numero nō quadrato est irrōnale
 p vltimā pte. et. et p diffinitionē. cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiā spe/
 cies haꝫ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit sc̄da ptem huius vli/
 me conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab unaquaꝝ linea rōnali i po/
 tentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū sp̄s produci quaz nullā cum aliqua caruz
 que ipsā pcesserint: possibile est in diffinitione et ordine conuenire. Verbi gratia
 Sumatur aliqua superficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiq; eritq; la/
 tus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipsū ē incōmensurabile lateris te/
 tragonico superficie iōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte. et. dico ergo
 q; hui⁹ lateris latus. itemq; sc̄di lateris latus et rursus huius tertij lateris latus et
 sic in infinitū: sunt lineaꝝ irrationales tam in longitudine qz in potentia: et q; nulla
 earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā pcesserit in ordine. estq;
 latus tetragonicum premisse superficie quecunq; dicta fuerit a numero non qua/
 drato earum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsaz est principiū oīm
 ipsam sequentiū: et quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficie
 proficiuntur diuersae sunt in longitudine et potentia ab omnibus que a quoquam
 alio tetragonico latere talis superficie generantur et hoc dico eum ipsaz superficieꝝ

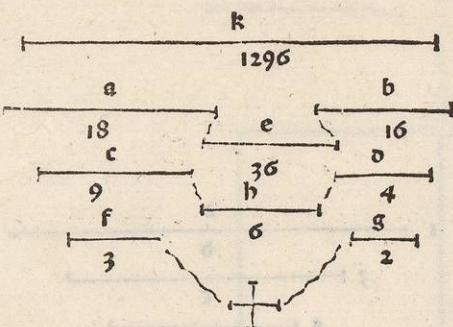


LIBER

non fuerit pportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ. hec aut̄ vt possumus firma demon
stratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitq; istud.

CQuibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota
latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetra
gonicum lauts ipsius producti produces.

Terbi gratia sit vt ex. a. in. b. sit. k. ad. c. z. d. sint latera tetragonica. a. z. b. fiat
aut̄ e. ex. c. in. d. sintq; itez. f. z. g. latera tetragonica. c. z. d. z fiat. h. ex. f. in. g. di
co q; b. est latus tetragonici. e. z q; e. rursus est latus tetragonici. k. cum eni ex. f.
in se z in. g. siant. c. z. b. erit. c. ad. b. sicut. f. ad. g. sed z sit. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo
q; ex. g. in. f. z in se fiunt. b. z. d. sint igit̄. c. h. d. continuo pportionales itaq; ex. b.
in se quantū ex. c. in. d. quare. b. est latus tetragonici. e. eadē quoq; rōne cu ex. c. i
se sit. a. in. d. sit. e. z ex. d. in se sit. b. erunt etiam. a. c. b. cōtinue pportionales i p/
portioꝝ. c. ad. d. cū igit̄ ex. a. in. b. sit. k. sc̄quīt̄ etiā vt ex. e. i se sit. k. q̄re. e. est latus
tetragonici. k. constat itaq; qđ dicit̄. restat itaq; demonstrare qđ propositum est.
Sit igit̄ supficies. a. rōnalis dicta a numero nō quadrato. ut. s. sitq; linea. a. ei^o te/
tragonici latus z sumant̄ quotlibz linee rōnales i lōgitudine q̄ sint. b. c. d. e. Sint qz
dicte a numeris quoꝝ quisq; pcedēs sit tetragonici latus proximo sequentis: vt
si. b. sit. z. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad has aut̄ lineas rōnales in longitudine adiunga
tur supficies equalis. a. eruntq; sc̄dā latera singulaz rōnalia in longitudine per. 16
vt sc̄m latus. b. 2. z dimidiū. secundū. c. vnuz z quarta: secundū vero. d. vna quar
ta z vna. 16. at vero superficie. e. secundū latus erit vna. 64. z vna. 256. sit ergo. f.
tetragonici latus. b: g. vero sit tetragonici latus sc̄dī lateris superficie. b. eritq; p
premissam aūs ut ex. f. in. g. sit. a. rursus sit. b. tetragonici latus secundi lateris
c. k. quoq; sit tetragonici latus. b. eritq; per predictū aūs vt ex. b. in. b. sit. a. z ex. f.
in. k. sit tetragonici latus. a. qđ sit. l. sit itez. m. t. p. terragonicum. n. eritq; per predi
ctū antecedens vt ex. c. in. m. fiat. a. z ex. b. in. n. l. z ex. f. in. p. tetragonici latus
l. qđ sit. q. Amplius aut̄ sit. r. tetragonici latus lateris secundi superficie. e. sit quo
qz. s. tetragonici. r. z. f. z. t. s. sit et. u. tetragonici. t. sc̄quīt̄ que per dictū antecedēs
vt ex. d. in. r. fiat. a. z ex. c. in. f. l. z ex. b. in. t. sit. q. z etiam ex. f. in. u. tetragonici
latus. q. qđ sit. x. z sic in infinitū: dico ergo has lineas. a. l. q. x. quaꝝ. a. est tanqñ
radicale principium esse irrationales. a. quidem in longitudine tantum: cetero ve
ro in longitudine z in potentia z dico q̄ nulla carum conuenit cū alia in diffiniti
one vel ordine. Lūz eni ex. f. in. g. z. k. siant. a. z. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. z qz vt
p̄ ex dictis hypotheibꝫ. g. z. k. sūt incomensurabiles in longitudine z in potentia.
sequitur etiā vt. a. z. l. sint incomensurabiles in longitudine z in potētia: eadem ra
tione. a. z. q. est enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. z propter eandē causam etiā. a. z. x. cū
sint sicut. g. z. u. z hac via quoq; necesse est vt. l. z. q. sint simpliciter incomensurabi
les tā i lōgitudine quā in potētia. cum eni ex. f. in. k. z. p. siant. l. z. q. erit. l. ad. q.
vt. k. ad. p. at. k. ad. p. nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia.
Si enim sint crunt. b. z. n. commensurabiles. sed non sūt: at vero. l. z. x. oportet eē
v̄troq; modo incomensurabiles: est enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q; ex. f. in. k. z
u. fiunt. l. z. x. sunt autem. k. z. u. v̄troq; modo incomensurabiles. Sin autē acci
det. d. z. b. esse commensurabiles quod est inconveniens: q. vero z. x. q; sint quoq;
incommensurabiles potentia z longitudine ex eo patet q̄ ē. q. ad. x. sicut. p. ad. u.



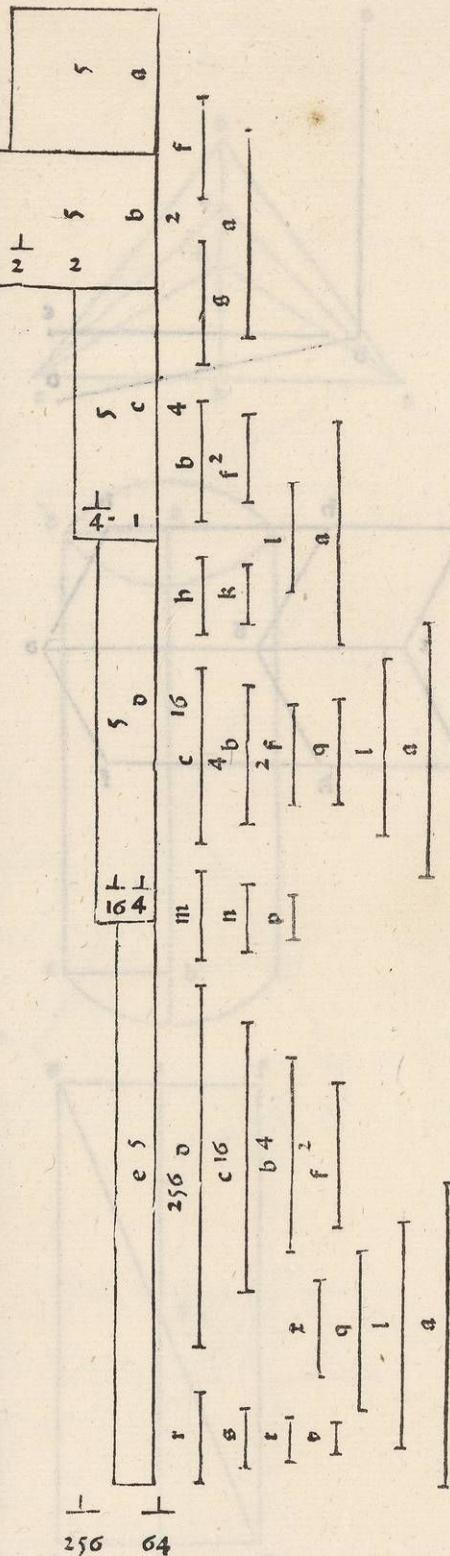
constat autem quod p. r. u. sunt incommensurabiles. nam si non erunt. n. r. c. commensurabiles. ideoque m. r. s. sed non sunt. Manifestum est itaque infinitas lineas irrationalis in longitudine et in potentia incommensurabiles et ideo dissimilitudine et species differentes produci ex linea. a. rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere quod quaecumque irrationalis linee ab aliqua linea rationali in potentia tantum hanc viam generantur: diverse sunt ab omnibus tam in longitudine quam in potentia que a. qualibet alia linea rationali in potentia tamen quadratum cuius ad quadratus prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum hanc eadem via egreduntur: hoc quoque sic constat. Sint. a. r. b. rationales in potentia tamen siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitque ut illi numeri non sint in proportiona aliquorum numerorum quadratorum: lineae quoque que procedunt hanc viam ab. a. sint. c. d. c. et a. b. procedant. f. g. b. dico quod nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. b. cum enim sint. c. r. f. tetragonica latera. a. r. b. at. d. r. g. tetragonica latera. c. r. f. r. e. r. b. tetragonica. d. et g. non est possibile ut aliqua ex c. d. e. coincidat cum sua copari ex f. g. b. vel longitudine vel potentia. Si enim alterutro modo comunicet. e. cum. b. sequitur ut. d. coincidat cum. g. r. c. cum. f. quare r. a. cum. b. etiam in longitudine quod est contra hypothesis. Universaliter autem verum est dicere quilibet harum esse utrumque modo incommensurabilem cuilibet istarum. Dato namque quod d. communicet cum. b. etiam in potentia tantum. sequitur ut. c. quoque coincidat cum. g. r. a. cum. f. quod non est possibile. Attendere autem oportet quod cum dico latus lateris nihil aliud intelligo quam latus superficie denominata a latere priori. unde tetragonum latus lineae. a. voco linam illam que potest in superficiem dictam a linea. a. talis autem superficies est quam continet linea. a. et linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo liber invenire tetragonum latus cuiuslibet linee. sit linea. a. cuius tetragonicum latum volo invenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate et ipsa est minima omnium linearum rationum numeratarum ab integris medio loco proportionatis inter eas. sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonicum latus. a. idem enim sit ex. a. in. b. et ex. c. in. sc. At vero ex. a. in. b. fit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quo liber in unum ducto productur ab eo quod unum multiplicat denominatur. Et nota quod cum. c. fuerit latus tetragonum lineae. a. indifferenter contingit linam. c. esse maiorem linea. a. et minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



Orpus est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies Linea erecta supra superficiem est que cum terminalibus lineis in ea superficie exparsis angulos rectos facit. linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eadem orthogonaliter insistere dicitur.

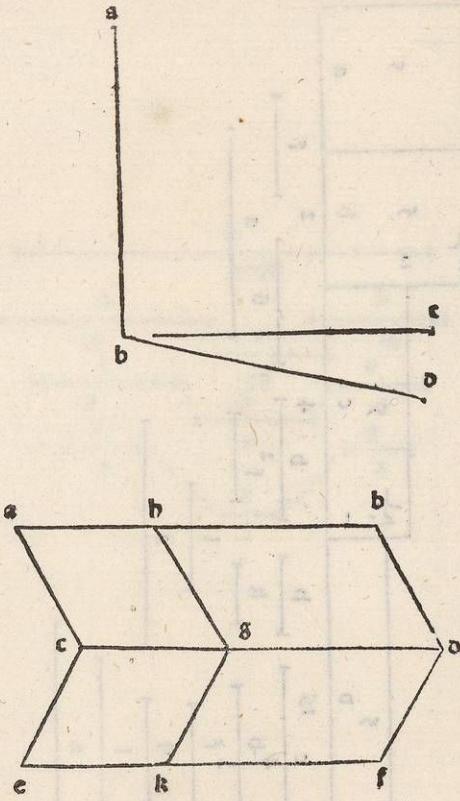
Intelligatur eni linea. a. b. exurgere supra planum: ita quod punctus. a. imaginetur in aere et b. in plano et a punto b. ducantur plures lineae in eodem plano ut. b. c. b. d. et quotlibet aliae. Si igitur ita fuerit quod linea. a. b. cum linea b. c. et cum linea. b. d. et cum qualibet alia linea protracta a punto. b. in plano illo angulum

m 3



LIBER

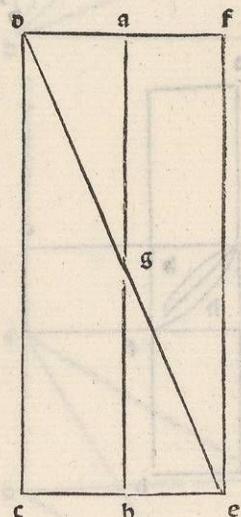
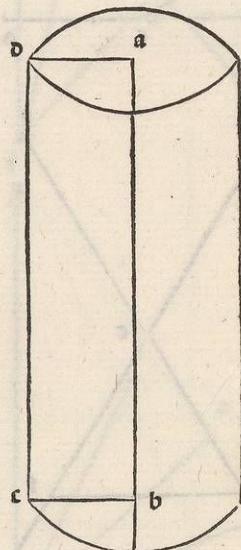
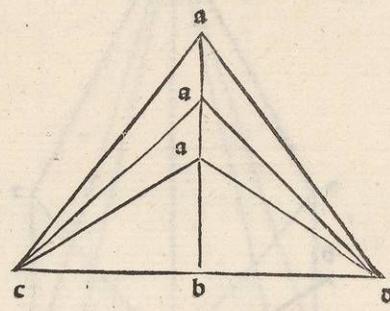
rectū cōtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua p̄tracte sūt
 beelinee videlicet. b.c. r. b.d. & alie cū quibus ipsa ponit cōtinere angulū rectū.
CSuperficies autē erecta sup̄ superficiē est quotiēs puncto uno eodem
 linee que est cōmuni terminus illaz superficieꝝ due perpendicularares
 cōterminales sustant que rectū cōtinentes angulū in eisdē superficieſ
 bus sit̄. **C**Verbi grā imaginemur superficiē. a.b.c.d. exurgere superficiē vero. c
 d.e.f. iacere: & intelligamus lineam. c. d. esse communem terminum ambarum
 in ea itaqꝫ signet̄ punctus. g. a quo ad linea. c. d. extrahant̄ due linee perpendiculariſ
 lares vna vidz i superficie. c. d. e. f. que sit. g. k: & alia i superficie. a. b. c. d. que sit. g. b
 si igitur angulus quē continent̄ hec due linee perpendicularares videlicet. g. b. & g. k.
 erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiē. c. d. e. f.
CSuperficies equidistātes sūnt que in vtrāqꝫ partem protracte nō
 concurrent et si in infinitum producantur. **C**Intellectum est quod dicit̄.
 Scire tamē debes qꝫ omnes planas superficies aut sunt equidistantes ab invicem aut
 in omnē partē p̄tracte cōcurrent alicubi & super rectā linea se secabunt lineas autē
 rectas nō ē necessariū v̄l cē equidistantes vel in vtrāqꝫ pteꝫ protractas concurrere.
 Quippe que in eadē superficie nō sunt nec equidistant ab invicē nec in quantulibet
 protracte cōcurrent. **C**Equa corpora sunt atqꝫ similia quoꝫ termina
 les superficies numero ac quantitate eequales vnius creationis sūnt at
 qꝫ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero
 equalibus continentur. **C**Si has duas diffinitiones de corporibus equa/
 libus & similib⁹ nō intelligis ad diffinitionē similium superficieꝝ posita in princi/
 pio sexti recurre. **C**Corpus seratile dicitur qđ quīqꝫ superficiebus qua/
 rum tres parallelogramē sunt due vero triangule continentur.
CDomini quatuor parietes equidistantes habent̄ rectū vnicō fastigio supremis
 duarum parietum lateribus equali & equidistanti suppositum seratilis corporis
 expressam similitudinem gerit. **C**Spera est transitus arcus circūferentie
 dimidi⁹ circuli quotiens sumpto vel sup̄premo semicirculo lineaqꝫ di
 metri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.
CSuper quālibet linea semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re
 volutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat cuius centrū con/
 stat esse centrum semicirculi circūducti. **C**Piramis laterata est figura cor/
 poreā quā cōtinent̄ superficies ab vna quā relique sunt ad vnu op/
 positum punctū sursum errecte. **C**In omni laterata piramide cuncte superfici/
 es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctū sublevātur qui conus pirami/
 dis dicitur suntqꝫ omnes hec laterales superficies triangule: basis vero frequenter nō
 est triangula. **C**Piramis rotunda est figura solida: estqꝫ transitus tri
 anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continē
 tum fixo & donec vlsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo
 ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equare
 erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹
 obtusiangula erit. Axis aut̄ ipsi⁹ figure ē latus fixu. Basisqꝫ sua cir/
 culis. **D**icitur autem figura hec piramis columne rotunde.
CSit trigonus. a. b. c. rectū angulū habens qui sit. b. figuraz alterꝫ duox lateri
 ambientiū rectū angulū. b. sitqꝫ latus. d. figit. a. b. quo fixo circūducat trigon⁹ quo/



usq; ad locū ēnde moueri cepit redeat: corporeā ergo figura que huius triongi motu describitur rotunda piramis appellat: cui⁹ tres sūt dīe. Alia enī est rectāgula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidē ē qñ latū. a.b. lateri. b.c. fū erit equale. Esto enī ut linea. b.c. cū rotatu triongi puenerit ad sitū linee. b.d. ita q punct⁹. c. cadat sūg pūctū. d. fiatq; linea vna. hoc ē vt ipsa tunc pīungat situi a quo moueri cepit scđm rectitudinē: eritq; linea hic q̄si. b.c. d. & q̄ ex. 32. p̄mi & 5. eiusdē angulus. c.a.b. ē medietas recti erit angulus. c.a.d. rectus. ideoq; piramis hec dicitur rectangula. Si autē latus. a.b. sit longius latere. b.c. erit acutianguli: erit enī tunc ex. 32. primi & 19. eiusdē angulus. c.a.b. minor medietate recti. ideoq; totus angulus. c.a.d. ē mīor recto & acutus: quare piramis acutiangula. Qđ si latus. a.b. fuerit brevius latere. b.c. erit angulus. c.a.d. maior medietati recti ex. 32. primi et 19. eiusdē & totus. c.a.d. qui ē duplus ad ipsū. c.a.b. maior recto & obtusus. igitur & piramis cōuenienter tūc dicit obtusiangula. Axis autē huius pyramidis dicit linea. a.b. basis vero eius circulus quē describit linea. c.b. super centrum. b. dicit quoq; hec piramis columnē rotunde illi⁹ videlicet quā motu suo describeret palellogramū pueniens ex. a.b. & b.c. latere. a.b. manente fixo.

CFigura corporeā rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine idest altitudine eales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectū angulum continentē fixo iplaq; sup/ ficies donec ad locū suū redeat circunducta diciturq; hec figura co/ lumna rotunda. Columnē itaq; rotunde atq; spere circuliq; vnu atq; idē ēt centrū. **S**it palellogramū rectangulū. a.b.c.d. figuraq; latus. a.b. & eo fixo totū palellogramū quoq; ad locū suū cadat vel redeat circūducat: corpo/ rea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columnā nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus. b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. & eius centrum est punctus. a. Axis autem. huius columnē dicitur linea. a.b. que manet fixa in motu palellogrami. Qđ si imaginati surimus parallelogramū. m.a.b.c.d. cum peruerterit rotatu suo ad situm. a.b.e.f. coniun/ gi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane: vt scilicet totū sit vnu palellogramū. d.c.e.f. & protraximus in eo diametrū. d.c. erit quoq; diameter. d. e. diameter colūne. Qđ autē dicit columnē & spere & circuli idem esse centrū: intelligi dīz cū horū vna ē eadēq; diameter. Verbi grā diximus enī q. d.e. ē diameter istius colūne. Sperā igī atq; circulū quoq; diameter est linea. d.e. neces/ se est idē centrū habere cū centro pposito colūne. Sit enī vt linea. d.e. scet lineam a.b. in puncto. g. eritq; .g. centrū columnē: dividit enī axem colūne p equalia & dia/ metrū colūne p equalia qđ p. 25. primi nam anguli qui sunt. a.d.g. sunt eales ex. 15. primi & anguli qui sunt ad. a. & b. recti ex hypothesi: linea quoq; a.d. ē equa/ lis linee. b.e. itaq; d.g. est equalis. e.g. & a.g. equalis. g.b. cunq; anguli. c. & f. sunt recti si super punctū. g. scđm spaciū. d.g. ac super linea. d.e. circulus describat trā/ sibit ex cōuersa prime p̄tis. 30. tertij per puncta. c. & f. itaq; punctum. g. est centrū circuli cuius diameter est diameter columnē. ideoq; & spere: quare manifestum est omni parallelogramo rectangulo circulum omniq; columnē rotunde speram esse circūscriptibiles. Sicq; patet q voluit istud theoreuma.

CAngulus corporeus sive solidus est quem continent anguli plani plures q; duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem



LIBER

conuenient. **C**Two anguli plani angulum solidum perficere nequent sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq; planos solidū an-
gulum continentis in eadē superficie nō conuenit esse fitos sed in diversis quēad/
modū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem
secūdū sitū rectitudinis applicari. **C** Similes sunt figure corporee rotūde
sine sit colūne sive earū piramides quaz axes diametrī suarū basiū
sunt proportionales. **C** Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut
duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius eaz ad diametrum sue
basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columnae aut piramides
similes adiuicem esse dicuntur.

Propositio .1.

Inne recte partem esse in plano & partem in sublimi ē im-
possibile.

CSit linea. a.b.. recta. dico q̄ non est possibile ut pars eius sit in
plano & pars sursum eleuata. si eni est possibile sit pars ei⁹ que est. a
c. sita. in plano & pars eius que ē. c.b. in sublimi posita & protrahat
directe. a.c. in plano in quo ipsa sita est vsq; ad. d. eritq; vt vni eidemq; linee que
est linea. a.c. due linee penit⁹ diuerte que sūt linee. c.b. & c.d. ex eadē parte directe
adiuant q̄ est impossibile. ex. 13. primi.

Propositio .2.

Duæ linee due quarum altera alteram iecat in vna sup-
ficie site sunt omnelq; triangulus in vna superficie totus con-
sistit.

CSint due linee recte. a.b. & c.d. se inuicem secantes in puncto. e. di-
co eas esse in superficie vna & omniē triangulū dico esse in superficie
vna totū. signetur eni punctus. f. in linea. c.d. & punctū. g. in linea. a.b. & ducaſ li-
nea. f.g. Quia igitur impossibile est ptez trianguli. e.f.g. esse in plano & ptem i sub-
limi quin etiam suarum terminaliū lineaz vnius aut plurimum pars similiter sit in
plano. & pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam
erit quoq; impossibile de triangulo. itaq; totus triangulus. e.f.g. est in superficie
vna. Ex hac igitur secunda parte & premissa cōstat prima ps huius secunde propo-
sitionis.

Propositio .3.

Onium duarum superficieꝝ se inuicem secantū cōmūnis
sectio est linea recta.

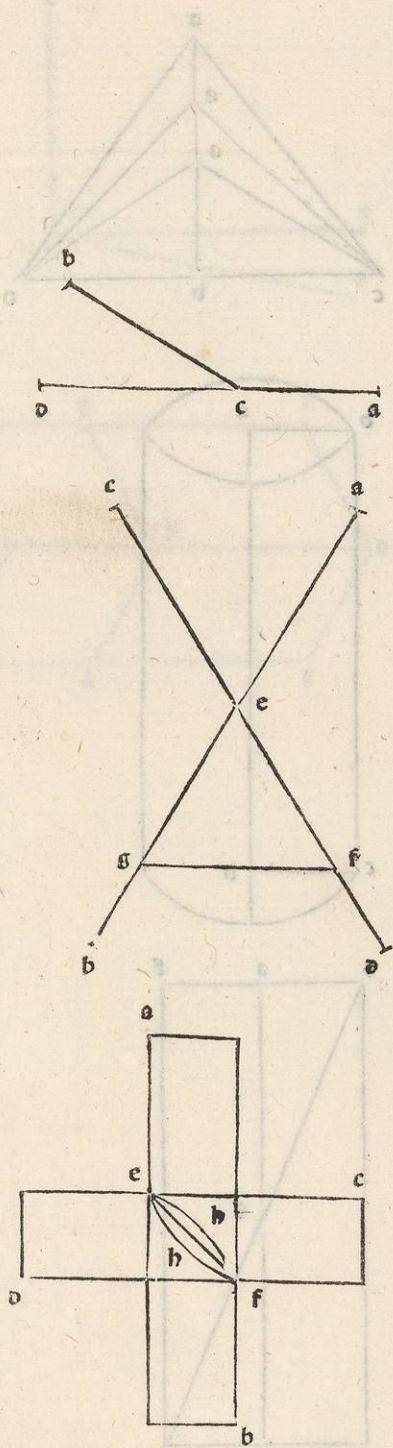
CDe planis superficiebus intellige & verum erit qđ dicitur. Sint ita
q; due superficies plane. a.b. & c.d. se inuicem secantes dico q̄ earū
cōmūnis sectio erit linea recta. Esto eni duo pūctū. e. & f. termini cō/
mūnis sectionis eaz que cōtinuerit per lineā rectā que sit. e.f. si igitur linea. e.f. est
in vtraq; duaz superficieꝝ. a.b. & c.d. p̄stat ppositū: at vero si in neutra aut si nō in
alteratū ambo puncta. e. & f. sint in vtraq; superficieꝝ. a.b. & c.d. in ea superficie in
qua ipsa nō fuerit protrahat linea recta que sit. c.b. f. erit igit̄ due recte linee. ef. &
e.b. f. h̄ntes duos terminos cōes qđ ē impossibile. sic eni due recte linee includerit su-

pficiē qđ ē p̄ petitionē vltimā p̄nii libri.

Propositio .4.

Ifuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linea-
rum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficie
perpendicularis erit.

CSit linea. a.b. orthogonaliter erecta super incisionē duaz linearū



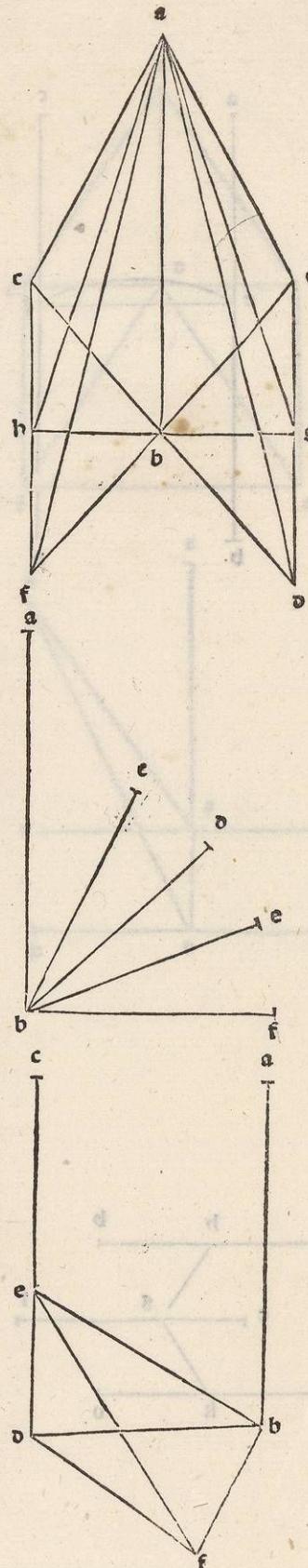
c. d. e. f. secatiū sc in puncto. b. de quibus p̄stat p̄ antepremissā q̄ ipse sunt sita in vna superficie dico q̄ linea. a. b. perpendicularis ē ad ipsaq̄ superficie. Sint enī. c. b. & b. d. equales at vero. f. b. & b. e. equales & p̄trahant̄ linee. e. d. & c. f. que erūt equales per. 4. primi & equidistantes p. 27. eiusdē. Signato itaq̄ puncto aliquo i linea e. d. qui sit. g. ducā linea. g. b. h. critq̄ ex. 26. primi. e. g. equalis. f. h. igit̄ a puncto a. vel quovis puncto linea. a. b. demittant̄ hypothemis aliter linee. a. c. ad. a. e. a. f. a. g. a. b. critq̄ ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. & a. c. e. q̄līs. a. f. Itē p. s. eiusdē e. q̄līs erit agulus. a. e. d. e. q̄līs aḡulo. a. f. c. ergo per. 4. ipsi⁹ erit. a. g. e. q̄līs. a. b. & idcoq̄ p. s. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. h. quare ex diffinitione vterq̄ ē rectus & linea. a. b. pp̄pendicularis ad linea. g. h. Simili quoq̄ mō pbabis cādē esse pp̄pendicularē ad oēs lineas p̄tractas a puncto. b. in superficie duar̄ lineaz. c. d. & e. f. igit̄ ex dione constat linea. a. b. ēe pp̄pendicularē ad superficie i qua sita sunt due linee c. d. & e. f. seiuicē secates qđ ē p̄positū.

Propositio .5.

Si super tres lineas cōterminales cōi eaꝝ termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres linee i vna superficie sita erunt. Sit linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōm terminū triū lineaz. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentū in puncto. b. quaz nulla aliꝝ directe applicetur qđ idem ē ac seiuicem secant in puncto. b. protracte enī se secabunt dico q̄ tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie sita. Constat autē de quibusq̄ eaꝝ duab⁹ q̄ ipse sunt in vna superficie sita per scđam hui⁹ vel p̄ primā p̄tē. 2. hui⁹ si igit̄ linea. b. d. nō fuerit in superficie dua ꝑ lineaz. b. c. & b. e. sed ille duo i plano: hoc autē in sublimi: erit vt hec superficies in qua sita sunt due linee. a. b. & b. d. si protrahatur & p̄ illud qđ notū est sup̄ quartā secet illā in qua sita sunt. b. c. & b. e. eritq̄ per. 3. huius cōis eaꝝ sectio linea recta & ipsa sit. b. f. qr̄ igit̄ ex premissa linea. a. b. ēe pp̄pendicularis ad superficie duar̄ lineaz. b. c. & b. e. sequit̄ ex diffinitione vt ipsa sit perp̄diculār̄ ad linea. b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cunq̄ etiā angulus. a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur i p̄sibile videlicet p̄tē suo toti ēe equalē.

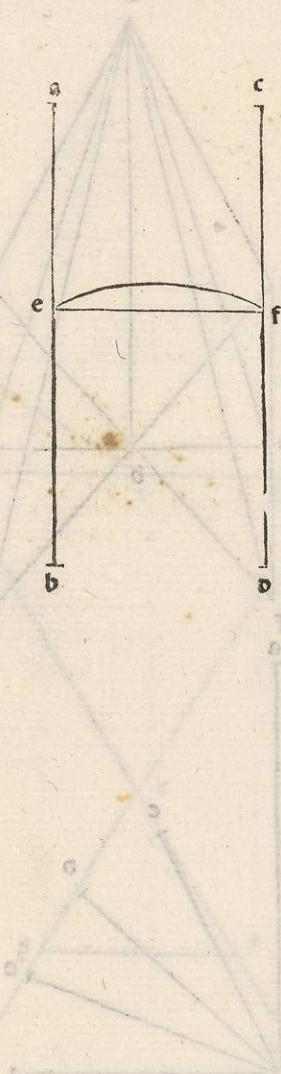
Propositio .6.

Suerint due linee super vna superficie pp̄pendicularares eas eq̄distātes ēe necelle est. Sint due linee. a. b. & c. d. pp̄pendicularares ad vna superficie dico eas esse eq̄distantes: protrahat enim linea. b. d. eruntq̄ ex dione duo anguli. a. b. d. & c. d. b. recti. si igit̄ due linee. a. b. & c. d. sint in superficie vna ipse sunt eq̄distantes p̄ scđaz partē. 28. primi: ipsas autem esse in superficie vna sic collige: a puncto. b. super linēam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistunt. a. b. & c. d. p̄trahē orthogonāliter linēam. b. f. & ex linea. c. d. stime. d. e. equalē. b. f. & protrahē lineas. e. b. & e. f. erunt igit̄ duo latera. e. d. & d. b. trianguli. c. d. b. equalia duob⁹ lateribus. f. b. & d. b. trianguli. f. d. b. & angulus. e. d. b. equalis angulo. f. d. b. cū vterq̄ sit rect⁹. itaq̄ per quartā primi linea. b. e. ēe equalis linea. d. f. itēq̄ cū duo latera. e. b. & b. f. trianguli. e. b. f. sint equalia duob⁹ lateribus. f. d. & d. c. trianguli. f. d. e. & basis. e. f. cōis erit p. s. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterq̄ sit rect⁹: qr̄ igit̄ angul⁹. f. d. e. ēe rect⁹ a dione erit etiā angul⁹. e. b. f. rect⁹: itaq̄ linea. f. b. pp̄pendiculariter ē erecta sup̄ cōm terminū triū lineaz. b. a. b. d. b. e. se cōtingētiū angulariter i puncto. b. q̄re p̄ p̄missā ipse sit i superficie vna: cū igit̄ ex p̄ma parte b⁹ scđe linea. c. d.



LIBER

sit in eadem superficie. cum vtraqz linearum.e.b.z.b.d.sequitur.a.b.z.c.d.esse i
superficie vna: Constat ergo propositum.



Propositio .7.

Sin duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie ille due linee sitae sunt eam quoqz in eandem sitam eē necessario comprobatur.

Sint due linee. a.b.z.c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.z.f.z producatur linea recta. e. f. dico itaqz lineam.c. f. esse sitam in superficie linearum. a.b.z.c.d. Sin autem sit. e.f. in alia superficie vt in sublimi dependens q superficies si protrahatur secabit necessario superficie in qua sitae sunt due linee. a. b. z. c. d. eritqz per. 3. huius communis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile. sic eni due recte linee cocluderent superficiem.

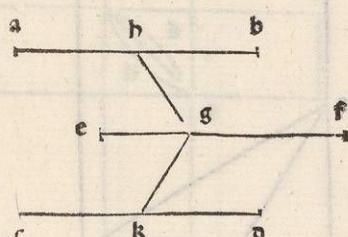
Propositio .8.

Sin idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sifstat reliquam quoqz ad idem planum perpendiculararem esse conueniet. **C**hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a.b.z.c.d. equidistantes et sit earum altera vt. c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet: dico reliquā earum que est. a.b. esse perpendiculararem ad eandē superficiem. **F**iat enim prosus eadem dispositio que in sexta: eritqz ut ibi vterqz duoz anguloz. f.d.b.z. f.b.e. rectus: primus quidem per positionem. secundus autē per. 8. primi: quare p. 4. huius linea. f.b. ē ppndiculariter erecta super superficiem i qua sunt due linee. b.d.z.b.e. cūqz per premissā due lineas. a.b.z.c.d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b.d.z.b.e. sequitur linea. f.b. esse ppndiculariter erecta supra superficiē in qua est linea. b.a. a diffinitione igitur erit angulus. f.b.a. rectus z qz etiam angulus. d.b.a. est rectus per ultimā partē. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. a.b. esse perpendiculararem ad superficiem in qua sitae sunt due linee. b.d.z.b.f. quare constat propositum.

Propositio .9.

Sdue linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoqz sibi inuicem equidistare necesse est.

C sit vtraqz duarum linearum. a.b.z.c.d. equidistās linee. e. f. nec sint omnes in superficie vna: dico q ecde quoz sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidē que sunt omnes in superficie vna probatū est per. 30. primi: at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e.f. que intelligatur sursū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū. signetur itaqz in ea pīctus. g. a quo educantur due ppndicularēs ad duas lineas. a.b.z.c.d. que sint. g. b. z. g. k. eritqz per. 4. huius linea. e. f. ppndicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt sitae due linee. g. b. z. g. k. itaqz per premissā bis assumptā vtraqz illaz duaz lineaz. a.b.z.c.d. ppndicularis ē ad eandē superficiē videlicet ad illā in qua sitae sunt dicte due linee. g. b. z. g. k. p. sextā hui⁹ igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd est propositū.



Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se contingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nō aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli eque sibi inueni esse comprobantur.

Csint due linee: a.b. et a.c. se angulariter contingentes in puncto. a equidistantes alijs duabus que sunt. d.e. et d.f. se quoqz angulariter contingenti bus in puncto. d. nec sint cum eis i superficie vna: dico angulū. a. esse equalē angulo. d. Esto enī linea. d.e. equalis linea. a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. et d.f. equalis. a.c. cui etiā ipsa equidistare ponit et ducant linee. d.a. et e.b. et f.c. eritqz ex. 3. primi bis assumpta utraqz duarū linearū b.c. et e.f. equalis et equidistantes linea. a.d. per conceptionē igitur et premissam eedē sunt equales et equidistantes si bi inuicem. et itaqz per. 3. 3. primi denuo reperiātā due linee. b.c. et e.f. sunt etiā equales et equidistantes: igit̄ per. 8. primi cōstat p̄positū.

Propositio .11.

Ancto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

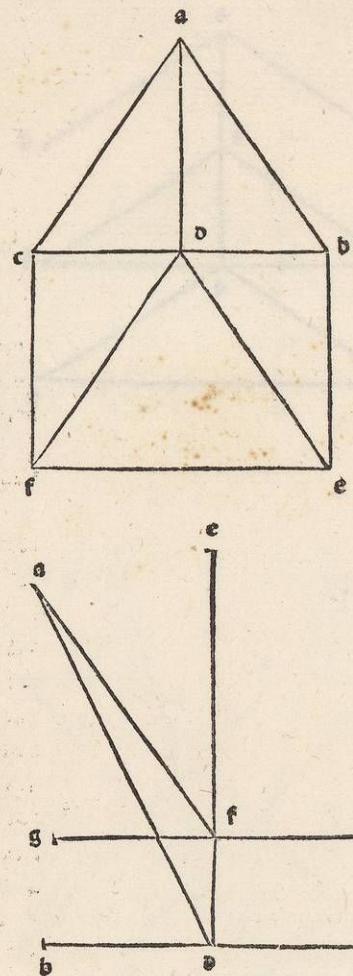
Csit punctus. a. sursum in aere a quo volumus ad superficiē subiacentem perpendicularem ducere: ducat igitur in plano illo: linea. b.c ut viciqz cōtigerit ad quā ab ipso punto. a. ducat perpendicularis. a.d sc̄m doctrinā. 12. primi rursusqz a punto. d. in plano illo ad qd̄ ducenda est perpendicularis a punto. a. extrabat linea. d.e. que sit perpendicularis ad linea. b.c ut docet. 11. primi. Ad hanc quoqz linea. d.e. ducat alia linea perpendicularis a punto. a. que sit. a.f. hanc vico esse ēā quā intēdim⁹. Sit enī linea. f.g. equidistantēs linee b.c. et qz utraqz duorū anguloz. b.d.a.z.b.d.f. est rectus: erit ex quarta hui⁹ linea b.d. perpendicularis ad superficiē in qua est triangulus. a.d.f. idcoqz etiā p. 8. hui⁹ erit linea. g.f. perpendicularis ad eandē superficiē: igit̄ a diffinitione erit angulus. g.f. a. rectus: cūqz etiā angulus. d.f. a. sit rectus: sequit̄ ex quaria huius linea. a.f. esse perpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee. d.f. et f.g. qd̄ est propositum

Propositio .12.

Superficie p̄posita punctoqz in ea assignato ab eo puncto ad datam superficiē linēa orthogonaliter erigere. **C**lū a punto quolibet in superficie p̄posita assignato perpendicularē educere libuerit a quolibet punto sursum in aere ad libitum posito ad eandē superficiē p̄pedicularē quādmodū p̄missa docuit denitttere que si i assignatū punctū ceciderit ipsa ēā quā queris. Sin aut ab ipsa assignato p̄ucto ad demissā perpendicularē equidistantem ducito: ēā qz per. 8. huius probabis ēē quam queris.

Propositio .13.

Das lineas super p̄uctū vnu ad superficiē vnu orthogonaliter iſistere ē ipſiſibile. **C**Si enī p̄iſibile ē vt due linee vni eidē qz superficie sup punctū vnu perpendiculariter iſistat superficies i qz ipſe perpendicularares sit̄ sūt itelligat p̄duci quoqz secat superficie cui dicte linee perpendiculariter iſistat eritqz per. 3. hui⁹ cōmuni caꝝ ſectio linea recta: et qz ex diffinitione utraqz illarū perpendicularium cū cōmuni ſectione cōtinet angulum rectū ſequitur ut angulus rect⁹ ſit p̄s anguli recti qd̄ est imposſibile. Quēad modū aut̄ demonstratū est imposſibile eſſe ab uno eodem p̄ucto extra superficiem



duas lineas super punctum unum ad eandem superficiem esse perpendicularares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemque punto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsa esse perpendicularares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius quod est impossibile ex definitione linearum equidistantium. Constat igitur ex hac quod si aliqua superficies plana aliq[ue] planam superficiem orthogonaliter secet et ab aliquo punto secantis superficie ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communione eaz sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem punto secantis superficie ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet. 12. primi et a punto in quo incidit cum communione alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur ut docet. 11. primi: eritque ex definitione superficie super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continet hec due linee perpendicularares rectus: quare per quartam huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiam ad superficiem sectam. ergo ab uno puncto protractae sunt due linee perpendicularares ad eandem superficiem quod est impossibile: relinquitur itaque propositum nostrum.

Propositio .14.

Slinea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in qua cunctis partem protrahantur nunquam concurrerent.

CPosita enim linea una duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere in eaz coi sectione que per. 3. huius erit linea recta: punctisque quocunque modo signet a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineam illam que ipsis perpendiculariter superstaret protrahatur: eritque constitutus triangulus ex his duabus lincis et perpendiculari huius itaque trianguli vertexque duorum angulorum qui superpendiculariter consistit est rectus ut per p[ro]positionem ex dione linee supra superficie perpendiculariter stantis hoc autem est impossibile per. 32. primi.

EConuerso quoque videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoque perpendicularis erit ad reliquum. **C**Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstaret: dico quod eadem linea reliqua superficie perpendiculariter superstaret. Sit enim superficies una secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrante eritque eius sectio huius superficie secatis et alterius sectarum vide licet illius cui linea penetrans ponit perpendiculariter insistere continet angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex dione linee perpendicularis ad superficiem: si igitur alia eius sectio ipsius superficie secatis et reliquo duarum sectarum cum eadem linea penetrante non contingat angulum rectum erit ex vita p[ro]positione primo ut ille due coes sectiones in alterutram per tracte necessario concurrerent quare et superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrerent. et quod hoc est impossibile erit ille angulus rectus eodemque modo erit de qualib[us] alia superficie easdem superficies equidistantes secatis super eandem lineam: igit ex quarta b[us] et ex ista. 14.

Sconstat verum esse quod diximus. **P**ropositio .15.

Ifuerint due linee se continententes angulariter equidistantes alijs duabus in contingentibus non antem in superficie una ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantunque producantur possunt concurrere.

CSint due linee. a.b. et a.c. se angulariter contingentes in punto. a. equidistantes duabus lineis. d.e. et d.f. se angulariter contingentibus in punto. d. et non sint in superficie una: dico eas superficies i quacumque parte et quatuorcumque protrahantur non quod concurrere: protrahatur et eni a punto. d. put docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.b. et a.c. sitq. d.g. et a punto. g. ducatur. g.b. equidistantes. a.b. et g.k. equidistantes. a.c. eritq. ex definitione veterum duorum angulorum. d. g.b.d.g.k. rectus et per. 9. erit linea. d.f. equidistantes linee. g.k. et linee. d.e. equidistantes linee. g.b. quare per ultimam prem. 29. primi veterum duorum angulorum. e. d.g.f. d.g. erit rectus: ideoque per quartam huius linea. d.g. erit perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.b. et a.c. igitur ex premissa liquet quod est propositum

Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes una superficies secet communis eorum sectiones equidistantes erunt.

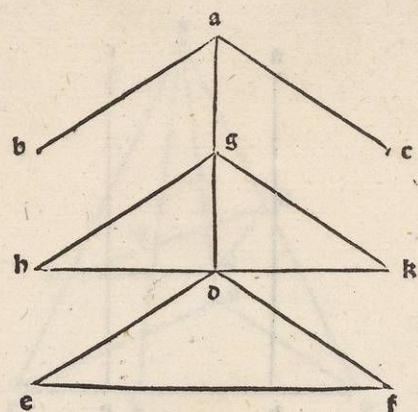
Constat equidem ex tertia quod una superficie quascumque duas superficies equidistantes secante communis earum sectiones erunt due linee recte: que cum sint ambe sitae in superficie secante. si ipse non fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet unum punctum concurrere: erit itaque ut unus atque idem punctus sit in utraque illarum duarum sectionum communium curvaq. una illarum communium sectionum sit in una duarum superficieq. sectarum et reliqua in altera. sequitur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erunt igitur coes earum sectiones equidistantes quod est propositum. **C**Ex hac et premissa potes elicere conclusionem unam similem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies unius equidistantes ipse quoque erunt adiuvicem equidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum utraque duarum extremarum equidistet medie dico quod necesse est ipsas extremas equidistare adiuvicem. Secentur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoque in unum secantibus: eritque ex hac. 16. communis sectiones duarum extremarum superficieq. equidistantes sectionibus medie: quare ex. 30. primi ipsi etiam sectiones duarum extremarum superficieq. erant equidistantes adiuvicem. Et quia ipse contingunt se in communione duarum superficieq. tres positae superficies secantium ex premissa evidenter constat quod diximus.

Propositio .17.

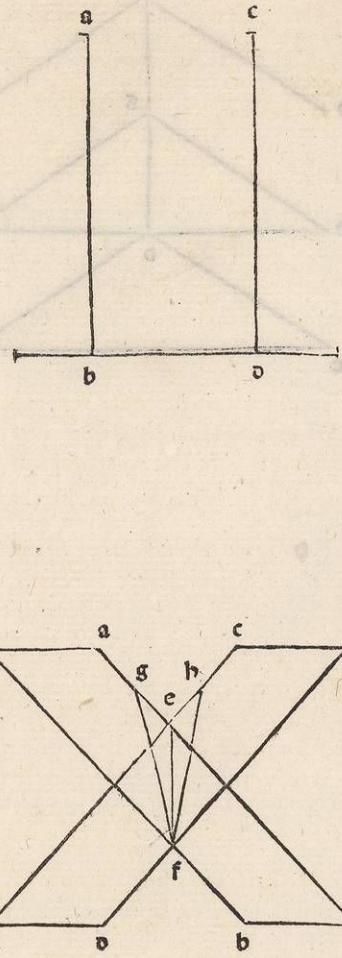
Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas in unum contingentes vel equidistantes secet illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

CIntelligant enim due recte linee penetrantes qualitercumque contigerit tres superficies equidistantes aut etiam plures tribus. dico itaque duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Coniungant enim duc extremitates illarum duarum linearum ducata inter eas linea una diagonalis: eritque hoc diagonalis cum utraque illarum duarum linearum penetrantibus superficies oppositas in superficie una illas equidistantes superficies positae secant. si ergo hae superficies coes sectiones quod per premissa erunt equidistantes cogitatorem protractris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.



LIBER



Si in superficie assignata orthogonaliter stet sit: linea ois superficies a linea illa quorsum liber ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

Cum enim linea. a.b. erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē et a linea. a.b. pducatur superficies quorsū libuerit: quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmuni sectio linea recta ex. 3. huius. sitqz. b.d. in hac ergo cōmuni sectione signato punto quolibet qui sit. d. extrahatur ab eo. In superficie que producta est a linea. a.b. linea quedā perpendicularis ad lineā. b.d. que sit d.c. critqz ex secunda pte. 28. primi linea. c.d. cōquidistans: lineā. a.b. ideoqz ex. 8. huius linea. c.d. est etiā perpendicularis ad superficiē propositā: quia ergo hoc modo quilibet linea protracta orthogonaliter a quolibet punto linea. b. d. ad ipsam lineam. b.d. in ipsa superficie que producta est a linea. a.b. est perpendicularis ad propositā superficiem ex diffinitione superficie supra superficiē orthogonaliter erēt: cōstat vero esse qđ propositū est. **P**ropositio .19.

Si due superficies se innicē secantes supra unam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmuni carum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

Csint due superficies. a.b. et c.d. secūnicē secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficie: sitqz cōmuni caꝝ sectio linea recta. e.f. hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem. alioquin a puncto f. qui est cōis termin⁹ sectionū duar⁹ superficieꝝ secantīꝝ: et tertie superficie secte pducatur una linea recta que sit. f.g. in superficie. a.b. perpendicularis ad superficiē assignatā. itēqz ab eodē pucto ducatur alia perpendicularis ad eandē superficie que sita sit in superficie. c.d. et ipsa sit. f.h. eruntqz due linea. f.g. et f.h. orthogonaliter insistentes super punctū vnu ad superficie assignatā: hoc aut̄ impossibile per. 13. huius Tales aut̄ lineas posse ptractari a puncto. f. in utraqz duar⁹ superficieꝝ. a.b. et c.d. cū. e.f. nō fuerit perpendicularis ad assignatā superficie dubitare nō cōcūnit. Intel ligat̄ quidē linea. f.b. cōis sectio superficie. a.b. et superficie assignate et linea. f.d. superficie. c.d. et superficie assignate. Si igit̄ linea. e.f. fuerit perpendicularis ad utraqz duar⁹ lineaꝝ. f.b. et f.d. ipsa etiā erit perpendicularis ad superficie assignatā ex q̄ta huius. si aut̄ ad neutrā sit. f.g. perpendicularis ad. f.b. et f.h. perpendicularis ad. f.d. deinde a puncto. f. ptractare in superficie assignata unā linea perpendicularē ad linea. f.b. q̄ ex dione superficie sup̄ aliā superficie orthogonaliter erecte cū linea. f.g. ptingebit angulū rectū: p̄ quartā igit̄ hui⁹ erit linea. f.g. perpendicularis ad superficie assignatā. Eodē quoqz mō ptracta alia linea a puncto. f. i. superficie assignata q̄ sit perpendicularis ad linea. f.d. sequit̄ ex dione predicta et ex quarta hui⁹ linēa. f.b. eē perpendicularē ad superficie assignatā qđ ē impossibile p. 13. huius. Qđ si p̄sueare linea. e.f. esse perpendicularē ad linea. f.b. sed nō ad linea. f.d. sequit̄ modo consimili duas linea. e.f. et f.b. esse perpendicularares ad superficiem assignatam: qđ nihil minus ē impossibile. **P**ropositio .20.

Si tres anguli superficiales solidū angulū ptingeāt illoꝝ triū angulorum quiqz duo ppter accepti reliquo sūt maiores.

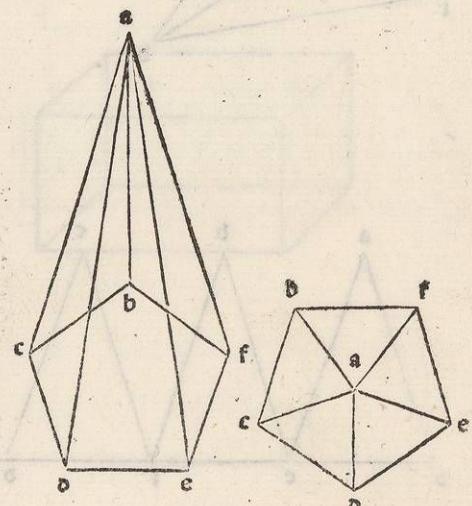
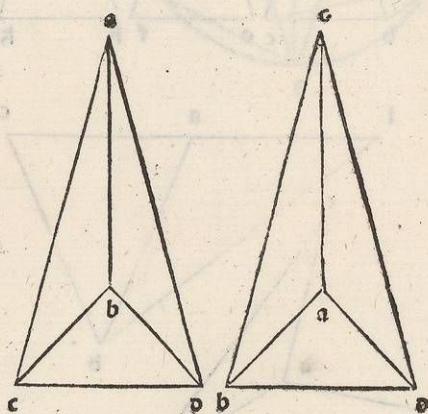
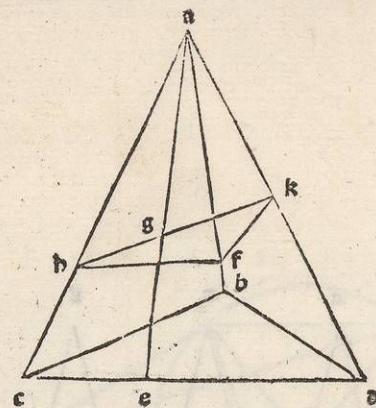
Csint tres linea. a.b. a.c. a.d. piramidaliter erecte supra superficiem. b.c. d. continentres tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

perficitur angulus in punto. a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angulis solidum angulum in punto. a. constituentibus pariter acceptos tertio eē maiores. Si enī bi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq⁹les: aut si duo tantū equales tertio exīste minore vtrolibet duoz equaliuz: p̄stat p̄ cōcūm scientiā verum esse qd̄ dicitur. Qd̄ si eoz vnuis vtrolibet duoz reliquoz maior fuerit sine illi duo ponanⁱ equales sive non equales: adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duorū reliquoz pariter acceptoꝝ tertio esse maiore. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim triū propositorum angularum superficialium angularis. c. a. d. maior vtrolibet reliquoꝝ duoz. Ex ipso ergo abscindam angulum. c. a. d. equalē angulo. b. a. d. practa linea. a. e. et sumā ex hac linea. a. e. linea. a. g. et ex linea. a. b. linea. a. f. quas ponam esse equales et protraham lineam a punto. g. qualiterq; contingat in superficie duarū linearū. a. c. et. a. d. quoisq; secet. a. c. in punto. h. et. a. d. in punto k. et ipsa sit. b. g. k. et producā lineas. f. b. et. f. k. cum sit igitur. a. f. equalis. a. g. posita. a. k. cōnuni erit per quartarū primi. f. k. equalis. k. g. et qd̄ ex. 20. prime due linee b. f. et. f. k. sunt maiores linea. b. k. erit per cōceptionē. b. f. maior. b. g. ideoq; per 25. primi cū su linea. a. f. equalis linee. a. g. erit angulus. f. a. b. maior angulo. b. a. g. per cōceptionē igitur cōstat duos angulos. b. a. f. f. a. k. pariter acceptos eē maiores angulo. b. a. k. qd̄ erat demonstrandū.

Propositio .21.

Monis angulus solidus quatuor rectis agalis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex anguloꝝ superficialiū ipsū solidū continentum quantitate determinatur: bac ergo. 2 i. proportionaliter p̄ponit quoq; quoslibet superficiales angulos solidū quēlibet cōtincies pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enī triangula piramis a. b. c. d. cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ anguloꝝ hic tñ sit. a. de quo dico q̄ tres superficiales anguli ipsū. a. p̄tinentes sint minores quatuor rectis. Constat enī ex. 32. primi. 9. angulos triū rānguloꝝ hanc pyramidē circūstantium et ipsi sunt. a. b. c. a. c. d. a. d. b. estc̄ equales sex angulis rectis: de trib⁹ aut angulis basis ei⁹ que ē triāgulus. b. c. d. cōstat quoq; p̄ eandē q̄ ipsi sunt equales duobus rectis. cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictoꝝ hanc nostram pyramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiu: qui inq; sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequit ipsos sex angulos ēē maiores duobus rectis: ex. nouē. igit̄ angulis trium trianguloꝝ pyramidē circūdantiu bis sex angulis demptis crunt ex cōmuni scia reliqui tres et ipsi sunt qui constitūt solidū angulū. a. miiores. 4. rectis. Si aut̄ angul⁹. a. sup̄mus i. asūpta piramide pluri⁹ angulis superficialib⁹ quā trib⁹ p̄ineat qd̄ erit hī multitudinē anguloꝝ sue basis: tū igit̄ oēs anguli om̄ trianguloꝝ ipsā piramide circūdantū p̄iter accepti sint ex. 32. primi tot rectis angulis eq⁹les quā ē numer⁹ anguloꝝ sue basis duplicat⁹: eo q̄ tot ne ēē triāgulos pyramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Lūq; om̄es anguli sue basis sint tot rectis angulis eq⁹les quantū ē numer⁹ anguloꝝ suoꝝ duplicitus: demptis inde. 4. ut in. 32. primi demonstratum est. Lunq; igit̄ om̄es an-



LIBER

guli trianguloꝝ piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsiꝝ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt evidēter constat ex premissa totiès quot angulos basis habuerit repetita.adhuc necessario sequitur ex cōsciā scia superficiales angulos solidū angulū:a. continentēs piter acceptos esse minores quatuor rectis:eo inquā minores quo oēs anguli trigonoꝝ piramidē circūdantū qui sup latera basis statute piramidis cōsistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.

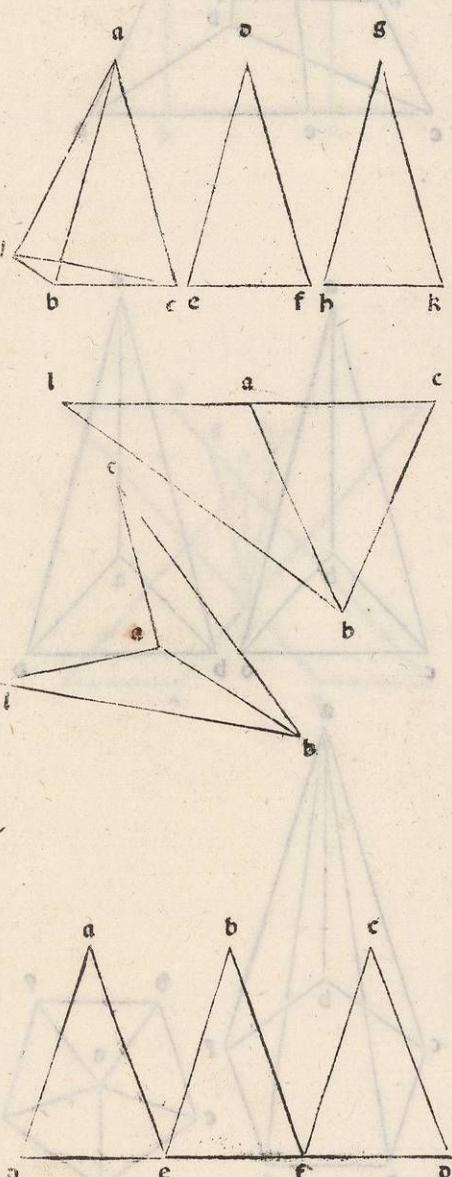
Si tres anguli superficiales quoꝝ quinqꝫ duo pariter accepti tertio sunt maiores cunctis libi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsis lineis equalium terminis subtendēbus triangulum substatu vel constitui possibile est:

Contra tres superficiales anguli.b.a.c.e.d.f.h.g.k. ut pponit: tales videlicet ut qui qz duo eoz tertio sint maiores. sintqz sex latera eos continentia equalia que sunt a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. et subtendant̄ tis tres bases que sunt. b.c.e.f.b.k. Ex his ergo tribus basibus triangulū ait constitui posse. Esto enī angulus.b.a.l. equalis angulo.d. et linea.a.l. linea.d.e. et protrahant̄ l.b.l.c. eritqz ex. 4. primi linea l.b. equalis linea.e.f. ex hypothesi vero pstat to talem angulū.a. esse maiorem angulo.g. erant enī quiꝝ duo ex tribus angulis.b.a.c.d. et g. tertio maiores igit ex. 24 primi linea.l.c. linea.b.k. ē maior. cunqz sint ex. 20. primi due linee.l.b. et b.c. maiores linea.l.c. sequitur duas lineas.l.b. et b.c. esse multo fortius maiores linea.b.k. quia igitur l.b. ēt equalis.e.f. erunt due linee.b.c. et e.f. maiores linea.b.k. Non stat itaqz hoc modo quasqz duas lineas ex tribus lineis.b.c.e.f. b.k. ēt longiores tertia: igit ex. 22. primi constat verum ēt qd dicitur: hoc dūtaxat addito q si duo anguli.b.a.c. et d. pariter accepti sunt equalis duobus rectis erunt due linee l.a. et a.c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex hypothesi duabus lineis.g.b. et g.k. que ex. 20. primi longiores sunt linea.b.k. cunqz ex eadē linee due.l.b. et b.c. sint longiores linea.l.c. sequitur vt prius.b.c. et e.f. piter acceptas ēē longiores b.k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee.a.l. et a.c. ideoqz et due.g.h. et g.k. breuiores duabꝫ q sūt.l.b. et b.c. quare vt prius.b.c. et e.f. pariter accepte sunt longiores linea.b.k.

Propositio .23.

Ribus angulis superficialibus propositis: quoꝝ quiꝝ duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibꝫ qualēcunqz sint solidū angulum constituere.

Contra ppositi tres anguli superficiales qui sunt. a.b.c. de tribus illis equalibus volumis vnu solidū angulū constituere oportet: igit ex. 21. b. ut quiꝝ duo eoꝝ pariter accepti tertio sunt maiores et ex. 21. huins ut omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaqz sint hec posita: latera vero eos continentia cuncta adiuicem sint equalia eisqz subtendantur tres bases et ipse sint d.e.e.f. et f.d. eritqz ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibꝫ triangulū constituiri. Sit igit ex cis cōstitut⁹ hī doctrinā. 22. primi triangulus. d.e.f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribat circulus. d.e. f. supra centrum. g. et protrahat: g. d. g. e. g. f. que cū sint adiuicē cōqles ex dione circuli lateraqz

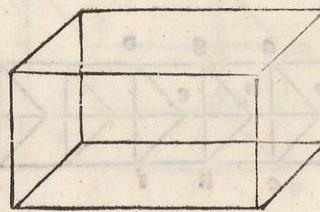
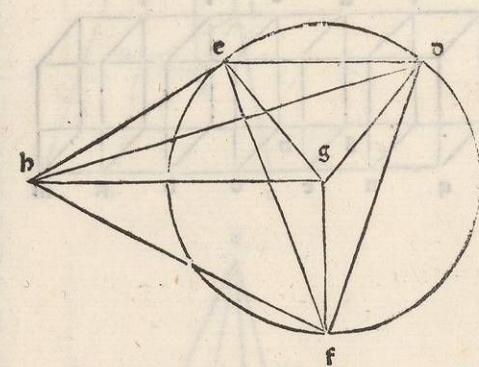


XII

tres ppositos angulos ambientia equalia ex hypothesi necesse est ut eaz quilibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aut maiorē esse est impossibile Si enī linea exiens a centro.g.ad circūferētiā circuli.d.e.f.esset equalis alicut latez.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.s.primi tres an gulos.a.b.c.ppositas esse equales tribus angulis.d.g.e.c.g.f.f.g.d. cūqz hi tres sint equalis quatuor rectis angulis ut facile p̄z ex.13.primi; protracta paulisp vna linea exentiā a centro ad circūferētiā in continuum et directū: essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qd est cōtra posita. Qd si esset maior su perpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis diuidenti bus triangulum.d.e.f. vnoquoqz illi cū quo cōicat in basi itaqz bases supponant basibus equalis videlicet equalibus et anguli.a.b.c.cadant ad p̄tem puncti. g. se queret ex.21.p̄mi tres agulos.a.b.c.cīle maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. cēnt itaqz maiores qtuor rectis qd ē ampli⁹ p̄trariū positis delinquit itaqz vnu quodqz ex sex lateribus tres ppositos angulos ambientibus maius esse linea egredi ente a centro.g.ad circūferētiā.d.e.f. ideoqz etiā potentius. Sit igitur potentius i linea.g. b.que sit scdm. 12.b⁹ orthogonaliter ercta sup superficie anguli vel circuli d.e.f. demittaturqz tres ypothemise.b.d.b.c.b.f. quas dico cōtinere angulos tres superficies equalis tribus propositis constituentes angulū solidum in punto.b cū enī quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaz lineaz.d.g. 7. g.b.ex hypothesi At quadratū linee .d.b.sit cōuale esdē ex penultima primi necesse est ii neā.a.d.esse cōuale linee.d.b codēqz modo et lineā.a.e.linee.c.b.igī ex.8.p̄mi cū bases etiā sint equalis erit angulus.a.equalis angulo.d.b.c.silr quoqz nō erit angulus.b.equalis angulo.e.b.f. et angulus.c.equalis angulo.f.b.d. quare cōstat factū eē quod facere disposuimus.

Propositio .24.

Si superficiebus equidistantibus solidum cōlineatur eius opposite superficies sibi inuicē equalis sunt et equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōineri que sicut eē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senariū excedente. Constat enī columnā exagonā posse. s.superficiebus que bine bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoqz octogonā. 10. et decagonā. 12. et ad istaz similitudinē in infinitū. s̄z hoz omnū solidoz equidistantibus superficiebus contentorū que infinita esse pronuncio solū illud dicit̄ parallelogramū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellogramme sunt et istud sex superficiebus dūtaxat necesse est ambiri: de tali itaqz qd sex tñi superficiebus ambit̄ dico deberec intelligi q̄ hec.24. pponit̄ sic igī talc solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vi solidō habitu mente cōprehendas: patebitqz tibi vnaquaqz earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōunes sectiones ipsius secantis et quatuor sectaz. Sint autē ille quatuor secte bine et bine b̄m q̄ adiuicem opponunt̄ equidistantes ex ypothesi: sequit̄ ex.16.bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ superficie secantis et quatuor sectaz sint adiuicē bina et bina equidistātia. Lō stat itaqz scdm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera opposita istaz sex superficieaz eē equalia: erūt igī bina latera angulū planū cōinētia cuiusqz eaz equalia binis lateribus angulū planū in superficie sibi opposita p̄tinentib⁹. anguli quoqz ab illis binis et binis lateribus p̄tenti equalles p.10.b⁹: igī ex p̄uersa penultime cois



LIBER

scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido. a.b. oppositas esse sibi inuicem equales qd est propositum. **Propositio .25.**

Si superficies quedam secet solidum parallelogramum eqdistanter duabus iplius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis balibus sunt proportionalia.

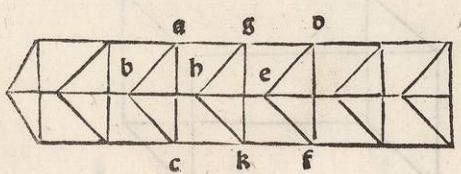
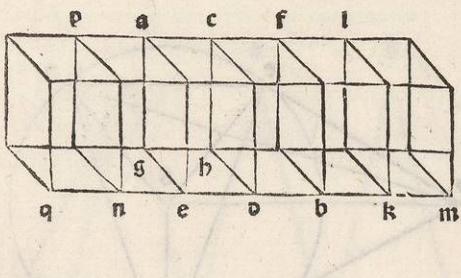
Cit corpus. a.b. solidum parallelogramum et secet ipsum superficies. c.d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt. a.e. et f.b. et sit superficies g.b. basis ipsius solidi. a.b. de qua constat per premissa q ipsa sit equidistantium laterum et sit eis sectio duarum superficie. c.d. et g.b. linea. b:d. de qua constat p. huius q ipsa sit linea recta et p. 16. huius q ipsa sit equidistans. g.e. ideoque sunt due superficies. g.d. et h.b. equidistantia laterum et ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies. c.d. dividit solidum. a.b. dico itaque q pportio solidi. a:d. ad solidum. b.c. est sicut basis. g.d. ad basim. b.b. protrahant enim virinq; quantum libuerit. quatuor linee penetrantes superficiem. c.d. sup eius angulos et ipse sunt. a.f. et e.b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumantur ex eis omnibus portiones ex parte puncti. b. quot libuerit que ponant singule equeles linee. b.d. et ex parte puncti. c. alie sint quot libuerit que ponant eaequeles linee. e.d. sup quas virinq; constituantur solida parallelograma secundum suas longitudinem exigentium. Sintque ex parte puncti. b. solida. f.k. et l.m. et ex parte puncti. e. solida. a.n. et q. a. critque ex dione corporum equalium atque similiū vnuqdque solidorum. f.k. et l.m. quale solidum. e.b. et vnuqdque. a.n. et p.q. est equale a.d. fiat igit argumētū quāadmodū in prima sexti ē enī solidū. c.m. ita multiplex solidi. b.c. sic basis. b.m. basis. b.b. et solidū. q.c. ita multiplex solidi. a.d. sic basis. q.b. basis. g.d. et si basis. b.m. ē equeles basi. q.b. solidū. c.m. est equele solidum. q.c. ex dione corporum equalium atque similiū et si basis ē minor basi et solidū ē min⁹ solidum et si maior mai⁹ qd p ex dione eadem relata majori basi ad equalitatē minoris et descripto super eam solido parallelogramo. itaq; ex dione īcōtinue pportionalitatis pportio solidi a.d. ad solidū. c.b. sicut basis. g.d. ad basim. b.b. qd est ppositum. Qd si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basib⁹ erunt proportionalia.

Cit enim. a.f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies. a.b.c.d.e.f. Est stat igit ex dione seratilis vnaquaque trium superficie que sunt. a.b. d.e.b.c.e.f.a.c.d.f. ē parallelogramum: secet igit superficies. g.b. k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus quae sunt a.b.c.d.e.f. dico q pportio seratilis. a.k. ad seratile. g.f. ē sicut basis. a. k. ad basim. g.f. qd sicut de solidis parallelogramis pbat pti actis enī in viraq; pte lineis. a.d.b.c.c.f. factisque inter cas ex parte puncti. e. seratilibus equalibus seratili. g.f. et ex parte puncti. b. alijs equalibus seratile. a.k. virinq; quoquis numero ex dione incontinue pportionalitatis. si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile concludere quod diximus.

Propositio .26.

Aper datum punctū date linee angulo solido proposito equalē angulum solidū constituere.

Colidus angulus propositus sit. a. qui continet tribus lineis. a.b. a.c. a.d. tres superficiales angulos ipsū solidū sufficietes continentib⁹ cui sup punctū. e. linee. e.f. pposita que ad libitū pponentis iaceat: aut in sublimi cōsurgat iubemur



XI

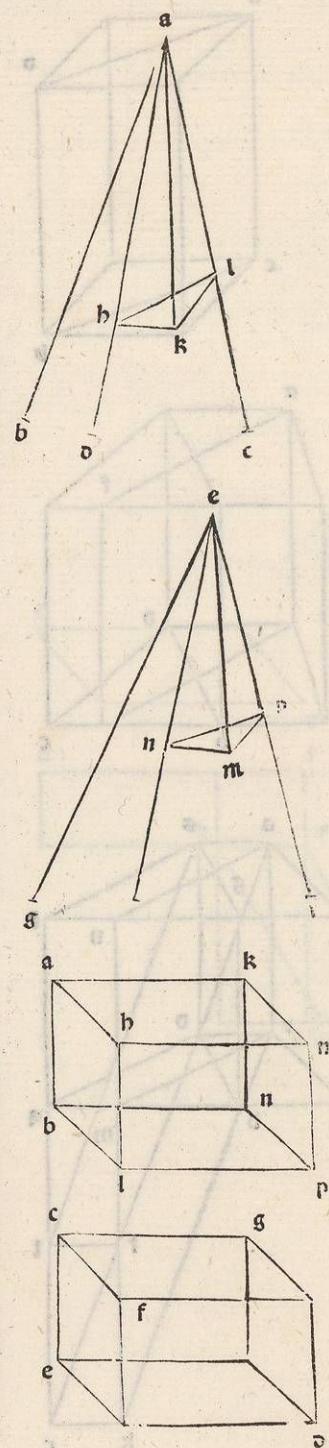
equalē angulum solidū cōstituere qualiscūqz sit situs linee.e.f.a punto.g.vbicūqz volueris signato: p̄ducito lineaā.g.e.eruntqz ex sc̄oā b̄ due linee.e.f.z.g.c.i sup̄cie vna.in bac itaqz superficie super punctū.e.datū in assignata linea sc̄om p̄siliuz 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.z ipse sit.f.e.g. debinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris z a punto.b. producito perpendicularē b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.z.a.c.qd̄ qualiter faciendum sit.11.bu ins docuit:nec sit igitur tibi cura de punto.k.Nihil enī refert ut p̄pendicularis b.k.occurrat superficie in qua sunt due linee.a.b.z.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaz altera ducito tñ lineaā.a.k.positoqz punto.l.in linea.a.b.vbicūqz volueris p̄trahē lineas.k.l.z.l.b.z pone angulū.f.e.m.in sup̄ficie lineaz.c.f.z.e.g.equalē angulo.b.a.k.z lineaā.e.m.equalē linee.a.k.z ex linea.e.f.sumē lineaā.e.p.equalē linee.a.l.z a punto.m.educ lineaā.m.n.p̄pendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.z.e.g.z pone eā equalē.b.k.z protrahē lineas.c.n.n.p.z.p.m.dico igit̄ tres lineas.e.f.z.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angulo.a.proposito:cū sint enī ex hypothesi duo latera.a.k.z.k.b.triāguli.a.k.b.equa lia duobus lateribus.e.m.z.m.n.trianguli.e.m.n.z anguli qui sunt ad.k.z ad.m recti ex diffinitione lince perpendiculariter erecte supra superficiē erunt ex quarta p̄mi due linee.a.b.z.e.n.equales:per eandē quoqz erunt due linee.k.l.z.m.p.equales.ideoqz etiā p̄ eandē.b.l.z.n.p.equales:cum sint.b.k.z.k.l.equales.m.n.z.m.p.z anguli.b.k.l.z.m.n.p.recti p̄.s.igit̄ primi erit angulus.n.e.p.equalis angulo.b.a.l.Simili quoqz mōdo p̄babis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.constat itaqz nos effecisse qd̄ volumus: h̄tū si studiosus institeris quotcūqz lateribus a.solidus angulus p̄positus cōtineat qd̄ a te perit sine offēdiculo perficere poteris

Propositio .27.

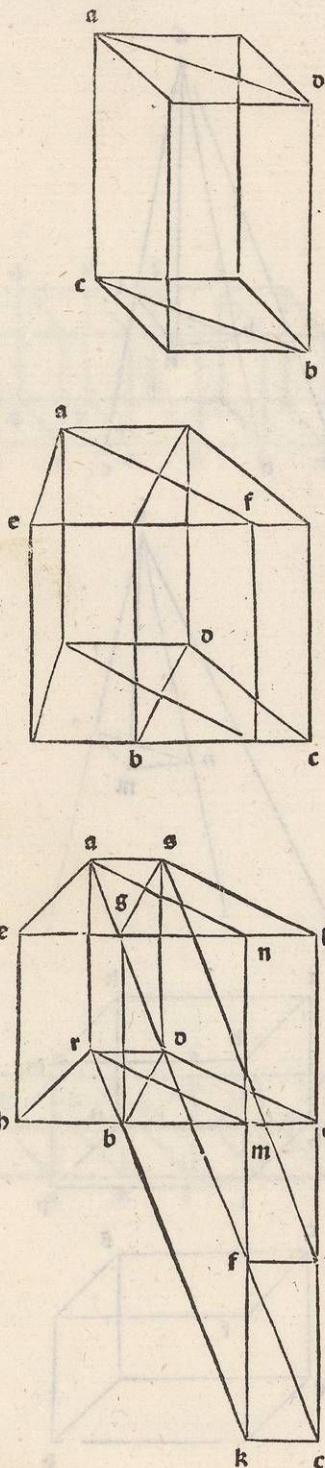
Super assignatā lineam dato solido equidistantium superfici erum simile solidum constituere. C Sit assignata linea.a.b.de cuius sitū vtrū in plano iaccat vel sursum exurgat nihil curet:sitqz as signatū palellogramū solidū corpus.c.d.cui sup̄ linea.a.b.iubemur simile solidū fabricare.Sint igit̄ tres lince p̄tinentes superficiales angulos ex quibus ponit̄ solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g.At sc̄om p̄cepta premissa super punctū.a.linee.a.b.cōstituat̄ angulus solidus equalis.c.que cōtineat̄ tres linee.a.b.a.b.a.k.z auxilio.10.sexti sit p̄portio.c.e.ad.a.b.z.e.f.ad a.b.z.g.c.ad.a.k.p̄portio vna:debinc a trib⁹ punctis.b.h.k.p̄trahant̄ sex linee b.l.equidistans linee.a.b.z.b.m.equidistans linee.a.k.itex b.l.equidistans linee a.b.z.b.n.equidistans linee.a.k.rursus quoqz.k.n.equidistans.a.b.z.k.m.equidistans.a.b.amplius aut̄ p̄trahant̄ m.p.equidistans.b.l.z.p.l.equidistans.b.m.p̄trahant̄ quoqz z linea.p.n.eritqz cōpletū solidū palellogramū.a.p.quod dico eē simile solido.c.d.hoc aut̄ ex dione silium superficiez z dione silium corporoz si earum memineris facile cōcludes.

Propositio .28.

Sup̄ficies aliqua solidū palellogramū sup̄ duas quaslibz oppositas superficies eins terminales z sup̄ eaz duas diametros fecet eadē superficie corp⁹ illud p̄ equalia secare necesse est. C Sit corpus.a.b.solidū palellogramū de quo sit positum q̄ superficies.a.b.c.d.secet ipsū sup̄ diametros duas superficerū op̄positaz ipsū solidū terminatiū q̄ sint.a.d.z.c.b.dico q̄ ipsa dividit istud solidū



LIBER



ppositi per equalia. cōstat enī q̄ ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ sup ficies quadrilateras binas & binas ad inuicē relatas sc̄m q̄ ipse sunt opposita la tera solidi ppositi manifestū ē ex. 24. bū? eē equales cū solidum de quo loquimur positi sit eisē palellogramū: ex eadē quoꝝ 2.41. primi cōstat trilateras supficies di ctoꝝ seratiliū esse equales: igit̄ a dione solidorū equaliū liquet quod propositum est

Propositio .29.

Cuncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atq̄ i eadē basi sup vñā lineā constituta probantur esse equalia. **T**herz ē q̄ solida equidistantiū lateꝝ eque alta sive iter superficies eq̄ distantes super vñā & eadē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si cut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vñā basim & inter line as equidistantes cōstitutis ut in. 35. primi demonstratiū est. sed talium solidorū que dā dicuntur cōstitui super lineā vñā & sunt illa quoꝝ supremaz superficieꝝ duo op posita latera sunt bñ rectitudinē p̄tracta linea vna: & de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinuicem. sunt aut̄ eoꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vñā & sunt illa quoꝝ supremaz superficieꝝ duo latera oppo sita quecūq̄ sumant bñ rectitudinē p̄tracta nō sunt linea vna & de talibꝝ sequens demonstrandū pponet ipsa quoꝝ oia ēē adinuicē equalia. Sint itaq̄ duo solida palellograma eque alta sive inter superficies equidistantes. a.b. & a.c. cōstituta sup vñā basim que sit. a.d. quoꝝ supreme superficies sint. e.b. & f.c. Sintq̄ hæz supp maxz superficieꝝ duo latera opposita cū sc̄m rectitudinē p̄trahant linea vna & ipsa sunt. e.f. & b.c. dico itaq̄ q̄ solida. a.b. & a.c. sunt equalia: hoc aut̄ si figurā ci⁹ bñ q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quēadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus qđ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur runtoꝝ tibi hic eedem diuersitatis in solidis que ibi in superficiebꝝ occurrisse nouisti

Propositio .30.

Cuncta solida equidistantiū superficieꝝ eque alta que i eadē basi nō aut̄ sup lineā vñā fuerint p̄stituta pbant esse equalia. **S**int nūc duo solida palellograma eque alta sive inter superficies eq̄ distantes sintq̄ sup vñā & eadē basim sed nō sup lineā vñā p̄stitutaz dico itez ea ēē equalia. Esto enī duo solida palellograma. a.b. & a.c. eque alta sive inter superficies equidistantes p̄stituta sup vñā basim que sit. a.d. s̄ nō super vñā lineā: sintq̄ eoꝝ supreme superficies. e.b. & f.c. quaz opposita latera bñ rectitudinē p̄tracta nō erūt linea vna. cūq̄ ipsa ex ypothesi sint i vñā superficie eo q̄ solida proposta sunt inter superficies equidistantes: necesse ē vt duo latera vni us earum p̄tracta sc̄m rectitudinē secēt duo alterius eaz p̄tracta sc̄m rectitudinē: protrahat̄ itaq̄ duo opposita latera superficii. e.b. que sint. e.g. & b. & duo opposita superficii. f.c. que sint. k.f. & c.l. & secēt se sup quatuor pūcta. m.n.p.q eritq̄ superficies. m.n.p.q. equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiq̄ triū superficiū. quaz vñā ē basis ppositis solidis cōis & ipsa ē. a.d. & due reliquie sunt supreme su perficies corundē solidorū & ipse sunt. e.b. & c.f. ductis itaq̄ lineis a quatuor pun ctis. m.n.p.q. ad quatuor angulos basis. a.d. sibi sc̄m directā habitudinē relatōs q̄ sit. n.a.m.r.p.s.q.d. perfectū erit solidū parallellogramū. a.q. i eadē basi cū vtrō qz duoz priorz & eque altū & sup lineā vñā cū vtrōqz ipsoꝝ: per premissaz igit̄ vtrū libz duoz solidorū ppositoz que sunt. a.b. & a.c. ē equale solido. a.q. p̄ceptionem

XI

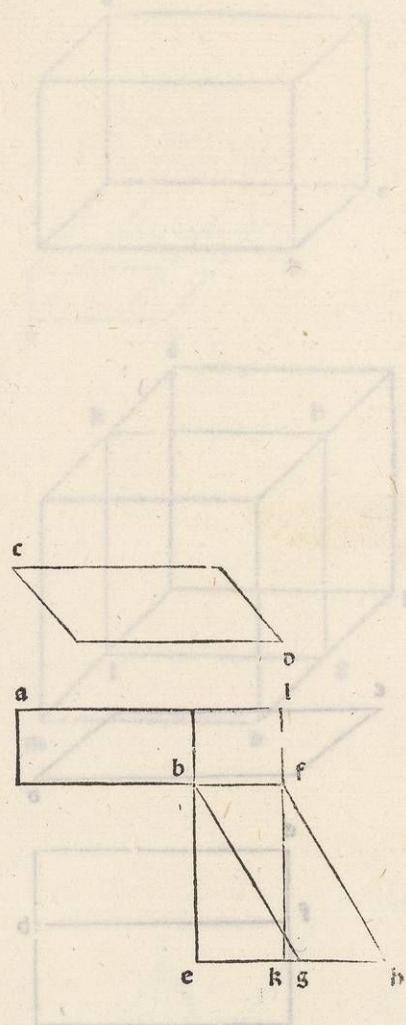
ergo est solidū. a. b. eque solido. a. c. q̄re constat p̄positū. C̄ Potes quoq; pueras huīs & premisse p̄bare si libet ducendo ad impossibile: pones enī quilibet duo so lida parallelograma eē eq̄lia & p̄stituta super eandē basim equidistātia & demōstra / bis ca eē eque alta. Erūtq; hee & premissa tue demōstrationis mediū: impossibile aut ad quod duces etit: partē suo toti esse equalē: qđ evidenter patebit si de illo soli do qđ altius eē mentī aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia & sup eandē ba sim cōstituta vñū solidū parallelogramū eque altū demissiori abscideris: hoc autē abscisum' equale esse demissori cōvinces ex hac & premissa. ideoq; & toti illi a quo ipsum abscideris ex cōsciā.

Propositio .31

Solidā equidistantiū superficieꝝ in basibꝫ equis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

C̄ Et hoc quoq; vñ ē q̄ oia solida parallelogramā in 'equis basib' atq; inter superficies equidistantes sive eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficiebꝫ equidistantiū laterū super euales bases & in / ter lineas equidistātēs constitutis in .36. primi probatū ē. At taliū solidorū alia sūt quoq; angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt̄ de quibꝫ hec. 31. p/ ponit demōstrandū esse ca eē equalia. Alia vero sunt quoq; angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligent̄ itaq; super duas bases. a. b. & c. d. que sint euales & qui distantiū lateꝫ nō sūt vnius creationis. sed sit. a. b. tetragonus longus. & c. d. simile helmuaym̄ duo solidā equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos p̄positarū basiū perpendicularares ad ipsas. dico hec duo solidā ad in / vicē esse equalia protrahant̄ itaq; duo latera basis. a. b. & sint illa que cōtinēt an / gulū. b. vñq; ad. f. & e. & fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. & sumat / due linee. b. f. & b. g. euales duobus lateribus basis. c. d. que cōtinēt angulū. c. & / perficiat superficies equidistantium laterum. b. b. que erit equalis & silis basi. c. d. dehinc protrahat̄ b. e. equidistantis. b. f. & f. k. equidistantis. b. e. eritq; quadrilatera / superficies. b. k. equidistantiū laterū equalis. b. b. ex. 35. primi: cūq; b. b. sit equa / lis. c. d. erit per cōceptionē. b. k. equalis. a. b. Lōpleat̄ itaq; superficies equidistan / tium laterum. b. l. protracta linea. k. f. quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus conti / nentibus angulū. a. in pñcto. l. age ergo super tresuperficies equidistantiū late / rum que sunt. b. b. b. k. b. l. cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim. a. b. sintq; linee omniū solidorū istorum erecte super bases perpendicularares ad ip / sas & appellantur bases & solida super eas cōstituta cisdē nominibus. manifestum / est ergo ex diffinitione solidorū equalium atq; similiū q̄p̄ duo solidā. b. b. & c. d. equalia atq; similia sunt: de solidis aut̄. b. b. & b. k. constat ex. 29. q̄p̄ ipsa sūt equa / lia; sunt enī eque alta & cōstituta super vñā & eandē basim & ipsa ē superficies ere / cta super lineā. b. f. & super lineā vñā: ē aut̄ p. 25. proportio solidi. a. b. ad solidum b. l. sicut basis. a. b. ab basim. b. l. & per eandem solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut ba sis. b. k. ad basim. b. l. cunq; sit vtriusq; duarum basium. a. b. & b. k. ad basim. b. l. vñā proportio: ex prima parte. & quinti erit vtriusq; duorū solidorum. a. b. & b. k. ad solidum .b. l. proportio vñā igitur ex prima parte noni quinti erunt duo soli / da. a. b. & b. k. equalia: at quia solidū. b. k. est equale solido. b. b. solidūq; b. b. so / lido. c. d. sequit̄ ex cōsciā solidum. a. b. eē eque solido. c. d. quod est propositum.

n 3

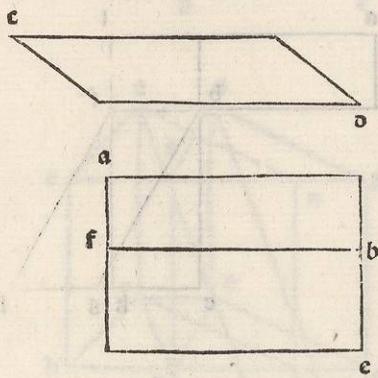


Propositio .32.

Si solida equidistantiū superficieꝝ in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est. Fabricatis duob⁹ corporibus ut proponitur videlicet q̄ sunt equidistantiū terminoz et eque alta et sup bases equas perpendiculariter nō aut super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremaz superficieꝝ ipsoꝝ ad bases suas perpendiculares ducantur q̄ ex e. erit singulares equidistantes et etiā ex hypothesi singule singulis equales ipse enī solidoz ppositoꝝ altitudinē diffiniunt: et si inter eas solida equidistantiū laterum pficiant constabit ex premissa hcc duo solida ultimo constituta esse adiuvicē equalia. Lungz duoz prioroz et duoz posterioroz sint ecđem bases videlicet eoz superficies supreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cōmuni sc̄ientia: quecūq; equalibus sūt equalia sibi inuicē sunt equalia vero esse qđ ppositū est. Ex his potes cōuersas huius et premissae cīdē medianib⁹ indirecte demōstrare si libet eodē mō et ad idē icōuenies sicut in cōuersis duas istas antecedentiū deducēdo: pones enī duo solida parallelogramma eē equalia et sup equales bases et cōvinces ea esse eque alta vel pones ea eē eque alta et cōlia et cōvinces ea eē sup bases eōles. Propositio .33.

Nonna solida equidistantiū superficieꝝ eque alta suis basibus sunt proportionalia. Sint duo solida equidistantiū superficieꝝ eque alta cōstituta super duas bases. a.b. et c.d. dico q̄ pporatio illoꝝ duoz solidorum vnius ad alterum est sicut pportio suarū basium que sūt. a.b. et c.d. vniꝝ ad alterā. Lōstat quidē ex. 24. Vrāqz hāz duarū basū esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita et equidistātia in superficie. a.b. p̄trahant et inter ea fiat superficies equidistantiū lateruz que sit. f.e. equalis. c.d. obinc supra superficiem. f.e. cōpleteatur solidum palellogramum eque altū ei qđ cōstitutū est sup basim. a.b. sitqz amboꝝ cois terminus illa superficies que exurgit sup lineā. b.f. hec aut̄ solida et sue bases cīdē nūncipit nominibus. q̄r̄ iſiſ basis. f.e. ē equalis basi. c.d. erit ex. 31. vel. 32. solidū. f.e. equale solidō. c.d. At q̄ totale solidū. a.e. secat superficies exurgens super lineā. b.f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. pportio solidi. f.e. ad solidū. a.b. sicut basiſ. f.e. ad basim. a.b. cunqz sint. c.d. et f.e. tam bases q̄z solida equalia: bases qui/ dē ex hypothesi: solida autē ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel p̄ basibus et semel p̄ solidis q̄ solidoz. a.b. et c.d. basimqz. a.b. et c.d. sit pporatio vna qđ demōstrare volumus: huius quoqz pversam eadē ipsa mediātē temōstrare quēadmodū pversas precedentia nō ē difficile. pones enī duo solida parallelogramma cē suis basibus proportionalia et cōvinces ea eē eque alta abscisoꝝ ab eo qđ altiꝝ mētiet aduersariꝝ uno solido palellogrammo eque alto demissiori erit abscoſū et demissiꝝ suis basib⁹ proportionalia ex hypothesi et ex hac. 33. cūqz etiā cēnt totale altiꝝ a quo p̄tiale abscidiſti et ipsū demissiꝝ eisdē basib⁹ proportionalia ex hypothesi sequiꝝ ex p̄ma pte. 9. quinti totale qđ aduersariꝝ dicit altiꝝ et p̄tiale qđ ab eo abscidiſtisſe equalia. Propositio .34.

In duo solida equidistantiū superficieꝝ lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fierint equalia eoz̄ bases eorūdē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint



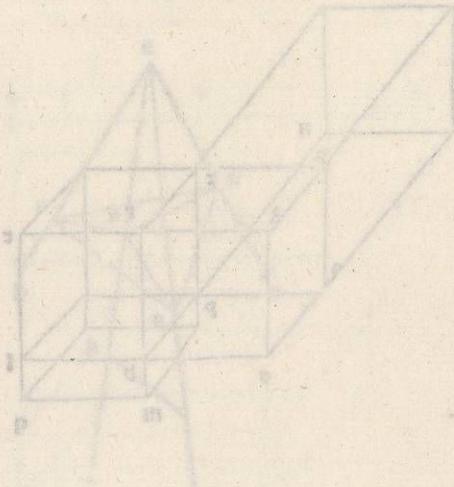
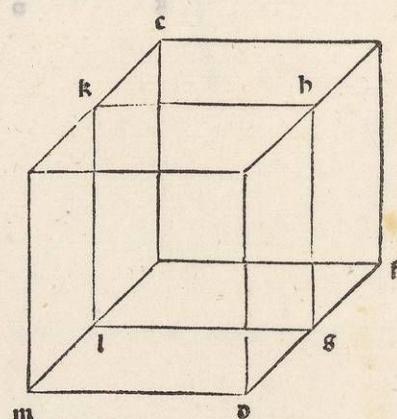
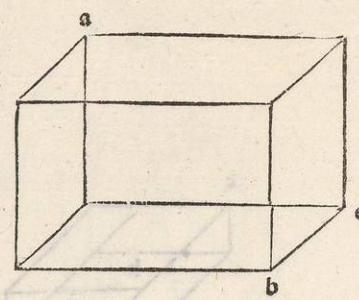
XI

duo bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est. Quocunq; sint duo solida equidistantiū superficieꝝ equalia eoz bases et altitudines necesse est esse murekesias et econuerso quēadmodū de superficiebus equidistantiū laterꝝ equiangulis. 13. sexti pposuit. Attamē bac. 34. istud demōstrandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistunt. ea vero que sequit pponit idē de ceteris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a.b. et. c.d. equalia quoꝝ bases sint a.e. et. c.f. lineeq; altitudinū ipsoꝝ sint super has bases orthogonaliter erecte et sit altitudo solidi. a.b. linea. e.b. et solidi. c.d. linea. f.d. si igitur fuerint due linee. e.b. et. f.d. determinantes ipsoꝝ solidorꝝ altitudines equales adiuicē: cum ipsa quoꝝ solida sint ex hypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eoz que sunt. a.e. et. c.f. cōiles. ideoq; bases et altitudines erunt mutue: sicq; cōstat ppositi prima ps. et ecōverso cōstat sc̄a ut si altitudines et bases sint mutue: ponant altitudines equalies erūt quoꝝ bases equales. ideoq; p. 3. i. et solidā equalia et sic cōstat secunda ps. At vero si linee. e.b. et. f.d. nō fuerint equales sit. f.d. maior et ex ea resecat. f.g. ad equalitatē. e.b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c.d. ad eadē mensurā in punctis. b. k. l. resecatis persiciā solidū palellogramū. c.g. eque altū solidō a.b. eritq; ex premissa. a.b. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. cū itaq; c.d. sit equale. a.b. erit ex prima pte. 7. quinti. c.d. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. p. premissā aut ē pportio. c.d. ad. c.g. sicut. m. f. ad. f.l. qđ p; si vna ex lateralib⁹ superficieꝝ solidi. c.d. et ipsa sit. f. m. intelligat basis ipsi⁹. at per primā sexti. f.m. ad. f.l. sicut. d.f. ad. f.g. ideoq; per 7. quinti. sicut. d.f. ad. b.e. igit. a.c. ad. c.f. sicut. d.f. ad. b.e. cōstat itaq; prima ps. Sc̄am pte cū sit cōuersa prime cōuerso mō pbabis: sit enī eadē dispositione manente pportio. a.c. ad. c.f. sicut. d.f. ad. e.b. dico tunc solida. a.b. et. c.d. ē equalia: erit enī ex 7. quinti. d.f. ad. f.g. sicut. a.e. ad. c.f. sed ex pmissa ē. a.b. ad. c.g. sicut a.e. ad. c.f. igit ē a.b. ad. c.g. sicut. d.f. ad. f.g. ex prima aut sexti ē. d.f. ad. f.g. sicut m.f. ad. f.l. et ex pmissa. c.d. ad. c.g. sicut. m.f. ad. f.l. itaq; c.d. ad. c.g. sicut. a.b. ad. c.g. igit ex 9. 5. a.b. et. c.d. sit equalia: qđ ē propositiū.

Propositio .35.

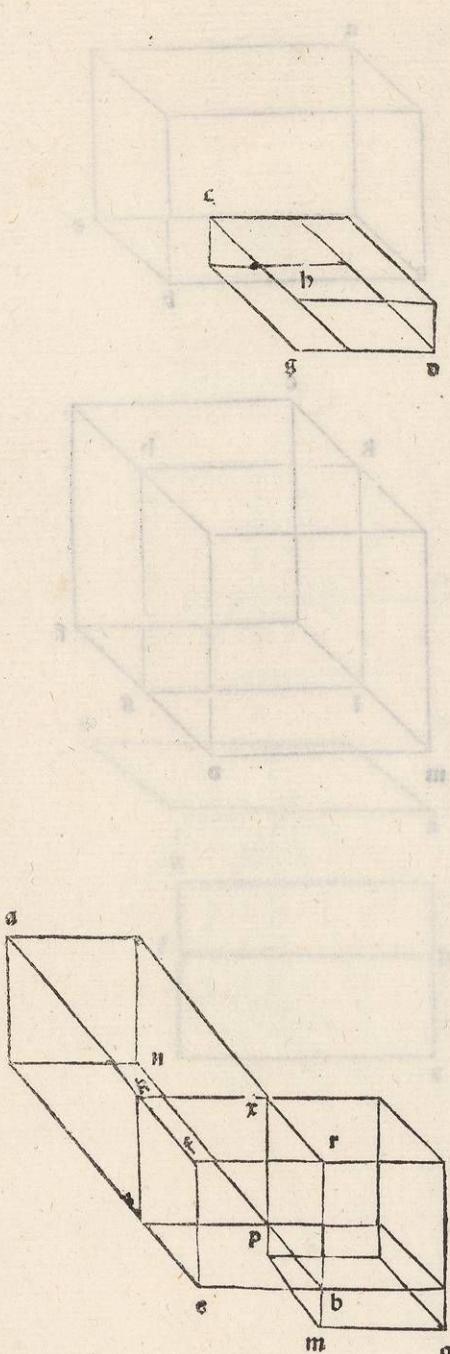
Si duo solida equidistantiū terminoꝝ fuerint equalia eoz bases eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sine altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpora equidistantium superficerum probātur esse equalia. Qđ premissa pposuit de solidis palellogramis quoꝝ linee altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. pponit indistincte de omnibus: demōstrare aut cōuenit hāc ex premissa quēadmodū demonstraním⁹. 32. et 33. Fabricat̄ enī duobus solidis equidistantiū laterū quibusq; si linee altitudinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat verz esse qđ dicit ex pmissa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis supremaz superficieꝝ in vitroq; solido quaterne linee demittant perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus insimularum superficieꝝ quaterne erigant̄: iter quas duo solida palellograma pficiant̄ eque alta solidis prioribus. eruntq; ex. 29. et. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum et eorū sint eedē bases et eedē altitudines: sit autē ex premissa de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

Propositio .36.



LIBER

I duo solida equidistantiam superficierum fuerit similia
 proportio erit vtriusq; ad alterū tanq; cuiuslibet sui late
 ris ad suum relatum latus alterius pportio triplicata.
Csint enī duo solida .a.b.z.c.d.palellograma z silia: dico q ppor
 tio vnius eoz ad altez ē sicut vnius lateris eius ad vnu latus alteri
 qd sib i referi pportio triplicata: quēadmodū duarū superficieū silium pportio est si
 cut suoꝝ relatioꝝ latez pportio duplicata ut in .i8.sexti demonstratiū. nā si soli
 da.a.b.z.c.d.fuerint equalia cū ipsa ponant silia erunt ex diffinitionibꝫ siliuꝫ cor
 porū z similiū superficieū cuncta latera vnius equalia suis relatis lateribus alteri
 ideoq; cū duarū quantitatū equaliū pportio triplicata aut quot enslibet sumpta
 nō efficiat nisi equalitatis pportionē: constat in hoc casu v̄ez ē qd proponit. Si
 autē inequalia: sit .a.b.maius cuius longitudo sit .b.e.latitudo. e.f.altitudo. f.a.
 basis.c.r.z sup̄rema superficies.a.n.Solidi vero.c.d.sit longitudo.d.g.latitudo
 g.b.altitudo.b.c.cōstat itaq; ex dione similiū corporū z ex diffinitione similiū sup
 fierū z p̄senti ipotesi q pportio.a.f.ad.c.b.z.f.e.ad.b.g.z.e.b.ad.g.d.sit p/
 portio vna.sumat igit ex linea.a.f.quā manifestū ē ēē maiore.c.b.linea. f.k.equa
 lis.b.c.ceteraq; tres determinantes altitudinem solidi.a.b.rescentur ad equalita
 tem eius z inter eas cōpleteatur solidū palellogramū k.b.eque alii solidū.c.d.z p/
 trahant due linee basis.e.b.vsq; ad.l.c.r.b.vsq; ad.m.sitq; b.l.equalis.g.d.z.b
 m.equalis.b.g.z perficiat superficies equidistantiū laterū.m.l.que erit equalis z si
 milis.b.d.sup̄ ea igit erigat solidū palellogramū .p.q.bm altitudinē prescisam ex
 altitudine solidi.a.b.eritq; p.q.equale z silē solidū.c.d.rursusq; inter lineas.t.b.
 z.b.l.perficiat superficies equidistantium laterū.m.b.t.sup̄ quā quoq; erigatur soli
 dū palellogramū.x.l.eque altū vtricū duorū solidorū.k.b.z.p.q.replendo alterū
 trum duoꝝ anguloꝝ hyantrium inter ea:cū aut̄ duo solida.a.b.p.q.sint silia eo q
 abo posita sint silia solidū.c.d.corpa vero vni z eidē corpori silia iter se sunt silia
 v̄i p̄ ex dione silium corporū z.20.sexti manifestum ē ex.25.ter assumpta q inter
 duo solida.a.b.z.p.q.bm continuā pportionalitatē cadunt duo solida. k.b.z.x.l.
 opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ipotesibusq; memorie firme con
 mendatis ex prima sexti facile p̄clades propositiū. Excute torporē z diligenter attē
 de sciesq; ex.25.buius pportionē solidi.a.b.ad solidū.k.b.ē sicut superficii. a.r.
 ad superficiē.k.r.iōq; ex prima sexti sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.z pportionē soli
 di.k.b.ad solidū.x.l.sicut superficieī.k.r.ad superficiē.x.t.iōq; sicut linee.f.r.ad line
 am.r.t.z pportionē solidi.x.l.ad solidū.p.q.sicut superficieī.r.l.ad superficiē.l.m.
 ideoq; sicut linee.r.b.ad lineā.b.m.Ex ipotesi vero liquet q pportio linee.f.r.
 ad lineā.r.t.z linee.r.b.ad lineā.b.m.ē sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.itaq; ex dione
 pportionis triplicate posita in p̄hemio quinti:cōstat q pportio solidi.a.b.ad so
 lidum.p.q.ideoq; etiā ad solidū.c.d.ē sicut linee.a.f.ad lineam.k.f.triplicata z q:
 linea.k.f.posita est equalis linee.c.b.p̄ vez esse quod dicū. **C**scire aut̄ oportet q
 quicquid p̄ banc.36. z p.7.ēā cōtinuc precedentes demonstratiū ē de solidis palello
 gramis.idē quoq; vez ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut cōmuni
 ter tetragone.hoc aut̄ ex.28.z hac.36. z.7.ēā cōtinuc precedentibus cōstabit ige
 nioso inspectori.Si enī fuerint seratilia quelibet eque alta sup̄ eandē basim vel sup̄
 bases equalis coiter in trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia soli
 dorū parallelogramorum suaū altitudinū: ex.28.ip̄sa crūt equalia ex.29.z tribo

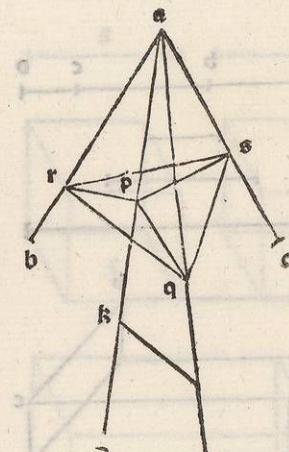
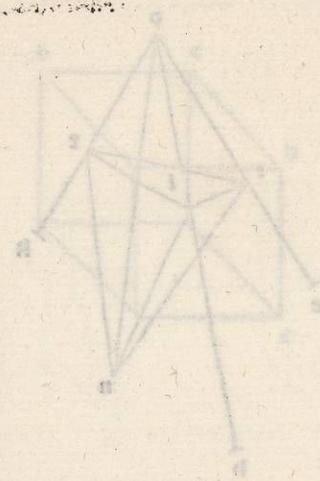


XII

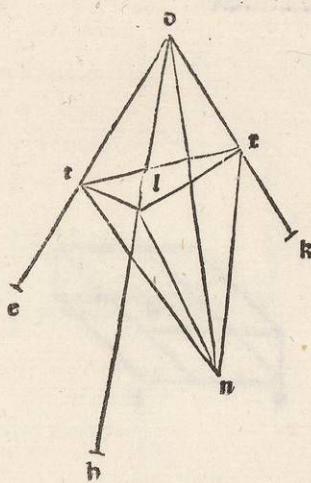
ea sequentibus: ex his enim constat solida parallelogramma ipsis seratilibus dupla esse equalia. Si igitur quaque si fuerint duo seratilia super bases coniter triangulas aut coniter tetragonias eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quemadmodum de solidis parallelogramis ex. 33. habebit ipsa enim sunt ex. 28. dimidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis: solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis eorumque basium est una proporcio ex. 33. cum itaque sit solidorum parallelogramorum proporcio sicut seratiliū quod sicut simplū ad simplū sic duplū ad duplū ex. 15. quinti atque basium solidorum parallelogramorum est proporcio sicut basium seratiliū: aut enim cedet erit bases seratiliū et solidorum parallelogramorum: et hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerit tetragone tunc enim ex seratilibus super easdem bases erit solida parallelogramma complenda: aut bases seratiliū erit subduple ad bases solidorum parallelogramorum: et hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint communiter trigone: tunc enim erunt ex seratilibus solida parallelogramma complenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis ut fiant bases seratiliū cum triangulis adiunctis superficiebus: superficies equidistantium laterū. scilicet ut sit proporcio seratiliū sicut suorum basium. Eodem modo si seratilia fuerint triangula fueritque communiter super bases trigonas vel coniter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipso cum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quemadmodum de solidis parallelogramis. 34. 7. 35. ponuntur: hoc autem facile per hanc que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerint adiuncte similia: erit proporcio unius ad alterum. sicut proporcio lateris unius ad suum reliquum latus alterius proporcio triplicata: quemadmodum de solidis parallelogramis. 36. ponitur quod ex eadem 36. facile tibi patet. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex definitione similiū corporum et similiū super ficerum et ex hoc quod seratilia ponuntur adiuncte similia ex. 34. primi leue est negociari.

Propositio .37.

Si fuerint duo anguli plani eque super quos due ypothemis in acre statuantur cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos continentur atque in illis ypothemis duo puncta signentur a quibus punctis due perpendicularares ad superficies angularum propositorum demittantur a punctis aut super que perpendicularares ceciderit ad eosdem duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atque duabus ypothemis continentur equi sibi inimicis esse probantur. Sunt duo anguli plani. a. et. d. equeles contenti lineis. a. b. et. a. c. et. d. e. et. d. f. et super eos erigantur due linee ypothemis aliter. a. g. et. d. h. si tamen angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. et angulus. g. a. b. equalis angulo. b. d. e. atque in duabus ypothemis. a. g. et. d. b. signentur quoniamlibet duo puncta. k. et. l. a quibusdam precepta. i. huius demittantur ad superficies angularum. a. et. d. due perpendicularares que sint. k. m. et. l. n. et protrahantur due lineas. a. m. et. d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse eum equalis angulo. b. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a punto. p. demittatur perpendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur quod punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. s. huius et definitione linearum equidistantium quae necesse est esse in superficie una facile probatur studiose intuenti debet: a punto. q. ducantur perpendicularares due una ad lineam. a. b. que sit. q. r. et alia ad lineam. a. c. q. sit. q. s. Si igitur



LIBER

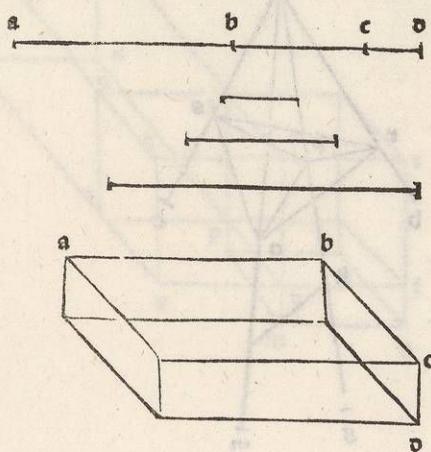


quoqz a puncto. n. ducant due alie perpendicularares vna ad linea. d. e. q sit. n. t. et alia ad linea. d. f. que sit. n. x. et ptribant. r. s. t. x. iteriqz a punctis. p. z. l. deinit tant pthomise. p. q. p. r. p. s. t. l. n. l. t. l. x. his itaqz positis figuraqz prudet disposita demonstratione ppositi sic collige: cōstat ex penultia primi q quadratum linee. a. p. ē equale quadratis duaz linearaz. a. q. z. p. q. ac ex eadē q quadratū. a. q. ē equale quadratis duaz linearaz. a. s. t. s. q. itaqz quadratū. a. p. ē equale quadratis triū linearaz. a. s. s. q. z. q. p. Sed ex eadē quadratū. s. p. ē equale quadratis duaz linearaz. s. q. z. p. q. ergo quadratū. a. p. ē equale quadratis duaz linearaz. a. s. r. s. p. ideoqz ex ultima primi angulus. a. s. p. ē rectus: siliqz mō pbabis vñūquēqz triū anguloz. d. x. l. a. r. p. d. t. l. ē rectū. cū igitur ex pthomise sit angul. s. p. a. equalis angulo. x. d. l. t. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 26. primi linea. d. x. equalis. a. s. t. x. l. eq. lis. s. p. codē quoqz mō cū ex pthomise sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadē linea. a. r. equalis. d. t. z. r. p. equalis. t. l. quare p quartā primi linea. r. s. erit eq ialis linee. t. x. et angulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. et angulus. a. s. r. angulo est enim ex pthomise angulus. a. equalis angulo. d. a cōceptione igitur erit angulus s. r. q. equalis angulo. x. t. n. et angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. sunt enī residui duorum rectorū demptis equalibus necesse ē itaqz ex. 26. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. z. q. s. equalis. n. x. Lūqz ex penultima primi quadratū linee. r. p. sit equale qdatis duarum linearum. r. q. z. q. p. z quadratum linee. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. z. l. n. sint autem due linee. r. p. z. t. l. eales: duo quoqz que sunt r. q. z. t. n. eales: sequitur ex communi scia duas que sunt. p. q. z. l. n. eē eales. Eodē mō cū quadratū linee. a. p. sit equale quadratis duaz linearū que sūt. a. q. z. q. p. sit quadratū linee. d. l. quadratis duarū linearaz que sūt. d. n. z. n. l. si aut. a. p. equalis. d. l. z. p. q. equalis. l. n. sequit ex cōi scia. a. q. eē equalē. d. n. ex. 8. igit primi cōcludo ppositū videlicet angulū. p. a. m. eē equalem angulo. l. n. d.

Propositio .38.

Solidū tribus lineis pportionalibus cōtentum equū erit solidū qd a media linee equis lateribus continet. si anguli sui amborum sibi inuicem eales fuerint.

De solidis paleologramis intelligat: de his enī qualiacūqz sint dū tamē equiangula verū ē q cōtentū a tribus lineis pportionalibus equale ē ei qd a media carū cōtinet quēadmodū de superficiebus rectangulis probatum est in. 16. sexti et de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pre. 13. cū: dē Sint igit tres linee. a. b. b. c. z. c. d. continue pportionales fiatqz ex eis vnius angulus solidus ad libitū et pfectia solidū equidistantiū laterū cui⁹ linea. a. b. sit lōgitudo. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo et ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quoqz alia linea qualibet equali. b. c. que etiā vocetur. b. c. sup ipius extremitatē q ē. b. pfectuat angulus solidus equalis angulo solidō. a. fm qd vocet. 26. lineaqz ectere solidū angulū. b. cōtinētes resecent ad equalitatē linee. b. c. et pfectia solidū equidistantiū superficieū cuius longitudo latitudo et altitudo sit linea. b. c. et ipsum appetet. b. c. dico itaqz duo solida. a. d. et. b. c. eē equalia. manifestum ē enī q cuncte superficies vnius sunt equiangule suis relativis superficieb⁹ alteri⁹ qd ex. 34. pmi patere pōt. nā cū solidū angulū. b. ponat eōlis solidō angulo. a. necesse ē vt vñ⁹ anglis vniuersiisqz superficieī solidī. a. d. sit eōlis vni āgnlo sic relative superficieī in solidō b. c. itaqz per. 34. primi eoz oppositi erunt eales. At qz vniuersiisqz superficieī

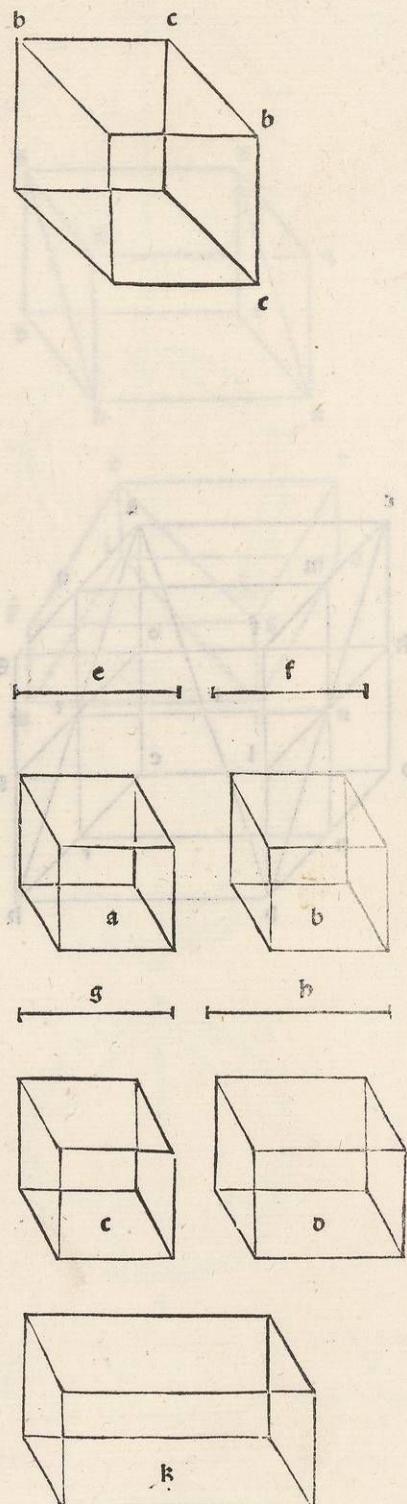


XI

quadrilatero oēs anguli sunt egales quatuor rectis ex. 32. primi: necesse ē duos reliquos vnius esse egales duobus reliquis sue relative. cumqz ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adiunictē egales cōvincitur necessario vi vnaqz ex superficiebus solidi. a. d. sit equiangula sue relative i solidō. b. c. quare ex scđa pte. 13. sexti bases duoz solidoz ppositoz erunt egales. sūt enī equiangule & laterū mutuoqz. Si itaqz lince alitudinū super bases ipsoz orthogonaliter insistunt constat ex. 31. ipsa esse equalia. cū enī hēe linee sunt egales & ipse determinent alitudinē solidorū erunt solidā eque alta. At si linee alitudinū ipsoz nō insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsaz sumitatibus ad bases perpendicularibus demisis erunt ex pmissa hēe ppendiculares adiunictē egales ipse enī erūt sicut erant & in premissa demonstrationis figura due linee. p. q. r. l. n. quas demonstrauimus oportere ēē egales. Quia igit̄ omniū solidoz altitudo ex ppendicularibus a sumitatib⁹ ipsoz ad suas bases descēderib⁹ diffinit̄ erūt ex. 32. duo solidā. a. d. & c. b. equalia. Lōuersa quo/ c̄z huius possimus si delectat cōuerso mō pbare vt si palellogramū corpus. a. d. sit equele & equiangulū corpori palellogramo. b. c. & corpus. b. c. cōtineat a media triū linearū cōtinentiū corpus. a. d. erunt tres linee cōtinētes corpus. a. b. cōtinue pportionales. cū enī duo solidā palellograma. a. d. & c. b. sunt equalia & eque alta ex hypothesi ipsa erūt super bases egales p cōuersas. 31. r. 32. & qz ipse bases eorū sunt equiangule sequit̄ ex prima pte. 13. sexti qz ipse sunt mutuoū laterū itaqz pro portio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. d. quare cōstat propositum.

Propositio .39.

Si fuerint quotilibet linee pportionales solida quoqz sua equidistantium atqz similiū vniuersiūqz creationis superficiez erūt pportionalia. si vero solidā equidistantiū atqz similiū vniuersiūqz creationis superficiez fuerint ppor tionalia linee quoqz a quibus ipsa solidā continent erunt pportionales. Sile pponit vigēlma prima sexti de superficiebus. Sint enī. 4. linee. a. b. & c. d. pportionales & sup bas fabricent quatuor solidā palellograma eisdē noībus dicta qz sint exp̄sse silia. duobus enī ad libitū fabricatis super duas lineas. a. & t. c. cetera h̄m pcepta. 27. cōstituenda erūt. dico hec. 4. solidā ēē pportionalia & ecōuerso. subiungant̄ enī duabus lineis. a. & t. b. in continua ppor tione due: qz sunt. e. & f. quēadmodū docet. 10. sexti ex duabus lineis. c. & d. alie due que sint. g. & h. constat igit̄ ex. 36. et ex diffinitione pportionis triplicate que posita ē in principio quinti & ex hac hypothesi qz solidā. a. & t. b. sibi inuicem & solidā. c. & d. sibi adiunictē sunt exp̄sse silia qz pportio solidi. a. ad solidū. b. ē sicut pportio linee. a. ad linea. f. solidi quoqz. c. ad solidū. d. sicut linee. c. ad linea. h. & quia p. 22. quinti pportio linee. a. ad linea. f. est sicut linee. c. ad linea. h. erit ex. 11. quinti soli dū. a. ad solidū. b. sicut solidū. c. ad solidū. d. pstat igit̄ prima pars. Secunda sic sint duo solidā. a. & t. b. sibi adiunictē duoqz que sint. c. & d. sibi adiunictē exp̄sse similia. Sintqz cuncta palellograma & ponāt pportionalia. dico qz linee. a. b. & c. d. sup̄ qz sūt pstituta sūt pportionales. sit enī ex. 10. sexti sicut linea. a. ad linea. b. ita linea. c. ad linea. k. & fiat h̄m. 27. b. sup̄ linea. k. solidū exp̄sse sile solidō. d. qd etiā dicat. k. eritqz ex diffinitionib⁹ siliū corporū & siliū superficiez & 20. sexti corp⁹. k. exp̄sse sile corpori. c. idqz p primā pte huins. 39. iā pbataz erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. & quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d.



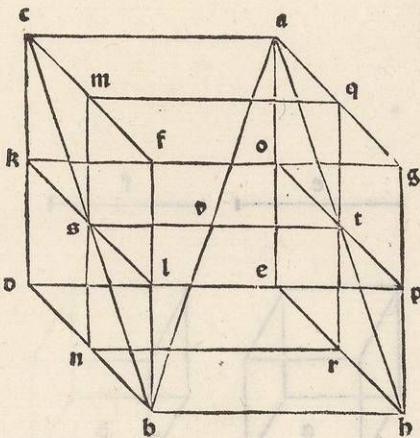
LIBER

erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solidō. d. cunqz esset sibi expresse simi le sequitur lineam. k. esse equalē linee. d. Equalitas enim non producitur ex aliqua proportionē triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali: iū ex scđa pte. 7. quinti constat etiā b° mōi ps scđa. decipis aut si arbitraris oportere vñiqdōz quatuor solidoz. a. b. c. d. eē sile cuilibet alioz: necesse ē enī duo solidā. a. z. b. sibi adinuicem. itēqz duo. c. z. d. sibi adinuicē cē similia: solidā aut. c. z. d. solidis. a. z. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de seratib⁹ facile poteris concludere.

Propositio .40.

Si inscisa fuerint latera duaz oppositaz superficierum cubi vñū quodqz in duo media: experintqz a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes et cubum cōdem eaꝝ sectio ne diametrum cubi per equalia secare et ab ipsa diametro versante per equalia secare necesse est.

Statue cubū qui sit. a. b. de quo constat per dionem q̄ omnes linee ipsū continentes sint equales et cī superficies rectangule: tale enī: corpus cubū dicim⁹: hui⁹ igit basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. c. g. h. sinistra aut superficies sit. b. f. c. d. citerior quoqz sit d. e. b. b. sed vltior. a. c. g. f. eiusqz diameter sit. a. b. dividant itaqz oia latera duarū quarūlibet superficieꝝ oppositaz ei⁹ per equalia: et sint nūc superficies quaz latera dividat dextra atqz sinistra: dividant inquā quatuor latera: dextre quidē sup quatuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sunt. k. l. m. n. et hui⁹ ganū puncta in bis superficiebus opposita ductis lineis. o. p. z. q. r. que secant se in punto. t. itemqz. k. l. z. m. n. que secant se in punto. s. et perficiantur due superficies secates se inuicē et cubū: ptractis itē lineis. o. k. z. p. l. q. m. z. r. n. sitqz hāz duarū superficieꝝ cōis sectio linea. s. t. dico iū q̄ linea. s. t. dividit diametaz. a. b. et dividit ab eadē diametro q̄ equalia: qđ p̄ vtraqz enī eaꝝ transit p̄ centz cubi. **C**al vero ouenit qđ p̄positū ē demōstrare pducant enī due linee. t. a. z. t. b. et item due s. c. s. b. eritqz ex. 4. p̄mi. a. t. equalis. t. b. z. s. c. equalis. s. b. cōstat aut ex prima pte 29. primi: q̄ angulus. p. t. q. ē equalis angulo. a. q. t. z ex. 4. primi angulus. h. t. p. ē equalis angulo. t. a. q. itaqz ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cū angulo. q. t. a. valet duos rectos quare ex. 14. primi linea. a. b. erit linea vna: sitr quoqz linea. a. b. erit linea vna At qđ ex. 9: b⁹ linea. a. c. ē equidistans linea. b. b. vtraqz enī ē equidistantes linea. d. e. cūqz ipse sint equales qđ latera cubi: sequit ex. 33. primi duas lineas a. b. z. c. b. esse equales et equidistantes. ideoqz p̄ cōceptionē eaꝝ medietates que sūt a. t. z. b. s. erunt equales: ex. 7. aut huius manifestū ē q̄ linea. s. c. ē i superficie duarū lineaꝝ. a. b. z. b. c. z ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. ē etiā diameter superficie parallelogramē. a. c. b. b. itaqz linea. s. t. secat diametru. a. b. secet ergo ipsam i pucto. u. dico ergo linea. s. u. esse equalē linea. u. t. z linea etiā. a. u. linea. u. b. intel ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoqz anguli qui sunt ad. t. z. s. sunt equales adinuicem: similiter anguli eorūdem qui sunt ad. a. z. b. equales adinuicem ex pma parte. 29. primi: ppter id q̄ linea. a. t. equidistat linea. s. b. z quia etiā ipse sunt adi uicē equales: sequit ex. 26. primi q̄ p̄positū ē. **I**dē quoqz eodē mō cōcludat et si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus palellogramū sine equalibus lineis si ue nō equalib⁹ cōtentū fuerit sine quoqz sup basim orthogonaliter erectū sine etiā



XII

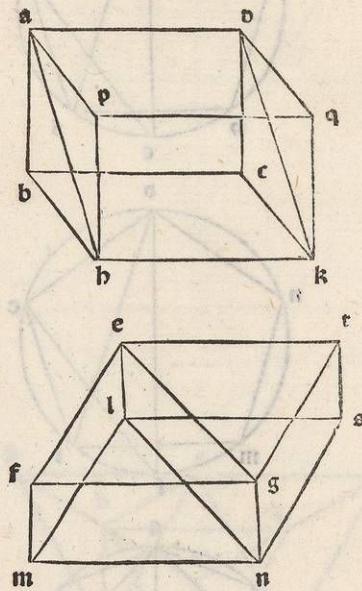
et super ipsā inclinatū. Unde ampliat̄ in hac. 40. figuratio cubi ad oīs figurās parallelogramas solidas.

Propositio .41.

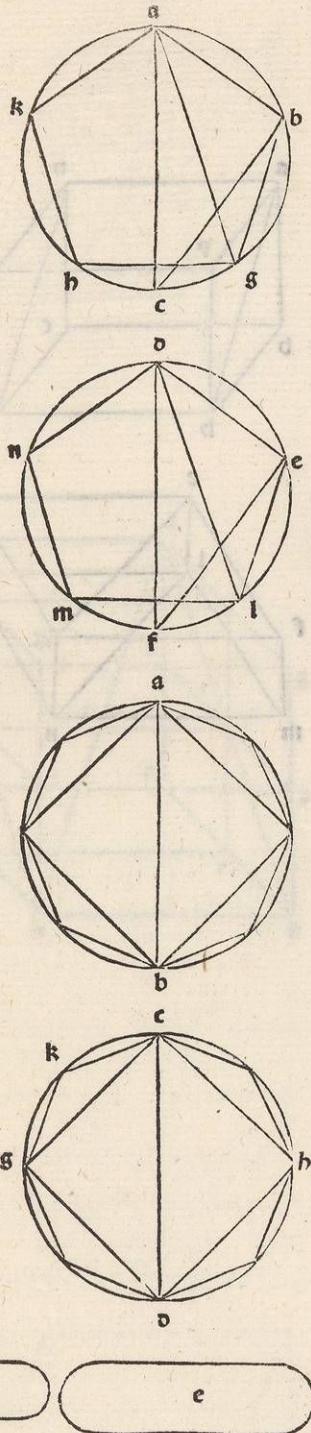
Si duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necessē ē cē equalia. **C**it superficies. a.b.c.d. equidistantiū laterū dupla trilaterae superficie. e.f.g. et super bas duas superficies fiat duo corpora seratilia eque alta: sitqz seratile qd est supra basim qdrangulā. a.b.b.d.c.k. cui⁹ basis est superficies equidistantiū lateꝝ pposita. a.b.c.d. alia eius superficies equidistantiū lateꝝ ē. a.b.d. k. tertia vero ē. b.b.c.k. due aut ei⁹ triangulares superficies sūt altera quidem triangulus. a.b.b. reliqua vero triangulus. d.c.k. seratile aut qd est super basim triangulā. e.f.g. sit. e.f.g.l.m.n. cui⁹ altera duar̄ trilaterar̄ superficie. ē basis predicta: reliqua vero triangulus. l.m.n. triū aut superficie. ei⁹ equidistantiū lateꝝ: prima quidē ē. e.f.l.m. scđa vero. e.g.l.n. tertia vero. f.g.m.n. dico itaqz bcc duo seratilia pposita esse adiuicē equalia: perficiant̄ enī duo solida parallelograma adiungendo vtriqz duor̄ propositoꝝ seratiliū aliud seratile sibi equale: primo qui dē seratili super eandē basim sitqz adiunctū seratile. a.p.b.d.q.k. cuius due trilaterae superficies sunt. a.p.b.d.q.k. tres aut quadrilatera: prima quidē. a.b.d.k. qui ē terminus cōis sibi et ei cui adiungit̄: scđa vero. a.d.p.q. scđia quoqz. p.q.b.k. scđo aut seratili adiungat̄ aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungat̄ primo triangulo. e.f.g. aliis triangulus equalis qui sit. e.g.r. ita q tota superficies. e.f.g.r. sit equidistantiū laterū et super hunc trianguluſ fiat seratile. e.g.l.r.l.n.s. qd cū illo cui adiungit̄ perficiat corpus parallelogramū huins seratilis adiuncti: due trilatera superficies sunt. e.g.r.l.n.s. tres aut parallelogramē sunt: prima quidē. e.l.r.s. scđa. e.l.g. n. et ipſa ē cōmūnis terminus sibi et ei cui adiungit̄: tertiā vero. g.r.n.s. manifestum igitur ex diffinitione solidor̄ equaliū atqz similiū q̄ duo seratilia parallelogramū cōponentia solidū. a.k. sibi inuicem. itēqz duo cōponentia solidum parallelogramum. e.n. sibi ad inuicē sūt eq̄lia. At vero ex. 31. vel ex. 32. b⁹ duo solida. a.k. et. e. n. sunt sibi inuicē equalia: q̄ ergo hor̄ solidor̄ medietates sunt seratilia pposita per cōm sciam p̄stat ea esse equalia: quecunqz enī fuerint equalia eoꝝ medietates necessē ē esse equalis: liquet itaqz qd ppositū ē. **E**xplīt liber Undecim⁹. **I**nīt liber Duodecimus.

Propositio .1.

Onū duar̄ superficieſ siliuſ multiangulaz iter duos circulos descriptaz ē. pportio alterius ad alterā tāqz. pportio qdratoꝝ q̄ ex diametris circuloꝝ eas circūscribetū pueniunt. **C**sint duo circuli. a.b.c.d.e.f. quib⁹ inscribatur due quelibet figure poligonie q̄ ponant̄ adiuicē silies: sintqz nūc pentagonē inscripte vt docet. 11. q̄ r̄ti et ipſe sint. a.b.g.h.k. aliud pentagonū. d. e.l.m.n. diametri quoqz circuloꝝ sint. a.c. et. d.f. dico itaqz q̄ prop̄tio pentagoni. a.b.g.b.k. ad p̄pentagonū d.e.l.m.n. ē. sicut qdratū diametri. a.c. ad quadratū diametri. d.f. protrahantur enim in vtriqz circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris pentagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum



LIBER



pēthagōnū i hoc quidē. a. g. z. c. b. ī illo āt. d. l. z. f. e. eritq; ex. 6. sexti triangul^o. a. b. g. equiangulus triangulo. d. c. l. nā cū pēthagōni ponant adiūcē siles erūt ex defīnitione siliū supficiez angulus. b. c. qualis: angulo. e. z. latera ipsos continentia pportionalia videlicet, pportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cū sint autem ex. 20. tertis duo anguli. f. z. l. sibi inuicē equalis. Itēq; duo alij. c. z. g. sibi inuicē equalis erunt duo qui sunt. c. z. f. adiūcē equalis ex hac cōi scia: que equalib; sunt equalia sibi quoq; equalis esse neglēsse est. Et q; ex prima pte. 30. tertij vterq; duorū anguloz. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartā sexti pportio diametri. a. c. ad diametru. d. f. ē sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z per candē. cū itaq; ex scōa pte. 18. se xti pportio duorū pentagonoz ē sicut pportio lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z p candē pportio quadrati diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. sit sicut diametri. a. c. ad diametru. d. f. duplicata per hanc cōm sciam: quoq; dimidia sunt equalia ipsa quoq; adiūcē equalis manifestum est. qd propositum est.

Propositio .2.

Non dñiū duorū circuloz ē proportio alterius ad altez tanq; pportio quadrati lue diametri ad quadratū diametri alterius. Sit duo circuli. a. b. z. c. d. quoq; diametri quoq; dicār. a. b. z. c. d. dico itaq; q; pportō circuli. a. b. ad circulū. c. d. ē sicut qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. manifestū enī ē ex hac cōm scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam q; pportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquā que sit. e. cuiuscūq; figure aut forme ponat: hanc autem impossibile ē maiorē esse a. t mino rem circulo. c. d. Si enī est possibile ipsā ēē minorē circulo. c. d. sit itaq; minor i superficie. f. itaq; circulus. c. d. sit equalis duabus superficiebus. e. z. f. piter acceptis constat igī ex prima. 10. q; totiens possit ex circulo. c. d. suisq; residuis substrahi maius dimidio quoq; relinquaſ quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi ut docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. dc quo constat q; ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enī quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt patz ex penultima primi z. 7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qu adrati piter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sin aut̄ quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia dividantur z puncta ipsos arcus dividentia cum extremitatibus latez cōtinent per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. dividat per equalia in puncro. k. z p̄trahant linee. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit q; quisbz trianguloz descriptoroz sup latera qdrati maior medietate portionis i q existit eo q; ois triangul^o ysochles ē medietas palellogrammi sue basis per. 41. pri mi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogoni inscripti piter accepte minus superficie. f. si enī nondū hoc esset: nō cessarē dividere arcus quoq; latera vltime descripte figure sunt corde per equalia: z inscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime sc̄mper substrahendo ab ipsis circuli portionib; maius di midio quoq; p̄mā. 10. portiones super latera alicui^o talis figure circulo inscripte ex istētes p̄f accepte erūt min^o superficie. f. sint ḡ nūc q; dicte sūt: eritq; ex p̄ceptiōe octogoni. c. d. maius superficie. c. in circulo igī. a. b. eadē via inscribat sile octogoni: quod dicatur. a. b. sitq; ex premissa pportio octogoni. a. b. ad octogonum

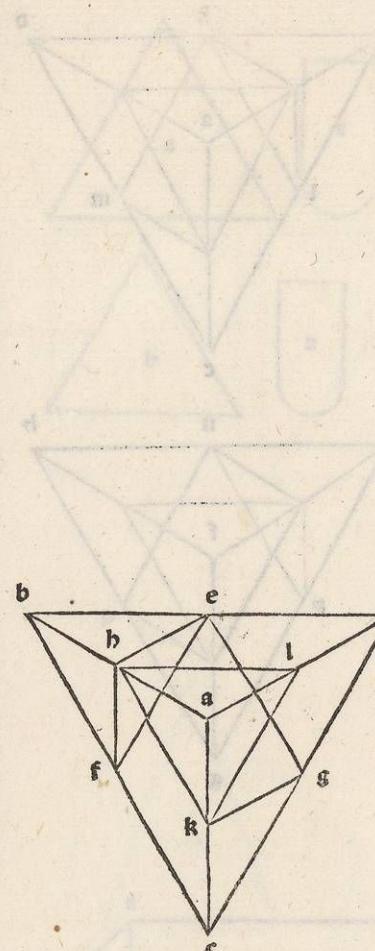
c.d.sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.iōqz p. ii. quinti sicut pportio circuli.a.b.ad superficiē.e.itaqz pmutatim poligonij.a.b.ad circulū.a.b.si cur poligonij.c.d.ad superficiē.e.cūqz sit poligoniū.c.d.maius superficie.e. erit poligonij.a.b.maius circulo.a.b.hoc aut iposibile nō ē ergo superficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Esto enī si possibile sit:cū igit sit pportio quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.sicut circuli.a.b.ad superficiē.e.erit ecōuerso quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.sicut superficiē.e.ad circulū.a.b.z ostat ex cō scia in principio huius demonstrationis posita q̄ cadē ē circuli.c.d.ad aliquā superficiē que sit.f.eritqz ex. 14.quinti superficies.f.minor circulo.a.b.itaqz pportio quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.eit sicut circuli.c.d.ad superficiē.f.minorē circulo.a.b.sed ex hoc demōstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniū inscriptū circulo maius esse circulo:sicut ergo superficies e.nō pōt esse minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo necessario equalis quare p scdā partē. L. quinti liquet qd ppositū ē.

Propositio .3.

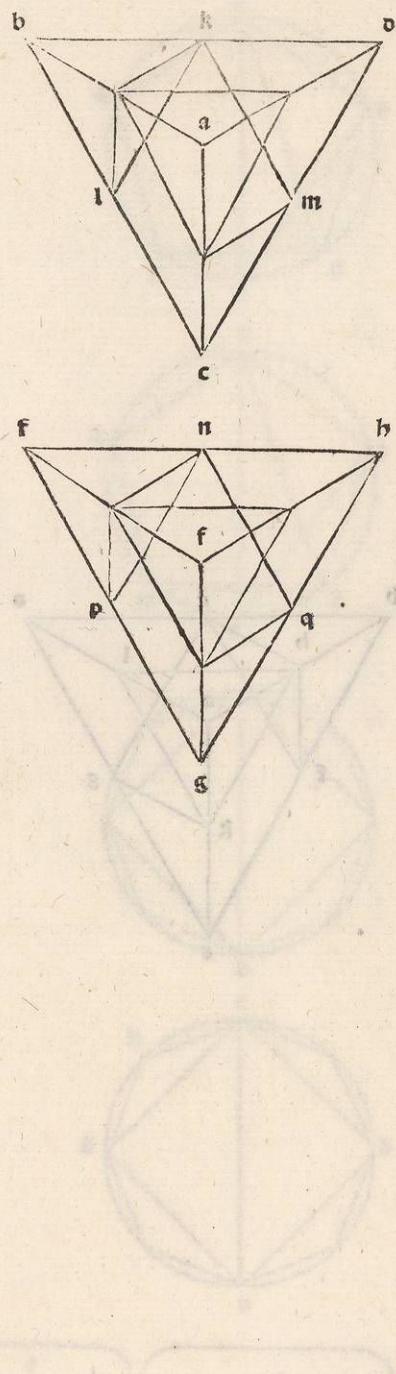
Monis piramis cuius basis triangula scindi pōt in duas equas piramides sibi inuicem totiqz piramidi sil'es vnaqz in duo seratilia q̄ ambo piter accepta dimidio totius piramidis necessarie est esse maiora. Sit piramis.a.b.c.d.sup basiū triangulū.b.c.d.eiusqz vertex solidus angulus.a.a quo demittat tres ypothenuse.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis:z dividant oia latera basis p equa lia in tribus punctis.e.f.g.tres quoqz ypothenuse per eq̄lia in tribus punctis.b.k l.z protrahant in basi due linee.e.f.z.e.g.eritqz basis eius divisa in tres superfici es quaz due sunt duo trianguli.b.e.f.e.g.d.quos ex scdā parte scdā sexti z dione silium superficieqz ostat eē silē sibi inicē z toti basi z equales ad inuicem ex. 8.pmi fcia ē tetragona:palellogramma z ipa c.e.f.g.c. quā ostat eē dupla ad fagnū.e.g.d ex. 40.z.41.pmi:demittant ergo rursus a pucto.b.due ypothenuse.b.e.f.b.z a pucto.k.ypothenusa.k.g.z.ptrahant linee.b.k.l.z.l.b.divisa ē itaqz tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que sint.b.b.e.f.z.a.b.k.l.z duo seratilia quoqz vnu c.e.b.f.g.k.c.z ē super basim quadrangulā.c.f.g.e.z aliud ē.e.g.d.b.k.l.z est su per basim triangulā.e.g.d.de duabus aut piramidibz.b.b.e.f.a.b.k.l.q̄ ipē sūt eqles ad inuicē sibiqz z toti piramidi.a.b.c.d.sil'es:ostat ex dione corporz equaliū z silium z ex. 10.ii.libri z ex scdā parte.2.sextri: de duobz aut seratilibz q̄ ipsa sint eq̄lia.ostat ex vltiā.ii.libri.Qd vero ambo seratilia piter accepta sint mai medi etate toti piramidis:ex hoc manifestū ē q̄ vtrūqz illoz diuisibile ē i duas piramides quaz altera triangula eq̄lis vni duaz in quas z seratilia totalis piramis dividitur.altera vero quadrangula q̄ dupla ē ad reliquā quare p̄z ambo seratilia pariter accepta tres quartas eē totalis piramidis divise:hac pportionē si scire desideras.sexta huius.12.libri psule.sed sufficit tibi scire quantū ad ppositū illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas z seratilia totalis dividitur pariter acceptas quātlibet quātitatē excedere.

Propositio .4.

Si due piramides eque alte quaz bales triangule singule i binas piramides eqles sibi inicē ac toti similes binaqz seratilia eq̄lia dividant erit pportio basis vni ad basim alteri tāqz pportio duoz seratiliū suoz ad duo seratilia alteri.eritqz palā oia seratilia q̄ fuerit in vtralibz illaz



LIBER



piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ i altera piramide fuerit in eādē h̄ē pportionē q̄z basē ei⁹ piramidis ad basē alteri⁹ piramidis. C̄ Sint due piramides quaz bases triangule eque alte hec quidē. a. b. c. d. cuius conus punctus. a. basis triangulus. b. c. d. hypothemis. a. b. a. c. a. d. illa vero. e. f. g. h. cuius conus punctus. c. basis triangulus. f. g. h. hypothemis. e. f. e. g. e. h. hec antē due piramides dividant sicut in premissa. Sintq̄ bases eaz̄ diuisa hec quidē pro tractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint. k. l. z. k. m. illa vero protractis lineis que sint. n. p. n. q. dico ergo q̄ pportio basis. b. c. d. ad basē f. g. h. est sicut duoz seratiliū piramidis. a. pariter acceptoz ad duo seratilia piramidis. e. pariter accepta. Vñ manifestū est aut ex. 18. sexti pte scđa q̄ pportio trianguli. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. c̄ sicut linee. b. d. ad linea. k. d. duplicata p candē quoqz ē pportio trianguli. f. g. h. ad triangulū. n. q. h. sicut linee. f. h. ad linea. n. h. duplicata. Lūqz sit linea. b. d. ad linea. k. d. sicut linea. f. h. ad linea. n. h. v̄trobīqz enī ē dupla pportio erit triangulus. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. sicut triangulus. f. g. h. ad triangulū. n. q. b. z pmutatum triangulus. b. c. d. ad triangulū. f. g. h. sicut triangulus. k. m. d. ad triangulū. n. q. h. triangulus aut. k. m. d. ad triangulū. n. q. h. ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exū sup illū p. 33. vñdecimi huius quoqz seratilis ad illud ē sicut amboz seratiliū piramidis. a. piter acceptoz ad ambo seratilia piramidis. e. pariter accepta ex. 15. quinti: necesse ē enī vt sit duplū ad duplū quēadmodū simplū ad simplū. itaqz cōclude ex. 11. quinti qđ ppositū est. Dōmitas aut si dubitas seratilia vnius h̄az piramidū eque alta esse seratilib⁹ piramidis alterius. cū enī sint piramides cque alte: sit quoqz vtraqz eaz̄ diuisa i duas piramides equales sibi totiqz similes z in duo seratilia equalia z sint due ptiāles piramides eque alte eo q̄ similes z equales qđ facile patet de missis a verticibus ptiālium piramidū perpendicularibus ad bases ipsaz: de quibus perpendicularibus ex. 37. vñdecimi constat esse equalies. Lūqz altitudines h̄az partialiū piramidū pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuisa. Sintqz ambo seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup ptiālem triangulum basis totalis piramidis cōponit non est phas ambigere seratilia vnius eaz̄ piramidū esse eque alta seratilibus alterius eaz̄. Correlariū vero ex eo manifestū ē q̄ similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹ ad bina seratilia alterius. z q̄ bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases totalium ex scđa pte. 18. sexti z permutata pportione constat ex. 13. quinti verū ē quod corollarium proponit.

Propositio .5.

M̄nes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

C̄ Qđ. 33. vñdecimi pposituit de solidis paleologramis z i fine. 36. vii/ decimi vñz esse demonstrauimus: de seratilibus. hec quinta. 12. pponit de piramidibus triangulis. Intelligatur enī due piramides eque alte quaz bases sunt duo trigoni. a. z. b. dico q̄ pportio piramidis. a. ad piramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. qđ eedem demonstrationis vel argumentatiōis genere demōstrandū ē quo scđam hui⁹ demōstrauius. sit enī ut basis. a. ad basim. b. ita piramis. a. ad corpus. c. de quo dico q̄ ipsū nō erit minus neqz maius piramide. b. nā si possibile ē vt sit min⁹ esto min⁹ i solido. d. vt piramis. b. sit eglis duobus corporibus. c. z. d. pariter acceptis diuisa itaqz piramide. b. vt pponit. 3.

XII

detrabantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemqz ex utraqz duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo divisarum seratilia demandantur et fiat hoc totiens quousqz ex piramide. b. cogatur aduersarius per primam. 10. confiteri relinquimus minus solido. d. eruntqz ex communis scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a piramide. a. similis seratilium detractio. et intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a. quot detraхimus ex piramide. b. eritqz ex corollarie premissae sicut basis. a. ad basim. b. ita seratilia detracta a piramide. a. ad seratilia detracta a piramide. b. sic sed erat piramis. a. ad corp^o. c. itaqz seratilia piramidis. a. ad seratilia piramidis b. sicut piramis. a. ad corpus. c. et pmutatim seratilia piramidis. a. ad piramide. a. sicut seratilia piramidis. b. ad corpus. c. Unqz sint seratilia piramidis. b. maius corpore. c. erunt seratilia piramidis. a. maius piramide. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus piramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit p/ portio basis. a. ad basim. b. sicut piramidis. a. ad corpus. c. erit ecouerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad piramide. a. Eritqz eadem ex communis scia piramidis b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequetqz ex. 14. quinti q/ corpus. d. sit minus piramide a. eo q/ piramis. b. ponit minor corpus. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut piramis b. ad corpus minus piramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius esse ea piramide a qua detrabuntur ideoqz relinquimus corpus. c. esse equale piramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius et proportionem piramidis. a. ad piramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc autem erat demonstrandum.

Propositio .6.

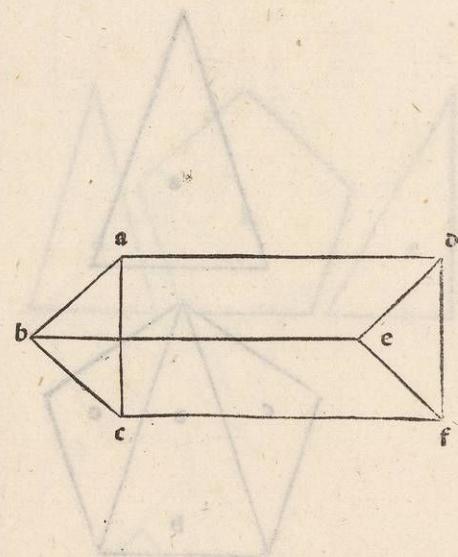
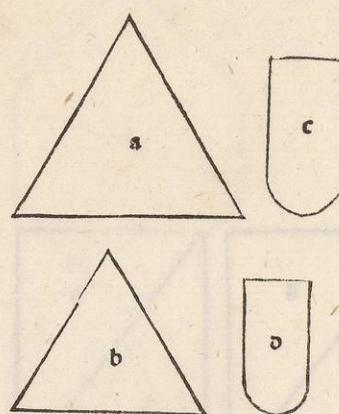


Mone corpus seratile in tres piramides equales basesqz triangulas habentes est divisibile.

C Sit seratile. a. b. c. d. e. f. ipsi dico esse divisibile in tres piramides triangulas equales prout habet in unaquaqz suaz triaz superficiem paleologramaz linea diagonalis ita q/ una eaz diagonalium sit cōtērminalis reliquis duabus ut si prout habet lineas. b. d. b. f. z. f. a. quas ppter cōfusione protrahere cōtempsi: eritqz totum seratile in tres triangulas piramides divisum quas ex premissa bis assumpta facile constat esse equales. Quid autem euclidem nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quaz sunt bases triangule ut omnium cognitione ex elemētis q/ ponit: sufficienter elicere possumus: quedā arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere: solis enim elemētis contentus euclides multa p̄termisit que quāvis ex eis consequantur non tamen sine difficultate patent studentibus: horum primum est hec.

Si duo solida quorū alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā: piramis vero super trigonā que quadrangle basis seratilis sit dimidiū: constituta fuerint eque alta seratile piramidi triplicem esse conuenient.

C Si seratile ppositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide pposita super propriam basim perficiatur seratile piramidi pposite equic altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adjiciatur triangulus ex quo et basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quam ex ipsa



LIBER

piramide compleatur seratile piramidi e uero altum: qd igit istud seratile seratili pri
ori est eque altum et utroqz bases sunt equeales ex hypothesi. sequitur ipsa eaequa
lia. hoc eni demonstratum est. in. 36. vndeclimi. at qm ex. 6. hui. 12. libri seratile secundum
tripulum est ad piramidem pposita. nam ipsa est una ex tribus piramidibus in quas
ipsum seratile dividit. Erit quoqz per communem scientiam ppositam seratile tri/
plum ad ppositam piramidem.

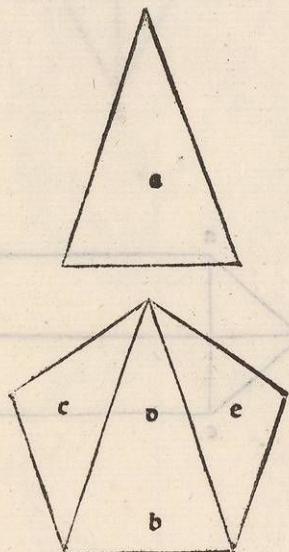
CSi quotlibet piramides quarum bases triangule super unam eandem
qz basim sine equeales constitue fuerint: eque alte eas esse adin/
tice mequeales necesse est. **C**habricato eni uno seratili eque alto piramidib
propositis sup basim triangulam eque basib⁹ propositaz piramidu aut sup basim
quadrangulam dupla basibus earundem: erit ipsu seratile tripulum ad piramides singulas.
hoc eni constat ex premissa addita sine interpolata: igit ex eo scia cuncte proposita
piramides sunt vi diximus adiuvicem equeales.

Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus
sunt proportionales. **C**hiant super bases propositarum piramidum aut sup
alias trigonas equeales aut super paleologramas duplas seratilia ipsis piramidi/
bus eque alta eruntqz ob hoc seratilia sibi adiuvicem eque alta et qz seratilia suis ba/
sibus sunt pportionalia ut probatum est in. 36. vndeclimi. 33. ipsius mediante. Lii/
qz ex prima barum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad proposi/
tas piramides uniuersqz videlicet ad suam relatinam: basisqz ipsorum equeales aut du/
pas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti ut tripulum ad tripulum ita sim/
plum ad simpulum erunt quoqz propositae piramides suis basibus proportionales.
Chi fuerint due quelibet piramides eque alte fuerintqz alterius ba/
sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas
suis basibus proportionales esse conueniet.

Exempli gratia. Intelligentur due piramides eque alte super duas bases. a. et b.
sicqz basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec piramides. a. et b.
itaqz dico proportionem piramidum. a. et b. esse sicut basium. a. et b. distinguatur
quidem pentagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. eritqz tota piramis. b. distincta
in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiam dicatur
nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pirami/
dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. et piramidis. d. ad pira/
midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemqz piramis. c. ad piramidem. a. si/
cuit trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur qd sit propor/
tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. et ipsum est piramis. b. ad pira/
midem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. et ipsum est pentagonus. b.
ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.

Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportiona/
les esse probantur.

Chi altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat
quod dicitur. Si autem basis utriusqz fuerit poligonia utrilibet ipsarum basium
resoluta in triangulos et ipsa piramide i piramides triangulas: erit ex premissa in
terposita proportio uniusculusqz barum triangularium piramidum iter quas alte
ra propositarum dividitur ad reliquam sicut sue basis ad basim alterius. itaqz per
24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.



Propositio .7.

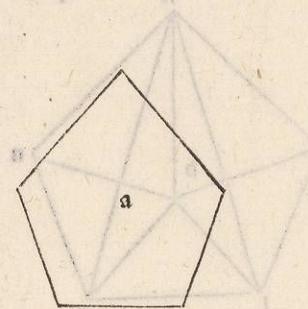
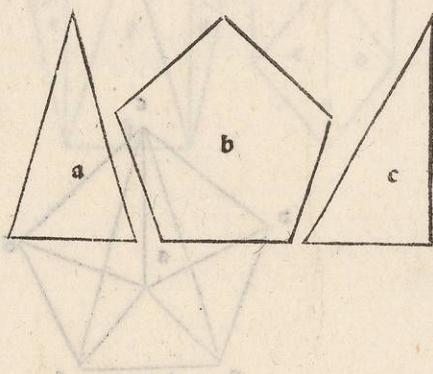
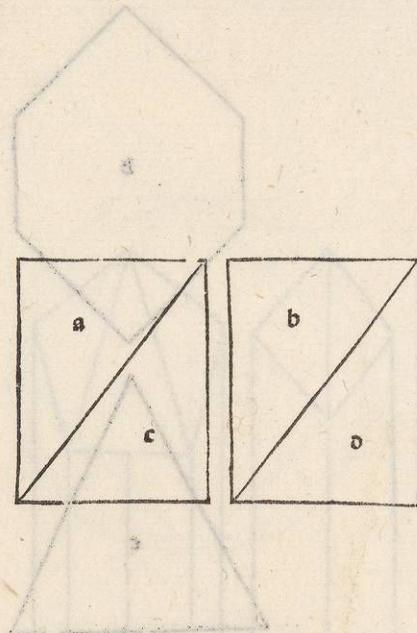
Si due piramides triangularum basium fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equeales necesse est.

CQd̄ trigesima quarta et trigesima quinta vndeclimi proposuerunt de solidis parallelogramis: et nos in. 36. eiusdem demonstrauimus de seratibus: hec septima. 12. proponit de piramidis habentibus bases triangulas. Intelligatur enim duo piramides equeales super duos trigonos vel triangulos. a. et b. que dicantur. a. et b. dico itaqz p̄portio basis. a. ad basim. b. est sicut proportio altitudinis piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. et si hoc fuerit dico piramides. a. et b. esse equeales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. et b. duo alij qui sint. c. et d. ut fiant ambe superficies. a. c. et b. d. equidistantia laterum et ex ipsis pyramidibus super bases. a. c. et b. d. compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis eque alta que suniliter dicantur. a. c. et b. d. manifestū igitur est ex sexta huius. 12. qd̄ piramis. a. ē sexta pars solidi. a. c. et piramis. b. sexta solidi. b. d. itaqz ex. 35. vndeclimi argue propositum: primā quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.

CQd̄ si due quelibet piramides laterate fuerint equeales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equeales esse oportet.

CSi bases vtrarūqz fuerint triangule demonstratum est verum esse qd̄ diximus. Si altera tm̄: sit igitur. a. basisqz alterius piramidis sit. b. et sumatur trigonus. c. eq̄lis poligonio. b. fiatqz super. c. piramis eque alta piramidi que est super. b. et sint. a. b. c. equinoca nomina pyramidum et basium. Quia igitur ex hypothesi duo piramides. a. et b. sunt equeales et ex ultima interpositaz ad sextam huius dueqz pyramidē b. et c. sunt equeales: et erūt ex communi scientia due piramides. a. et c. equeales: igit̄ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte. et. huius. Luncqz bases. b. et c. sunt equeales: altitudines quoqz piramidū. b. et c. equeales erunt ex prima pte et secunda. et. quinti bases. a. et b. mutue altitudinib⁹ piramidū. a. et b. Scda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudo pyramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit ex. 2. parte et prima. et. quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. itaqz ex secunda pte hui⁹. et. duo piramides. a. et c. sunt eq̄les quare qd̄ communē scientiam due quoqz pyramidē. a. et b. sunt equeales. Si vero neutra propositarū pyramidū fuerit trigona sed vtrarūqz poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. et b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagno. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntqz due piramides. b. et c. equeales. ideoqz due que sunt. a. et c. etiam per cōceptionem equeales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Connversa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a.

O 2



LIBER

erit quoqz ex septima quinti basis. a.ad basim.c. vt altitudo pyramidis.c. ad altitudinem pyramidis.a. ideoqz ut pater ex prioribus erunt due piramides.a. z.c.eq/les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt. a. z.b.erūt etiā equeales. Et hoc ē propositum.

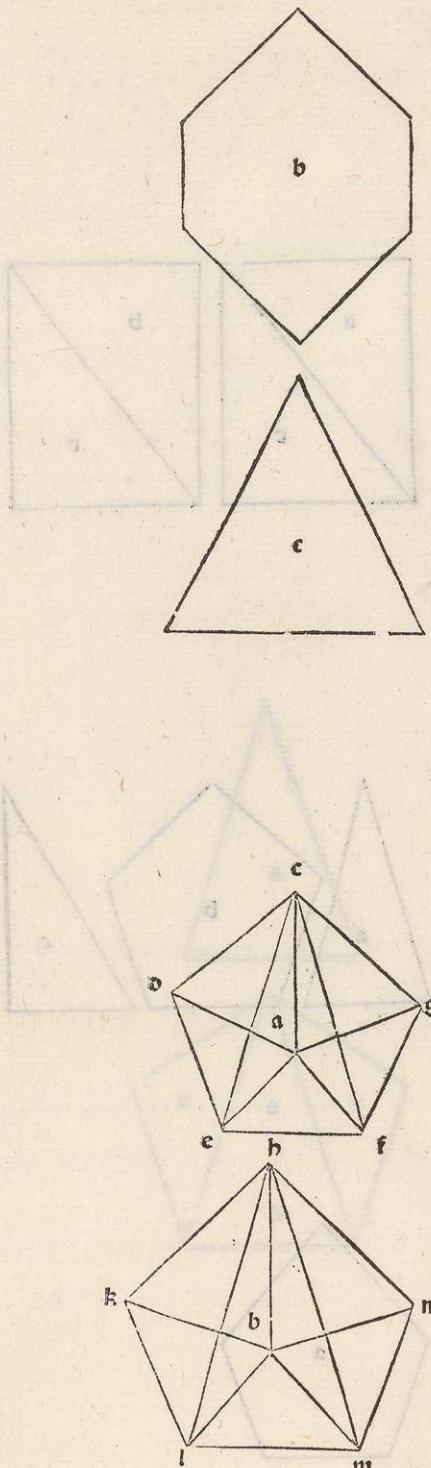
Propositio .8.

Quoniam duarum pyramidum similium quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanqz lateris ad latus eius relatum proportionem triplicata.

Conpropositis duabus pyramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida parallelogramma quemadmodū dictum est in demonstratione premise: eruntqz hec duo solida parallelogramma similia eo qz piramides ponuntur similes ad invicem. nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus z solidis parallelogrammis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoqz illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum parallelogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium. ideoqz similes ex diffinitione similiū superficiērum: quare ex 24.z.13. quinti cuncte sex superficies horū duorum solidorū parallelogramorū sunt similes ad invicē: igitur a diffinitione corporum similiū erunt ipsa solidā similia: quare cum proportio solidorum z pyramidū sit una ex. 1.5. quinti. nam solidā sunt sexupla pyramidibus ex sexta huius. cunqz sit proportio solidorū una sicut suorum relatiōnēz laterum triplicata ex. 36. vndeclimi libri: sunt autē latera solidorum eadē quoqz latera pyramidū. erit quoqz ex. 11. quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorū relatiōnēz laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Coqd si fuerint due quelibet pyramidē laterate similes erit pportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatum latus alterius proportio triplicata.

Csint due laterate pyramidē quaz coni. a.z.b. similes sintqz super bases pentagonas que sunt. c.d.e.f.g.h.k.l.m.n. dico qz pportio ea⁹ est sicut suo⁹ relatiōnēz laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similiū superficie⁹ z corporum qz pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidū sibi ad invicē cunctiqz relatiū alē reliqui triāguli ipsas abientes sibi invicē sūt similes. Quidam itaqz bases ambarū in triangulos siles z numero equeales put. 18. sexti pponit esse possibile: protractis in bac quidē lincis. c.e.z.c.f.i illa vero. b.l.z.b.m. dico igit̄ istas pyramidē esse divisas in pyramidē triangulas siles z numero equeales. Conserat enim ad invicē due pyramidē. a.c.d.e.b.b.k.l. quaz coni sunt. a.z.b. cōstat autem ex hypothesi triangulū. c.a.d. esse simile triangulo. b.b. k.z triangulū. d.a.e. triangulo. k.b.l. z qz etiā ex hypothesi angul⁹. d. ē equalis angulo. k. z latera. c.d. z d.e. cōtinētia angulū. d. sunt pportionalia lateribus. b.k. z. k.l. cōtinētibus angulū. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c.d.e. z. b.k. l. equianguli. ideoqz per. 4. sexti erit pportio. c.d. ad. b.k. sicut. c.e. ad. b.l. cūqz ex hypothesi sit pportio. c.a. ad. b. b. z etiā. a.e. ad. b.l. sicut. c.d. ad. b.k. erit ex. 11. quinti. c.a. ad. b.b. z. a.e. ad. b.l. sicut. c.e. ad. b.l. igit̄ ex. 5. sexti z diffinitione similiū superficie⁹ triangulus. c.a.c. erit sūlis triangulo. b.b.l. manifestum est itaqz ex diffinitione. similiū corporum qz pyramidis. a.c.d.e. ē similiis pyramidī. b.b.k.l. sūl. quoqz cōstat pyramidē. a.c.e.f. ee



silem piramidi. b.b.l.m. et piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.b.m.n. q̄ ergo ex hac. s̄ p̄portio piramidis. a.c.d.e.ad piramidē.b.b.k.l. ē sicut lateris. c.d.ad latus. b.k. triplicata et etiā piramidis. a.c.e.f.ad piramidē.b.b.l.m.sicut.e.f.ad.l.m. tripli/ cata. ac etiā piramidis. a.c.f.g.ad piramidē.b.b.m.n.sicut.c.g.ad.b.n.triplicata cū sit ex yp̄thesi. p̄portio.e.f.ad.l.m. et c.g.ad.b.n.sicut.c.d.ad.b.k. sequitur ex 13. quinti vt p̄portio totaliū piramidū. a.t. b. sit sicut vnius basi p̄tialium ad aliā vñā. igī ex hac. 8. et vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

Cōm̄nes colūne laterate eque alte suis basib⁹ sūt p̄portionales.

Colūne ē qđ dicitur sup qualeſcūqz bases poligonias sūt colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases et superficies suppreme sunt ſiles et equales. cuncte vero reliquie superficies ipsa ſolidā circumſtantēs: ſunt eqnidī ſtantū laterum. Talium autē ſolidoꝝ p̄m̄a ſp̄es ē ſeratile cū ſuper vñā ſuaz trilaterū ſuſficiex intelligit eē ſtatutū. Sc̄da vero ſp̄es ē colūna cui⁹ basis ſit qđrilate ra quā ex duobus ſeratilib⁹ neceſſe ē eſſe cōpoſitā: et tertia ē cuius basis ē pentagona et ipſa ex tribus ſeratilib⁹ pſcīt̄. Simpliciter aut̄ dico q̄ ois laterata colūna in tot corpora ſeratilia p̄t diſtingui in quot triāgulos ſua basis. Intelligant̄ itaqz due colūne laterate. a. et b. diſtitute ſup duas bases. a. et b. eque alte. dico q̄ p̄por/ tio colūnæ. a. et b. ē ſicut baſiū. a. et b. diſtinguāt nāqz hee bases i triāgulos et hee columnæ in ſeratilia: basis quidē. a. que ponatur eſſe quadrangula in duos trigo/ nos. f. c. et d. et colūna. a. in duo ſeratilia. c. et d. basis vero. b. que ſit pentagona diſtinguāt in tres trigonos. e. f. g. et colūna. b. in tria ſeratilia que ſilr voſent. e. f. g. **V**Manifestū ē igī ex his que in. 36. vndecimi dicta ſunt q̄ p̄portio ſeratiliſ. c. ad ſeratile. e. est ſicut basis. c. ad baſim. e. et iterū ſeratiliſ. d. ad ſeratile. e. ſicut basis d. ad baſim. e. quare per. 24. quinti erit columne. a. ad ſeratile. e. ſicut basis. a. ad baſim. e. eadem ratione erit columnia. a. ad ſeratile. f. ſicut basis. a. ad baſim. f. at rursus columne. a. ad ſeratile. g. ſicut basis. a. ad baſim. g. igī ex. 24. quinti quo/ tiens neceſſe fuerit aſſumpta facile cōclūdes propositū. conſtat itaqz ex hoc q̄

Cōm̄nes colūne laterate ſuper eandē baſim vel ſuper equales con/ ſtitute ſi fuerint eque alte erunt equales.

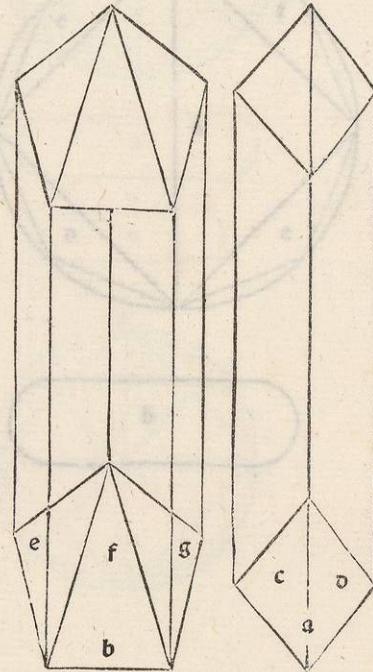
Cum enī vt proximo probatum eſſe eque alte colūne laterate ſint ſuis baſib⁹ p̄/ portionales. ponantur aut̄ baſes eſſe aut eadē aut equales neceſſe ē ex. 24. quinti vt etiam colūne ſint equales. conſtat quoqz q̄.

CSi fuerint quelibet ſolidā paralellogramma ſeratilia et laterate colū/ ne eque alta ipſa quoqz ſuis baſibus proportionalia eē neceſſario cō/ probantur.

Cōm̄nia enim hee species ſunt laterataꝝ columnarum de quib⁹ paulo ante vni/ versaliter probatum eſſe verum eſſe quod dicitur.

Cōm̄nis laterata columnna tripla eſſe ad ſuam piramidem.

Cdiſtinguatur baſis columne in triāgulos et ſu m̄ numerum triāgulorum illo/ rum diſtinguatur columna in ſeratilia et piramis columne in piramides habentes baſes triāgulas que videlicet ſunt baſes ſeratiliū. conſtat itaqz vnumquodqz ſeratile ad eā piramidem que ſuper eandem baſim cum ipſo ſeratili consistit tri/ plūm eſſe. hoc enim demonstratum eſſe in ſexta huius duodecimi libri: igīt̄ ex. 13. quinti omnia ſeratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas ne/ ceſſe eſſe triplū cumqz ex omnibus ſeratilib⁹ pariter acceptis columna et



LIBER

et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis piramis columnne perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

CSi fuerint due quelibet columnne laterate equeales: earum bases ea runderem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum et altitudines mutue fuerint: easdem columnas equeales esse necesse est.

CSi enim columnne sint equeales earum piramides erunt equeales eo quod omnis laterata columnarum est tripla ad suam piramidem. si autem piramides fuerint equeales sive bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima bius: quia igitur columnarum suarumque piramidum eadem sunt bases et altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. Sint igitur bases et altitudines propriorum columnarum lateratarum mutue: dico quod columnae erunt equeales. cum enim eadem sint bases eademque altitudines columnarum suarumque piramidum: erunt bases et altitudines piramidum propriarum columnarum mutue. si hoc ut possum est verum fuerit de columnis. erunt itaque piramides equeales prout in septimo bius demonstratum est igitur et columnae equeales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare pater secunda pars eius quod propositum est.

Omnia duarum columnarum lateratarum similiū est proportio alterius ad alteram tanquam lateris ad suam relatiuum latus proportio triplicata.

CSi columnae fuerint similes erunt ex definitione similiū corporum bases carum ceteraque superficies eas ambientes sive dividant itaque bases earum in triangulos similes et numero equeales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: et ipse columnae dividantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia unius suis relatiuum seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothesi et sexta et quarta et quinta sexti: et definitione similiū superficierum et definitione similiū corporum hoc autem probato erit ex .36. undecimi proportionali unius cuiusque seratilis unius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius: proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio una cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuum seratilibus alterius. sequitur ex undecima quinti ut cunctorum seratilium unius ad sua relativa seratilia alterius sit proportio una: quare per .13. quinti que est proportio unius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta et quia utrobiusque omnia seratilia pariter accepta componunt columnas et relativa latera seratilium sunt relativa latera columnarum: necesse est ex undecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relatiuum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.

Monis columnā rotunda piramidi sive triplex esse copribatur.

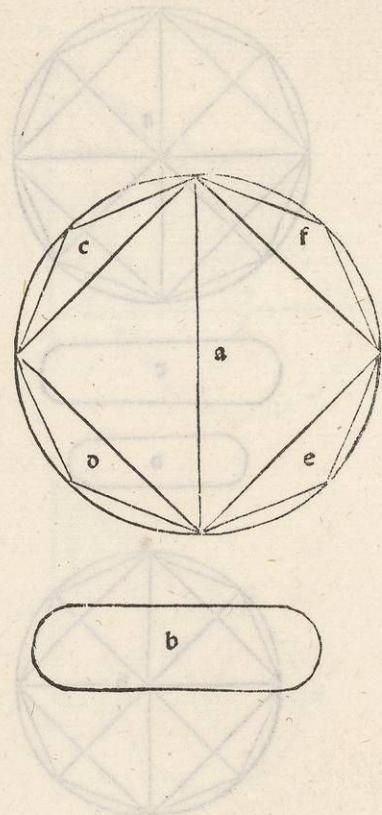


CSupra circulum .a. intelligantur una columnā et una piramis secundum eandem suā altitudinem errecte: dicanturque equinoce ipsa piramis et columnā et circulus nomine uno scilicet .a. dico itaque quod columnā .a. est tripla ad piramidem .a. cuius probatio est quia neque maior neque minor potest esse quam triplice. Sit enim primū si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita quod si .b.

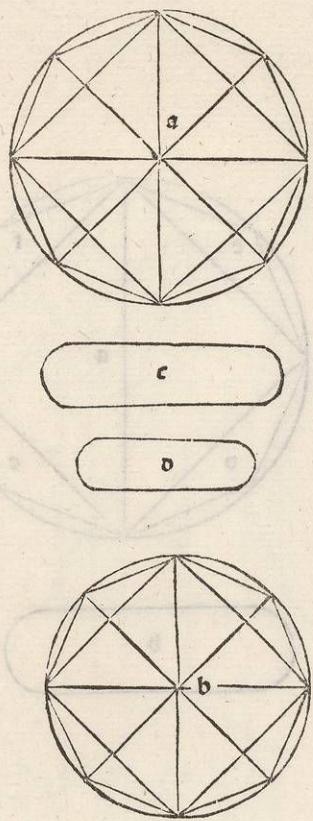
corp^o dematur de colūna. a. erit residū ei^o triplū ad piramidē. a. Inscrībat ergo quadratū circulo. a. sup qd̄ erigantur duo seratilia eque alta colūne. a. de quibus duobus seratilibus ppter acceptis cōstat q ipsa sūt plus medietate colūne. a. quē / admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli. a. Si enī ex ipsis sera tilibus perficiantur solida paleologramia quoꝝ ipsa sunt medietates; erit ipsa colū na ps ipsoꝝ duoz solidoz ppter acceptoz: decinde super latera quadrati inscripti p ficiā quatuor triangulos duum equaliū latez in portioꝝ circuli quaꝝ portioni nuz latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaz portioni p equalia et sint illi trianguli. c. d. e. f. super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne. a. et manife stū est qd̄ hec seratilia sunt maius medietate portionū columnae super portiones cir culi consistentiū quēadmodū et ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circu li. Fiat aut̄ hoc totiens quousq; p primā. 10. cogat aduersarius cōsideri portiones colūne ppter acceptas esse minus corpore. b. Erit igit̄ columnā laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden tes poligonū inscriptū circulo. a. mai^o triplo piramidis rotūde. a. et qd̄ ipsa laterata colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū et in eis que premissa sunt. se quitur ex sc̄a pte. 10. quinti libri vt rotunda piramis. a. sit minor laterata pirami de laterate columnae cuius basis ē inscriptū poligonū basi rotunde piramidis. a. qd̄ est impossibile. Est enī piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nō ē igit̄ piramis. a. min^o tertia pte sue columnae. sed nec plus tertia. Si enī possibile ē: sit pi ramis. a. plus tertia pte columnae. a. quātitate corporis. b. ita qd̄ detracto corpore. b de piramide. a. sit residū ipsius piramidis tertia pars colūne. a. igit̄ quēadmodū prius ex piramide. a. intelligat detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo. a. inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimidiū piramidis rotunde. Item de residuo piramidis. a. rursus intelligent detrahi piramides eque alte statute super triangulos. c. d. e. f. qui sunt in portionibus basi et hoc totiē fiat vt ex prima decimi relinquit ex piramide. a. minus corpore. b erit itaq; piramis laterata inscripto poligonio supstans quā cōponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne. a. et quia ut probatū ē in pcedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue columnae laterate a. sequit̄ denuo ex sc̄a pte. 10. quinti libri columnā rotundā. a. esse minorē colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē poligonū basi rotunde piramidis inscri ptū: hoc aut̄ impossibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igit̄ columnā rotunda nō possit ē minus triplo sue piramidis neq; maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

Propositio .10.

Onūm duarum rotundaz piramidum similiū columnārumve rotundarum similiū ē proportio alterius ad alteram tanq; diametri sue basis ad diametrū basis alteri^o proportio triplicata.
Sint uno circuli. a. et b. super quos constituantur due rotūde pira mides similes dueq; columnae rotunde similes et dicantur circuli et piramides et co

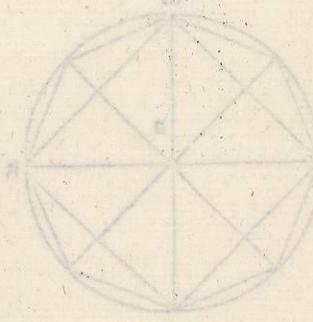
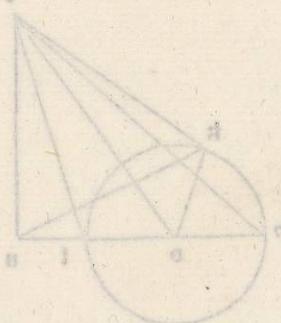
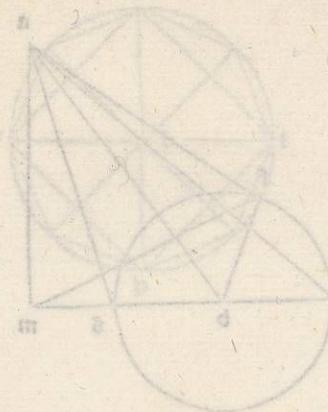


LIBER



lumne et diametri circulorum his nominibus. a. et b. equinoce: dico itaqz q̄ ppor/
 tio duarum piramidum. a. et b. duarūq̄ columnaz. a. et b. ē sicut duarū diametroz
 a. et b. proportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus constiterit: de columnis
 autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
 ad suam pyramidē: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente
 ad impossibile. Est enī per cōmūnē sciam positā in principio scđe demonstrationis
 huius. 12. libri: que prop̄p̄tio diametri. a. ad diametrū. b. triplicata: cadem pira/
 midis. a. ad aliquod corpus: illud igī corpus sit. c. de quo dico q̄ ipsum non pōt esse
 minus neqz maius piramide. b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor/
 poris. d. ita q̄ duo corpora. c. et d. piter accepta sint quātum pyramidis. b. itaqz quē
 admodū in scđa pte premisse ex pyramidē. b. detrahaſ laterata pyramidis sibi eque
 alta cuius basis sit quadratum inscriptū circulo. b. et ex residuo eius detrahaſ pi/
 ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli. b. fiat ita
 qz hoc totiens quousqz cogente prima. 10. sit residuū pyramidis. b. minus corpore
 d. eritqz ex tōi scia laterata pyramidis detracta quā cōponunt partiales pyramidides
 detracte maius corpore. c. Inscripta itaqz circulo. a. poligonū simile illi quod est
 basis laterata pyramidis detracte a piramide. b. et ad angulos huius poligonij in/
 scripti circulo. a. demitte lineas a cono pyramidis. a. perficiens super illud poligo/
 nium lateratā pyramidē eque altā rotunde pyramidis. a. hanc igī studeas demon/
 strare esse silem laterata pyramidis detracte a rotunda pyramidē. b. qđ hoc mō fa/
 cies: in vtraqz pyramidē eriges axem ipsius que erit ex diffintōne linea cōtinuans
 verticē pyramidis cū cōtro basis et erit perpendicularis ad basim: debinc a centris
 basim protrahas in vtrōqz circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusqz
 poligonij inscripti. cunqz ex diffintōne similiū pyramidum rotundarum sit p/
 portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba/
 sis alteri. ideoqz etiā ex. 15. quinti et equa pportionalitate sicut semidiametri ad se/
 midiametrū. sint aut̄ vtrōbiqz omnes anguli quos axes cum semidiametris conti/
 nent recti. necesse ē ex sexta ppositione sexti libri et quarta eiusdē et diffintōne simi/
 liū superficiez et similiū corporoz diffintōne vt laterata pyramidis. a. sit similis late/
 rate pyramidē. b. quare p additā ad. 8. huius pportio laterate pyramidis. a. ad la/
 teratam. b. ē sicut lateris vnius ad suū relatiū latus alterius pportio triplicata.
 ideoqz et sicut diametri. a. ad diametrū. b. triplicata. igī quoqz sicut rotunde pira/
 midis. a. ad corpus. c. ex. 11. quinti quare permutatim pportio laterate pyramidis.
 a. ad rotundā pyramidē. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. et qz latera/
 ta pyramidis. b. maior ē corpore. c. erit laterate pyramidis. a. maior rotunda piramide.
 a. qđ ē impossibile cū sit ps eius: nō est ergo corpus. c. minus rotunda piramide. b.
 Restat itaqz pbāndū q̄ nec maius. si enī aduersarius dicat ipsū ē maius tunc argu/
 atur ex cōversa proportionalitate pportionē diametri. b. ad diametrum. a. tripli/
 catā esse sicut corporis. c. ad rotundā pyramidē. a. sed ex cōceptione cādē est rotunde
 pyramidis. b. ad aliquod corpus aliud qđ sit. d. et qz ex ypothesi corpus. c. maius ē ro/
 tunda piramide. b. sequit̄ ex. 14. quinti q̄ rotunda pyramidis. a. sit maior corpore. d.
 itaqz pportio rotunde pyramidis. b. ad corpus qđ ē minus rotunda piramide. a.
 videlicet ad. d. est sicut sue diametri. b. ad diamet̄ alterius pportio triplicata. hoc
 aut̄ est impossibile. nā ex hoc demonstrauim̄ sequi q̄ ps sit maior suo toto. cū ergo

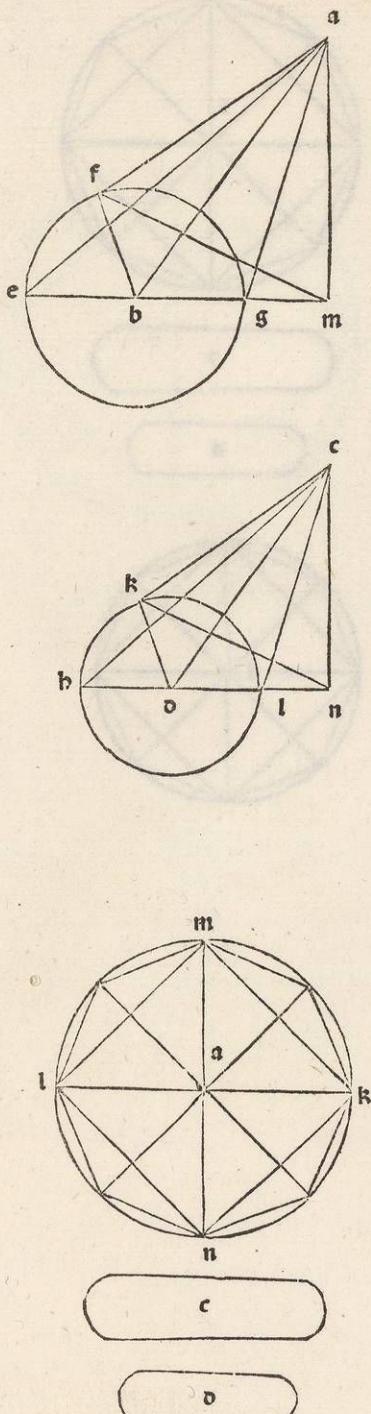
corpus. c. nō possit min⁹ ecē neqz mai⁹ rotunda piramide. b. erit necessario sibi eq/
le. ideoqz ex scđa pte. z. quinti constat ppositū. Nō lateat autem nos huius demon/
strationis processum ad eas dūtaxat colūnas z piramides rotundas coartari qua/
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt: tales enī diffinīte fuerūt i principio vnde cimi: cum tamē passio hic demonstrata cōmūniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqz rotundis similibus siue eaz axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: z ap/
pellent differentie cā hec rotunde colūne z piramides q̄rum basib⁹ axes ortho/
gonaliter superstant erecte: relique vero dicant inclinate: z qz in principio. ii. non
sunt diffinīte colūne aut piramides rotundae nisi ille tñ quas erectas vocam⁹: hec
quidē per motū palellogrammi rectanguli. illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas z piramides diffinitionib⁹
cōmūniter z vniōce conuenientibus erectis z inclinatis columnis z piramidibus
rotundis. Lum igit̄ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quoqz ad locum vnde moueri incepert.
circūduca: corpus qd a curua supficie quā motu suo describit hec linea z ab ipso
circulo cui circūduciē cōtineat voco piramidē rotundā. et circulū cui linea hec circū
ducitur voco basim ipsius piramidis. fixum autē punctū extra circulū superficiem si/
gnatū voco conū piramidis: lineamqz rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira/
midis appello axem seu sagittā piramidis. Lunqz hec sagitta fuerit perpendiculara/
ris ad basim dico piramidē esse erectam. cū vero inclinata dico etiā piramidē incli/
natam. cum autē fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana supficies p eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqz continua/
te per lineā rectā due relative sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū.
Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/
perit quoqz ad locū suum redeat circūduca: corpus qd a curua supficie quā mo/
tu suo describit hec linea z a duobus ppositis circulis continet: voco columnā ro/
tundam. cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duōꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqz duorum circulo/
rum: dico columnam esse erectam. Lum vero fuerit super basim inclinata dico co/
lumnam esse inclinatā. Lunqz fuerint due rotunde piramides aut columnae a qua/
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqz anguli quos axes z communies sectiones harum superficerum z basiꝝ
continent ad inuicem eūales: z fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cū semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri: tunc illas duas pi/
ramides ad inuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. His dif/
initionibus positis demonstrandū est q̄ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similiū columnarū ve rotundarum similiū siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba/
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.



Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqz quaz

LIBER

Due plane superficies super axem secent fuerintq; hæc duas superficies altera in utraq; piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes et due communes sectiones basium et earum superficies que sup bases non ponunt orthogonaliter erecte continet adiuicem eis. **C**Sint due rotundæ piramides. a. b. z. c. d. quæ bases sunt circuli. e. f. g. z. b. k. l. et axes due lineæ. a. b. z. c. d. et diametri basiū. e. g. z. b. l. centra basiū sunt duo puncta b. e. d. coni piramidū. a. z. c. similes ad inuicem: et ab earum conis ad superficiē basiū protrahantur ut docet. **ii.** vndecimi libri due perpendicularares que sunt. a. m. z. c. n. et continentur puncta .m. z. n. cū centris basiū protractis lineis .b. m. e. d. n. eritq; ex. 18. vndecimi superficies. a. b. m. que egreditur ab axe. a. b. erecta super basim piramidis. a. b. orthogonaliter. **E**odem modo superficies. c. d. n. que egreditur. a. b. axe. c. d. erit erecta super basim piramidis. c. d. orthogonaliter. sint itaq; duo arcus. f. g. z. k. l. similes: et intelligantur due superficies. a. b. f. c. d. k. egredi ab axis et secare piramides. a. b. z. c. d. siiles: dico igitur duos angulos. a. b. f. c. d. k. esse adiuicem equales. protrahantur enim due lineæ. f. m. z. k. n. q; igitur due piramides. a. b. z. c. d. sunt similes et due superficies. a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter super bases egrediantur ab earum axis: erit ex diffinitione similiū piramidū angulus. a. b. m. equalis angulo. c. d. n: et q; ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum. a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex. 32. primi et 4. sexti duo primi trianguli. a. b. m. z. c. d. n. laterū proportionaliū ut pportio lineæ. a. b. ad linea. c. d. sicut b. m. ad. d. n. et sicut. a. m. ad. c. n. et q; ex diffinitione similiū piramidū pportio axis a. b. ad axem. c. d. est sicut semidiametri. b. f. ad semidiametrum. d. k. erit ex. ii. quinti. pportio .b. f. ad. d. k. sicut. b. m. ad. d. n. **L**unq; sunt duo anguli. f. b. m. z. k. d. n. **l**equales eo q; duo arcus. f. g. z. k. l. sunt similes ex hypothesi: erit ex sexta et quarta sexti pportio f. m. ad. k. n. sicut. b. m. ad. d. n: idcoq; sicut. a. m. ad. c. n. et quia itez ex diffinitione lineæ super superficiē perpendiculariter erecte uterq; duorum angulorum. a. m. f. c. n. k. est rectus: erit ex sexta et quarta sexti pportio. a. f. ad. c. k. sicut a. m. ad. c. n. idcoq; per. ii. quinti sicut. a. b. ad. c. d. et sicut. b. f. ad. d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli. a. b. f. z. c. d. k. sunt adiuicem **equales** quod est propositum. **C**Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstratio dic o q; omnium duarum rotundarum piramidum similiū quecumq; fuerint sine erecte siue inclinate est pportio unius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis pportio triplicata. Sint enim ut prius due rotundæ piramides. a. z. b. quarum bases sunt circuli. a. z. b. et horum circulorum diametri sint etiam. a. z. b. sitq; pportio piramidis. a. ad corpus. c. sicut diametri. a. ad diametrum. b. pportio triplicata. non erit igitur corpus. c. minus neq; maius rotunda piramide. b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis. d. ita q; duo corpora. c. z. d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis. b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum. b. Sitq; communis sectio huius superficiet et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum. b. que erit diameter circuli. b. et protrahatur inter circulum. b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g. b. Sicq; inscribatur circulo. b. quadratum. c. g. f. b. et a rotunda piramide. b. intelligatur

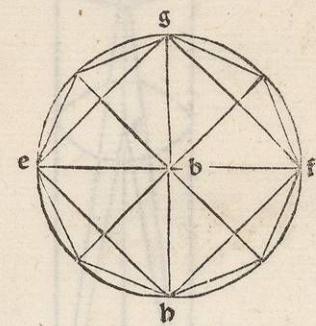


detrahī laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que ut probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli. b. fiatqz hoc totiens quousqz residuum sit rotunde piramidis. b. minus corpore. d. ex prima decimi. Eritqz ex conceptione laterata piramis detracta quam componuunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c. tunc ergo prodeat ex axe piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum. a. et sit communis sectio huius superficie et circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autē in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicutqz inscribatur in circulo. a. quadratum. k. m. l. n. et dividendo arcus portionū circuli. a. per equalia pficiatur in circulo. a. poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo. b. et ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis. a. pficiens super illud poligonum lateratam piramidem eque altā piramidi. a. hanc autē lateratā piramidē pbabis esse similiē laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies pduces axes cogitatione vel actu vtriusqz in vtrisqz piramidib⁹. a. et b. et a centris basium ptribas lineas rectas ad omnes angulos inscriptoz poligonioz. Eruntqz ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis piramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relativis angulis quos continet axis piramidis. b. cu singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos poligonij sibi inscripti. Et qz ex definitione rotundaz piramidū similiū propoxtio axis piramidis. a. ad axem piramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametru circuli. b. sequitur ex sexta et quarta sexti et definitionib⁹ similiū superficiē et similiū corporum qd due laterate piramides. a. et b. sint siles. Letera argue sicut prius in decimo. constat itaqz de omnibus rotundis piramidibus similibus qd propoxtio eaz sit sicut diametroz suaz basium triplicata. et quia omnis columnā rotunda ē tripla ad suā piramidē. hoc enī sufficiētē ē demōstratū siue colūne et sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit ex. 15. quinti ut etiā quarumlibet columnaz rotundaz siliū sit propoxtio sicut suaz diametroz triplicata.



Propositio .ii.

Duas duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.
CSupra duos circulos. a. et b. statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant silit. a. et b. et due rotunde columnē eque alte eisdē litteris ascripte. a. et b. dico itaqz qd propoxtio duaz piramidū. a. et b. duarūqz colūnāz. a. et b. ē sicut duoz circulorū. a. et b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit. omnis enī rotunda columnā tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit indirecta demōstratione hoc modo. Est enī ex cō scia propoxtio rotunde piramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulū. b. illud corp⁹ sit. c. dico itaqz qd corp⁹. c. nō pōtē maius neqz min⁹ rotunda piramide. b. sit enī pmo min⁹ quantitate corporis. d. igit^r circlo. b. inscribat qdratū et detrahāt a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptū et ex portionibus piramidib⁹ detrahantē piramides



LIBER

super trigonos portionum circuli consistentes fiatqz hoc totiens quousqz sit ex p
ramide.b.residuum minus corpore.c.eritqz laterata piramis detracta quam com
ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inscribatur ergo circulo.a.
poligonum simile illi poligonio quod est basis laterate piramidis.b.z persicaz
super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a.ad an
gulos poligonij inscripti.Eruntqz due laterate piramides.a.z.b.eque alte.hoc eni
est propositum d: rotundis:quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratā pi
ramidem.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonij.a.ad poli
gonum.b.hoc enim demonstratum est in sexta huius .at vero poligonij.a.ad
poligonū.b.ē sicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifestum ē ex prima z secun
da huius:itaqz laterate piramidis.a.ad lateratā pyramidem.b.sicut rotunde pira
midis.a.ad corp⁹.c.que permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pira
midem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumqz sit laterata piramis.b.ma

CSi superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei⁹
secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem
terminantur portionibus axis columnae proportionalia.

CSimile ē hoc ei quod pposuit.25.vndecimi libri de solidis parallelogramis nec
solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis
sive laterate fuerint sive rotunde.Qd qui argumentationem prime sexti vel.25.vn
decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic eni nō aliter q̄ ibi ex diffi
cione incontinue proportionalitatis que posita ē in probemio quinti libri argu
endum est propositum.Attendere autem oportet q̄ quecunqz superficies secat colu
nam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficie basis eius
opposite.nam quecunqz superficies vni superficie sunt equidistantes ipse quoqz
sunt equidistantes adiuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndeci
mi libri didicisti:quare manifestum est q̄ omnes rotundae columnae quarum sunt
bases eq̄les altitudinib⁹ suis sunt proportionales:Idem quoqz de lateratis.idem
quoqz de pyramidibus rotundis:z etiam de lateratis quod de pyramidibus cōsta
bit si prius de columnis probetur.Est enim omnis columnā triplex ad suam pi
ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in oca
ua demonstrata sunt

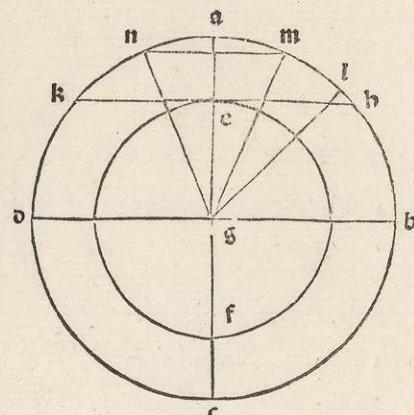
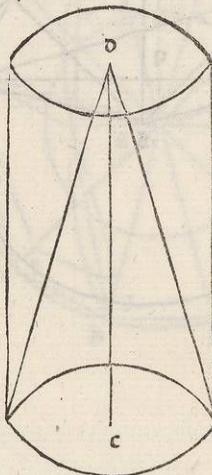
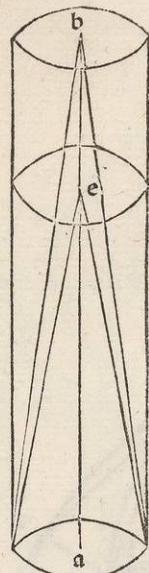
XII

Propositio .12.

Si due piramides rotunde sive columne fuerint equeles sive bases et altitudines erunt mutue. Si vero sive bases et altitudines mutue fuerint ipsas piramides sive colunmas equeles esse necesse est. Altitudinem piramidum determinant lineae a conis ad bases perpendiculariter descendentes: colunaz autem a supremis earum superficiebus ad bases. Sunt itaque due rotundae piramides. a. b. c. d. equeles: dueque rotundae columne. a. b. c. d. equeles: suntque coes bases tam piramidum quam colunaz duo circuli. a. z. c. coes quoque altitudines tam piramidum quam colunaz determinant per lineas. a. b. z. c. d. vico quod pportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. et e contra. hoc aut si de colunis probatuerit de piramidibus certum erit: quoniam ois coluna rotunda tripla est ad suam piramidem. si itaque due altitudines a. b. z. c. d. fuerint equeles ex prima constat ppositum. Si autem inequeles sit. a. b. maior sive maior quam. a. e. equeles. c. d. et secunda coluna. a. b. a. sive. e. equidistanter basi eius. a. est quod ex prima antecedente coluna. a. b. ad colunam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. id est quod ex prima parte. et quinti coluna. c. d. ad colunam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. ex prima autem est coluna: c. d. ad colunam. a. e. sicut circulus. c. ad circulum. a. itaque per primam partem. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima pars. Secunda contra modum constabit eadem dispositione manente. sit enim ut basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. vico quod due columne. a. b. z. c. d. sunt equeles. erit enim ex secunda parte. et quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. et quod ex prima columne. c. d. ad colunam. a. e. est sicut basis. c. ad basim. a. et ex prima antecedente columne. a. b. ad colunam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sequitur ex prima parte. et quinti ut columna. c. d. ad colunam. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem a. c. igitur ex prima parte. et quinti due columne. a. b. z. c. d. sunt equeles: quare constat etiam secunda pars.

Propositio .13.

Anam ppositi fuerit duo circuli ab uno centro circunducti superficie multiangulam equalium latetrum circulum minorum minimum tangentium intracirculum maiorem describere. Sunt duo circuli. a. b. c. d. et e. f. ab uno coem centro quod sit. g. circunducti. vico quod intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile est unum poligonum quod sit equilaterum describi minorum circulum qui est. e. f. nullo suo latetrum tangens. Quadrantem enim hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsoz orthogonaliter secuntur secantibus que sint. a. c. et b. d. sitque. e. f. diameter minoris per diametri. a. c. quod est diametri maioris. sicque igitur a puncto. e. ducatur utrumque usque ad circumferentiam maiorum lineas orthogonaliter super diametrum. e. f. que occurrat circumferentia maioris hinc quidem in puncto. b. inde vero in puncto. k. critique ex corollario. 15. tertij linea. b. e. k. contingens circulum minorum: postea vero quadrante. a. b. maioris circuli dividatur per equalia in puncto. l. secundum doctrinam. 29. tertij: debincrusus arcum. a. l. per equalia ad punctum. m. cumque hoc plures feceris necessario tandem denentes ad arcum qui minor erit arcu. a. b. sitque hic. a. m. hoc autem idcirco necessarium est quod curvae fuerint due quantitates iaequeles si a maiori eaem demat ei dimidiuum. itaque a residuo dividuum possibile est hoc toties fieri quousque talem minorum eam relinque quemadmodum in prima. 10. demonstratum est. cum igitur sic dividendo ad arcum quantumcumque minorum. a. b. fuerit



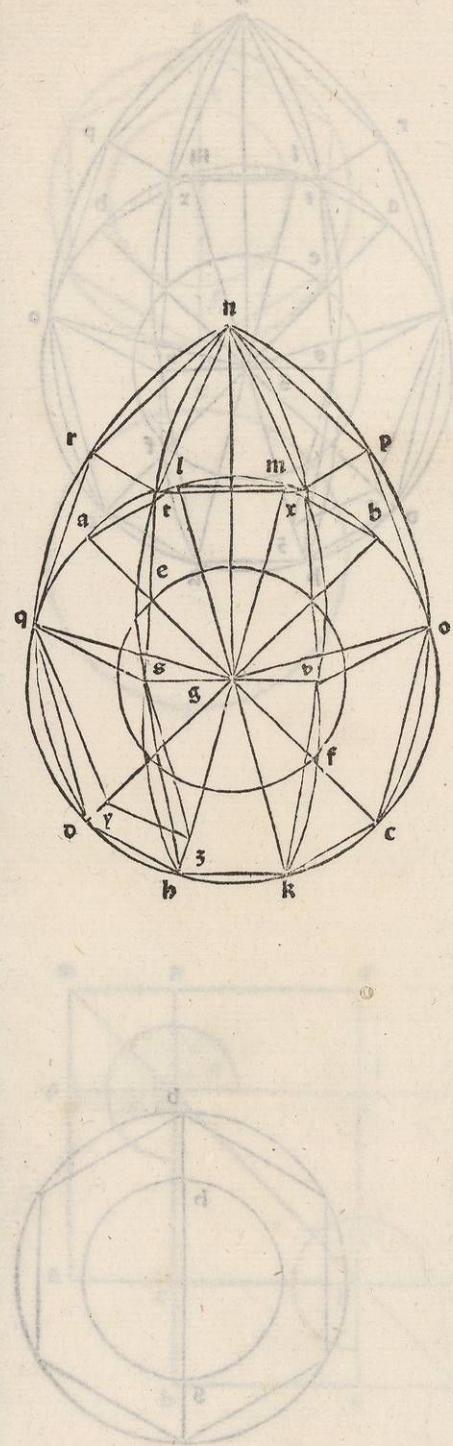
LIBER

venienti cuiusmodi est arcus hic. a. m. sumatur arcus. a. n. equalis arcui. a. m. du-
canturqz due linee. a. m. z. n. m. quia igitur arcus. a. k. est equalis arcui. a. b. quod
ex secunda parte tertie tertij et quarta primi z. 28. tertij manifestum est quia arcus
a. n. est equalis arcui. a. m. erit ex cōmuni scientia arcus. n. k. cōequalis arcui. m. b.
ergo due linee. m. n. z. k. b. sunt equidistantes ergo linea. m. n. non poterit tange-
re circulū. e. f. q̄re multo fortius neqz linea. a. m. potest ipsum tangere: ¶ Quoniam
igitur constat circulum. a. k. c. d. diuisibilem esse per arcus equales arcui. a. m. iōqz
per. 28. tertij s̄l cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule. a. m. conti-
nue coaptari circulum ipsum poligonie chordantes. manifestū est itra circulū ma-
iorē posse vñū poligoniū equilaterū cuius vñū latus ē linea. a. m. inscribi et quia
linea. a. m. nō contingit circulum minorē p̄ ex prima pte. 13. tertij et diffinitione
linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium q̄ inscriptū poligoniū nullo late-
rū suoꝝ tangit circulū minorē q̄ est propositū: ¶ At quid dubitas duas lineas. m.
n. z. k. b. eē eq̄distantes c̄t̄ sint duo arcus. n. k. z. m. b. equales: hoc aut̄ incōclusaz
veritatē sortitum est q̄ due linee circulū vñū nō aut̄ se inuicē secantes: si ex circum-
ferentia equalies arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes: duc qui-
dem a centro. g. linea. g. p. perpendicularē ad linea. m. n. que fecet linea. b. k. i. pun-
cto. q. z. protrahē lineas. g. m. g. n. g. k. g. b. z. duobus arcibus. n. k. z. m. b. subten-
de duas chordas que etiā dicant. n. k. z. m. b. erūtqz ex. 28. tertij hec chordae eq̄les
n. k. z. m. b. eo q̄ arcus equalis et per secūdā pte tertie eiusdē tertij erit linea. n. p.
equalis linea. m. p. cum igitur vterqz duoz angulorum qui sunt. a. d. p. sit rect⁹ ex
diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus. n. p. g. equalis angulo
p. g. m. At vero per. 8. primi angulus. k. g. n. ē equalis angulo. b. g. m. itaqz p̄ cō-
munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erunt equalia. erit angulus
k. g. q. equalis angulo. q. g. b. ideoqz per quartā primi linea. k. q. erit equalis linea
q. b. quare p̄ primā partē tertie tertij linea. g. q. erit perpendicularis ad linea. k. b.
igitur ex prima pte. 28. primi due linee. n. m. z. k. b. sunt equidistantes et hoc est q̄
dubitare conquestus es: ¶ Hoc enī idem aliter demōstrare est possibile ducat enī
linea. n. b. eritqz ex vltima sexti angulus. b. m. n. equalis angulo. n. b. k. eo q̄ ar-
cus. b. m. est equalis arcui. n. k. ideo ex. 27. primi linea. m. n. erit equidistans linea
b. k. Conuersam quoqz si libuerit conuerso modo probabis. si enim linea. m. n. est
equidistans linea. b. k. erit arcus. n. k. equalis arcui. m. b. erunt enī ex prima par-
te. 29. primi duo anguli. b. m. n. z. n. b. k. equales. ideoqz ex vltima sexti duo arcus
n. k. z. m. b. erunt etiam equales:

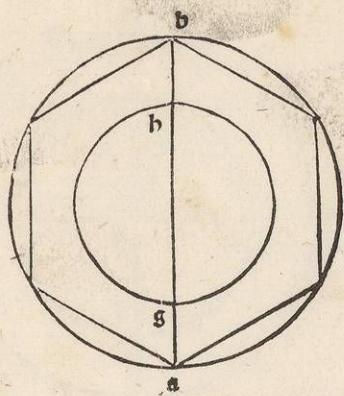
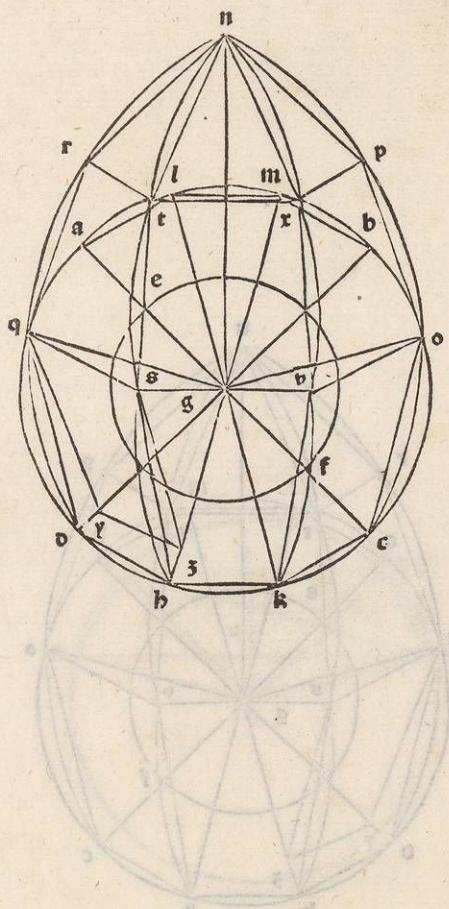
Propositio .14.

Natus speris vñum centrum habentibus propositis in-
tra maiorem earum solidum multarum basium superfici-
em minoris spere minime tangentū figuraliter cōstituere
Quo constituto si in minori spera sine in qualibet alia spe-
ra simile corpus intelligibiliter constituantur erit propor-
tio corporis multarum basium intra maiorē speram constituti ad cor-
pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam
sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere
proportio triplicata.

Sint propositae duae spere. a. b. c. d. e. f. vnum atqz idem centrum quod sit. g. habentes et sit maior earum spera. a. b. c. d. minor vero spera. e. f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quibz non intendimus qd ipse bases sint equeales aut similes sed qd nulla earum tangat superficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranqz propositarum sperarum vna plana superficie per commune centrum earum transeunte: eruntqz ex diffinitione spere et diffinitione circuli communes sectiones huius secantis superficie et superficerum sperarum propositarum linee continentibus circulos. sint itaqz duo circuli. a. b. c. d. e. f. quorum centrum est centrum spere de quo propositum est qd ipsum sit. g. Quadrabimus igit bos duos circulos duabus diametris se supra coe centru eoru orthogonaliter secantibus que sunt. a. c. t. d. b. postea maiori circulo hm precepta premisse inscribemus vnum poligonum equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita qd in quadrante ipsius majoris circuli qui est. c. d. sint tria latera huius duodecagoni que sunt chorde. d. b. b. k. t. k. e. que cum sint equeales erunt quoqz ex prima pte. 27. tertij arcus earum equeales: de hinc a duobus punctis. b. t. k. que sunt extremitates medie chorde producentus duas diametros que sunt. b. m. t. k. l. z super centrum. g. erigemus lineam. g. n. perpendicularem ad superficiem circuli. a. b. c. d. qua producemus quoqz obuiet superficie spere majoris super punctum. n. deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas: quarum unaqueqz secat eas super lineam. g. n. sed prima earum supra lineam. g. n. et diametrum. d. b. secunda super lineam. g. n. et diametrum. b. m. tercia vero super lineam. g. n. et diametrum. k. l. quarta autem super liniam. g. n. et diametrum. c. a. eruntqz ex diffinitionibus spere et circuli communes sectiones harum superficerum et superficerum spere majoris linee continentibus circulos et erunt portiones inscripte ut inter punctu. n. et quatuor puncta que sunt. d. b. k. c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d. n. b. n. t. k. n. t. c. n. hoc autem ideo cuenit qd omnes anguli quos continet linea. g. n. cum unaquaqz diameter protractarum in superficie circuli. a. b. c. d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur. quod ex ultima sexti cuiderer appetat. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est qd unusquisqz horum quatuor circulorum est equalis circulo. a. b. c. d. Nam diameter omnium ipsis est diameter spere majoris. igit. p. 15. quinti quadrantes eoru sunt equeales: quare quinqz acqz qui sunt. d. n. b. n. k. n. c. n. t. d. c. sunt equeales: i unoquoqz ergo quatuor quadrantiis circulorum erectoz coaptent ypothemissales chordes quaz qlibz sit ecls chordes circuli prostrati qd sunt latera poligonij sibi inscripti et est una eaz chorda. d. b. sintqz i pmo quidem. d. q. q. r. t. r. n. in secundo vero. b. f. f. t. t. t. n. in tertio autem. k. u. u. x. t. x. n. et in quarto sint. c. o. o. p. t. p. n. et protrahant corausta coniugetes capita ypothemisalii chordaz qd sunt. q. f. f. u. u. o. t. r. t. t. x. x. p. Vides igitur quarte parti superioris hemispherij majoris spere que quidem quarta pars est. d. n. c. inscriptum est corpus. q. basium quaru tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule: cetere autem sunt quadrangule. suntqz harum quadrangularium superficerum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autem inter quosqz duos circulos intercepti sunt equidistantes adiuncte et chordes circuli prostrati sed non sunt adiunctem equeales. hoc autem scies si perpendicularares a



LIBER



coraustrorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus postea ipse cadent super diametros circulos quos corausti continuat quod ex demonstratis in 13.11. facile comprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. de misse due perpendiculares. q. y. z. s. z. cadentes in diametris. d. b. z. h. m. z. prætrahuntur linee. q. g. z. y. z. eruntque ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. z. s. z. b. si les quare proportionis duarum perpendicularium. q. y. z. s. z. erit sicut duarum cordarum. q. d. z. s. b. cumque sint corde equales erunt etiam perpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraustrorum. q. s. est equalis et equidistantis lineae. y. z. et quia ex scda pte scde sexti linea. y. z. est equidistantis corde. d. b. z. i. minor. e. a. sequitur ex. 9. undecimi ut coraustrus. q. s. sit etiam equidistantis corde. d. b. z. minor ea ex conceptione. Cum itaque corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo iacenti et ipse sunt oes equales corde. d. b. non tangat spera minorum; necesse est ut nullus latius harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tangat eam deminorem spera cum oia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda pte scde. 11. quod ipse sunt tote in superficie una potest aliquo puncto contingere minorem speram eo quod omnis linea recta ducta super quolibet punctum cuiusque earum equidistanter coraustrum minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartarum maioris spere tam superioris hemisphaerij quam inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexantur: eruntque maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodum propositum fuerit inscriptum. Dico iesup quod si in alia qualibet spera simile corpus statuat erit proporcio unius ad alterum sicut diametri unius spere ad diametrum alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis virtusque corporis bases totidem laterarum piramidum quaque omnium vertices erunt in centris ipsarum speras habens autem piramides superficies. si a singulis angulis inscriptorum corporum que sunt extremitates cordarum et coraustrorum lineas ad centra sperarum produceris. stude itaque ex distinctione solum corporum probare cunctas piramides unius esse siles suis relativis piramidibus alterius. Quo probato erit ex. 8. huius proporcio uniusque carum unius ad suam relatinam alterius sicut proporcio semidiametrorum speras ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri speras latera cunctarum piramidum. At quod semidiametrorum et diametrorum est ex. 15. quinti una proporcio ex. 13. est usdem facile concludes propositum.

Propositio .15.

Duorum duarum sperarum est proporcio alterius ad alteram tanquam siue diametri ad diametrum alterius proporcio triplicata.

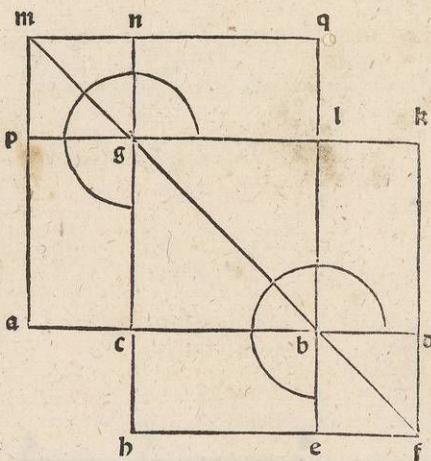
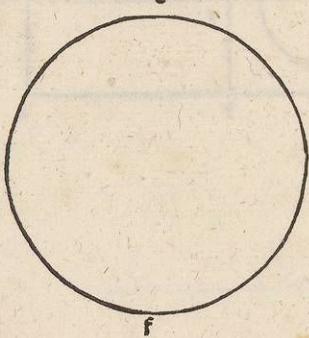
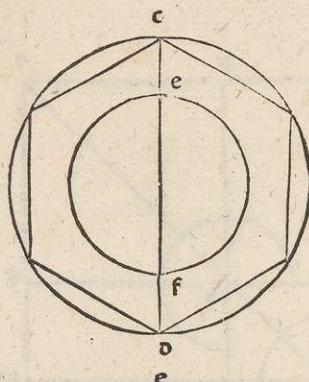
CSint duae spere. a. b. et. c. d. quarum diametri sint. a. b. et. c. d. dico quod proporcio carum est sicut suarum diametrorum proporcio triplicata. Luius demonstratio est quoniam neque ad minorem speram quam sit spora. c. d. neque ad maiorem est proporcio spora. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata. Esto quidem proporcio spora. a. b. ad sporam. e. f. sicut diametri. a. b. ad diametrum. c. d. triplicata: demonstrabo itaque quod spora. e. f. non potest esse minor neque maior quam spora. c. d. si enim affirmet adversarius eam esse minorem imaginabor eam includi a spora. c. d. et circunduci ab eodem centro et inscribam spora. a. b. quod etiam nominem

XIII

sue spere dicat. a. b. Hstat itaqz ex scda pte pmisse z. ii. quiti q̄ pportio spere. a. b. ad sperā . e. f. ē sicut corporis multaz basiū qd̄ ē. a. b. ad corp⁹ multaz basiū: qd̄ ē. c. d. vtraqz enī ē sicut diameter. a. b. ad diametrū . c. d. triplicata: hec aut ex ypoibe. illa vero ex scda pte pmisse: quare pmittatim pportio spere. a. b. ad corpus multarum basium. a. b. ē sicut spēra. e. f. ad corpus multaz basiū . c. d. cū igit̄ spēra. a. b. sit maior corpore multaz basiū. a. b. erit etiā spēra. e. f. maior corpore multaz basiū . c. d. hoc aut est impossibile. nā ipsa est pars ei⁹: nō ē ergo spēra. e. f. est minor spe/ ra. c. d. Si aut dicat adversarius eā esse maiore cōfutabimus ipsū hoc modo: erit enī per cōuersā proportionalitatē spēra. e. f. ad sperā. a. b. sicut diametir. c. d. ad diametrum. a. b. triplicata. sit itaqz eadem spēre. c. d. ad speram. g. h. eritqz ex. 14: quinti spēra. g. h. minor spēra. a. b. eo q̄ spēra. c. d. posita est minor spēra . e. f. q̄re pportio spēre. c. d. ad aliquā sperā minorē spēra. a. b. est sicut diametri . c. d. ad di ametrum . a. b. triplicata. At hoc est impossibile: nam ex hoc sequit̄ q̄ ps sit maior suo toto ut demonstratū est prius. itaqz spēra. e. f. nō est maior neqz minor q̄ spēra. c. d. igit̄ ex. 7. quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duo decimus Incipit liber Tercius decimus.

Propositio 1.
Am tuisa fuerit linea scdm proportionem habentem mediū duoqz extrema: si maior portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter dīni se: quadratū linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdē linee dīnise quin tuplum esse necesse est.

Sit linea. a. b. divisa i punto. c. put docet. 29. sex ti. z sit maior portio eius linea . b. c. cui. b. c. directe adiungat̄ linea . b. d. que sit equalis medietati toti⁹ a. b. dico q̄ quadratū linee. c. d. erit quintuplum ad quadratū linee. b. d. Quadrabo enī lineā. b. d. z sit eius quadratū. d. e. z circūponā huic quadrato gnomonē scdm quantitatē linee. b. c. ptracta diametro. f. b. g. sitqz circūpositus gnomō. e. g. d. eritqz ex. 22. sexti superficies inde cōposita que sit. b. k tanqz quadratū linee. c. d. dico igit̄ quadratū. b. k. quintuplū esse ad q̄dratū. d. e sit igit̄. e. l. quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomō ad quantitatē linee. a. c. ptracta diametro. f. b. vsqz ad. m. sitqz hic gnomō. c. m. l. z pro trahant̄ linee. c. n. z. p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrū. f. m. in punto. g. Vl manifestū est aut ex. 22. sexti q̄ compositū ex hoc secundo gnomone z quadrato. c. l. z ipsū quadratū sit. a. q. est quadratū linee. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū. d. e. eo q̄ linea. b. d. ē me dieras linee. a. b. cūqz sit ex p̄ma parte. 16. sexti superficies. a. n. ideoqz p. 43. p̄mi sup ficies. m. l. equalis q̄dratō. c. l. puenit enī. a. n. ideoqz z. m. l. ex. b. a. in. a. c. z. c. l. puenit ex. c. b. in se z cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoqz equalis. l. d. z. c. c. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac cōmuni scientia: si equalib⁹ equalia addas tota sicut equalia: quadratum . a. q. egle gnomoni . e. g. d. hic ergo gnomō quadruplus est ad quadratum. d. c. quēadmodū erat quadratū. a. q. itaqz totum quadratum. b. k. cum ipsum constet ex simplo z quadruplo erit ex cōmuni scientia



LIBER

quintuplū ad idē qđ ē propositū. Idē aliter ex quarta scōi cōstat qđ quadratū linee a.b. ē quadruplū ad quadratū linee b.d. At per scōdā eiusdē qđ fit ex. a.b.in.b.c. & in.a.c. ē equale quadrato. a.b. qđ aut ex. a.b.in.b.c. equū ē ei qđ ex. b.d.bis i.b. c. qđ ex prima scōi manifestū est. cū. a.b. sit dupla ad. b.d. At vero qđ ex. a.b.in.a.c. ē ex prima pte. 16. sexti equale quadrato. b.c. itaqz p cōem sciani qđ fit ex. b.d.bis in.b.c. & qđ ex. b.c. in se ē equale quadrato. a.b. & ideo ē quadruplū ad quadratum b.d. quare supaddito quadrato. b.d. erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ fit ex. b.d.bis in. b.c. cum qđrato. b.c. & qđrato. b.d. atquia ex quarta secun/ di hoc totū est equale quadrato. c.d. constat verum esse quod diximus.

Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius suaz portionū sit quintuplū in longū sibi linea addatur donec eidē portioni reliq portio cū addita linea fiat duplex: eadē duplex linea scōm pport:onē habentē medium duoqz extrema dinisa erit maiorqz portio eius erit linea media. Hec ē cōversa premissa duplii quoqz modo sicut illa demō strabitur via retrograda eadē prorsus manente dispōne. Verbi grā. sit quadratū b.k. quintuplū ad quadratū. d.e. & linea. a.b. dupla ad linea. b.d. dico qđ linea. a.b. diuisa ē in puncto. c.f.m. pportionē habentē mediū & duo extrema & maior por/ tio eius ē linea media vt ē. c.b. cōstat aut ex. 4. scōi qđ quadratū. a.q. quadruplū ē ad quadratū. d.c. itaqz gnomō. g.d.e. equalis ē quadrato. a.q. quocirca duo sup/ plementa. l.d. & c.c. piter accepta sunt quantū gnomō. c.m.l. atqz eadē supplemē/ ta pariter accepta sunt ex prima sexti quantū. a.l. ideoqz quantū. c.q. sequit̄ qđ. c.q. sit equalis gnomoni. c.m.l. dempta igī ab vtroqz superficie. l.n. erit quadratum. c.l. equale superficii. a.n. cum igī fiat superficies. a.n. ex. a.b.in.a.c. sit autem quadra/ tum. c.l. quadratū linee. c.b. erit ex scōdā pte. 16. sexti propotione. a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad.c.a. ex diffinitione ergo linee fīm proportionē habentē mediū & duo extrema oīuse politā in principio sexti libri cōclude ppositū. Itē aliter cum quadratū. c.d. sit ex hypothesi quintuplū ad quadratū. b.d. quadratū vero. a.b. sit ex quarta scōi quadruplū ad idem. at quadratū. c.d. sit ex eadem equale quadrato. c.b. & quadra/ to. b.d. & ei qđ fit ex. b.d.bis in. c.b. sequitur ut illud qđ fit ex. b.d.bis in. c.b. cum quadrato. c.b. sit equale quadrato. a.b. sed ex. b.d.bis in. c.b. tñi ē quantū qđ ex. a.b.in.b.c. eo qđ. a.b. dupla est ad. b.d. ergo quod fit ex. a.b.in.b.c. cūz quadrato. b.c. est equale quadrato. a.b. & qđ ex scōdā scōi qđ fit ex. a.b.in.b.c. & in.a.d. est equale quadrato. a.b. s equitur ex cōmuni scientia ut quadratum linee. b.c. sit equale ei qđ fit ex. a.b.in.a.c. igitur ex secunda parte. 16. sexti & diffinitione constat ppositū.

Propositio .3.

Cum diuisa fuerint linea scōm pportionē habentē mediū & duo extrema si minori portioni tanqz dimidium mai/ ris directe iungatur: erit vt quadratum linee unde compo/ site quintuplū sit quadrati qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit. Sit linea. a.b. diuisa in puncto. c. secun/ dum proportionē habentē medium & duo extrema. sitqz eius maior portio linea. c.b. que diuidatur per equalia in. d. dico qđ quadratum linee. a.d. est quintuplū ad quadratū linee. c.d. describat enim quadratū. a.b. quod sit. a.e. in quo ptribat

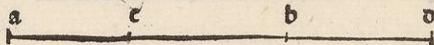
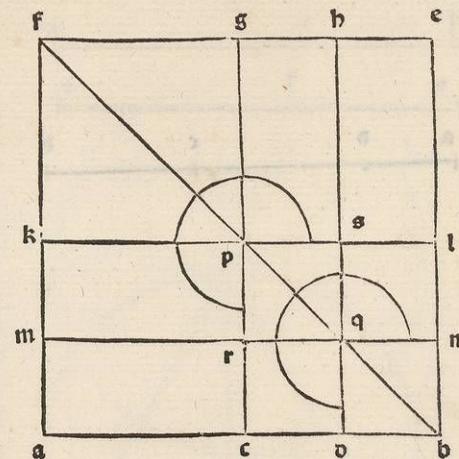
XIII

diametri. b. f. et linee. g. c. r. p. b. itemqz. k. l. t. m. n. equidistanter lateribus oppositis secantes se inuicem sup diametrum in duobus punctis. p. et q. et extra diametrum in duobus alijs locis. r. t. s. manifestum igitur est ex. 22. sexti vel ex correlario quarte scđi: quod omnes superficies existentes in quadrato. a. e. quas diameter dividit per medium sunt quadrate: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. b. t. s. e. constat ex 43. primi et prima sexti esse adiuicem equalis. nam due postreme. p. b. t. s. e. sunt ad inuicem equalis ex prima sexti qm igitur ex pñti hypothesi et diffinitio linee fm quod ponit divisum et prima pte. 16. sexti quadratū. c. l. est equale superficie. a. g. ideoqz et gnomoni. r. f. s. propter id quod superficies. a. r. est equalis superficie. p. b. et qm ex quarta secundi quadratū. c. l. est quadruplū ad quadratum. r. s. quod est tanqz quadratū linee. c. d. sequitur ex comuni scientia quod quadratū. m. b. sit quintuplū quadrati. r. s. constat enim ex gnomone quadruplo et r. s. simplo. hoc autem est propositum. Idez aliter cum sit linea. b. c. divisa per equalia in puncto. d. et addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secundi quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equale quadrato. a. d. at quod sit ex. a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex prima pte. 16. sexti: hoc autem est quadruplū ad quadratum. c. d. manifeste pñ veritas eius quod dicit. Potes quoqz si liber etiam dupli modo ex consequence huius suū antecedens concludere processu retrogradu. sit enim eadē dispositione manente quadratū. m. b. quintuplū ad quadratum. r. s. eritqz gnomoni. r. f. s. equale quadrato. c. l. Utrūqz enim est quadruplū ad quadratum. r. s. at quod superficies. a. g. est equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eadē sit equalis quadrato predicto: quare ex scđa pte. 16. sexti. et diffinitione linea a. b. est divisa in puncto. c. fm proportionē habentē medium et duo extrema: et maior portio eius est linea. c. d. Idē aliter cum sit ex hypothesi quadratū linee. a. d. quintuplū ad quadratū linee. c. d. et ex. 6. scđi idē ipsū quadratum sit equale ei quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sequit ut id quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sit quintuplū ad idē quadratū. c. d. ideoqz eo dempto erit residuum videlicet quod sit ex. a. b. in. a. c. quadruplū ad ipsum et quod etiam ex quarta scđi quadratum linee. c. b. est quadruplū ad idē necesse est ut quod sit ex. a. b. in. a. c. sit equale quadrato. c. b. quare iterum ex secunda pte. 16. sexti et diffinitione linea. a. b. est divisa fm proportionē habentē medium. m. et duo extrema in puncto. c. et maior eius portio est linea. c. b.

Propositio .4.

Si scđm proportionē habentē mediū et duo extrema que libet linea fuerit divisa eiqz i longū directe tanqz maior sectio adiiciat: erit tota linea inde cōpositā fm proportionē habentē mediū et duo extrema divisa; esse et erit eius maior portio linea prima.

Cum sit linea. a. b. divisa qua supponit proportionē in puncto. c. et sit eius maior portio. c. b. totiqz. a. b. adiiciat directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. dico quod tota. a. d. eadem proportionē divisa est in puncto. b. et maior eius portio est linea. a. b. que est linea prima. Est enim ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at quod ex septima quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex undecima eiusdem. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. quare per cōversam proportionalitatem. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et cōiunctum. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Lunqz sit ex septima quinti. a. b. ad. b. c. sicut ad. b. d. erit ex undecima eiusdem. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. itaqz ex diffinitione linea. a. d. divisa est in puncto. b. secundū proportionem habentē medium



LIBER

Two extrema et maior portio eius est linea. a. b. quod est propositum. Eodem modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuisa tanquam minor portio detrabatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea. a. b. sicut pponitur in puncto. c. diuisa sitque maior portio. a. c. a qua detrahat. c. d. equalis. c. b. dico quod a. c. est diuisa: sed proportionem eandem in puncto. d. et quod maior portio ei⁹ est linea. d. c. cum enim sit ex definitione. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. b. At ex septima quinti. a. c. ad. c. b. sicut ad. c. d. erit ex undecima eiusdem. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. d. id est per. 19. quinti: sicut c. b. residuum ad. d. a. residuum. sed ex septima eiusdem c. b. ad. d. a. sicut c. d. ad. d. a. itaque c. b. c. d. sicut c. d. ad. d. a. ex definitione ergo constat quod diximus: nec igitur ea quae auctor pponit additio nec ea quae ex opposito proponimus detractio quartuplicumque viralibet in prolixum tendat a proprietate divisionis linee primitive discordat.

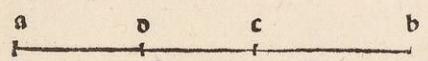
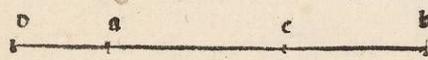
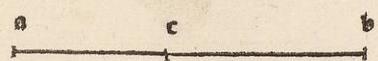
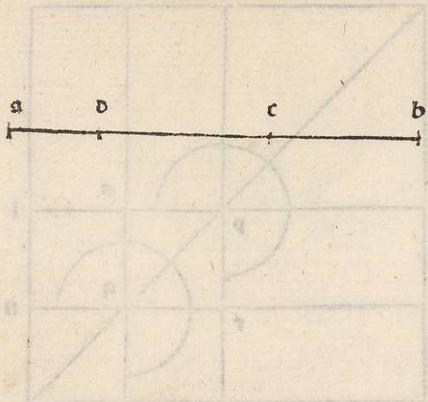
Propositio .5.

Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quilibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producit ambo quadrata piter accepta triplum sunt eius quod ex maiorae portione quadratum describitur. **C**ontra sit linea. a. b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto. c. sitque maior portio eius linea. c. b. dico quod quadrata duarum linearum. a. b. et c. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee. c. b. hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum. c. b. et duplum eius quod fit ex a. b. in. a. c. itemque quia quod fit ex a. b. in. a. c. est equale quadrato. c. b. ex definitione et prima parte. 16. sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.

Monstrandum rationalis linee secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisa utrumque portionem residuum esse necesse est.

Contra sit linea. a. b. secundum proportionem diuisam in puncto. c. rationalis. dico quod utrumque portio eius residuum. Sit enim maior eius portio. a. c. cui directe adiungiatur. a. d. equalis dimidio totius. a. b. eritque etiam d. a. rationalis ex. 6. decimi libri et definitione. constat autem ex prima huius quod quadratum linee. d. c. quintuplicum est ad quadratum linee. d. a. igitur linea. d. c. est coicantis linee. d. a. in potentia ex definitione. sed non in longitudine ex ultima parte. 7. decimi quare per 68. decimi linea. a. c. est residuum cum due linee. c. d. et d. a. sint ambo rationales potentialiter immutantes. et quia iterum si ad lineam rationalem. a. b. adiungatur superficies equalis quadrato linee. a. c. que est residuum erit latus eius secundum linea. c. b. ex prima parte. 16. sexti necesse est ex. 92. decimi ut linea. c. b. sit residuum prius: quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuisae ut proponit major portio fuerit rationalis: erit minor residuum: verbi gratia. sit ut prius. a. b. diuisa in. c. secundum dictam proportionem et maior portio eius que est. a. c. sit rationalis que dividatur per equalia in. d. eritque ex tercia huius quadratum. d. b. quintuplicum ad quadratum d. c. atque d. c. est rationalis cujus ipsa sit dimidium. a. c. sequitur ut due linee. d. b. et d. c. sint rationales potentialiter immutantes quare ut prius linea. c. b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia immutetur secundum proportionem habentem medium et duo extrema

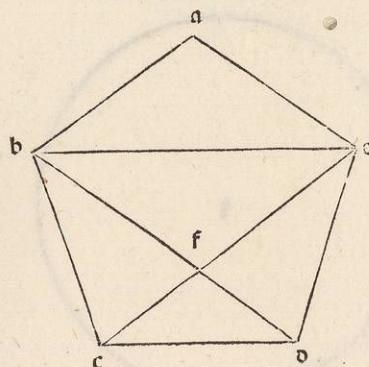
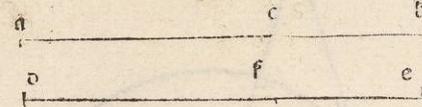


XIII

diuidat adhuc necesse est ut vtraz portio cuius sit residuum. sit enī. a. b. rōnalis i pōtentia tīm diuisa sicut pponitur in puncto. c. et sumat aliqua rōnalis in longitudine que sit .d.e. q̄ etiā diuidat in. f. sīm p̄dictā proportionē. manifestū est igit̄ ex secūda 14.libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequitur inconcusa demonstratione roborat q̄ p̄portio. a. b. ad. d. e. est sicut. a. c. ad. d. f. et sicut. c. b. ad. f. e. Cum ergo a. b. cōcet cum. d. e. in potentia sequit̄ ex prima pte. 10. decimi q̄ a. c. cōmunicet cū. d. f. et c. b. cū. f. e. in potentia. Et q̄ vtraz portio linee. d. e. ē residuum ut patet ex predictis sequit̄ ex. 98. decimi vii vtraz portio linee. a. b. sit etiā residuum sed non eiusdem speciei vt ibidē demonstrat̄ est. Quare cōstat q̄ oēs linee rōnalis in lon gitudine vel in potentia tīm sc̄m p̄portionē habentē mediū et duo extrema diuisse vtraz portio ē residuum. Et nota q̄ prima ps p̄ntis demonstrationis qua demon strat q̄ maior portio linee diuisse sīm p̄portionē habentē mediū et duo extrema sit residuum si tota linea sit rōnalis p̄cedit ex sufficientib⁹ sive tota linea ponat rōna lis in longitudine sive in potentia tīm. Sc̄da vero ps qua demonstrat̄ hoc de mino ri p̄tione q̄ ipsa quoꝝ sit residuum si tota ē rōnalis nō p̄cedit ex sufficientib⁹ ni si tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua pbatur q̄ minor portio ē re siduum sufficienter procedit sive maior portio sit rationalis in longitudine sive in potentia tantum. Ad concludendum igit̄ de maiori p̄tione linee p̄dicto modo diuisse q̄ ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tīm. sed ad cōcludendū quoꝝ hoc de minori p̄tione mediante mai ore sufficit ponere p̄tione maiore. sīl rōnale in potentia tīm. sed ad cōcludendū hoc de minori p̄tione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i lon gitudine aut vīedū ē sc̄da. 14.libri quēadmodū dictum est.

Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoꝝ idē pentagon⁹ ēē p̄bat. Sit pentagonus. a. b. c. d. e. equilater⁹. sintqz quilibet tres ei⁹ an guli sive cōtinue sive incōtinue: sumant adiuicē equales et sint pri⁹ incōtinue sumpti. sintqz anguli. a. c. d. illi tres qui ponunt adiuicē equales dico totū pentagonū ēē equiangulū. His angulis subtendant̄ chordē. b. c. b. d. et e. c. et totus pentagonus diuidat in trigonū et quadrilaterz cuius due dia gonales sint chordē duoz proximoꝝ equaliꝝ anguloꝝ secantes se intra quadrilaterū ipsū in punto. f. eritqz p̄ quartā primi basis. b. c. equalis basi. b. d. et angulus. a. c. b. equalis angulo. c. d. b. Lunqz p̄ quintā primi angulus. b. e. d. sit equalis angulo b. d. c. eo q̄ duo latera. b. e. et b. d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus. e. equalis totali angulo. d. similiter probabis totalē angulum. b. esse equalē angulo totali. c. est enī per quartā primi basis. b. e. equalis basi. c. e. et angulus. a. b. c. equalis angulo. d. c. e. per quintā aut̄ eiusdē sc̄z primi est angulus. e. b. c. equalis angu lo. e. c. b. igit̄ ex cōi scia totalis angul⁹. b. ē equalis totali angulo. c. Sint itaqz tres anguli. b. c. d. cōtinue sūpti equales et sic quoꝝ erit pentagonus equiangulus: erit enim ex. 4. primi basis. b. d. equalis basi. c. e. et angulus. c. d. b. angulo. d. c. c. et an gulus. b. d. c. angulo. e. c. d. quare p̄ sextā primi due linee. c. f. et f. d. erūt equales cū duo anguli trianguli. f. c. d. qui sunt ad basim. c. d. sunt equales: igit̄ ex hac cōi scia erit linea. f. b. equalis linea. f. e. erat enī tota. b. d. equalis toti. c. e. id eoꝝ per quin ta primi erit angulus. f. b. c. equalis angulo. f. e. b. p̄ eandē autē ē angulus. a. b. c.



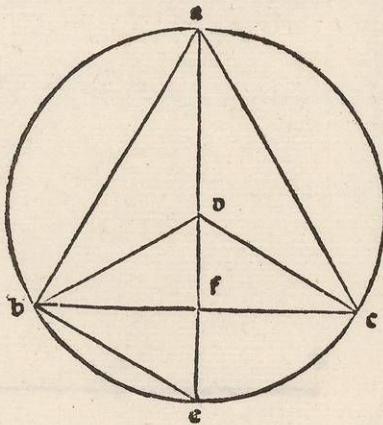
LIBER

equalis angulo.a.c.b.itaqz per cōcm sciam angulus.b.totalis est equalis angulo.e.totali tres enī partiales anguli cōponentes vnū sunt equeales tribus prialib⁹ cōponentibus alium unusquisqz suo relatiuo. Vñ manifestū ē igitur q̄ tres ḥnguli.e.b.c.nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equeales.cū aut̄ sic demōstrat⁹ est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.

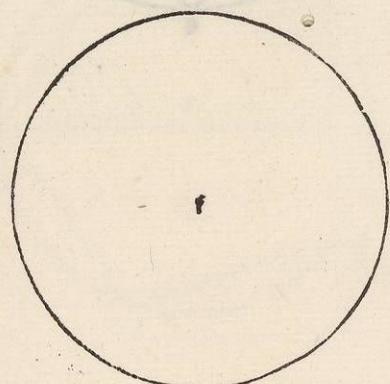
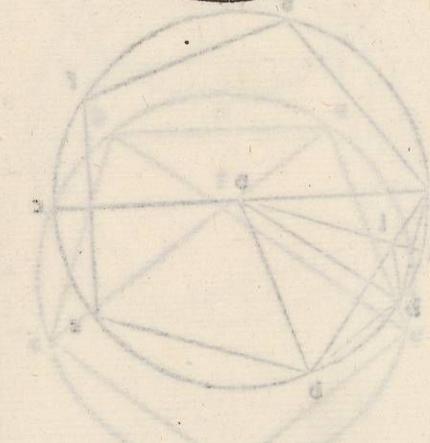
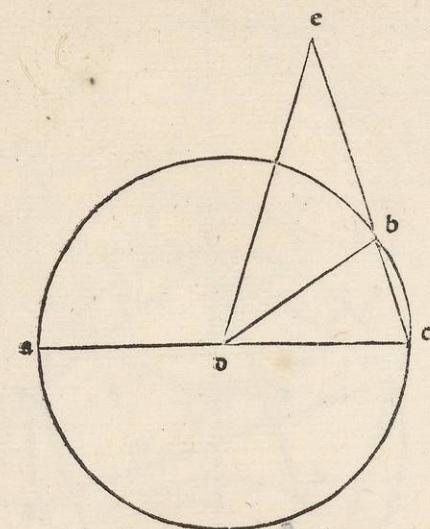
Mnis trianguli equilateri qđ a latere suo quadratū deſcribitur triplū est quadrato dīmidij diametri circuli a quo triangulus ipſe circūſcribitur. Cū sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūſcribatur circulus .a.b.c. ſupra centru.d. quicad modum docet quinta quarti libri z protrahat̄ in eo diameter.a.d.e dico ergo q̄ quadratū linee.a.b.triplū eſt ad quadra ū ſemidiāmetri.a.d. ducañ enī due linee.b.d.z.d.c.z arcui.b.e subtendat̄ chorda.b.e. eritqz ex octava primi angulus.b.a.d. equalis angulo.c.a.d. quare per ultimā ſexti arcus.b.e. eſt equalis arcui.e.c. Et q̄ ex. 27. tertij tres arcus.a.b.c.z.c.a. ſunt adiunice equeales eo q̄ eoz chorde que ſunt latera trigoni ſunt equeales ex hypothesi: crit arcus.b.e ſexta ps circūferentie. ideoqz chorda.b.e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inſcripti. quare per coroll. 15. q̄rti linea.b.e. ē eqlis ſemidiāmetro.a.d. Vñ manifestū ē autē ex prima parte. 30. tertii q̄ angulus.a.b.e. eſt rectus. ideoqz quadratum linea. a.e. ē equal: quadratis duaz linearaz.a.b.z.b.c. piter acceptis ex penultima p̄mi. At ve-ro quadratū.a.e. quadruplū ad quadratum.b.e. ex quarta ſc̄di cum linea.a.e. ſit dupla.b.e. relinquitur ergo quadratū.a.b. triplū eſt ad quadratum.b.e. z ideo ad quadratum.a.d. qđ eſt propositum. Nō lateat aut̄ nos q̄ linea.b.c. que ē latus tri-goni dīmidat ſemidiāmetr̄. d.e. per equalia. Esto quidē punctus divisionis.f. con-stat igī ex quarta primi q̄. b.f. eſt equalis f.c. ideoqz per primam partem tertie tertij omnes anguli qui ſunt ad. f. ſunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d. ē equale quadratis duarum linearum.d.f.z.f.b. quadratum vero.b.e. equale quadratis duarum linearum que ſunt .b.f.z.f.e. Et q̄. b.d. eſt equalis.b.e. erunt ex comuni ſc̄ientia duo quadrata duarum linearum.b.f.z.f.d. piter accepta equa-lia duobus quadratis duaz linearaz.b.f.z.f.e. pariter acceptis: dempto igī utringz quadrato .b.f. erit ex cō ſc̄ia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e. reſiduo quare z linea.f.d. linea f.e. ex hac cō ſc̄ientia quaz quadrata ſunt equalia eas lineas eē equeales. Ex hoc itaqz manifestū ē q̄ perpendicularis ducta a centro circu-li ad latus trigoni equilateri ſibi inſcripti equalis ē dīmidio linea ducte a cōtro eius dē circuli ad ipsius circūferentiam. **P**ropositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusqz decagoni equilateri quos ambos vnis idēqz circulus circūſcribit ſibi inuicez in lōgū directūqz cōiungant̄ tota linea ex eis cōpoſita ſm pportionē habetē mediū z duo extrema diuifa erit maiorqz eius portio latus exagoni. Cū ſit circulus .a.b.c. cuius centrum .d. z diameter.a.d.c. ſitqz arcus .c.b. quinta ps arcus ſemicirculi.a.b.c. cui subtendat̄ chorda.c.b. quā p̄stat eſte latus decagoni equilateri p̄proposito circulo inſcripti adiungañqz linea.c.b. incōtinuū z directū linea.b.e. que ponatur eē cōlis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inſcripti dico totā linea.c.e. diuifam cē in puncto.b. ſm pportionē habentē mediū z duo extrema z maiorez ei⁹ pportionē



XIII

dico esse linea. b. e. que est latus exagoni: ducant enim in centrum due lineae. c. d. et b. d.
 eritque angulus. e. equalis angulo. b. d. c. ex. s. primi ppter hoc quod linea. e. b. est equalis
 lineae. b. d. ex coroll. 15. quarti angulus quoque. d. b. c. est equalis angulo. c. ex. s. pri-
 mi: quare ex. 32. primi angul. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. et quod eadem an-
 gulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur ut angulus. a. d. b. sit quadruplicatus ad an-
 gulum. e. Est enim ex coi scia quadruplicatus quicquid fuerit duplum dupli. cuicunque sit et idem angu-
 lus. a. d. b. quadruplicatus ad angulum. b. d. c. ex ultima sexti eo quod arcus. a. b. est quadrupli-
 plus ad arcum. b. c. necessere est ex coi scia ut angulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. si igitur
 intelligantur duo trianguli. d. e. c. totalis. et b. d. c. partialis cum angulus. e. totalis sit equalis
 angulo. b. d. c. partialis et angulus. c. sit cois virtusque necessarie est ex. 32. primi: ut
 ipsi sint equianguli: quare per quartam sexti pporatio duorum laterum. e. c. et c. d. continen-
 tiu[m] angulum. c. i. totali triangulo est sicut duorum laterum. d. c. et c. b. p[ro]tinetiu[m] eiusdem angulum
 i. partiali triangulo quia ergo p[ro]portio. e. c. ad. c. d. est sicut ad. e. b. ex scda pte. 7. quinti. et
 d. c. ad. c. b. est sicut. e. b. ad. eadem ex p[ro]ma pte eiusdem. sequitur ex. 11. quinti ut sit pro-
 portio. c. e. ad. e. b. sicut. e. b. ad. b. c. igitur a dione coclude p[ro]positum linea. e. c. esse
 uniusdem proportionem habentem mediun et duo extrema et maiorem portionem eius est la-
 tus exagoni quod oportuit nos demonstrare. Quoniam quoque demonstrare p[ro]uenit
 quod facile fiet via retrograda: ea enim assumit Ptolemeus capitulo. 9. prime dictio
 alimagesti ad demonstrandum quantitate chordarum arcuum circuli. Dico itaque quod si linea
 quelibet uniusdem proportionem habentem mediun et duo extrema dividatur cuius circuli
 maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At vero cuius
 minor erit lat[er]us decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit enim priori dispositio
 manente linea. e. c. divisa in puncto. b. uniusdem predictae proportionem et maior eius portio
 sit. e. b. dico quod cuiuscunq[ue] circuli linea. c. b. est lat[er]us exagoni eiusdem est linea. c. b. lat[er]us
 decagoni: et cuiuscunq[ue] circuli linea. b. c. est latus decagoni eiusdem est linea. c. b. lat[er]us
 exagoni. Intelligo autem hoc de exagonis et decagonis equilateris. si enim sit. e. b. la-
 tus exagoni circulo. a. b. c. inscripti: erit per coroll. 15. quarti. e. b. equalis. d. c. et quia
 p[ro]portio. c. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad. b. c. ex hypothesi erit ex. 7. quinti. c. c. ad. d. c.
 sicut. d. c. ad. c. b. igitur ex. 6. sexti duo trianguli. e. d. c. et d. c. b. sunt equianguli: angu-
 lus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsos enim latera p[ro]portionalia respiciunt. cuicunque
 sit angulus. a. d. b. quadruplicatus ad angulum. e. ex. 32. primi bis assump[ta]. et quia eiusdem bis
 sequitur ut etiam idem angulus. a. d. b. sit quadruplicatus ad angulum. b. d. c. ideoque ex ultima
 sexti arcus. a. b. quadruplicatus est ad arcum. b. c. linea igitur. b. c. est latus decagoni. a. b. c.
 inscripti. Quid si linea. b. c. fuerit latus decagoni circuli. a. b. c. erit. e. b. latus exago-
 ni eiusdem. sit enim. e. b. latus exagoni circuli. f. critique ex predictis. b. c. latus decagoni
 eiusdem. intelligantur igitur inscripti esse decagoni equilateri duobus circulis. a. b. c. et f.
 quod omnia latera erunt equalia linee. b. c. et quia omnis figura equilateralis circulo in-
 scripta est equiangula ut probat[ur] est in. 15. quarti libri sequitur virologus decagonos esse
 equiangulos. Lunusque omnes anguli vnius p[er]ter accepti sint equales omnibus angu-
 lis alterius pariter acceptis sicut evidenter apparet ex demonstratis in. 32. primi:
 necessarie est ex hac coi scia quoniamlibet equilibet decimas aut quotaslibet partes eiusdem deno-
 tationis esse equales ut unus horum decagonorum sit equiangulus aliij. id est cuicunque silis ex
 dione silium superficie: et quod si duas figure silles duobus circulis inscribantur: erit p[ro]por-
 tio duorum relativo[rum] laterum illarum figurarum sic et duarum diametro[rum] illorum circulorum et
 apparet ex coroll. 18. sexti libri et prima. 12. cu[m] latera decagonorum silium inscriptorum



LIBER

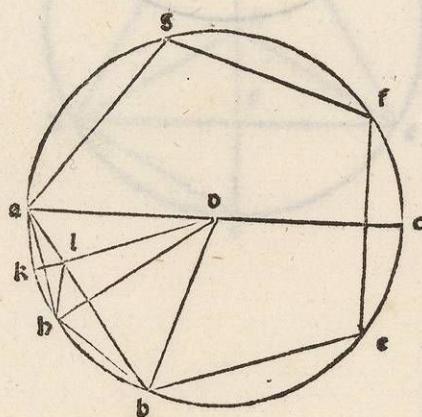
duobus circulis. a. b. c. et f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales. ideoque et semidiametri etiam equales. sunt autem semidiametri et latus exagoni et equalia ex concolor. decima et quinta sexti. erit ergo linea. e. b. latus exagoni circuli. a. b. c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli. f. sibi equalis: hoc autem est quod demonstrare voleamus. Ex hac autem nona huius libri noueris exponam etiam decimam quarti libri que duum equalium laterum pponit trigonum describendum cuius vertex est duo rurum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus existat: talis enim est vertex triangulum. e. d. c. et d. c. b. et simpliciter ois cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee dividendi proportionem habentem mediū duorum extremitatum et tertium quod est basis est equale minori portioni linee eiusdem vel cuius duo latera sunt equalia latere exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis latere decagoni equilateri videlicet circulo inscripti quod est ppositum.

Propositio. .10.

Done latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantu potest latus decagoni equilateri si sunt in eodem circulo ambo inscripti.

C sit circulus. a. b. c. cuius centrum d. et diameter. a. d. c. inscribaturque

ei pentagonus equilaterus qui sit. a. b. c. f. g. et a centro. d. pertrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producatur usque quo obviet circumferentie in punto. b. sitque. d. b. et protrahantur due chordae. a. b. et b. b. que erunt equalis adinvicem ex secunda parte. 3. tertii et quarta primi. id est etiam duo arcus. a. b. et b. b. equalis adinvicem ex. 2. tertii. Est igitur utraque duarum chordarum. a. b. et b. b. latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. dico itaque quod quadratum lineae. a. b. que est latus pentagoni est equalis duobus quadratis duarum linearum. b. d. et a. b. pater acceptis quarum prima est equalis latere exagoni ex concolor. 15. quarti: et secunda est latus decagoni. pertrahatur enim a centro. d. perpendicularis ad lineam. a. b. que est latus decagoni que producat usque ad circumferentiam: sitque. d. k. quod secet lineam. a. b. quod est latus pentagoni in puncto. l. et pertrahatur linea. b. l. Prostat autem ex secunda parte tertie tertii et 4. primi et 2. tertii quod linea d. k. quod est perpendicularis ad chordam. a. b. simul dividit per equalia chordam et arcum inter eis. arcus. a. k. est equalis arcui. k. b. quare ex ultima sexti angulus. a. d. l. est equalis angulo. l. d. b. id est ex quarta primi basis. a. l. basi. l. b. igitur ex quinta primi angulo. l. a. b. equalis est angulo. l. b. a. cuius etiam sit ex eadem angulus. b. a. b. equalis angulo. b. b. a. secundum ut angulus. l. b. a. sit equalis angulo. b. b. a. ergo ex. 32. primi duo trianguli. b. a. b. et a. b. l. sunt equianguli. est enim angulus. b. maioris equalis angulo. b. minoris et angulus. a. minoris est utriusque: itaque per quartam sexti pporatio. b. a. ad a. b. est equalis. a. b. ad. l. a. quare ex prima parte. 15. sexti quod prouenit ex. b. a. in. a. l. est equalis quadrato lineae. a. b. que est latus decagoni. cum sit autem semicirculus. a. c. c. equalis semicirculo. a. f. e. et arcus. a. e. arcui. a. f. erit arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo: quare arcus. e. c. est medietas arcus. e. f. id est equalis arcui. a. b. et duplus ad arcum. b. k. et quod arcus. e. b. est duplus ad arcum. b. b. erit ex. 13. quinti totus arcus. c. e. b. duplus ad totum arcum. b. b. k. id est ex quarta primi ultima sexti angulus. c. d. b. est duplus ad angulum. b. d. l. cunus etiam angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 32. et quinta primi. sunt enim duo latera. d. a. et d. b. equalia erit angulus. b. d. l. equalis angulo. b. a. d. itaque per. 32. primi erit triangulus. b. d. l. equiangulus triangulo. b. a. d. Est enim angulus. d. minoris equalis angulo. a. maioris. et angulo. b. est cois utriusque: ergo per quartam sexti pporatio. a. b. ad. b. d. est equalis. b. d. ad. l. b. quare



XII

per primam partem. 16. sexti quod provenit ex. a. b. in. b. l. est equale quadrato d:
 b. at vero probatum est prius qd illud qd provenit ex. a. b. in. l. a. ē equale quadra/
 to. a. b. itaqz quod provenit ex. a. b. in. a. l. t in. l. b. est equale duobus quadratis
 duar linearum. a. b. t. b. d. t quia ex scda secundi qd provenit ex. a. b. in. l. a. t in. l.
 b. est equale quadrato linea. a. b. lat^o pentagoni equilateri p/
 posito circulo inscripti: linea vero a. b. ē latus decagoni equilateri. t linea. b. d. est
 ex corollario. 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri pposito circulo inscripto
 rum inconclusa demonstratione astrinatur hoc quod dicitur.

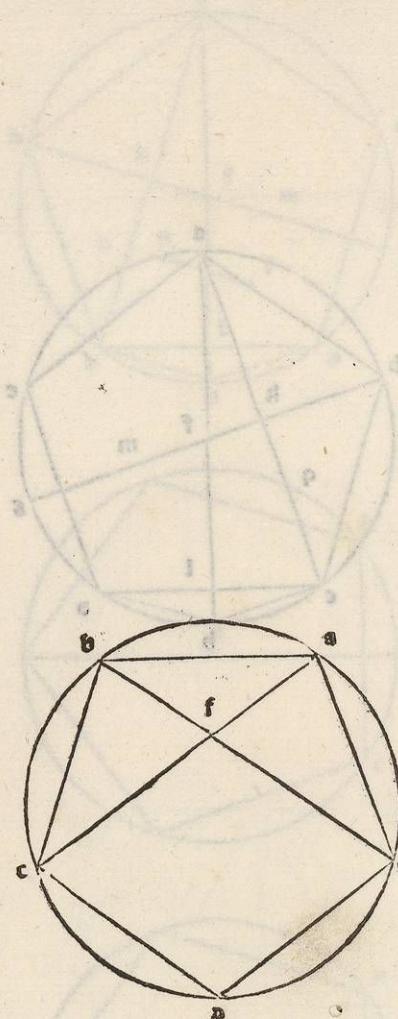
Propositio 11.

Si duob^o ppinqis angulis pentagoni equilateri itra circulu
 descripti a terminis iuxta latera due recte linee subtendan
 tur vtraqz alteram secundm proportionē habentē mediū duo
 qz extrema secabit majorqz ipsius portio lateri ipsius pe/
 tagoni equalis erit.

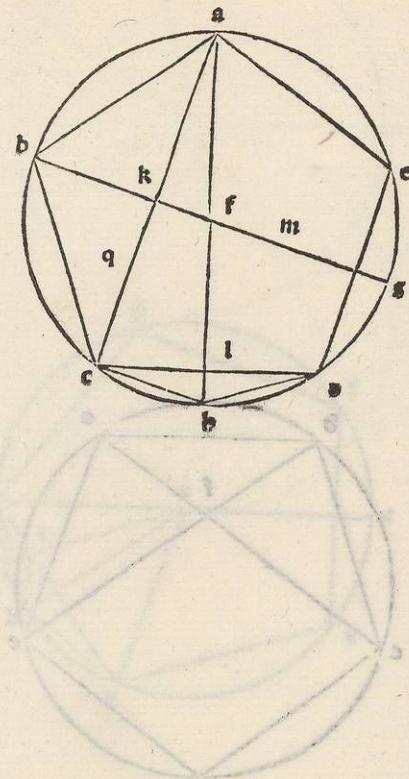
C sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo cisdem litteris signa/
 to t duobus eius ppinqis angulis qui sunt. a. t. b. subtendant due recte linee. a
 c. t. b. e. secantes se inuicem in puncto. f. dico itaqz vtrangz hz esse diuisa i puncto
 f. hz pportionē habentē mediū duoz extrema: t qd maior portio vtriusqz ē equa/
 lis lateri pentagoni. **M**anifestū est enī ex. 27. tertij qd quinqz arcus circuli penta/
 gonū propositū circumscribentis quoqz latera ipsius pentagoni sunt chordae: sunt ad
 mutuicem equales. ideoqz ex ultima sexti quatuor anguli. a. c. b. a. b. e. b. a. c. t. b. c. a
 sunt adiuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. t. b. c. sunt adiuicem equales. cunqz
 sit arcus. c. d. e. duplus ad arcū. b. c. erit quoqz ex ultima sexti angulus. c. a. e. du/
 plus ad angulū. c. a. b. at vero ex. 32. primi angulus a. f. e. duplus ē ad angulū. f. a
 b. igitur angulus. a. f. e. ē equalis angulo. f. a. e. quare per sextam primi linea. a. e. ē
 equalis linea. f. c. sunt aut̄ duo trianguli. a. b. e. t. a. f. b. equianguli per ea q dicta
 sunt t p. 32. primi: est enī angulus. e. maioris equalis angulo. a. miroris t angu/
 lus. b. cōis vtriqz: igit p quarta sexti pportio. e. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. f. b. cūqz
 sit. c. f. equalis. a. b. co qd ipsa ut probatum est equalis. a. e. sequitur ex. 7. quinti:
 vt sit pportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. quare per diffinitionē linea. c. b. ē di/
 uisa hz pportionē habentē mediū duoz extrema t eius maior portio est equalis
 lateri ipsius pentagoni. si aut̄ hoc ē vēz de linea. e. b. crit quoqz ex. 7. quinti t qui/
 ta eiusdē t diffinitione idē vēz de linea. a. c. nam tota. b. e. est equalis toti. a. c. ex
 quarta primi t portiones portionib^o ex sexta primi t cōi scia: portiones enī. a. f. t. b.
 f. sunt equales ex sexta primi. ideoqz. f. e. t. f. c. residue erunt adiuicem equales ex cō/
 ceptione vel potes si libet t facilius de linea. a. c. demonstrare propositum nego/
 tiando circa ipsum ut prius circa lineam. c. b.

Propositio 12.

Si circuli pentagonū equilaterum circumscribentis diamet
 ros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irra/
 tionalis ea scilicet que dicitur minor. **C** sit pentagon^o equi/
 later^o. a. b. c. d. e. inscript^o circulo cisdem litteris ascripto c^o cēt. f. t due
 diametri. b. g. t. a. b. sitqz vtraqz hz diameterz linea rōnal^o i longi/
 tudine: dico tunc qd lat^o pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlz q dicitur mi/
 nor: prabat enī linea. a. c. q secat diametz. b. g. in puncto. k. eritqz ex ultima sexti



LIBER



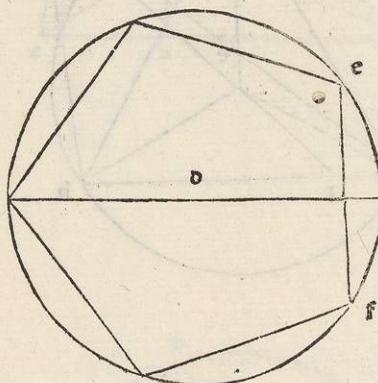
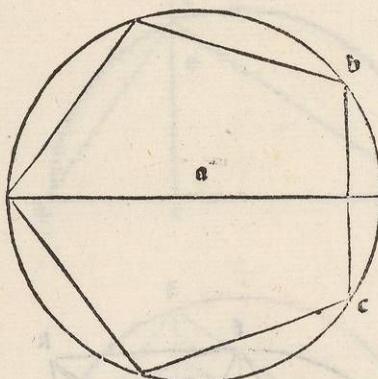
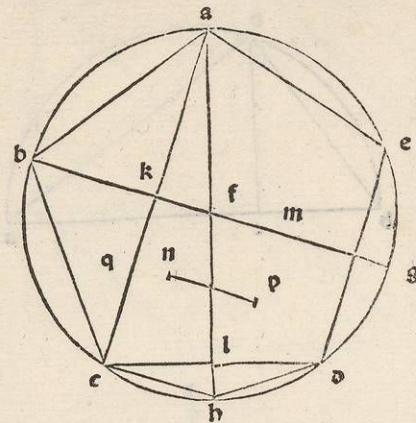
et quarta p̄ni linea. a.c. diuisa a diametro. b.g. orthogonār et p̄ eq̄lia i p̄ucto. k.q.
 cū semicirculus. b.a.g. sit eq̄lis semicirculo. b.e.g. et arc⁹. b.c.arcui. b. c.sicut p̄stat
 ex. 27. tertij erit arcus. a.g. residu⁹ equalis arcui. c.g. residuo: iōqz ex vltima sexti
 angulus. a.b.g. eq̄lis etiā angulo. c.b.g. cū itaqz duo latera. a.b. et b.k. trianguli. a
 b.k. sint eq̄lia duobus laterib⁹. c.b. et b.k. trianguli. c.b.k. et angulus. b. vnius an/
 gulo. b.alterius: erit ex quarta p̄ni basis. a.k. eq̄lis basi. k.c. et oēs anguli qui sunt
 ad. k.sunt recti ex prima pte tertie tertij: diameter aūt. a.b. secet latus p̄tagoni. c.
 d. in punto. l. Eritqz siliter linea. c.d. diuisa a diametro. a.b. orthogonār et per
 equalia in punto. l. cū enī sint duo arcus. a.d.b. et a.c.b. eq̄les et arcus. a.c. sit eq̄/
 lis arcui. a.d. erint duo residui semicirculoz qui sūt. c.b. et d.b. eq̄les quib⁹ si sub/
 tendant due chorde que sunt. c.b. et d.b. ipse quoqz ex. 28. tertij erunt equales et qz
 arcus'. a.c. ē equalis arcui. a.d. erit ex vltima sexti angulus. c.b.l. eq̄lis angulo. d.b
 l. ideoqz per quartā p̄ni basis. c.l. est equalis basi. d.l. et omnes anguli qui sunt
 ad. l. recti ex prima pte tertie tertij. itaqz duo trianguli. a.c.l. et a.f.k. sūt eq̄anguli
 ex. 32. p̄ni. Est enī angulus. l. maioris eq̄lis angulo. k. minoris eo qz vterqz est
 rectus et angulus. a. ē cōis vtriqz: quare ex quarta sexti p̄portio. l.c.ad.c.a. ē sicut
 k.f.ad.f.a. Sumat igī ex diametro. b.g. linea. f.m. equalis quarte parti semidia/
 merri eritqz per equam proportionalitatē prop̄tio. c.l. ad quartā partē linee. a.c
 que sit. c.q. sicut. k.f. ad quartam partē linee. f.a. que est. f.m. et qz p. 15. quinti p/
 portio. c.d. ad.c.k. est sicut. c.l. ad.c.q. sic enī est duplum ad duplum sicut simpluz
 ad simplum: erit p. 11. quinti. d.c.ad.c.k. sicut. k.f. ad.f.m. et cōiuncti linee cōstan/
 tis ex. d.c. et c.k. ad.c.k. sicut. k.m. ad.m.f. et iō per p̄mam partem. 2. i.sextri pro/
 portio quadrati linee cōposite ex. d.c. et c.k. ad quadratū linee. c.k. sicut quadrati
 linee. k.m. ad quadratū linee. m.f. cōstat autē ex p̄missa qz si linea. a. c. diuidatur
 b.m proportionē habentē medium duoqz extrema maior portio ei⁹ erit eq̄lis linee
 d.c. igī linea constans ex. d.c. et c.k. cōponit ex maiori portione diuisē b.m pro/
 portionē habentē mediū duoqz extrema et ex medietate toti⁹ linee sic diuisē: ē enī
 c.k. medietas. a.c. itaqz p̄ primā istius. 13. libri quadratū linee composite ex. d.c.
 et c.k. quintuplum quoqz ē ad quadratū linee. c.k. ideoqz quadratum linee. k.m.
 quintuplū quoqz ē ad quadratū linee. m.f. cum sit horū quadratoz et illorum vna
 p̄portio ē aūt linea. b.m. quintupla ad linea. m.f. erat enī. m.f. quarta p̄s semidia/
 metri propositi circuli: ergo quadratū linee. k.m. ad quadratū linee. m.f. est sicut li/
 nee. b.m. ad lineam. m.f. et quia ex secunda pte. 18. sexti quadratū linee. k.m. ad
 quadratum linee. m.f. est sicut linee. k.m. ad lineam. m.f. duplicata: erit ex vnde/
 ma quinti linea. b.m. ad lineam. m.f. sicut linea. k.m. ad lineam. m.f. duplicata:
 igitur linea. k.m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b.m. et m.f. qd
 sic constat. Sit enī linea. n.p. medio loco p̄portionalis inter eas sūpta b.m. do/
 ctrinā none sexti eritqz ex diffinitione p̄portiois duplicate que posita ē i p̄ncipio
 quinti p̄portio. b.m. ad.m.f. sicut. b.m. ad.n.p. duplicata: et qz. b.m. ad.n.p. sicut
 n.p. ad.m.f. erit etiā ex. 11. quinti p̄portio. b.m. ad.m.f. sicut. n.p. ad.m.f. dupli/
 cata igī ex prima pte. 9. quinti due linee. k.m. et n.p. sunt eq̄les: iōqz ex prima pte
 7. quinti et ex scđa pte eiusdē linea. k.m. ē medio loco p̄portionalis inter. b.m. et
 m.f. quare ex coroll. 15. sexti prop̄tio quadrati linee. b.m. ad quadratum linee
 m.k. ē sicut ē linee. b.m. ad lineam. m.f. et quia linea. b.m. ē quintupla ad lineam
 m.f. erit quadratum linee. b.m. quintuplū ad quadratū linee. m.k. linea aūt. b.m.

XIII

est rōnalis in longitudine: ergo per vltimā pte. 7. decimi linea .m. k. est rōnalis in potentia tñ et q̄ linea .b. m. ē potentior linea .m. k. in quadrato linee sibi incomensurabilis in longitudine vt in cōtinuo pbab̄ erit linea .b. k. residuū quartū ex definitione residui quarti. Qd aut̄ probandū assumpsumus sic pater. sit numerus .r. quintuplus ad numerz .s. sintqz .t. et .s. quantū .r. ac si eset .r. quinqz .s. vnū .t. quatuor: et sit linea .b. m. potentior linea .m. k. in quadrato linee .x. cū i ḡ sit quadratum linee .b. m. ad quadratū linee .m. k. sicut numer⁹ .r. ad numerz .s. erit p̄ eversa p̄portionalitatē quadratū linee .b. m. ad quadratū linee .x. sicut numer⁹ .r. ad numerz .t. quare per vltimā pte. 7. decimi linea .x. ē incomensurabilis linea .b. m. in longitudine. nō est ergo dubiu quin .b. k. sit residuū quartū. Vñ manifestū vero ē ex. 34. tertij: q̄ illud qd fit ex .b. k. in .k. g. ē equale ci qd fit .a. k. in .k. c. ideoqz etiā ipsū idem est equale quadrato .k. c. eo q̄ .a. k. ē equalis .k. c. ergo quadrato .b. k. addito vtriqz erit ex penultima primi qd fit ex .b. k. in se et in .k. g. equale quadrato .b. c. et q̄ ex prima secundi quod fit ex .b. k. in se et in .k. g. est equale ei qd fit ex .b. k. in .g. b. erit linea .b. c. latus tetragonicū superfici contenti a duabus lineis .g. b. et .k. b. et quia linea .g. b. ē rōnalis: linea vero .b. k. ē residuū quartū. et q̄ linea potens in superficie linea rōnali residuoqz quanto cōtentā est linea minor: vt constat ex. 89. decimi libri necesse est linea .b. c. que est latus pentagoni equilateri p̄posito circulo inscripti ēē linea minorem qd erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequit q̄ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatnr fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tñ. adbuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. esto enī linea .a. rōnalis in potentia tñ supra quā describatur circulus eiqz descripto inscribat pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. b. c. dicantqz pentagonus et circulus .a. dico q̄ linea .b. c. ē linea minor. Sumatur enī aliqua linea rōnalis ī longitudine que sit .d. et super eā lineetur circulus cui inscribat pentagonus equilater⁹ et sit vnū latus ipsius linea .e. f. dicantqz pentagonus et circulus .d. constat igitur ex hac. 12. q̄ .c. f. ē linea minor cū diameter .d. sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero p̄ portio pentagoni .a. ad pentagonū .d. ē sicut quadrati linee .b. c. ad quadratum linee .e. f. vtraqz enī ē ex scđa pte. 1. s. sexti: sicut linee .b. c. ad linea .e. f. duplicata pentagoni aut̄ .a. ad pentagonū .d. c̄ sicut q̄drati .b. c. ad quadratū linee .e. f. diameter .a. ad quadratū diametri .d. ex prima. 12. erit ex. 11. quinti quadratum linee .c. b. ad quadratū linee .e. f. sicut quadratū diametri .a. ad quadratū diametri .d. cūqz quadrata duaz diametroz .a. et .d. sint cōicantia: q̄ ambo sūt rōnalia ex hypothesi erūt quoqz ex prima pte. 10. decimi quadrata duaz linea z .b. c. et .e. f. cōicantia: ergo linea .b. c. cōicat ī potentia cū linea .e. f. et q̄ linea .e. f. ē minor: sequit ex. 100. decimi: q̄ etiā .b. c. sit linea minor qd ē p̄positū. siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue ī potentia tñ necesse ē vt latus pentagoni equilateri si/ bi inscripti sit linea minor.

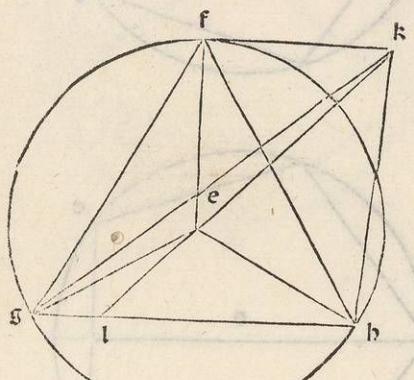
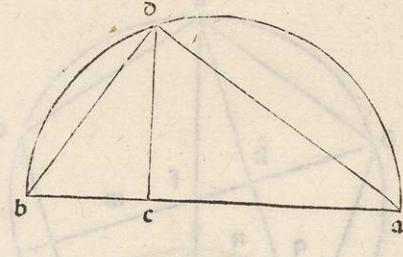
Propositio .13.

Piramidē q̄tuor basiū triāgulariū et eq̄ilateraz ab assignata spera circūscriptibile fabricare h̄ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̄alterā p̄portionē potentialiter habere pbaf. Si linea .a. b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto .c. ita q̄ .a. c. sit dupla ad .b. c. et linee ī super eam semicirculus .a. d. b. et producatur linea .c. d. orthogonaliter sup linea .a. b. et pdicat linea



LIBER

b.d.z.d.a.postea fiat circulus.f.g.b.super centrū.e.cuius semidiameter sit equa/lis linee.c.d.cui ex scđa quarti libri inscribat̄ triangulus equilaterus qui sit. f.g.b.ad cui⁹ angulos p̄trahant̄ a centro linee.e.f.e.g.e.b.deinde sup centz.e.erigatur bñ q̄ docet. 12.decimi vel undecimi linea.e.k.q̄ ponat̄ equalis.a.c.p̄pendicularis ad superficiē circuli.f.g.b.z demittant̄ a punto.k.ypothenuse.k.f.k.g.k.b.eritq̄ cōpleta piramis quatuor basiū triangularez et equilateraz quā dico esse ab assignata spera circūscriptibilez et dico quadratum diametri p̄posite spere sexualitez esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis.cōstat enī ex prima pte corollarij. 8.se/xti q̄ linea.c.d.ē medio loco p̄portionalis inter.a.c.z.c.b.quare ex coroll. 17.ei⁹/dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiuncti quadratū.a.c.z quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoq̄ ex penult. primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a.b.sit tri/pla ad.b.c.erat enī.a.c.dupla ad eā erit quoq̄ quadratū.a.d.triplū ad quadratū d.c.ē autē ex. 8.buius quadratū.f.g.triplū ad quadratū.e.f.quare cū ex ypothesi d.c.sit equalis.e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.z q̄ ex diffinitione linee perpē dicularis ad superficiē linea.e.k.continēt cū singulis lineis.e.f.e.g.c.b.angulos rectos quaz quelibet ē equalis linee.c.d.z q̄ ipsa eadē ē equalis linee.a.c.z angu/lus.c.ē rectus:erit per quartā primi vnaqueq̄ triū lineaz.k.f.k.g.k.b.equalis li/nee.a.d.¶ Janifelum est igit̄ fabricatam piramide esse quatuor basiū triangula/riū eq̄ilateraz.Ipsa autē eē circūscriptibile ab assignata spera sic habet:linee.e.k.intelligatur adjici bñ rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota.k.l.sit equalis a.b.que ē diameter assignate spere:banc autē lineā inquā.e.l.imagineris esse sub circulo.f.g.b.perpendicularem quoq̄ ad.ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est c.k.ex parte superiori eritq̄ vnaqueq̄ triū lineaz.e.f.e.g.e.b.z simplr q̄libet semidi ametri circuli.f.g.b.medio loco p̄portionalis inter.k.c.z.e.l.que admodū ē. d.c.inter.a.c.z.c.b.nam hec sūt equales illis vnaqueq̄ sue relative.Si igit̄ sup lineaz l.k.describat̄ semicircul⁹ circūducaturq̄ quoq̄ ad locū vnde moueri ceperat re/deat erit ex diffinitione speraz equaliū sp̄era descripta motu huius semicircului eq̄ lis sp̄ere assignate.sunt enī sp̄ere equales quaz sunt equales diametri quēadmo/dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicircul⁹ hunc vero necesse est transi/re per tria puncta.f.g.b.que sunt anguli solide pyramidis fabricate.silr autē dico q̄ semicirculus hic qui sup lineā.k.l.fuerit descript⁹ si circūducaſ quoq̄ ad locuz redeat vnde moueri ceperat continget circul⁹.f.g.b.super omnia puncta circūferen/tie ipsius.Qd̄ ex hac vctusta veritate probatur:si linea recta super lineaz rectā p̄ pendiculariter steterit que inter partes eius cui superst̄at uel circumstat medio lo/co p̄portionalis ponatur.sucritq̄ super eam lineam cui perpendicularis supstat semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius p̄ extremitatem linee medio loco p̄por/tionalis posite p̄pendiculariter necessario trāsibit.cum igit̄ cum cōte semidiametri circuli.f.g.b.sint pp̄edicularēs ad lineā.k.l.z medio loco p̄portionalēs iter ptes ipi⁹ que sunt.k.c.z.e.l.sequī ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circūducaſ transeat p̄ omnia puncta circūferentie.f.g.b.z per omnes solidos angulos pyramidis fabri/cate.itaq̄ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata est inscriptibilis illi sp̄ere quā semicirculus super lineam.k.l.lineat⁹ mutuo suo de/cribit:z quia hec sp̄era descripta est assignate sp̄ere equalis p̄ diffinitionē equaliū speraz sequī ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata sp̄era circū



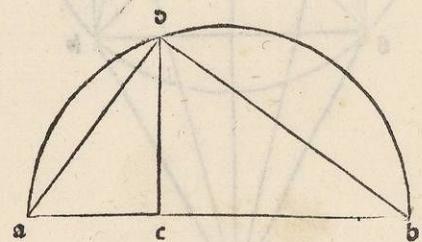
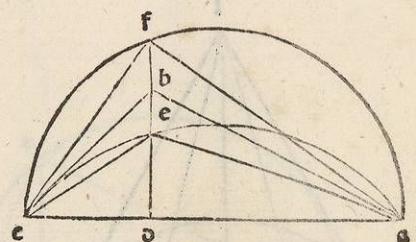
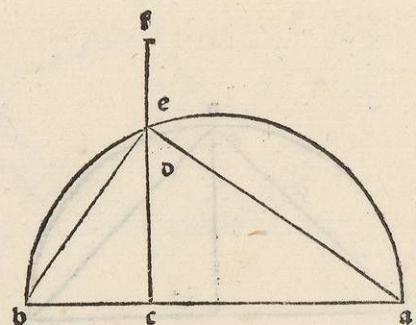
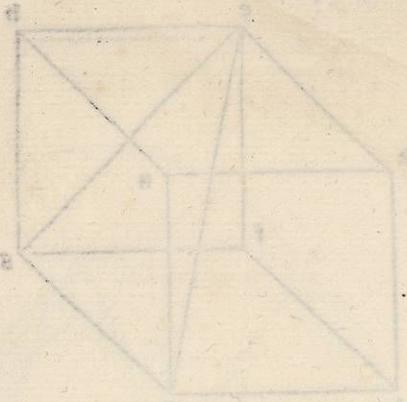
XIII

scriptibilis qđ est ppositū. Corollarium autē p̄ sic. Cum enīz. a. b. sit tripla ad. b. c. p eversam proportionalitatē erit. a. b. sexquialtera ad. a. c. ideoq; ex sc̄a pte corola rī. 8. sexti & corollario. 17. eiusdē quadratū linee. a. b. erit etiā sexquialterā ad qua dratū linee. a. d. & q̄ linea. a. d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero. a. b. est diameter spere: constat vēz eē qđ per corollariū dicī. Ne autē quēq; de vetusta ve ritate proposita besitare cōtingat eā volum̄ hoc mō vēmōstratione firmare. Sit igit̄ sup linea. a. b. linea. c. d. ppndicularis q̄ ponat medio loco pportionalis in ter ptes linee. a. b. que sint. a. c. & c. b. ita q̄ prop̄tio. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. c. b. Et super linea. a. b. describat semicirculus. a. c. b. dico q̄ huius semicirculi cīcūfe rentia transibit per punctū. d. qui ē extremitas ppndicularis. Sinautē aut secabit linea. c. d. aut suptransibit eā totā ipsā trāsiens & includens & non contingens. se ect ergo primo eā in punto. e. & ducant̄ linee. e. b. & e. a. eritq; ex prima pte. 30. tertij totalis angulus. a. e. b. rectus. itaq; ex prima pte corol. 8. sexti pportio est. a. c. ad. c. e. sicut. c. e. ad. c. b. at vero ex secunda pte. 8. quinti pportio. a. c. ad. c. e. ē māior q̄. a. c. ad. c. d. co q̄. c. e. ē minor. q̄. c. d. cū igit̄ sit. c. c. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d. erit per. 12. quinti. c. c. ad. c. b. maior q̄. c. d. ad. c. b. ideoq; per primā pte. i. o. quinti. c. e. ē maior q̄. d. c. ps videlicet q̄ suū totuū qđ est impossibile. Nō ergo secabit circūferentia semicirculi linea. c. d. ¶ Sup transeat igit̄ & pducat̄ c. d. vſeq; ad circūferentia: sitq; tota. c. e. & protrahant̄ linee. e. b. & e. a. sequēq; ut p̄ linea. c. d. esse maiore q̄ si linea. c. e. qđ est etiā impossibile: constat ergo ppositū. Si r̄ aut dicimus q̄ si fuerit aliquis angul̄ rectus cui basis sub tēndat̄ sup quā semicirculus linee: ipsius circūferentia p̄ angulū rectū transire ne celeste ē. conuersā vero huius pponit prima ps. 30. tertij. qđ autē dicimus sic constat ¶ Sit enī angul̄. a. b. c. rectus cui subtendat̄ basis. a. c. & sup eā linee semicircul̄ dico q̄ ipsius circūferentia transibit p̄ punctū. b. in quo coeunt linee continentē angulū rectū cuius demonstratio ē q̄ neq; transibit supra neq; infra. sin autē trāseat: p̄mo ifra sitq; a. c. c. & ab angulo. b. producat̄ linea. b. d. ppndicularis ad ba sim. a. c. que secet circūferentia semicirculi in punto. e. & protrahant̄ linee. e. a. & e. c. eritq; angulus. a. e. c. rectus ex prima pte. 30. tertij. at ipse ē maior angulo. a. b. c per. 21. prīmi hoc autē ē impossibile ex tertia petitione cū vterq; sit rectus. hic qui dē ex hypothesi: ille vero ex prima parte. 30. tertij. Nō ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulū. b. transeat itaq; supra & sit. a. f. c. pducatur autē ppndicularis. d. b. quousq; obviet circūferentie semicirculi. a. f. e. i. punto. f. & producant̄ linee. f. a. f. c. eritq; ex prima parte. 30. tertij angulus. a. f. c. rectus. cūq; etiā ēē ex hypothesi angulus. a. b. c. rectus sequē impossibile per. 21. prīmi sicut in principio. relinquit ergo qđ diximus. hoc autē necessariū est ad cognitionē eoz que sequuntur.

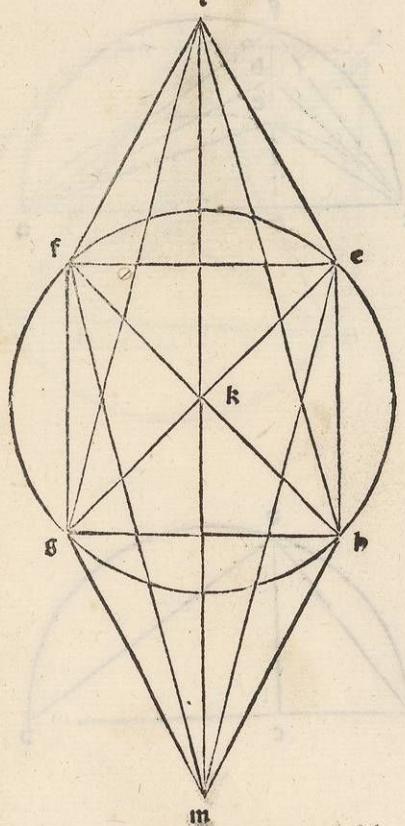
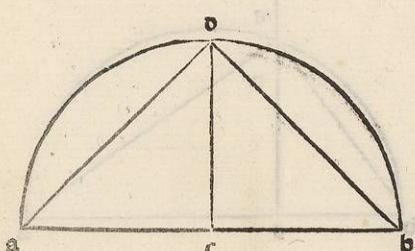
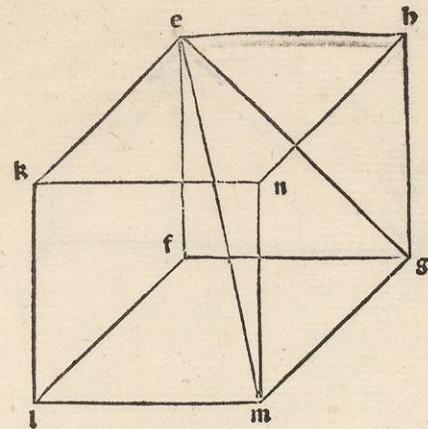
Propositio .14.

Assignata spēra circūscriptibilem cubum constituere eiusdem autem spēre diametrum lateri ipsiū cubi poten tialiter triplicem esse manifestum erit.

Assignate spēre diametrum sit. a. b. super quā lineetur semicirculus. a. d. b. dividaturq; diameter i. punto. c. proslus secundum conditionem premissę videlicet ut linea. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. & producatur c. d. ppndicularis ad. a. b. & protrahantur. d. b. & d. a. postea fiat vñ q̄dratum cuius oia latera sint equalia linee. b. d. sitq; e. f. g. h. sup cuiū q̄tuor angulos erigant̄



LIBER



vt docet. 12. vnde decimi quatuor linee ppēdicularares ad superficiē ipsi⁹ q̄drati q̄z qlibz ponatur etiā equalis linee. b. d. sintqz. e. k. f. l. g. m. b. n. cruntqz hec quatuor ppēdicularares singule singulis equidistantes ex sexta vnde decimi: et anguli quos continent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppēdiculararis ad superficiē: deinde cōiungant extremitates istaz ppēdiculariū p̄trahit lineis. k. l. m. m. n. k. eritqz cōplet⁹ cub⁹ sex superficieb⁹ q̄dratis cōtentus. cōstat enī ex. 34. p̄mi q̄ quatuor superficies ipsum ambientes et ipse sunt quaz opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate: de basi autē hoc positū est. at vero de suprema ei⁹ superficie que ē. k. l. m. n. q̄ ipsa quoqz sit quadrata. cōstat ex. 34. p̄mi et. 10. vnde decimi. ideoqz ex quarta vnde decimi manifestū ē singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autē cubū hunc ab assignata spera circūscriptibilem ēē demonstremus: in una suaz superficie p̄trahat diagonalis. verbi gratia in basi eius sitqz. e. g. et. a. b. huius diagonalis altera extremitate p̄trahatur diameter cubi. c. m. eritqz ex penultima primi quadratū. e. g. duplū ad quadratū. f. g. ideoqz et ad quadratū. g. m. eo q̄. g. m. ē equalis. f. g. sūt enī omnia latera cubi adiuicē equalia. et q̄ rursus ex penultima primi quadratū. e. m. ē equale quadratis duaz lineaz. e. g. et. g. m. ppter hoc q̄ angulus. e. g. m. ē rectus ex diffinitione linee perpendiculares ad superficiē erit quadratū. e. m. triplū ad quadratū. m. g. constat enī ex duplo et simplo. cunqz ex secunda pte coroll. s. sexti et ex coroll. 17. eiusdē q̄dratū quoqz. a. b. sit triplū ad quadratū. b. d. eo q̄ linea. a. b. tripla ē ad linea. b. c. sit autē. b. d. equalis. g. sequitur ex cōi scia ut. c. m. q̄ ē diameter cubi sit equalis. a. b. que ē diameter sp̄ere. itaqz si sup. e. m. lineat semicirculus circumducatqz quoqz ad locū vnde fuit initium motus redeat sp̄era descripta: erit ex diffinitione sp̄eraz equaliū equalis sp̄ere assignare. at vero q̄ hic semicirculus trā sitū faciet p̄ punctū. g. eo q̄ angulus. e. g. m. ē rect⁹ eadēqz rōne p̄ ceteros singulos rectos angulos cubi qđ ex antecedente ante hāc. 14. imēdiatē p̄missō manifestū ē constat cōstitutū cubū ab assignata sp̄era eo q̄ a sua equali circūscriptibile esse qđ demonstrare oportebat. corollarij vero demonstratio in isti⁹ demonstratiōis p̄cessu prepatuit.

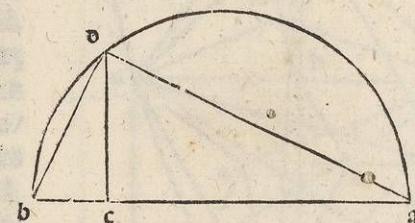
Propositio .15.

Corpus octo basiū triāgulariū et equilaterarū a sp̄era p̄ polita circūscriptibile cōponere: eritqz palā eiusdē sp̄ere diameter lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter. Diameter sp̄ere p̄posito sit. a. b. que diuidat p̄ equalia i puncto. c. et sup ea lineat semicirculus. a. d. b. et p̄ducat. c. d. ppēdicularis. ad. a. b. et iungat punct⁹. d. cū. a. et cū. b. describatqz vnu quadratū cuius singula latera sint equalia linee. b. d. sitqz quadratū. hoc. e. f. g. h. in quo p̄trahant diametri due. e. g. et. f. h. secantes se inuicē in punto. k. p̄stat igit ex. 4. p̄mi q̄ vtraqz istaz diametroz sit equalis linee. a. b. que ē diameter sp̄ere cu angulus. d. sit rectus ex p̄ma pte. 30. tertij et singuli quoqz anguli. e. f. g. h. recti ex dione q̄drati: p̄stat rursus q̄ cedem due diametri. e. g. et. f. h. diuidit se inuicē p̄ equalia in punto. k. hoc autē ex. 5. p̄mi et 32. et sexta eiusdē facile ē elicere. erigat itaqz sup punctū. k. linea. k. l. ppēdicularis ad superficiē q̄drati q̄ ponat cōlis medietate diametri. e. g. l. f. h. et demittat ypothe misel. e. l. f. l. g. l. h. eritqz ex his q̄ posita sunt et penit p̄mi quoties oportuerit repetita singule hāz ypothemisaz eqles sibi inuicē et equales laterib⁹ q̄drati. habes ergo p̄iramidē quatuor equilateraz triāgulariumqz basiū sup quadratū p̄stitutā.

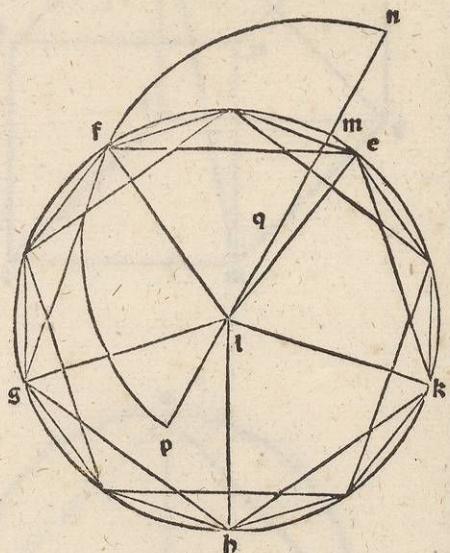
hinc itaqz sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō apponē linea. l. k. producas pforando quadratum vñqz ad. m. ita q. k. m. exīs sub quadrato sit equalis l. k. existenti supra: et iunge punctū. m. cū singulis angulis q̄drati pducendo. 4. alias ypothemis as que sunt. m. e. m. f. m. g. m. b. de quibus quoqz manifestū ē ex penūl. prīmi: quēadmodū de alijs que sunt in superiori pte q̄ ipse sint equales ad inuicē et lateribus quadrati. Lōpleuim⁹ igitur corpns. 4. basiū triangulariū et equilaterariū Hoc aut̄ ab assignata spera circucriptile eē sic habecto. cōstat enī q̄ linea. l. m. est equalis diametro assignate spere: nā vtraqz eaꝝ ē equalis diametro quadrati. igit̄ si sup. l. m. lineeſ ſemicircul⁹ qui circuoluat quoqz ad locū ſuū redeat: ſpera quā motu ſuo deſcribet erit equalis assignate ſpera vt ex diſſinitione ſperaz equalium colligi. hic vero ſemicirculus transibit q̄ quatuor angulos quadrati et ſimplr p oia puncta circuferentie circuli circuſcribentis quadrati: eo q̄ ſemidiameeter quadrati vt linea. f. k. et portiones linea. l. m. que ſunt. l. k. et k. m. ſunt adinuicē equales. q̄re ex diſſinitione eius qđ ē figurā vñā alij figure inſcribi fabricatū corpus inſcriptib⁹ le ē ſpera motu huius ſemicirculi deſcripte. itaqz et ſpera assignate ex cocept. cū ipſe ſint adinuicē equales ex diſſinitione. Lōrel. vero manifeſte cōſtar: ſunt enī due li- nee. d. b. et d. a. equalis ex. 4. prīmi: ideoqz quadratum. a. b. duplū eſt ad quadra- tum. b. d. ex penūl. prīmi: latus aut̄ fabzicai corporis ē equale linea. b. d. veruꝫ eſt ergo corollarium.

Propofitio .15.

Orpus viiginti basiū triangulariū atqz equilateraz a da- ta ſpera diametrū rōnale habēte circucriptibile fabrica- re. eritqz palā lar⁹ eiusdē corporis eē linea irrationalē eam ſc̄ que dicitur minor. Sit hic quoqz diameter assignate ſpera. a. b. q̄ ponat cē rōnalis ſive in longitudine ſive in potentia tñm et diuidat in puncto. c. ita q̄. a. c. ſit quadrupla ad. c. b. et lineaſ ſuper eā ſemicircu- lus. a. d. b. et pducatur. c. d. perpendicularis ad. a. b. et ptribat linea. d. b. deinde ſm quantitatē linea. d. b. lineaſ circulus. e. f. g. b. k. ſupra centrū. l. cui inſcribat pentagonus equilaterus eiusdē litteris annotatus: ad cuius angulos a cōtro. l. ducant li- nee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. rursus in eodem circulo inſcribat decagon⁹ equilater⁹: diui- danī enī cuncti arcus quoqz chordae ſunt latera pentagoni p equalia et a punctis me- diis ad extremitates cunctoz lateroz inſcripti pentagoni lineaſ recte diriganſ. itēqz ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ ſm q̄ docet. 12. vndeſimi quo- rum quilibet ſit etiā equalis linea. b. d. et cōtinueni extremitates horoz quinqz cathe- coz quinqz corauſtis. eritqz ex. 6. vndeſimi quinqz catheci erecti adinuicē equidi- ſtantes: cūqz ipſi ſint eq̄les erit quoqz ex. 33. prīmi quinqz corauſti coz extremita- tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni. demitte igitur a ſummitatibus ſingulis ſin- guloz cathecoz binas et binas ypothemis ad duos circuſtanties angulos inſcripti decagoni et h̄az decē ypothemisaz a quinqz extremitatibus cathecoz ad. 5. pūcta que ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni deſcendit: iū extremitates p̄tinua alii pentagonum rursus ipſi circulo inſribendo qui quoqz erit equilaterus ex. 23. tertij: cū hoc itaqz feceris videbis te pſecifſe decē triaugulos quoqz latera ſunt decē ypothemis et quinqz corauſti 7. 5. latera b. ſcdi pentagoni inſcripti. hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē ſic collige. cū enī tā ſemidiameeter deſcripti circuli q̄libet erectorum cathecorum ſit equalis linea. b. d. ex ypothesi: erit ex corollario. 15. quarti quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius ſemidiameeter:



LIBER



est equalis linea. b. d. inscripti. quia vero ex penul. primi unaqz. 10. hypothemis aꝝ tanto est potentior catheco quatū pōt latus decagoni. at vero ex. 10. huius latus quoqz pentagoni ē tanto potentius eodē quatū pōt idē latus decagoni. erit ex cōmuni scientia unaqz hæc hypothemis aꝝ equalis lateri pentagoni. De corauistis aut iam patuit q̄ ipsi sint equales lateribus pentagoni. itaqz cuncta latera horum decē triangulorū aut sunt latera pentagoni equilateri scđa vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igit̄ equilateri trianguli. Ampli⁹ aut̄ sup centrū circuli qđ ē punctū l. erige aliū cathecum equalē priorib⁹ qui sit. l. m. eiusqz supiore extremitatē que ē pūctus. m. iūge cū singulis extremitatib⁹ priorib⁹ p̄ quinqz corauistos eritqz ex sexta vñ decimi hic centralis cathecus singulis cathecoꝝ angulariū equidistans. iōqz ex. 33 primi hi quinqz corauisti erunt semidiámetro circuli equales ⁊ ex coroll. 15. quarti quilibet eoꝝ tāquā latus exagoni. centrali ergo catheco ex vtraqz pte adiiciatur linea una equalis lateri decagoni: sup̄a quidē adiiciaſ ei. m. n. deorsum aut̄ sub circulo adiiciaſ sibi a centro circuli. l. p. postea demittant̄ a punto. n. s. hypothemis ad. s. superiores angulos decē triangulorū qui sunt in circuitu. ⁊ a punto. p. calic. s. ad alios quinqz inferiores eruntqz hec decē hypothemis equales adinnicē laterib⁹ inscripti pentagoni ex penul. primi ⁊ 10. huius quēadmodū de alijs decē p̄t⁹ de monstratū est. habes ergo corpus. 20. basiūn triangularium atqz equilateraz cui⁹ cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. eius vero diameter est linea. n. p. horū aut̄. 20. triangulorū decē cōsistunt in circuitu supra circulū. quinqz aut̄ cōsurgunt sursum ad punctum. n. cōcurrentes. at quinqz reliqui deorsum emergunt sup̄ punctū. p. coentes. Hoc autē ycoedrū corpus a data sp̄a circūscriptibile ē sic erit manifestum: cū linea. l. m. sit equalis lateri exagoni ⁊ m. n. lateri decagoni equi laterorū quos circulus. c. f. g. circūscribit tota l. n. erit ex nona presentis libri dimisā p̄portionem. b. m. ⁊ d. extra in punto. m. ⁊ maior portio eius erit linea. l. m. Dividatur itaqz. l. m. per eq̄lia in. q. eritqz ex cōmuni scia. p. q. eq̄lis. q. n. nā. p. l. posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū. m. n. quare. q. n. ē medietas. n. p. quē admodū ē. q. m. medietas. m. l. cū ergo quadratū. n. q. sit ex. 3. bni⁹ quintuplū ad quadratum. q. m. erit quoqz ex. 15. quinti quadratū. p. n. quintuplū ad quadratum l. m. est enī ex quarta scđi quadratum. p. m. quadruplū ad quadratū. q. n. quadratū quoqz. l. m. quadruplū ad quadratū. q. m. ex eadē quadruplū autē ad quadruplū ē vt simplū ad simplū teste. 15. quinti. at vero quadratū. a. b. quintuplū est ad q̄dratū. b. d. ex scđa pte coroll. 8. sexti: ⁊ ex coroll. 17. eiusdē ē etiā. a. b. quintuplū ad. b. c. eo q̄. a. c. fuit ad eandē quadrupla: q̄ ergo l. m. ē ex hypothesi equalis b. d. erit ex cōi scia. a. b. equalis. n. p. itaqz si sup̄ lineam. n. p. semicirculus describatur qui tandem q̄ locū primum repeatat circūnvoluat sp̄a ipsi⁹ motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliū equalis sp̄e p̄posite. ⁊ qm̄ linea. l. m. ē medio loco p̄portionalis inter. l. n. ⁊ n. m. ideoqz inter. l. n. ⁊ p. l. erit quoqz quelibet semidiámeter circuli medio loco p̄portionalis inter. l. n. ⁊ l. p. ⁊ cū l. m. sit equalis semidiámetro circuli. itaqz semicirculus sup̄. p. n. descriptus transibit q̄ oia pūcta circūferentie circuli. e. f. g. ideoqz ⁊ per singulos angulos solidi fabricati in illa circūferentia cōsistentes: ⁊ q̄ eadē rōne singuli corauisti cōtinuantes extremitates angularium cathecoꝝ: cū extremitate centralis sunt medio loco p̄portionales inter p. m. ⁊ m. n. eo q̄ quilibet eoꝝ ē equalis. l. m. sequit̄ ut idē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure ycoedre statute. ē igit̄ corpus hoc inscriptibile sp̄e.

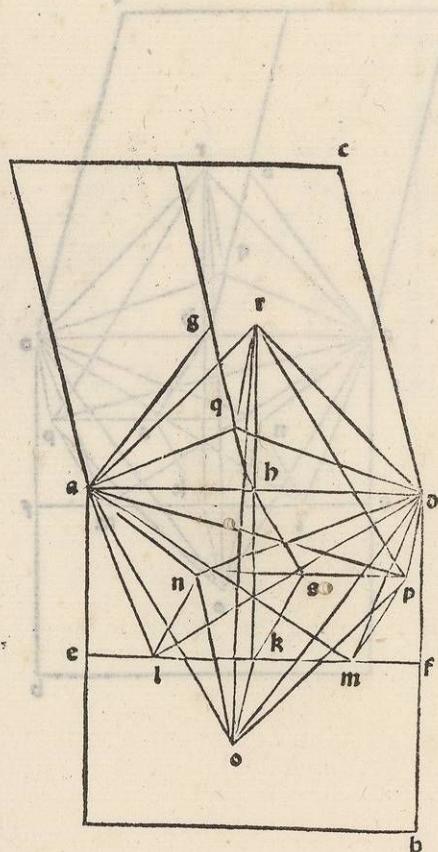
XIII

cuius diameter. p. n. ideoqz et spere cuius diameter. a. b. Latus autem huius solide figure dico esse linea minor. cōstat enī q̄ linea. b. d. ē rōnalis in potentia cū eius quadratū sit subquincuplū ad quadratū linee. a. b. que posita ē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tñ: itaqz semidiameter atqz semidiametri circuli. e. f. g. ē etiā rōnalis in potentia. nam eius semidiameter ē equalis. b. d. igit ex. 12. huius lat⁹ pentagoni equilateri huic circulo inscripti ē linea minor. at vero sicut i huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quantū latus pentagoni: ergo latus huius figure. 20. alchaidaz ē linea minor quēadmodum proponitur.

Propositio .17.

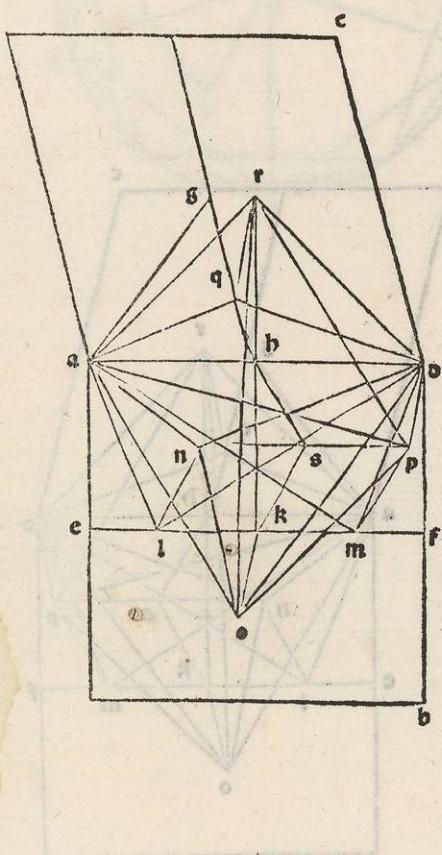
Corpus duodecim balium pentagonorum equilaterorum atqz equiangularium ab assignata spera circumscribile cōstitueret. eritqz palā lat⁹ eiusdem corporis irrationale esse. id qd relidū dicit. C̄hiat cubus s̄m q̄ docet. 14. huius circumscribile ab assignata spera: sitqz huius cubi due superficies. a. b. et a. c. immaginemur autem nunc q̄. a. b. sit supraea superficies cubi et a. c. sit vna ex laterib⁹. sit q̄ linea. a. d. cōmunis istis duabus superficiebus. dividant itaqz in superficie. a. b. duo opposita latera p̄ equalia videlicet. d. b. et latus ei oppositū: et puncta divisionis cōtinuent p̄ linea. e. f. latus quoqz. a. d. et illud qd sibi opponit in superficie. a. c. dividant per equalia et puncta divisionis cōtinuent linea recta cuius medietas sit g. b. sitqz punctus. b. medius punct⁹ linee. a. d. similiter linea. e. f. dividat p̄ equalia in .k. et protrahat. b. k. quālibet igit triū lineaz. e. k. f. et g. b. divide s̄m proportionē. ha. me. et. du. ext. in trib⁹ punctis. l. m. q. sintqz maiores portiones eaz. l. k. k. m. et. g. q. quas manifestū ē eē eqles cū tote linee diuisiō sunt equales videlz que liber eaz medietati lateris cubi. deinde a duobus punctis. l. et. m. erige perpendiculares ut docet. 12. vndecimi ad superficiē. a. b. quaz vtrāqz ponas equalē linee. k. l. sintqz. l. n. et. m. p. similiter a punto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficie a. c. quā ponas eqle. g. q. pr̄trahit itaqz lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d. l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Vñ manifestū est igit ex quinta huius q̄ due linee. k. e. et. e. l. potentiaſter sunt triplū ad linea. k. l. ideoqz etiā ad linea. l. n. cū. k. l. et. l. n. sint eqles At vero. k. e. ē equalis. e. a. igit due linee. a. c. et. e. l. sunt potentia triplū ad linea. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potentia tripla ad. l. n. ideoqz per eandē. a. n. ē potentia quadrupla ad. l. n. Lūqz ois linea sit potentia quadrupla ad medietatē sui sequit̄ ex cōf scia q̄. a. n. sit dupla in longitudine ad. l. n. et qz. l. m. dupla est ad. l. k. At. k. l. et. l. n. sunt equales: erit. a. n. equalis. l. m. sunt enī eaz dimidia equalia. Et q̄ ex. 33. primi. l. m. ē equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. eodē modo pbabis tres lineas. p. d. d. r. et. r. a. esse equales sibi inuicē et duabus predictis. habem⁹ itaqz ex his quinqz lineis pentagonū equilaterū qui ē. a. n. p. d. r. sed fortasse dices ipsū nō esse pentagonū q̄ nō nec forsan ē totus in superficie vna. qd esset necessariū ad hoc ut esset pentagonus. Qd ergo sit tot⁹ in superficie vna sic habetō: prodeat equidez a punto. k. linea. k. s. perpendicularis ad superficie. a. b. que sit equalis. l. k. eritqz ob hoc equalis vtriqz duaz. l. n. et. m. p. cūqz ipsa sit equidistans vtriqz eaz ex sexta vñ decimi: ideoqz cū ambab⁹ in eadē superficie ex dione lineaz equidistantiū necesse ē ut punct⁹. s. sit in linea. n. p. et q̄ dividat eā p̄ equalia: pr̄trahant igit due linee. r. b. et. b. s. sunt itaqz duo trianguli. k. s. b. et. q. r. b. sup vñ angulū videlicet. k. b. q. cōstituti et ē proportio. k. b. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. b. nā ut. g. b. ad. q. r. sic. k. b. ad. q

q



LIBER

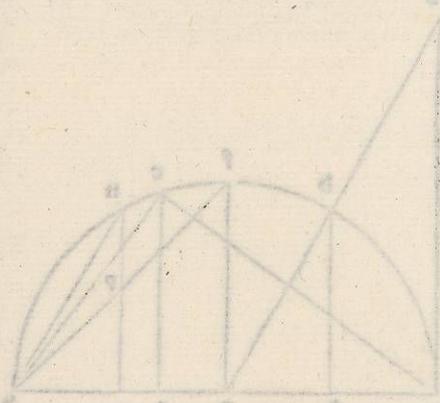
r. ex. 7. quinti: et vt. r. q. ad. q. b. sic. k. f. ad. q. b. ex eadē. sed. g. b. ad. q. r. vt. q. r. ad q. b. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti linea. r. b. f. ē linea vna. Quare ex se cūda vndeclimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in superficie vna. Ipsiū quoqz dico esse equiangulū. cū enī. e. k. sit divisa bīm pportionē habentē mediū duoqz extrema z. k. m. sit equalis maiori portioni eius: erit quoqz ex. 4. pñtis tota. e. m. diuisa bīm pportionē habentē mediū duoqz extrema: maior quoqz portio eius linea e. k. iōqz per. s. due linea. e. m. z. m. k. iōqz due. e. m. z. m. p. nā. m. p. ē equalis. m. k. sūt potētia triplū ad linea. e. k. iōqz z ad linea. a. e. nā. a. c. ē eqlis. e. k. itaqz tres linee. a. e. e. m. z. m. p. sunt potentia quadruplū ad linea. a. e. Constat autē per pñtis multimā primi bis assumptā q̄ linea. a. p. ē potentia equalis tribus lineis. a. e. z. e. m. z. m. p. itaqz. a. p. ē potentia quadrupla ad linea. a. e. latus vero cubi cū sit duplū ad linea. a. e. est potentia quoqz quadruplū ad ipsā ex. 4. scōi: igit̄ ex cōi scientia. a. p. est lateri cubi equalis. Lūqz. a. d. sit vñ ex lateribus cubi erit. a. p. equalis. a. d. ideoqz ex. 8. primi angulus. a. r. d. ē equalis augulo. a. n. p. Eodē modo p̄ babis angulū. d. n. p. esse equalē angulo. d. r. a. q̄ p̄ babis linea. d. n. esse potentia siter quadruplū ad medietatē lateris cubi. cū igit̄ ex his pentagonus sit equilater⁹ et habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pñtis libri. Si itaqz bac via rōneqz cōsiliū z sup vñqz reliquoꝝ latex cubi pentagonū equilaterū et equiangulū fabricemus pñficiē solidū. 12. superficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū. cnb⁹ enī habet. 12. latera. Keliquū autē ē demonstrare solidū hoc esse a data spera circūscriptibile: p̄trahant igit̄ a linea. s. k. due superficies secan tes cubū quaz vna secet ipsū super linea. b. k. z alia sup linea. e. f. eritqz ex. 40. vñdecimi vt cōis sectio hāz duaz superficieꝝ secet diametrx cubi z secetur viceversa ab ipsa diametro per equalia. sit ergo cōis sectio eaz vñqz ad diametrum cubi linea. k. o ita q. o. sit centrū cubi z ducant linea. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. constat autē q̄ vtraqz duaz lineaꝝ. o. a. z. o. d. est semidiameter cubi. ideoqz equalis. d. e. linea. autē. o. k cōstat ex. 40. vñdecimi q̄ ipsa ē equalis. e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et q̄ k. s. est equalis. k. m. erit. o. s. diuisa in puncto. k. bīm proportionē habentē mediū duoqz extrema z maior portio ei⁹ erit linea. o. k. q̄ ē eqlis. e. k. itaqz p. s. b. erit duc linea. o. s. z. s. k. iōqz. o. s. z. s. p. co q̄ s. p. ad quos hec demīratio n̄ extēdit. ē eqlis k. s. triplū i potētia ad linea. o. k. z iō ad medietatē lateris cubi q̄re p̄ penul. pñm. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex coroll. autē. 14. b. cōstat q̄ semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscribit eadē spēra. itaqz. o. p. est quanta semidiameter spere circumscriptentis cubū propositum. Eadem ratione cruce linea ducte a puncto. o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inqz qui proprii sunt pentagonis nō autē cōes eis z superficiebus cubi sc̄z proprii q̄les sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. de illis autē lineis que veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoz qui sunt cōes pentagonis z superficiebus cubi quales sunt in pentagono pñti duo anguli. a. z. d. cōstat q̄ ipse sūt equalis semidiametro spere circūscriptentis cubū: ipse enī sunt diametri cubi ex. 40. vñdecimi. at vero semidiameter cubi ē tanqz semidiameter spere ipsū circūscriptentis quēadmodū ex rōcinatione. 14. apparet igit̄ oēs linea ducte a puncto. o. ad singulos angulos duodecedri sunt equales adinvicē z semidiametro spere semicirculus itaqz super totā diametrum spere vel cubi lincatus. si circūducat trāsibit per omnes



XIII

angulos ei⁹ quare p diffinitione ipsū est ab assignata spēa circumscribible. vico itaq^z
 q̄ latus huius figure ē linea irronalis ista videlicet que residuum dicitur si diameter
 spēa ipsū circumscribentis fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. cū enī dia/
 meter spēe sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa/
 le in potentia si diameter spēe fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. Con/
 stat autem ex. 11. q̄ linea. r. p. dividit lineam. a. d. que est latus cubi sūm proportionē
 habentē mediū duoḡ extrema et q̄ portio ei⁹ maior equalis est lateri pentago/
 goni et q̄ maior portio ei⁹ ē residuum ex sexta huius manifestū est latus figure duo/
 cedron esse residuum qd̄ demonstrare voluimus. Fabricata sūt igitur p. 13. et quatuor
 eam sequentes quinq̄ corpora equilatera atq; equiangula quoꝝ vñūq; qd̄ ē circū/
 scriptibile ab assignata spēa. Sunt aut̄ hec solida: primum quidē q̄tuor basiū triā/
 gularium: et dicitur tetracedron. Secundū est sex basiū quadrataꝝ et dicitur cubus si/
 ue exacedron. Tertiū octo basiū triangulariū: et dicit octocedron. Quartū autem ē
 solidū ycoedron et est viginti basiū triangulariū. Quintū vero ex. 12. basib⁹ pen/
 tagonis cōsistit: diciturq; duodecedron. hec autē quinq̄ solida regularia dicuntur
 qm̄ ipsa eq̄āgula sūt atq; eq̄latera et a spēa atq; ab inuicē circumscribilib. plura
 vero his quiq; eq̄latera q̄ sint et eq̄āgula esse ē impossibile. Ad cōstitutionē cuiuslibet
 anguli solidi necesse est ad minū tres superficiales angulos cōcurrere. Ex duo/
 bus enī solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q̄ ergo tres anguli cu/
 iuslibet exagoni equilateri et equianguli sunt equalis q̄tuor angulis rectis. At vero
 eptagoni et cuiuslibet pluriū lateꝝ figure equilatera atq; equiangule tres anguli sūt
 maiores quatuor angulis rectis quēadmodū ex. 32. primi cūdenter elici: omnis
 autē angulus solidus quatuor rectis angulis minor ē teste. 21. vndecimi impossibi/
 le est tres angulos exagoni atq; eptagoni: et simpliciter omnis plurilatere figure
 equilatera tamē atq; equiangule solidū angulum constituere. iō nulla solida figura
 equilatera atq; equiangula pōt ex supf. ciebus exagonalibus aut pluriū lateꝝ con/
 stitui. Si enī tres anguli exagoni equilateri atq; equianguli quemq; solidū angu/
 lum excedūt quatuor et plures multo fortius eundē excedūt: tres aut̄ angulos pen/
 tagoni equilateri atq; equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestū
 ē et quatuor ē maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equian/
 guli possibile est solidū angulū constitui. ex quatuor autē aut ex pluribus impossi/
 bile. ideoq; vñū dūntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis cō/
 stitutū est illud videlicet qd̄ duodecedron dicit in quo anguli pentagonoꝝ terni et
 terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est rō in quadrilateris figuris equi/
 lateris et equiangulis que in pentagonis: oīs enim quadrilatera figura si equilate/
 ra equiangulaꝝ fuerit ipsa erit q̄drata a diffinitione. Nā omnes ei⁹ anguli erunt
 recti per. 32. primi. Ex tribus igit̄ angulis talis superficialis figure possibile est soli/
 dum angulum cōstitui: ex quatuor aut̄ aut ex plurib⁹ impossibile est: ppter qd̄ ex
 talib⁹ figuris superficialib⁹ que cū dilatere ipse sūt eq̄latera atq; equiangule vnicū
 solidū qd̄ cubū dicimus: fabricatū ē trianguloꝝ aut̄ equilateroꝝ sex anguli sūt eq/
 les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores et plures maiores: igit̄ ex
 sex angulis talii trigonoꝝ aut̄ ex pluribus impossibile ē angulum solidum fieri: ex
 quinq; et ex quatuor et ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilate/
 ri efficiunt angulum solidū: perficitur ex triangulis eq̄lateris corpus quatuor ba/
 sum triangularium atq; equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

q 2

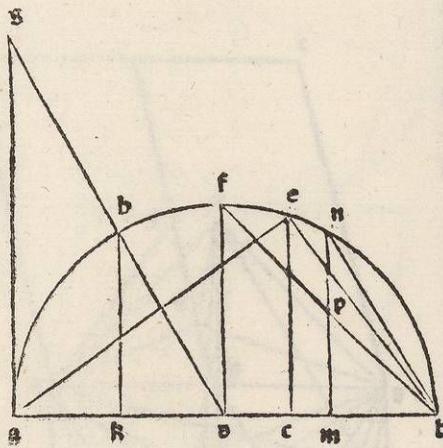


LIBER

basium quod octocedron diximus. At vero si quinqz triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum continent fiet corpus octocedron viginti basi. in triangulatu et equilateraz. Quare ergo tot et talia sunt solida regularia et quare plura his non sint dictum est.

Propositio .18.

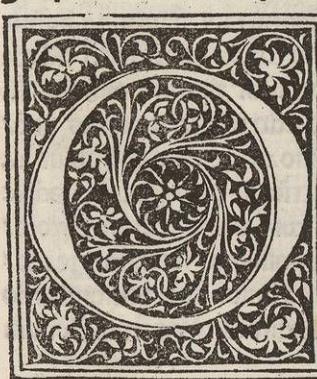
Alera quinqz corporum premisorum ab eadez spera circumscriptibulum cuius spere sola diametros nobis pposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire. Sit. a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemus latera quinqz premissorum corporum dicere. Dividam? igit? banc diametrum in .c. ita q. a. c. sit dupla ad .c. b. et per equalia in .d. et lineemus sup eam secini circulum. a. f. b. ad cuius circumferentia protrahant duc linee perpendiculares ad linea. a. b. que sint. c. e. et d. f. et iungam? .e. cu. a. et cu. b. et f. cu. b. Manifestu ergo ex demonstratione. 13. q. a. e. est latus figure quatuor basium triangularium et equilateraz et ex demonstratione. 14. q. e. b. est lat? cubi: et ex demonstratione. 15. q. f. b. est latus figure octo basium triangularium et equilateraz: prodecat itaqz a punto. a. linea. a. g. perpendicularis ad. a. b. et equalis cide. a. b. et iungat. g. cum. d. sitqz. b. punctus in quo .g. d. secat circumferentia semicirculi et duca. b. k. perpendicularis ad. a. b. et quia. g. a. est dupla ad. a. d. erit ex quarta sexti. b. k. dupla ad. k. d. Sunt enim duo trianguli. g. a. d. et b. k. d. equali anguli. a. maioris est equalis angulo. k. minoris: namqz vterqz rectius et angulus. d. est cois viriqz: igitur ex quarta scd. b. k. est potentia quadrupla ad. k. d. ergo ex penul. primi. b. d. est potentia quincupla ad. k. d. cuqz. d. b. sit equalis. b. d. est eni. d. centr? semicirculi erit quoqz. d. b. potentia quincupla ad. k. d. At vero cu tota. a. b. sit dupla ad tota. b. d. quemadmodu. a. c. vtrracta ex prima. a. b. est dupla ad. c. b. detracta ex secunda. b. d. eritqz ex. 19. quinti. b. c. residua prime: dupla ad. c. d. residua secunde: ideoqz tota b. d. est tripla ad. d. c. igitur qdrat. b. d. est noncupl? ad quadrat. d. c. et qz ipsi erat quincupl? tm ad quadratum. k. d. erit ex scda pte decime quinti. quadrat. d. c. minus qdrato. k. d. ideoqz. d. c. minor. k. d. sit g. d. m. equalis. k. d. et pdcat. m. n. vslqz ad circumferentia que sit perpendicularis ad. a. b. et iungat. n. cu. b. Lii igit. d. k. et d. m. snt eqles exut ex dissinitione ei? qz est aliqz lineas a centro eqdistare due linee. b. k. et m. n. eqliter distantes a centro. ideoqz eqles adiunxit ex scda parte. 13. tertij et ex scda pte tertie eiusdem. itaqz. m. n. est equalis. m. k. nam. b. k. erat equalis ei. At qz. a. b. dupla est ad. b. d. et k. m. dupla est ad. d. k. et quadratum. b. d. quincupl? ad quadratum. d. k. erit ex. 15. quinti quadrat. a. b. sitr quincupl? ad qdrat. k. m. est eni quadrat. dupli ad quadratum. dupli sicut quadratum simpli ad qdratum simpli. Ex demonstratione eni. 16. manifestu est qz diameter spere est potestialiter quicupla ta ad lat? exagoni circuli figure. 20. basi. g. k. m. est eqles lateri exagoni circuli figure. 20. basi. na diameter spere qz est. a. b. c potestialiter quicupla ta ad lat? exagoni circuli illi? figure. qz. ad. k. m. Kurs? qz ex demonstratione ciud? manifestu est qz diameter spere constat ex latere exagoni et dupli lateri decagoni circuli figure. 20. basi. cu ergo. k. m. sit tanqz lat? exagoni. at vero. a. k. sit eqles. m. b. na ipsa snt resida eqlikz dectis eqlib? erit. m. b. taqz lat? decagoni: qz igit. m. n. est taqz lat? exagoni. na ipsa est equalis. k. m. erit ex penul. primi et. 10. hui?. n. b. tanqz lat? pentagoni figure circuli. 20. basi. et qz ex demonstratione. 16. apparat qz lat? pentagoni circuli figure 20. basi. est lat? eiusdem figure. 20. basi. constat linea. n. b. et lat? isti? figure



XIII

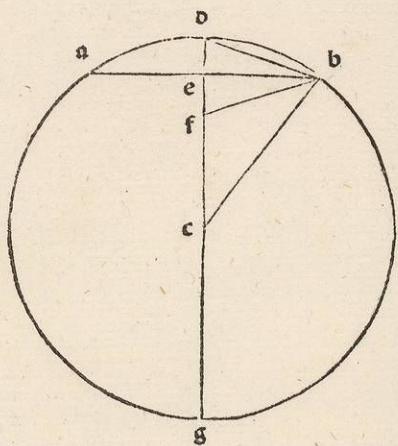
Dividat itaqz.c.b. que est lat² cubi ab assignata spera circumscribilibus fm pportio ne habentem mediū duoqz extrema i puncto. p. sitqz maior portio eius. p. b. constat igit ex demonstratione pmissae q. p. b. est lat² figure. 12. basium. Inuenta ergo sūt la tera. 5. premissoz corporoz ex diametro spere nobis pposita. est enī latus. a. e. spira midis. 4. basiū. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. at vero. n. b. latus ycoedri. lini ea aut. p. b. latus duodecedri. Que autē horz latez sint maiora alijs sic habetur. constat enī q. a. e. est maior. f. b. nā arcus. a. e. est maior arcu. f. b. itaqz. f. b. est maior e. b. r. c. b. maior qz. n. b. at vero. n. b. dico etiā esse maiore qz. p. b. cum enī sit. a. c. dupla ad. c. b. erit ex quarta scđ quadratū. a. c. quadruplū ad quadratū. c. b. 2 stat autē ex scđa pte correlarij. 8. sexti et ex correlario. 17. eiusdē q. quadratū. a. b. triplū est ad quadratum. b. e. sed p. 21. sexti quadratū. a. b. ad quadratū. b. e. est sicut quadratum. b. e. ad quadratū. c. b. ex eo q. pportio. a. b. ad. b. e. est sicut. b. e. ad. b. c. ex se cunda pte correlarij. 8. sexti. itaqz p. 11. quinti quadratū. b. e. triplū est ad quadratum. c. b. et qz quadratū. a. c. quadruplū est ad idē quadratū ut ostensum ē: erit ex prima pte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. ideoqz linea. a. c. maior ē linea. b. e. iōqz. a. m. multo maior. b. e. manifestū vro ex. 9. huius q. si linea. a. m. diuisa fuerit fm pportionē habentē mediū duoqz extrema erit maior portio eius linea. k. m. que est equalis. m. n. At vero cū. b. e. diuidit fm eandē proportionem videlicet habentē medium duoqz extrema maior eius portio ē linea. p. b. cum itaqz tota. a. m. sit maior tota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior qz. p. b. q. est maior portio b. e. hoc autē manifestū est ex scđa. 14. libri que sine auxilio aliquins eaꝝ q. sequuntur firma demonstratione solidat: ergo p. 19. pmi a fortiori n. b. maior ē qz. p. b. Quare pꝫ latera horz. 5. corporoz pmissioz fere eo ordine quo corpora se inuitē sequunt se inuitē excedere. in cubo enī dūtaxat et octocedro habet bic instantias. nā latus octocedri excedit latus cubi qz quis cubus antcedat octocedri. Lubū autē premitunt idcirco octocedro: quia eadē divisione diametri assignate spere latys piramidis. 4. bases triangulae habentis et latys cubi inuenit. est igit. a. c. latus piramidis maius lateribus ceteroz corporoz: post ipsū autē ē. f. b. lat² octocedri maius sequentū corporoz lateribus Tertio ordine sequitū magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vro loco est. n. b. latus ycoedron. Minimū autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri.

Explicit liber Terciusdecimus



Lonis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsū de scripti dimidio lateris decagoni atqz dimidio lateris exagoni intra circulū eundē de scriptoz ambobus dimidijs in longū directūqz cōiunctis equalis ēē pbat. patet igit q. perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni ē equalis perpendiculari ducta a centro ad latus trianguli dimidioqz lateris decagoni intra eundē circulū de scripti tū recie cōiunctis. **S**it linea. a. b. latus pentagoni in equilateri inscripti circulo cui⁹ centz. c. et ducat a centro. c. perpendicularis ad linea. a. b. que p scđam ptem tertie terij diuidet ipsā p equalia et arcu cuius enī p equalia

LIBER



ex quarta primi z. 27. tertij sitqz hec ppndicularis linea. c. d. secans. a. b. in pucto e. et arcu ei⁹ in primo. d. est igitur vi dixim⁹ linea. a. c. eqlis linea. e. b. et arc⁹. a. d. at cui. d. b. ptrahaqz linea. d. b. de qua constat qd ipsa est lat⁹ decagoni equilateri p/ posito circulo inscripti cu ipsa subtēda medietati quinti totius circūferentie: dico itaqz qd linea. e. c. ē equalis medietati linea. c. d. et medietati linea. d. b. in longum directumqz cōiunctis Lōpleatur quidem diameter. d. c. sitqz. d. c. g. et sit. e. f. equa/ lis. c. d. et ptraha. b. f. crifqz ex. 4. primi. b. f. eqlis. b'. d. iōqz per. 5. primi angul⁹ b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. constat aut ex ultima sexti qd angulus. g. c. b. qua / druplus ē ad angulū. b. c. d. eo qd arcus. g. b. quadrupl⁹ ē ad arcū. b. d. at vero an/ gulus. g. c. b. p. 32. primi dupl⁹ ē ad angulū. b. d. c. nā ipse ē extrinsecus duob⁹ qui sunt. b. d. c. et d. b. c. at ipsi sunt eqles ex. 5. primi: igitur angulus. b. d. c. dupplus est ad agulū. b. c. d: qre agulū quoqz. b. f. d. dupplus ē ad agulū. b. c. f. sed angul⁹. b. f d. ē equalis duob⁹ intrinsecis qd sunt. b. c. f. et. c. b. f. p. 32. pmi. itaqz duo aguli. b. c. f et. c. b. f. sūt eqles: iōqz p. 6. primi. c. f. ē eqlis. b. f. iōqz etiā. c. f. ē eqlis. b. d. nā. b. d et. b. f. sūt eqles adiunice: qre dimidiū. c. d. cū dimidio. b. d. est quantū dimidiū. c. d cū dimidio. c. f. at vero dimidiū. c. d. cū dimidio. c. f. ē quātum dimidiū. c. f. bis cū dimidio. f. d. dimidiū aut.. c. f. bis ē quātum. c. f. et dimidiū. f. d. ē quātum. e. f. iōqz. c. c. est quantū dimidiū. c. d. cū dimidio. c. b. et. d. b. qd ē ppositū. Correl. aut sic con/ stat manifestū ē eni ex. 8. tredecimi libri qd ppndicularis ducta a cetro circuli ad la/ tus trianguli sibi inscripti ē equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam hoc quidē ibi demōstratum ē et quasi coroll. cōclusi. cum igitur ex hac prima isti⁹. 14 libri patet qd ppndicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentia et dimidio lateris decagoni: sequitur qd perppndicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppndicu/ lari ducta a centro ad latus trianguli: dimidiōqz lateris decagoni intra eundē cir/ culum descripti: et hoc est qd ex coroll. pponit. Nunc ergo explicandū est quod ait. Arist^e. in libro titulato Exposito scie. 5. corpor^z nec nō et Appoloni⁹ in dono secū/ do: in pportionalitate figure. 12. basiū ad figurā. 20. basiū dicēs: qd pportio supfi/ ciez figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis. 20. bases. ē tāqz p/ portio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basiū: linea et eni ducta a centro circuli pentagoni figure. 12. basium duodecedri ad circūferentia eius ē quasi linea pdies a centro circuli trianguli figure. 20. basium ycoedri ad circūferentia eius. Hec sunt ipsi⁹ magni appollonij verba. Intelligēda aut sūt de figura. 12. et figura. 20. basiū ab una eadēqz spera circūscriptibilium. Est eni pportio corporis duodecedri ad cor/ pus ycoedron cum ambo una eadēqz spera circūscribit sicut pportio omnium su/ pficie^z duodecedri piter acceptaz ad oēs superficies ycoedri pariter acceptas quē/ admodū Appoloni⁹ pmissoz verbor^z pma pte cōmemorat: qd et decima huius. 14 libri solida demōstratione stabilitur. et ē circulus circūscribens pentagonū duodece/ dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycoedri cum duodecedron et ycoe/ dron eadem spera circūscribit quēadmodū ipse appollonius secunda pte pre/ missorum verborum cōmemorat: quod etiam in quinta huius libri demonstratio/ ne firmatur: premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.

Quicquid accidit vni linee divise secundum proportionem habentem medium et duo extrema omni linee sicut divise proportionem habentem.

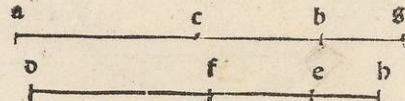
Co sit utraque duarum linearum a.b. et d.e. divisa sit proportionem habentem medium duorum extrema. hec quidem i.c. illa vero in f. sintque maiores portiones: huius quidem a.c. illius autem d.f. dico itaque quod ambae ad sui maiores portiones est una proporcio. itemque ambae ad sui minores portiones est proporcio una ad quoque maiores portiones ad minores una. et econtra et permutatim et coniuncti et disiuncti et eversum. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit. id est quoque aliis accidere. constat enim ex definitione linearum proportionem habentem medium duorum extrema dividere et ex prima parte 15. sexti: quod illud quod fit ex a. b. in. b. c. est equale quadrato a. c. eodem modo quod fit ex d. e. in. e. f. est equale quadrato d. f. ideoque pars propria eius quod fit ex a. b. in. b. c. ad quadratum a. c. est sicut eius quod fit ex d. e. in. e. f. ad quadratum d. f. vtrumque enim est proporcio equalitatis: igitur quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. c. ad quadratum a. c. sicut quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. ad quadratum d. f. Adiungatur autem sit rectitudinem ad lineam a. b. una linea que sit equalis b. c. quod dicatur b. g. et ad d. e. adiungatur equalis e. f. que dicatur e. h. Manifestum est igitur ex octava secundi libri quod quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. g. cum quadrato a. c. est equale quadrato linearum a. g. at vero similiter quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. b. cum quadrato d. f. est equale quadrato d. h. At vero ex communione scientia quadruplicum eius quod fit ex a. b. in. b. c. equum est quadruplo eius quod fit ex a. b. in. b. g. eo quod b. c. et b. g. sunt eae. similiter quoque quadruplicum eius quod fit ex d. e. in. e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex d. e. i. e. b. eo quod e. f. et e. h. sunt etiam eae: igitur ex prima parte septima quinti et ex undecima quinti eiusdem quadratum a. g. ad quadratum a. c. sicut quadratum d. h. ad quadratum d. f. Quare ex secunda parte 21. sexti proporcio lineae a. g. ad lineam a. c. est sicut lineae d. h. ad lineam d. f. et coniunctum a. g. et a. c. ad a. c. sicut d. h. et d. f. ad d. f. at vero a. g. cum a. c. sunt tangentes duplum a. b. et d. h. cum d. f. tanquam duplum d. e. quare dupla a. b. ad a. c. sicut duplum d. e. ad d. f. et permutatim duplum a. b. ad duplum d. e. sicut a. c. ad d. f. sed duplum a. b. ad duplum d. e. sicut a. b. ad d. c. ex 15. quinti: igitur a. b. ad d. e. sicut a. c. ad d. f. itaque permutatim et eversum et conuersum et disiunctum et coniunctum: quod oportebat ostendere.

Propositio .3.

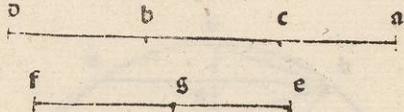
Duiso latere exagoni sit proportionem habentem medium duorum extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripsi et circulo ipsum exagonum circumscribente.

Co sit linea a. b. latus exagoni alicuius circuli et divisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema in punto c. sintque maiores portio eius b. c. dico quod cuiuscunq; circuli a. b. est latus exagoni eiusdem b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a. b. linea b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius a. b. est latus exagoni: eritque ex nona 13. linea a. d. divisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema et maior portio eius erit

q. 4



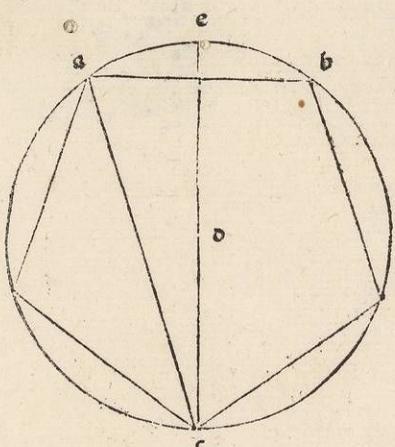
LIBER



linea. a. b. cum igitur vtraqz duarum linearuz. a. b. z. a. d. sit diuisa fin pportionē habentem medium duoqz extrema: igitur erit per premissā ambaz ipsaz ad sui maiores portiones vna ppotio. itaqz. d. a. ad. a. b. que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etiā cius maior portio sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione lince diuisa fin proportionem habentem medium duoqz extrema et maior portio cius: igitur ex vndecima quinti. a. b. ad. b. d. sicut. a. b. ad. b. c. quare per secundā ptem. 9. quinti. b. d. z. b. c. sunt equales. cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoqz ex coi scia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad linea. a. b. adiungat. b. d. equalis. b. c. eritqz ex. 4. tredecimi tota. a. d. diuisa fin pportionē habentē mediū duoqz extrema et maior portio ei⁹ linea. a. b. itaqz per cōuersā. 9. tredecimi quā cōtinne post ipsā demōstrauimus cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdez linea. b. d. ideoqz linea. b. c. sibi equalis ē latus decagoni. Possimus itez idez alia via slibet demonstrare. Sit enī. e. f. equalis. a. b. que etiā dividat i. g. fin pportio nē habētē mediū duoqz extrema et sit maior portio ei⁹ linea. f. g. Istat igit ex pmissa q̄ quēadmod. a. b. ē eq̄lis. e. f. sic. a. c. ē eq̄lis. c. g. z. c. b. eq̄lis. g. f. cūqz fuerit. b. d. adiuncta ad. a. b. lat⁹ decagoni illi⁹ circuli cui⁹. a. b. ē lat⁹ exagoni erit sicut prius dictū ē ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa fin pportionē habentē mediū duoqz extrema et maior ei⁹ portio erit linea. a. b. itaqz p̄ pmissā. a. b. ad. b. d. sicut. f. g. ad. g. e. q̄re p̄ p̄mā partē. 15. sexti q̄d fit ex. a. b. in. g. e. equū est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. cū qz. a. b. sit equalis. e. f. et erit q̄d fit ex. e. f. in. g. e. equū ē ei q̄d fit ex. b. d. in. f. g. Sed quod fit ex. e. f. in. g. e. equū est quadrato. f. g. ex diffinitione lince diuisa fin ppor tionē habentem medium duoqz extrema et ex prima pte. 16. sexti: igitur q̄d fit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. ideoqz ex prima sexti linea. b. d. ē equalis. f. g. et q̄ f. g. ē equalis. c. b. erit quoqz. c. b. equalis. b. d. et latus decagoni q̄d oportebat ostendere.

Propositio .4.

Qadratū lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio. Sit in circulo. a. b. c. cuius centrū. d. inscriptus unus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. a. b. et protrahat diameter. c. d. e. dividens lineam a. b. et eius arcū per equalia. Est igitur arcus. a. e. medietas quinte pris circumferentie illius circuli quare arcus. a. c. ē due quinte totius circumferentie: protrahant itaqz due lince. a. e. et. a. c. eritqz. a. e. latus decagoni equilateri eo q̄ eius arcus est medietas quinte pris circumferentie. linea vero. a. c. erit que subtendit vni ex angularis pentagoni predicti: eo q̄ arcus. a. c. est due quinte partis circumferentie circuli: dico itaqz q̄ quadrata duarum linearum. a. b. et. a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. est enim ex quarta secundi quadratum lince. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. c. sit rectus ex prima parte. 30. tertij. eruntqz ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. et. a. e. quadruplum ad quadratum. d. e. igitur quadrata trium linearum. c. a. et. a. e. et d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. et quia ex decima tredecimi libri q̄dratū. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. et. d. e. sequitur ut qua-



drata duarum linearum. a.b.z.c.a. sint quincuplum ad quadratum. d.e. quod est propositum.

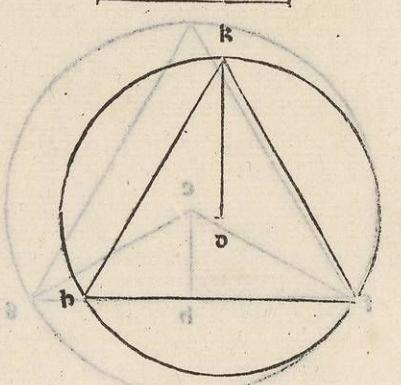
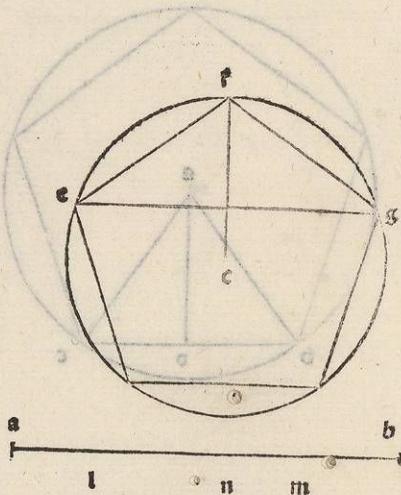
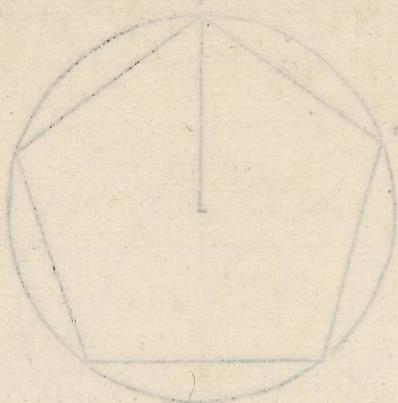
CManifestum est ergo q̄ quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum z figurā duodecim basiū eadem spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri círculi qui círcumscríbit pentago/num eiusdem figure duodecim basium.

CIstud corollariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. trēde cimi libri q̄ latus cubi subtendit angulo pentagoni duodecedri cum cubū z d.o decedron vna eademq; spera circūscribit: itaq; p hanc quartam sine obice constat corollarium. &c.

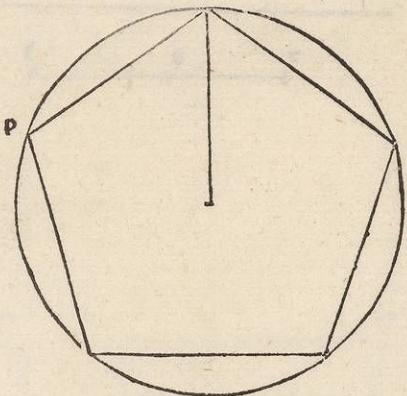
Propositio .5.

PEntagonus figure duodecim basium triangulus qz figu/ re viginti basium quos eadē spera círcumscríbit vno eo/ demq; círculo círcumscríbuntur.

CSit spera cuius diameter. a.b. circūscribens duas solidos figurās videlicet duodecedron cuius vnius ex duodecim pentagonis sit. c. et ycoedron cuius vnius ex. 20. triangulis sit. d. pentagono aut. c. z trigono. d. super duo centra. d. z. c. circumscríbant duo círculi huic qdē. s. c. ex. 14. quarti illi vero. s. d. ex. 5. ciudē: dico itaq; q̄ hi duo círculi speraz ppositaz quorum alter circūscri/ bit pentagonū. c. alter vero trigonum. d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vñū ex suis angulis cōtinentia litteris. e. f. z. f. g. z protrahant linea e. g. que subtendat angulum. f. z semidiameter círculi que sit. c. f. vñūqdq; ex lateri bus trigoni. d. signet litteris. k. b. z protrahatur semidiameter sui círculi que sit. d. k. debinc sumat linea. l. m. ad quā sit linea. a. b. que ē diameter spere assignate qui dupla i potentia: q̄ quidē. l. m. dividat i. n. bī proportionē habentem mediū duo/ qz extrema sitq; maior portio eius linea. l. n. z scđm quātitatē totius. l. m. lineetur círcu/us. p. q. itaq; semidiameter círculi. p. q. sit equalis lince. l. m. eritq; ex correla/rio. 15. quarti linea. l. m. tanq; latus exagoni equilateri círculo. p. q. inscripti. iōq; per tertiam huins linea. l. n. erit tanq; latus decagoni equilateri eidē círculo inscri/pti: igitur ex. 11. quarti inscrībat pentagonus equilaterus círculo. p. q. cuius vñum latus sit. p. q. eritq; ex. 10. tredecimi libri quadrati. p. q. equale quadratis duarum linearum. l. m. z. l. n. pariter acceptis. constat autem ex demonstratione. 16. trede/ cimi q̄. b. k. est equalis. p. q. ergo quadratum. b. k. est equale quadratis duarum linearum. l. m. z. l. n. ppter acceptis. At vero ex demonstratiōe. 17. tredecimi. manifestū ē q̄. c. g. ē latus cubi ab eadē spera circūscriptibilis: q̄re p coroll. 14. tredecimi. a. b. q̄ ē diameter spere potentialiter ē tripla ad. e. g. q̄ ē latus cubi. si aut. e. g. dividatur bī proportionē bñtem mediū duoq; extrema p̄z ex demonstratiōe. 17. tredecimi q̄ e. f. ē tanq; maior portio eius: igitur ex secunda hui⁹. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per. 21. sexti quadratum e. g. ad quadratum. l. m. sicut quadratum. c. f. ad quadratum. l. n. q̄re p. 13. quinti q/ drata duarum linearum. e. g. z. e. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum l. m. z. l. n. ppter accepta sicut quadratum. e. g. ad quadratum. l. m. ergo p. 15. quinti: et



LIBER



permutata proportionalitatez et equa triplum duorum quadratorum duarum linearum e.g. et e.f. piter acceptoz ad quadrata duarum linearum l.m. et l.n. pariter accepta sicut triplu quadrati. e.g. ad quadratum l.m. triplu aut. e.g. quadrati est tamquam quadratum a.b. ex coroll. i. 4. tredecimi: at quadratum a.b. est per hypothesim quincuplum ad quadratum l.m. ergo triplu quadrati. e.g. quincuplum quoque est quadrati l.m. quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e.g. et e.f. piter acceptoz est quincuplum ad quadrata duarum linearum l.m. et l.n. piter accepta: et quod probatum est per quadratum b.k. est equale quadratis duarum linearum l.m. et l.n. piter acceptis. sequitur ex eo scia ut triplu quadratorum e.g. et e.f. sit quincuplum ad quadratum b.k. constat autem ex s. tredecimi quod qui cuplum quadrati. b.k. est quindecuplum ad quadratum d. k. nam simplum est tripulum. Et ex quarta huius constat quod triplu quadratorum e.g. et e.f. est quincuplum quadrati. e.f. nam simplum est quincuplum. itaque quindecuplum quadrati. c.f. est equale quadrato. d. k. quare etiam linea. c.f. est equalis linea. d. k. ergo ex diffinitione circulorum equalium circumcirculans circumscribens pentagonum. c.f. est equalis circulo circumscribentibus trigonum. d. quod erat ex principio demonstrandum. nam semidiametri horum circulorum sunt equalles videlicet. c.f. et d. k.

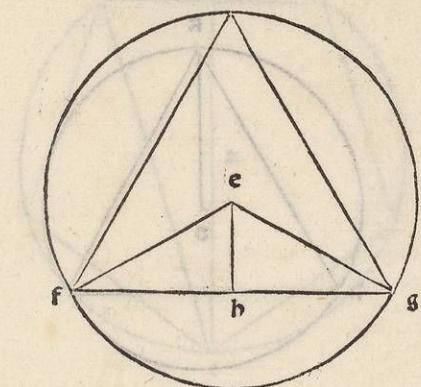
Propositio .6.

Quadratum quoque quod est triangulum alicuius trigincuplum tetragnoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscripti pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atque sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

Sit pentagonus a. una ex. 12. basibus figure duodecedri et unum ex eius lateribus sit. b. c. sibiique ex. 14. quarti circumscribat circulus supra centrum. a. et per trahant lineas. a. b. et a. c. et a. d. perpendicularis ad b. c. dico ergo quod trigincuplum eius quod sit ex a. d. in b. c. est equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis. constat enim pentagonus a. esse divisibilis in quinque triangulos equalis triangulo. a. b. c. ex. s. primi. itaque omnes. 12. pentagoni duodecedri cum omnes sint equalis et similes pentagono. a. divisibilis sunt in. 60. triangulos quosque per s. primi est equalis triangulo. a. b. c. Quod autem sit ex a. d. in b. c. est duplum per 4. primi: ad triangulum a. b. c. ergo trigincuplum eius quod sit ex a. d. in b. c. est sexagincuplum ad triangulum a. b. c. nam ut simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum a. b. c. sequitur ut trigincuplum cuiusquod sit ex a. d. in b. c. sit equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis: quod est propositum.

Propositio .7.

Quadratum quoque quod est triangulum alicuius trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latitudinem sibi inscripti trianguli figure viginti basium atque sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium piter acceptis. **E**sto enim hic trigonus. e. una ex. 20. basibus figure ycoedri et unum ex eius lateribus sit f. g. sibiique ex. 5. quarti circumscribat circulus super centrum. e. et per trahant lineas. e. f. e. g. et e. h. perpendicularis ad f. g. dico igitur quod trigincuplum cuiusquod sit ex e. h. i. f. g. est equalis oibz superficiebus ycoedri piter acceptis. constat enim trigonum. e. esse divisibile in tres triangulos quosque quilibet



per octauā pīni ē equalis trigono. e.f.g itaqz oēs. 20. trigoni ycoedri piter accepti cum cuncti sint egales similes trigono. e.sūt tanqz sexagincuplū trīgoni. e.f.g. & qz per. 14. pīni qd fit ex.e.b.in.f.g.est duplū trīgoni. e.f.g. iōqz trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹: sequit ut trigincuplū. e.b.in.e.f.sit equale oibus superficiebus ycoedri piter acceptis qd erat demōstrādū. **C**Manifestū igitur ē qz porportio superficieū figure duodecim basiū in aliqua spera pente ad superficies figure vi. g̃nti basiū in eadē spera cōcluse: ē tanqz pporatio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci basiū & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus pentagoni: ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus trianguli corporis viginti alchaidaz. **C**Qd per illud corol. pcludit vez esse sine figura. 12. basiū & figura. 20. basiū sint ab eadē spera circūscriptibiles vt pponit: sine etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis speris: pponit autē p̄t hec figure sint circūscriptibiles ab eadē spera qm̄ hoc modo valer & sufficit ad ppositū. Et ergo cōmuni veritas sic p̄t. cōstat eni ex. 6. hui⁹ q̄ trigincuplū. 9. d. in. b. c. equū ē oibus superficiebus duodecedri piter acceptis cuius pentagonus. a. est vna ex. 12. superficiebus & ex hac .7. constat silt q̄ trigincuplū. e. b. in. f. g. equū ē oibus superficieb⁹ ycoedri piter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 20. basibus sine illud duodecedron & istud ycoedron eadē spera circūscribat sine diuerte. itaqz pporatio trigincupli. a. d. in. b. c. ad omnes superficies illius duodecedri piter acceptas ē sicut trigincupli. e. b. in. f. g. ad omnes superficies ycoedri piter acceptas: vtrobizqz eni est pporatio equalitatis: quare permutatiōnē trigincuplū. a. d. in. b. c. ad trigincuplū. e. b. in. f. g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycoedri & per. 15. quinti trigincupli ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit p. 11. quinti q̄ pporatio omnīū superficieū illius duodecedri ad oēs superficies huius ycoedri ē ei⁹ quod fit ex. a. d. in. b. c. ad id qd fit ex. c. b. in. f. g. & hoc ē qd ex corolario pponit.

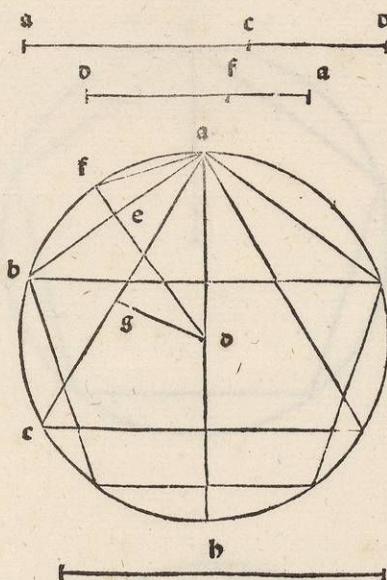
Propositio .8.

Proportio cunctarū superficieū corporis duodecim basiū piter acceptaz ad cūctas superficies corpis viginti basiū piter acceptas que ab vna spera abo circūscribunt est tanqz pporatio lateris cubi quē circūscribit eadē spera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basiū.

CUt ab huius. s. demōstratiōis libri 14. pcessu ambiguitas ois abscedat: istud prescire oportet. Qd si aliq linea h̄m pporatiōne habentē mediū duoqz extrema fuit diuisa & ex medietate eius tanqz dimidiū sue maioris portionis detrahaē: ipsa quoqz medietas h̄m pporatiōne habentē mediū duoqz extrema diuisa erit & ei⁹ maior portio ē tanqz dimidiū maioris sue duple. verbi grā sit. a. b. diuisa h̄m pporatiōne habentē mediū duoqz extrema in. c. & maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanqz dimidiū. a. b. & d. f. tāqz dimidiū. a. c. dico ergo q̄. d. e. diuisa ē i. f. h̄m pporatiōem bñitem mediū duoqz extrema & maior portio ci⁹ ē. d. f. pstat eni ex. 15. quinti q̄ pporatio. a. b. ad. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. v̄z duplū ad duplū tāqz simplū ad simplū q̄re pmutati. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. igit p. 19. quinti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b. ad. d. e. ē itaqz. c. b. dupla ad. f. e. sic eni ē. a. b. ad. d. e. cū igit tota. e. b. sit dupla ad totā. d. e. & si g̃le p̄tes. a. b. ad siglas p̄tes. d. e. q̄re ex. 15. quinti & 11. ei⁹ dē & dione linee



LIBER



divise sibi pportionem hunc mediū duosq; extrema erit linea. d.e. divisa i.f. quicad modū pponit. Nūc igit̄ demonstratiō ei⁹ qđ ppositū ē illam⁹. Ad cui⁹ exēplū sic a.b.c. circul⁹ cui⁹ centz. d. circūscribēs pentagonū duodecedri t trigonū ycoedri q̄ ambo piter eadē spera circūscribit ⁊ excludit. nā ex. 5. hui⁹ manifestū ē qđ idē circul huius pentagonū t illi⁹ trigonū circūscribit. sit aut linea. a.b. latus pentagoni ⁊ li nea. a.c. trigoni. sitq; linea. b. tanq; latus cubi ab eadē spera circūscripti: dico ita / qđ pportio omnīū superficie⁹ duodecedri piter acceptaz ad oēs superficies ycoedri piter acceptas ē sicut linea. b. ad linea. a.c. pduca⁹ quidē a centro. d. ppendicularis ad. a.b. que transeat vsq; ad circūferentia secans. a.b. in puncto. c. t arcū ei⁹ i punto. f. hanc autē ppendicularē pstat dividere p equalia tā linea. a.b. qđ eius arcum chordā quidē. a.b. p scđam p̄tē tertie tertij; arcū vero ei⁹ p quartā p̄ni ⁊ 27. tertij. ē igit̄ arcus. f. a decima ps circūferentie. subtendat itaq; sibi chorda. a.f. q̄ erit latus decagomi equilateri eiusdē circuli. crit igit̄ ex. 9. tredecimi linea constans ex. d.f. f.a divisa sibi pportionē habentē mediū duosq; extrema ⁊ maior portio eius erit linea d.f. At vero ex prima huius. d.e. ē equalis dimidio. d.f. dūmidioq; f.a. i longū di rectūq; cōiunctis. Sit igit̄. d.g. ppendicularis ad. a.c. eritq; ex conelario. s. trede ciimi. g.d. tanq; dimidiū. d.f. itaq; si a linea. d.e. q̄ est tanq; dimidiū. d.f. a. cū. d.f z. f.a. sit linea vna: detraha⁹q; eq̄lis. d.g. q̄ ē tanq; dimidiū. d.f. crit p illud qđ ante hoc pbatū ē linea. d.e. divisa sibi pportionē habentē mediū duosq; extrema et maior portio erit tanq;. g.d. ex demonstratiō aut. 17. tredecimi cōstat q̄ si linea b. q̄ ē latus cubi dividatq; sibi pportionē habentē mediū duosq; extrema maior por tio eius erit tanq;. a.b. q̄ ē latus pentagoni figure. 12. basiū. itaq; per scđam hui⁹ pportio. b. ad. a.b. est sicut. d.e. ad. g.d. quare p primā p̄tē. 15. sexti; qđ puenit ex b. in. g.d. cquū ē ei qđ fit ex. a.b. in. d.e. Ex conelario aut premissē manifestum est q̄ pportio omnīū superficie⁹ duodecedri cuius latus. a.b. piter acceptaz ad oēs su perficies ycoedri cuius latus. a.c. pariter acceptas ē sicut eius qđ fit ex. a.b. in. d.e ad illud qđ fit ex. a.c. in. g.d. igit̄ ex prima p̄tē. 7. quinti ⁊ 11. eiusdē pportio. ei⁹ qđ puenit ex. b. in. g.d. ad illud qđ puenit ex. a.c. in. g.d. ē sicut omnīū superficie⁹ illi⁹ duodecedri ad oēs huius ycoedri. At vero eius qđ puenit ex. b. in. g.d. ad illi⁹ qđ puenit ex. a.c. in. g.d. ē p̄tē primam sexti sicut. b. ad. a.c. itaq; p. 11. quinti pro pportio omnīū superficie⁹ illius duodecedri ad oēs huius ycoedri ē sicut. b. ad. a.c. quod ē ppositū. Hoc ipsū aliter probare poterim⁹. Si ad ipsū huius antecedens ne cessarium p̄miserim⁹ quod est. **S**i circulo cuilibet pentagonus equilate rus inscribatur rectangulū q̄ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextrante ipsius linee angulū ipsius pentagoni subtendentis con tinetur eidē pentagono equi eē ex necessitate oportet. **V**ñatores, nostri vñqđq; integz in. 12. ptes eq̄les intellectu ⁊ rōne diviserūt oēsq; eas sīl. hoc ē ipm totū assēm: vocauerunt vñdecim vero eaꝝ dixerūt deuncē. decē aut dextantes. nouē dodrante. octo vero bisse. at septūcē sc̄ptate vñ quicūcē. sex aut semis: quiq; quiquincē. q̄tuor trientē. tres aut q̄dratē. duas vero sextatē. vñ aut appellauerunt vñciā easq; p ordinē talib⁹ designauere figuris q̄ sepissime iueniūt i antiquis libris

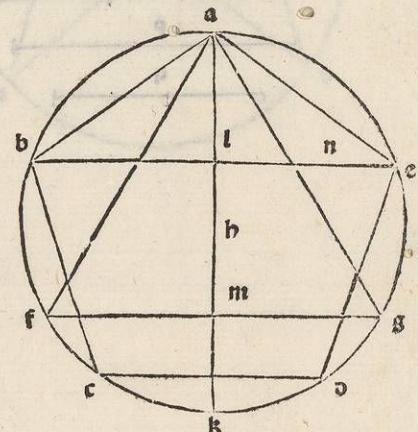
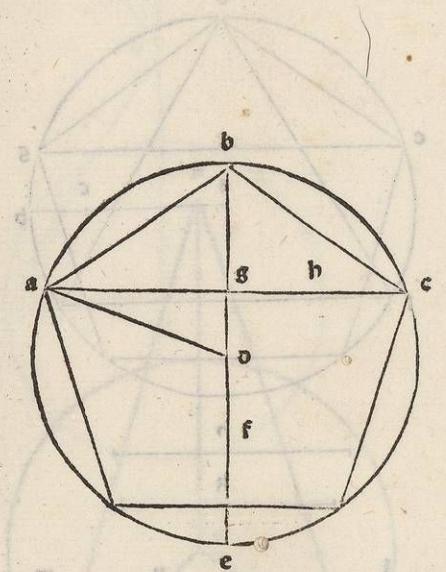
A s	D eunx	D extans	D odrans	B isse	S eptunx
S emis	Q uantunx	T riens	Q uadrās	S extans	V ñcia

XIII

Cvincia quoq; quā duodecimā pte assis fore dixim⁹ i alias rur⁹. 12. fractioes. Sz alia via diuiserūt. nā medietatē vnicie dixerūt semivnicia. tertia vero duellā. quartā sicilicū. sextā sexculā. octauā dragmā. duodecimā semissi. lam. decimā octauā tremis sem. vigesimā quartā scrupulū. quadragesimā octauā obulū. septuagesimā secudā bīlliū. nonagesimā sextā cteracē. Ultima vero q̄ ē centesima quadragesimā q̄rta ps ipius vnicie siliquā nominauerūt. His aut̄. 12. fractionibus vnicie posteriores adiunxere calcū. Est aut̄ calcus centesima nonagesima sc̄dā ps vnicie: cui⁹ additio/ nis cā fuit vt vslq; ad minimā extremū diatesseron ⁊ diapente symphoniaz tonoz semitonorūq; interuallis distinctaz hāz fractionū denoatio cōscēderet vt cōtende ret ⁊ ipsas omnes fin ordinē talibus annotauere figuris.

Semiūciā Duella Sicilic⁹ Sexcula Dragma Emisseclā Tremissis
 $\text{ff} \bar{24} \quad \text{v} \bar{48} \quad \text{M} \bar{72} \quad \text{Z} \bar{96} \quad \text{L} \bar{144} \quad \text{Q} \bar{192}$

Scrupulus Obulus Billiūqua Lerates Siliqua Lalcus
Clius ergo qđ dicit: sens⁹ ē: q̄ si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̄ilateris inscribas illud qđ sit ex trib⁹ q̄rtis diametri circuli i quinq; sextas linee subtēdētis vñū ex angulis inscripti pentagoni eq̄le ē pentagono. verbi grā. Sit circ̄ls. a.b.c. sup cēt⁹. d eiq; ex. ii. q̄rti inscribat pentagon⁹ eq̄ilater⁹ cui⁹ duo latera vñū ex suis angulis p̄tinētia sint. a.b. ⁊ b.c. ⁊ anglo. b. subtendat linea. a.c. ⁊ p̄trabat diameter. b.d.e secas linea. a.c. p̄ eq̄lia in puncto. g. sitq; d.f. medietas. d.e. ⁊ g. b. dupla ad. b.c. eritq; b.f. dodrās diametri: ē eni tres q̄rte ipsi⁹ ⁊ a.b. erit dext̄as vel sextas. a.c. ē eni. s. sexte eius: p̄trabat aut̄ linea. a.d: dico q̄ illud qđ puenit ex. b.f. in. a.b. ē eq̄le p̄tagono inscripto circulo. cū eni. a.g. sit p̄pendicularis ad. b.d. erit ex. 41. p̄mi ⁊ illud qđ puenit ex. b.d. in. a.g. duplū ē ad triangulū. a.b.d. iōq; qđ puenit ex. b. f. in. a.g. triplū erit ad eundē triangulū ⁊ qđ puenit ex. b.f. in. b.g. duplū ⁊ ex. b. f. in. totā. a.b. quincuplū. cū itaq; totus pentagon⁹ quintuplū sit ad cūdē trianglin cōstat q̄ istud qđ fit ex. b.f. in. a.b. ē eq̄le pentagono ⁊ illud erat demōstrādū. Qđ īgū ex p̄ncipio p̄positū ē nunc alia via sicut p̄misum⁹ demōstrem⁹. sint itaq; circu lo cui⁹ cēt⁹. b. inscripti pentagon⁹ figure. 12. basū ⁊ trigon⁹ figure. 20. basūq; q̄s eadem sp̄ra circūscribit. Cōstat eni ex. 5. hui⁹ q̄ hui⁹ duodecedri pentagon⁹ ⁊ il lius p̄coedri trigon⁹ ab eadē circulo circūdūt. sitq; pentagon⁹. a.b.c.d.e. ⁊ trigonus. a.f.g. ⁊ angulo. a. pentagoni subtendat linea. b.e. q̄ ex demōstratione. 17. tredecimi erit lat⁹ cubi quē eadē sp̄ra cōcludit: p̄trabat itaq; diameter. a.b. k. se cans orthogonaliter ⁊ p̄ equalia vtrāq; duar̄ lineaq; b.c. ⁊ f.g. bāc qđē i puncto. l illā vero in p̄ucto. m. dico ḡ φ p̄portio oīuz supficiez duodecedri ad oēs p̄coedri quoz pentagon⁹ ⁊ trigonus p̄posito circulo sunt inscripti ē sicut linee. b. e. que est latus cubi ab eadē sp̄ra conclusi ad lineam. f.g. que est latus trigoni p̄coedri. cōstat enim ex corollario octauē tredecimi q̄ linea. b.m. ē dimidiū linee. a.b. iōq; a. m. erit dodrās diametri. a.k. ē eni eius tres quarte. sit ergo. l.n. dupla ad. n.e. eritq; b.n. dextans. b.e. est eni quita ei⁹ sexte. itaq; per p̄missū aīs qđ prouenit ex. a.m. in. b.n. erit equale pentagono. a.b.c.d.e. qđ autē puenit ex. a. m. iii. m. f. ē equale triangulo. a.f.g. īgū ex prima sexti p̄portio pentagoni ad trigonū est sicut b.n. ad. m. f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplū illius trigoni sunt duod. cupli linee. b.n. ad vigincuplū linee. m.f. qđ ex. 15. quinti ⁊ equa proporsionalitate manifestum est duodecuplū autē. b.n. ē tanq; decuplū. b.c. nā. 12.



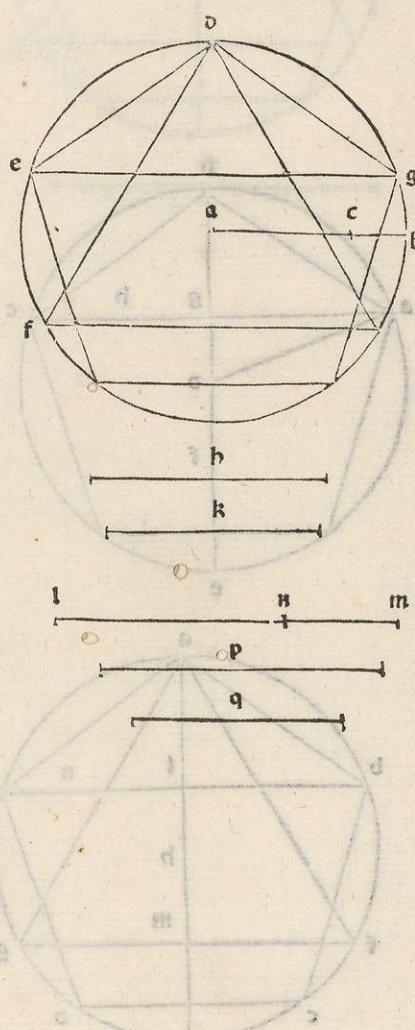
LIBER

dextates coequantur. x. assis hoc est. x. tota: vigintiplu vero. m. f. ē tanqz decupli. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigintiplu istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decupli. f. g. et qz duodecedri illi⁹ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigintiplu autē huius trigoni est omnes superficies ycoedri et quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decupli. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti pportio omnium superficieꝝ duodecedri pariter acceptarꝝ ad oēs superficies ycoedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Duisa qlibet linea scdm proportionē habēte mediū duoqz extrema erit pportio linee potētis supra totā lineā ei⁹qz maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēqz minorē portionē tāqz pportio lateris cubi ad lat⁹ triāguli corporis viginti basiū vna cū cubo ipso i eadē spēa pteni.

C sit linea. a. b. diuisa scdm proportionē habentē mediū duoqz extrema et maior portio eius sit linea. a. c. et super centz. a. b. in quantitatē linee. a. b. describat circul⁹ d. b. e. eiqz inscribat ex. 11. quarti pentagonus equilaterus cuius vnu latus sit. d. e. et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d. f. et vni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtendatur ligea. e. g. Constat igit̄ ex. 5. hui⁹ qz spea circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est. d. e. circūscribit sīl ycoedron cuius trianguli latus ē. d. f. et ex demonstratione. 17. tredecimi manifestū ē qz eadem spēa circūscribit cubum cuius latus est. e. g. sumat. k. potens super totam a. b. et minorē eius portionem. b. c. dico itaqz qz pportio. e. g. ad. d. f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycoedri vna cū ipso cubo ab ipsa spēa contentizē sicut. b. ad. k. constat qdē qz ex corollario. 15. qrti q. a. b. ē tanqz lat⁹ exagoni equilateri circulo. b. d. e. inscripti: igit̄ ex tertia huius. a. c. est tāqz latus decagoni eiusdē circuli itaqz per. 10. 13. d. e. potens ē super totā. a. b. et eius maiorē portionē. a. c. quare. d. c. est equalis. b. nā quadratum vtriusqz earum tantū est quantū quadrata duarū linearū. a. b. et. a. c. ppter accepta: p3 autē ex octaua. 13. q. d. f. est tripla potentialiter ad. a. b. At vero ex. 5. eiusdē patet q. k. quoqz tripla est potentialiter ad. a. c. ergo ex secunda parte. 21. sexti pportio. d. f. ad. a. b. ē sicut. k. ad. a. c. quare pmutati. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. et quia ex demonstratione. 17. tredecimi manifestū ē qz si e. g. diuidat huius pportioñē habēte mediū duoqz extrema maior portio eius erit tāqz. d. c. erit p scdm huius pportio. e. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. qz p. 11. quinti erit quoqz. e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. et pmutatum. e. g. ad. d. f. sicut. d. e. ad. k. Et qz per primā pte. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. b. ad. k. co qz d. e. et. b. sunt equales erit per. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. b. ad. k. qdē est propositū. Nō solū aut̄ est pportio e. g. lateris cubi ad. d. f. latus trianguli ycoedri sicut. b. ad. k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā: quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam huius proportionem habentem medium duoqz extrema et sup eius maiorē portionē: altera vero super totam et eius minorē portionē. nā singulaz linearum talium ē proportio vna: verbi gratia. maneāt priores hypotheses circa lineas. a. b. b. et. k. et sumatur quoqz quelibet elia linea qz sit. l. m. diuisa huius proportionē habētem medium duoqz extrema in. n. et portio maior sit. l. n. sitqz linea. p. potens super totam. l. m. et eius maiorē portionem. l. n. et linea. q. sit potens



super totam. l.m. et eius minorē portionē. m.n. dico ergo q̄ p̄portio. p.ad.q. est si
cut. b.ad.k. cōstat enī ex sc̄a hui⁹ q̄. b.a.ad.a.c. ē sicut. l.m.ad.l.n. ergo p̄ p̄nam
pt̄. 21. sexti quadrati. b.a.ad quadratū. a.c. ē sicut q̄drati. m.l.ad quadratū. n.l.
quare coniunctim quadrati. b.ad quadratū. a.c.sicut quadrati. p.ad quadratū. l.n
et permutatim quadrati. b.ad quadratū. p.sicut quadrati. a.c.ad quadratum. l.n.
Eodē argumentationis genere sequit̄ q̄ p̄portio quadrati. k.ad quadratū. q. est si
cut quadrati. c.b.ad quadratū. n.m. et q̄ ex sc̄a huius exprima pte. 21. sexti qua/
dratū. a.c.ad quadratū. l.n.sicut quadratū. c.b.ad quadratū. m.n. erit ex. 11. quiti
quadratū. b.ad quadratū. p.sicut quadratū. k.ad quadratū. q. quare p̄ sc̄am pte
21. sexti. b.ad.p.sicut. k.ad.q. Et p̄mutatim. b.ad.k.sicut. p.ad.q. qđ erat demon/
strandū. et ne quisq; dubitationis locis ea que demōstrāda restant obfuscat: pre/
mittenda abhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demōstratiōis robore
incōcussa permaneant.

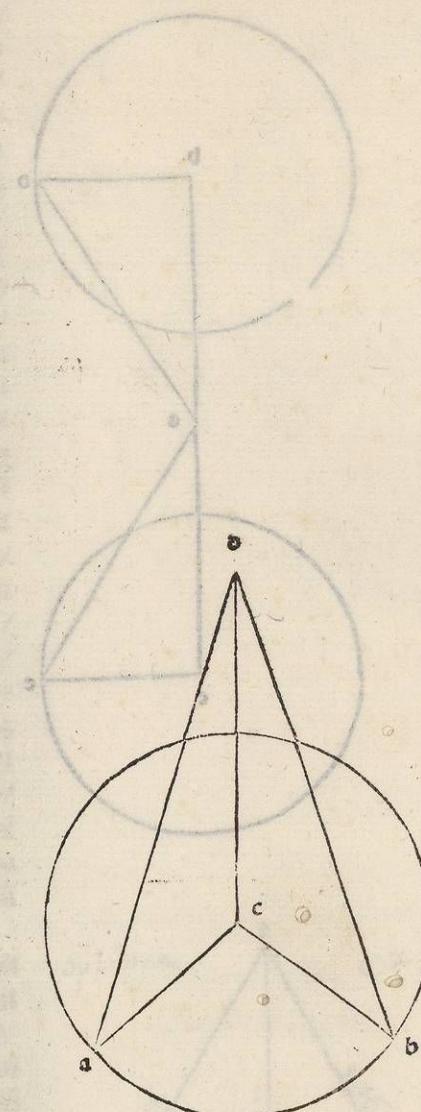
CSi aliqua plana superficies speram quālibet secet cōis differentia
plane superficie secantis et curue superficie spere erit circumferentia
continens circulum.

CSit igit̄ aliqua plana superficies secans speram et sit linea. a.b. cōis sectio superficie
secantis et superficie spere. dico q̄ linea. a.d. est circumferentia circuli. aut enī centrum
spere est in plana superficie secante. aut extra. Qđ si fuerit in ea ponat vbiq; p̄ti
gerit et sit. c. Quia ergo tota linea. a.b. ē in superficie spere et q̄ omnes linee ducte a
centro spere ad ipsius circumferentiā sunt equales quēadmodū constat ex diffinitio
ne spere. sequitur ut omnes linee ducte a puncto. c. ad linea. a.b. sint equales. ē igit̄
ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a.b. circulus et eius centrum ē. c.
videlicet idē q̄ centrum spere. si aut̄ centrum spere fuerit extra superficiē secantē: pona
tur ergo vbiq; qđ sit. d. a quo h̄m doctrinā. 11. undecimi ducat linea. d.c. perpen
dicularis ad superficiē secantē et p̄trahant ab eodē centro. d. due linee recte quōcūq;
contingat ad linea. a.b. que sint. d.a. et d.b. et iungat. c.cū.a. et cū.b. eruntq; due li
nce. d.a. et d.b. equalis eo q̄ ipse sunt a centro spere ad superficiem eius: ex diffi
nitione autē linee perpendicularis ad superficiē manifestū est q̄ anguli. d.c.a. et d
c.b. sūt recti: ideoq; ex penul. primi et ista cōi scia: que equalibus sūt equalia iter se
sunt equalia: erunt quadrata duar̄ lineaz. c.d. et c.a. pariter accepta equalia qua
dratis duar̄ lineaz. d.c. et c.b. pariter acceptis: dempto itaq; vtrinq; quadrato. d
c. erit quadratū. c.a. equale q̄drato. c.b. quare et linea. c.a. linee. c.b. Eodē argumē
tationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad linea. a.b. ēē eq̄les
ergo ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a.b. est circul⁹ et ei⁹ centrum
est. c. quod est propositum.

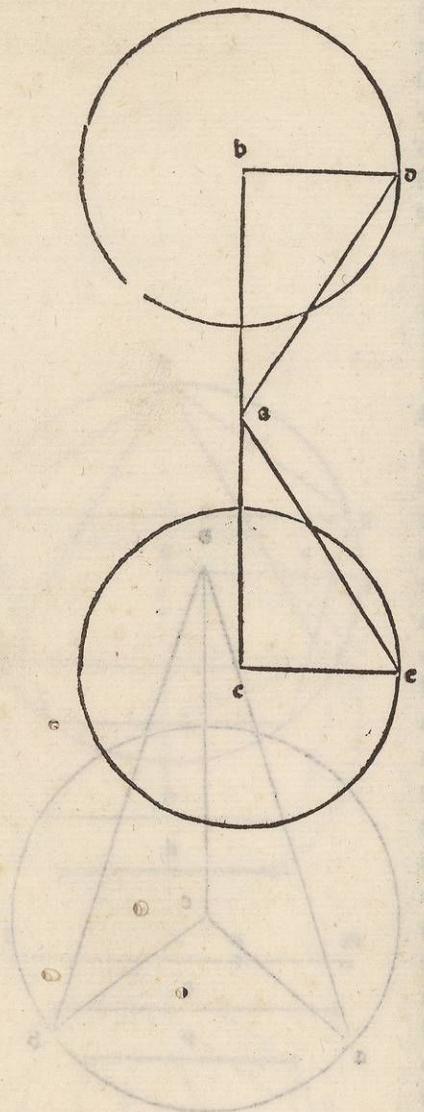
CEx hoc itaq; manifestum est q̄ cum superficies secat speram super
centrum eius sector pueniens in superficie spere est linea continens
circulum cuius centrum est centrum spere. Cum autem superficies se
cat speram non super centrum eius sector quoq; pueniens i super
ficie spere est linea continēs circulū cuius centrum ē punctus ille in quo
incident perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

Amplius autem dico q̄

CSi in spera aliqua fuerint circuli equalis p̄pendiculares ducte a ce
tro spere ad superficies illorum circulorum erunt adinvicem equalis.



LIBER



CSint i spera cuius centrum a signati duo circuli b. t. c. equales ad quos superficies ptribant a centro spere videlicet a punto a. perpendicularares sibi quod docet. n. vñ decimi: ad hunc quidem a. b. ad illum autem a. c. dico quod due lineae a. b. t. a. c. sunt equales; ptribant enim a punctis b. t. c. singule lineae recte ad circumsferentias illos circulos, put libuerit: in hoc quidem b. d. in illo autem c. e. et iungat a. c. d. et cum e. erit quod ex diffinitione lineae supra superficie perpendiculariter stantis utriusque duorum angulorum a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex scda pte pmissi corollarij. **V**Manifestum est quod duo puncta b. t. c. sunt centra circulos b. c. ideoque due lineae b. d. t. c. e. sunt semidiametri eorum: qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulos bas semidiametros esse equales: et quia due lineae a. d. t. a. e. sunt equales quod sunt ducte a centro spere ad eius superficie: erunt ex penultimo. primi due perpendicularares a. b. t. a. c. equales quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.

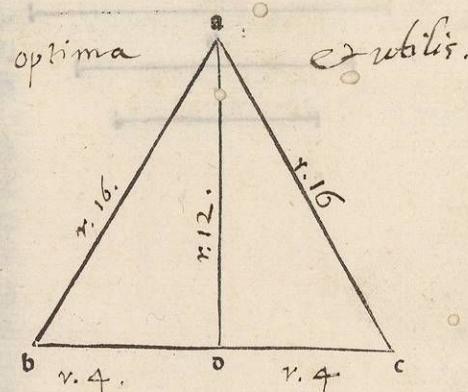
Rapportio corporis duodecedri ad corpore ycoedri quod ambo una eademque spere includit: est sicut omnia superficies eius piter acceptarum ad omnes superficies illius piter acceptas. **T**hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate Aristei et apollonij commemorauimus cuius demonstratio ex his quod premissa sunt evidenter elicetur. Ex quinta quidem huius manifestum est quod circuli quoniam alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquum vero trigonum ycoedri que ambo corpora spere una coherent sunt adinuicem equales: itaque erunt perpendicularares a centro spere ad superficies omnium circulos circumscribentium pentagonos huius duodecedri et trigonos illius ycoedri in eos centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est nam omnes hi circuli teste. s. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem piramides: igitur quaz sunt bases pentagoni duodecedri non autem eas sunt centra spere atque piramides quaz bases sunt trigoni ycoedri: et coni easimiliter centra spere sunt eque alte cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendicularares cadentes: piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est: itaque proporcio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni ycoedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. i. o. q. per. 24. quinti proporcio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigonus ycoedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. hec autem 12. piramides quaz sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanquam totum corpus ipsius duodecedri. At 12. pentagoni tanquam omnes superficies eius: itaque proporcio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus ycoedri est sicut proporcio omnia superficies duodecedri ad trigonum ycoedri. quare rursus ex. 24. quinti proporcio corporis duodecedri ad vigintiquattuor illius piramidis cuius basis est trigonus ycoedri est sicut omnia superficies duodecedri ad vigintiquattuor trigoni ycoedri. cu[m] igitur vigintiquattuor huius piramidis sit tanquam totum corpus ycoedri ad vigintiquattuor istius trigoni tanquam omnes superficies ipsius ycoedri erit proporcio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo una eademque spere includit sicut proporcio omnia superficies corporis duodecedri piter acceptarum ad omnes superficies corporis ycoedri piter acceptas. Hoc autem est predictor philosophorum de proportione horum corporum sententia fixa solidaque demonstratio roborata.

cui quoq; adiiciendū est hoc. nam cum p̄portio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycoedri vna cū ipso cubo ab eadē spera cōclusi sit sicut p̄portio omniū superficiez corporis duodecedri p̄iter acceptaz ad omnes superficies ipsius ycoedri in eadem spera cōclusi sicut ex. 8. huius demonstratū est: erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo spera vna circūvolnit tāq; p̄portio lateris cubi eidēq; spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycoedri. Amplius aut q; diuisa qualibet linea bī proportionē habentē mediū duoq; extrema est proportio lince potentis super totā & eius maiore portionē ad lineā potentē super totā & eius minorē portionē sicut lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni corporis ycoedri ab eadē spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē erit etiā ex. 11. quinti vt diuisa qualibet linea bī proportionē habentē mediū duoq; extrema sit p̄portio linee potentis super totā & eius maiore portionē ad lineā potentē super totā & eius minorē portionē veluti p̄portio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna atq; eadē spera circūscribit. Ex dictis igit manifestum est q; p̄portio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycoedri ab eadem spera circūscripti. itemq; p̄portio cunctaz superficiez duodecedri ad cunctas superficies ycoedri que ambo sup eadē spera circūscribit. Et rursus p̄portio linee potentis super quālibet linea diuisā bī proportionē habentē mediū duoq; extrema et super eius maiore portionē ad lineā potēntē super eandē & super eius minorē portionē atq; itez p̄portio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna ea demq; spera coberget est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee bī p̄portionē habentē mediū duoq; extrema diuisa: cui cū plurima philosophatiū admiratione digna cōueniat hoc pncipiū vel pncipiū ex superioroz pncipioz invaribili pcedit natura vt tā diversa solida tū magnitudine tum basiū numero tū etiā figura irronali quadam simphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q; proportio duodecedri corporis ad ycoedron corpus q; ambo spera vna coambit est quasi p̄portio linee potentis sup quālibet linea bī prefata proportionē diuisa & super eius maiore partem ad quālibet linea potēntē super eandem & eius minorē ptem. quoniā vero de tribus ceteris corporib; regularibus nō haben^r aliquid dictū studeam^r de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

Non omnia triangulo equilatero si ab uno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsā ppēndicularē potentialē sexquiteriū eē pueniet. Sit enī triangulus equilaterus. a. b. c. ducatq; ab angulo. a. linea a. d. ppēndicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentialē sexquiteriū ad. a. d. sunt quidē ex. 5. p̄mi duo anguli. b. & c. eqles & quia anguli ad. d. sunt recti erit p. 26. p̄mi linea. b. c. diuisa p̄ equalia in pūcto. d. itaq; ex quarta sc̄di quadratū b. c. q̄druplū ad q̄dratū. b. d. idq; etiā q̄dratū. a. b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b. d. Est enī triangulū equilaterū q̄re p̄ penul. primi q̄drata duaz lineaz. a. d. & b. d. pariter accepta quadruplū sūt ad q̄dratū. b. d. itaq; q̄dratū. a. d. triplū ē ad q̄dratū. b. d. cōstat ergo p̄positū.

Mdnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale superficies medialis eē p̄bas. Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilaterus & sit latus eius. a. b. rōnale siue i longitudine siue i potentia tm dico itaq; q; ipse triangulus ē superficies medialis: ducat cui ppēndicu-



laris. a.d. ab angulo. a. ad basim: eritq; ex premissa et ex. 6. decimi et dione superficie rōnalis quadratū lince. a. d. rōnalc et linea. a. d. rōnalis in potentia: ipsa autē ex ultima parte.. decimi mediante premissa erit incōmensurabilis lince. a. b. ideo q; et linea. b. d. que est tanq; eius dimidiū. sunt itaq; due linee. a. d. et b. d. rōnales potentialiter tantū cōcantes. igit ex. 19. decimi superficies vnius eaꝝ in alteram est medialis. cunq; superficies vnius carum in alterā sit equalis trigon o. a. b. c. Prostat verū esse quod diximus.

Propositio .13.

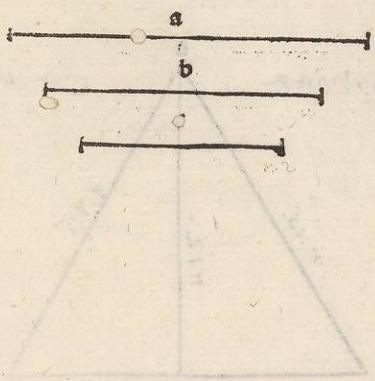
Cuncte superficies vtriuslibet duox solidox quorū alterū est piramis quatuor basium triangularium et equilateraz reliquum vero est corpus octo basium triangularium et equilateraz pariter accepte: si diameter spere ea circumscribentis rōnalis fuerit componūt superficiē medialem.

C Nam si diameter spere alteꝝ duox propositoꝝ corporum circūscribentis fuerit rōnalis sive in longitudine sive in potentia tm̄: erit ex corollario. 13. tredecimi libri latus piramidis rōnale in potentia et ex corollario. 15. eiusdem latus quoq; corporis octo basium rōnale in potentia. quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslibz corporis erūt superficies mediales. et q; trianguli vtriuslibz eoz sibi adinnicē sunt equales: erunt ex. 21. decimi omnes superficies vtriuslibz eoz pariter accepte cōponentes superficiē medialem quēadmodū pponitur. zc.

Propositio .14.

C Tetracedron et octocedron vna eademq; spēa circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquiteria ad vna ex basibus octocedri: oēs autē bases octocedri piter acceptas ad omēs bases tetracedri pariter acceptas sexquiterā pportionē habere necesse est.

C Sit aliqua spēa cuius diameter. a. circūscribens piramidem cui⁹ lat⁹. b. et octocedron cuius latus. c. dico itaq; q; triangulus equilater⁹ cuius latus. b. sexquiterius ē ad trianguli equilateraz cuius latus. c. et q; superficies quā cōponūt octo trianguli equilateri cuiusq; quoꝝ ē latus. c. sexquiteria ē ad superficie m̄ quā cōponunt quatuor trianguli equilateri cuiusq; quoꝝ est latus. b. cōstat enī ex coroll. 13. tredecimi q; quadratū. a. ad quadratū. b. sicut. 6. ad. 4. igitē cōverso quadratū. b. ad q; quadratū. a. sicut. 4. ad. 6. Ex corollario vero. 15. eiusdem manifestū est q; quadratum. a. ad quadratū. c. sicut. 6. ad. 3. itaq; per cōquā pportionalitatē quadratū. b. ad quadratū. c. sicut. 4. ad. 3. quadratū aut. b. ad quadratū. c. ē sicut trigonus equilaterus cuius latus. b. ad trigonū equilaterū cuius latus. c. Utrobiq; enī est sicut. b. ad. c. pportio duplicata ex secunda pte. 18. sexti: igitur trigonus equilaterus cuius latus b. ad trigonū equilateraz cui⁹ lat⁹. c. sicut. 4. ad. 3. quare cōstat prima ps ppositi. Ex quo evidenter elicīt scđa: erit enī p̄uersā pportionalitatē trigonū equilaterus cui⁹ latus. c. ad trigonū equilateraz cuius latus. b. sicut tria ad quatuor. iōq; octuplum trigoni eq̄ilateri cui⁹ lat⁹. c. ad q̄druplū trigoni eq̄ilateri cui⁹ lat⁹. b. est. sicut octuplū ternarij ad q̄druplū q̄ternarij. hoc autē sicut. 24. ad. 16. et q; octuplum trigoni eq̄ilateri cui⁹ lat⁹. c. ē omēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. et q̄druplū trigoni eq̄ilateri cui⁹ lat⁹. b. ē oēs bases piramidis cui⁹ lat⁹. b. et q; pportio. 24. ad. 16. ē sexqq; altera seq̄ tur ut superficies quā cōponunt oēs bases octocedri cui⁹ lat⁹. c. ad superficie quā cōponūt oēs bases piramides cui⁹ lat⁹. b. sexq; altera sicut dixim⁹ i pportione respiciat.



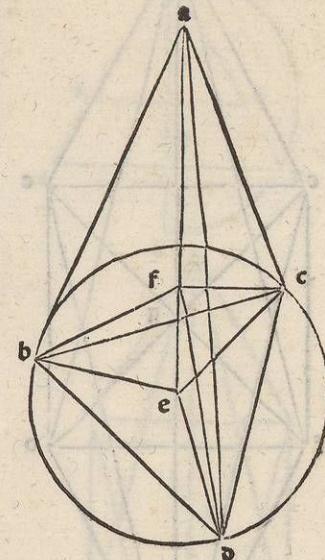
Propositio .15.

Piramide quatuor basium triangulareū atq; eq̄ilaterarū intra sp̄ē qnālibet collocata si a quolibet anguloꝝ eius per centrum sp̄ē recta linea ad basim ducatur in centrū cūlī basim circūscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

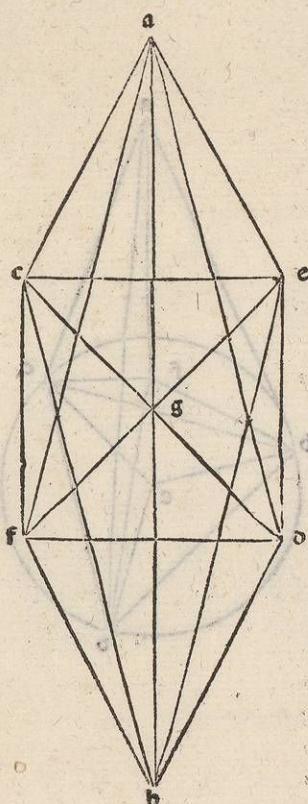
C sit piramis .a.b.c.d.4. basium triangulareū atq; eq̄ilaterarū intra sp̄ē aliquā cūlī centrū sit .f. collocata & cū quilibet quatuor anguloꝝ istius pyramidis possit esse conus eius at qlibꝫ qtuor trianguloꝝ basis Imaginemur nūc eius solidū agū lum. a. esse conū & triangulū .b.c.d. imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circūscriptū esse cūlī .b.c.d. dehinc a puncto .a. qnā imaginati sumus conū pyramidis ducamus ad basim .b.c.d. linea rectā transeuntem per punctū .f. qui est centrū sp̄ē circūscribentis pyramidē de qua disputamus & occurrat hec linea superficie .b.c.d. qnā imaginati sumus basē pyramidis sup punctū .e. vico igitꝫ qꝫ punctū .e. ē cētrū cūlī .b.c.d. & qꝫ linea .a.f.e. ē perpendicularis ad superficiē .b.c.d producam enim lineas .f.b.f.c.f.d. & qꝫ quatuor puncta .a.b.c.d. sunt in superficie sp̄ē cūlī centz .f. ppter hoc qꝫ illā sp̄ē positū est circumscribere hanc pyramidem erunt omnes quatuor linee .f.a.f.b.f.c.f.d. adinuicem equales sunt enim duc te a centro sp̄ē ad eius superficiē ergo qꝫ duo latera .a.f. & .f.b. trianguli .a.f.b sunt equalia duobus lateribus .a.f. & .f.c. trianguli .a.f.c. & basis .a.b. basi .a. e. nā pyramidis posita est equilateralē: erit ex octava primi angulus .a.f.b. equalis angulo .a.f.c. ideoq; p.13. primi agulꝫ quoq; .b.f.e. erit eq̄lis agulo .c.f.e. Eodē modo pba bis angulū .d.f.e. ēs̄ equalē angulo .c.f.e. necesse est enī ex octana primi ut angulus .a.f.e. sit equalis angulo .a.f.d. quare p.13. primi angulus quoq; .c.f.e. erit eq̄lis angulo .d.f.e. sunt igitꝫ tres anguli .b.f.e. .c.f.e. .d.f.e. adinuicē equalēs. protra ctis igitꝫ lineis .c.b.e.c. & .e.d. sequit̄ ex quarta primi bis assumpta eas ēs̄ adinuicē equalēs. ideoq; per .9. tertij punctus .e. ē cētrū cūlī .b.c.d. & qꝫ perpendicularis ducita a centro sp̄ē ad superficiē cuiuslibet cūlī eam secantis cadit sup cētrū eiusdē cūlī sicut ex his que pmissa sūt videlicꝫ ex his qꝫ decimā hui⁹ immediatē pcedunt didicisti cōuincit linea .a.f.e. ēē ppedicularē ad sufficiēm cūlī .a.b.c. quēadmodū pponit. Sin aut̄ erit eiusdē cūlī duo cētra qd̄ natura tanq; ipossibile exhorruit.

Propositio .16.

Solidum octo basiū triangulareū atq; equilaterarū qd̄ ab aliqua sp̄ē circūscribitur dimisibile est in duas pyramidēs eque altas quaz altitudo equalis ē semidiametro sp̄ē: basis aut̄ vtriusq; quadratū qd̄ est sub duplū quadrato diametri sp̄ē. **E**sto corpus octo basiū triangulareū atq; equilaterarū cuius sex anguli sint .a.b.c.d.e.f. circūscripta a sp̄ē cuius centrum .g. constat itaq; qꝫ sex puncta .a.b.c.d.e.f. sunt in superficie sp̄ē cuius centrum .g. si igitꝫ centrum .g. iungatur cū quolibet horū sex punctorū erūt due linee iūgentes ipsū eis adinuicē equalēs cū ipse sint a centro sp̄ē ad superficiē: cū aut̄ ex coroll. 15. tre decimi sit diameter sp̄ē potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corporis erit ex quarta sedi latus huius corporis potentialiter duplū ad semidiametrem sp̄ē. quadratū ergo .e.f. duplū ē ad quadratū .c.g. iōq; eq̄le duobus quadratis duax lineaz .c.g. & .g.f. itaq; p. penul. primi angulus .c.g.f. ē rectus. eadem rōne quisq; trianguloꝝ .f.g.d.



LIBER



d.g.e.z.e.g.c.est rect³ quare p.14.p̄mi z.c.g.d.z.f.g.e.ē linea vna:igis ex sc̄da.ii
quincꝫ puncta.c.f.d.e.g.sunt in superficie vna. vi manifestū ē aut ex quinta primi:z
32.ciusdē q̄ quilibet quatuor anguloz.c.c.d.f.ē rectus:igis ex dissimilitudine quadra
ti superficies.c.e.d.f.ē quadrata.z q̄ latus eius ē latus p̄positi corporis.constat ex
corollario.15.tredecimi istud quadratū esse subduplicū q̄drato diametri spere.cō/
sili quoq̄ rōcinationē p̄stat vtrāqz duaꝫ lineaꝫ.a.g.z.g.b.cū q̄libet q̄tuor lineaꝫ
c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū:iōqz ex.4.vndecimi vtrāqz eaꝫ ē perpen
dicularē ad superficiē.c.c.d.f.z ambas sc̄z.a.g.z.g.b.p.14.p̄mi componere lineaꝫ
vnā:diuisum ē igis p̄positū corpus in piramidē.a.c.f.d.c.cuius basis quadratū.c
e.d.f.quod est subduplicū quadrato diametri spere z etiā altitudo lineaꝫ.a.g.que est
semidiameter spere z in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum z
eius altitudo linea.g.b.quod est semidiameter spere:z hoc ē qđ oponebat oñdere

Propositio.17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atq̄ equilateraz spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantē lateris ipsius piramidis z sub linea super quinqzptiente vice simas septimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq̄ equilateraz que ambo eadem spēa circūducantur. Sit spēa cuius diameter.a.b.z centrū.b.circūscribens piramidem quatuor basium triangulariū atq̄ equilateraz.a.c.d.z corpus octo basiū triangularium atq̄ equilateraz qđ sit.c.sitqz linea.l.m.potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem linea.a.c.que ē latus piramidis z linea.n.m.cōtineat dodrantē predictū z ei⁹ quin qz vicesimasseptimas sitqz.p.quadratū diametri.a.b.dico itaqz q̄ p̄portio pira/
midis.a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut superficie.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imagi
nemur enī solidū angulū.a. esse conū piramidis z basiꝫ piramidis cuius vnu lat⁹
est.d.c.secare diametruꝫ spēe in punto.f.eritqz quēadmodū ex rōcinationē.13.tre
decimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b.cunqz etiā.a.b.sit dupla ad.b.h.erit ex.19.
quinti.b.f.dupla ad.b.f.iōqz.a.f.quadrupla ad.f.b.imaginemur igis superficiem
secantem piramidē.a.c.d.super centrū spēe equidistanter basi ipsius. sitqz linea
g.k.cōis sectio huius superficie z triāguli.a.c.d.eritqz ex.17.vndecimi p̄portio.c.z
ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.b.igis.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic enī est ex eiusa propor/
tionalitate.f.a.ad.a.b.constat etiā ex sc̄da ptc.29.primi z.16.vndecimi z.10.eius/
dem z prima pte sc̄de sexti z dissimilitudine similiū superficieꝫ z similiū corporoz q̄ pi/
ramis.a.g.k.ē siliꝫ piramidi.a.c.d.ideoqz ex.8.duodecimi p̄portio piramidis.a
c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplica
ta.constat autem ex secunda octauī q̄ p̄portio quatuor ad tres triplicata est sicut
64.ad.27.itaꝫ p̄portio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.64.ad.27
fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.qua cōstat ēē dodrantē
linee.a.c.z producatur linea.q.t.perpendicularis ad.r.s.eritqz ex.11.huius linea
q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoqz equalis.l.m.adisci ē quo
qz linea.r.s.linea.s.x.ita q̄ p̄portio.r.x.ad.r.s.sit sicut.64.ad.27.dividaturqz

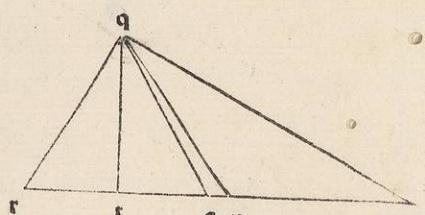
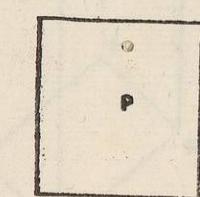
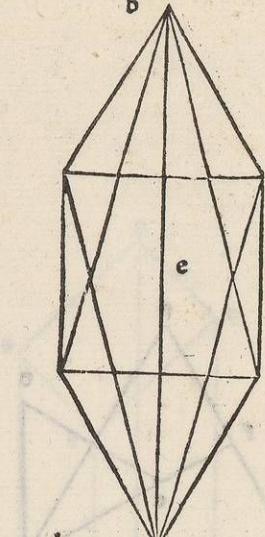
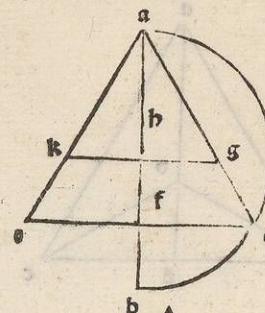
r. x. per equalia in. v. vi sit. r. v. 32. de partibus illis de quibus. r. s. est. 27. aut. r. x.
 64. eritqz. r. n. equalis. m. n. Et ducantur linee. q. u. t. q. x. eritqz ex prima sexti pro/
 portio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. s. sicut. 64. ad. 27. cunqz per eandem trian/
 gulius. q. r. x. sit duplus ad triangulum. q. r. u. at ex. 41. primi qd fit ex. q. t. in. r. u. et ipsu ē equale superfi/
 ciei. l. n. eqle triangulo. q. r. x. qre pportio superfici. l. n. ad triangulum. q. r. s. ē sicut
 64. ad. 27. iōqz sicut piramidis. a. c. d. ad piramide a. g. k. manifestū ē aut ex. 15. b⁹
 q linea. a. f. ē ppicularis ad basim piramidis. a. c. d. ideoqz p. 19. vndecimi linea
 a. b. est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a. g. b. igit altitudo. a. g. k. pi/
 ramidis est semidiameter spere. diuidat itaqz octocedron. e. quēadmodū pponit
 premissa: erit itaqz vtraqz duaz piramidū in quas ipsu ē. diuidit eq alta piramidi
 a. g. k. nam singulaqz altitudo est semidiameter spere. qz igitur oēs laterate pirami/
 des equi alte suis basibus sunt pportionales vt in .6. duodecimi demonstratum est
 erit pportio piramidis. a. g. k. ad vtraqz eaz in quas diuidit octocedron. e. sicut
 basis cius ad bases eaz: qre per. 24. quinti pportio piramidis. a. g. k. ad totū octo/
 cedron. e. est sicut sue basi z quā constat esse equalem triangulo. q. r. s. ad bases am/
 barum piramidū in quas diuidit. e. pariter acceptas quas constat esse eales qua/
 drato diametri spere per premissam videlicet. p. qm ergo pportio piramidis. a. c.
 d. ad piramidem. a. g. k. est sicut trigoni vcl tetragoni. l. n. ad trigonu. q. r. s. videli/
 cer. 64. ad. 27. et piramidis. a. g. k. ad octocedron. e. sicut trigoni. q. r. s. ad quadra/
 tum. p. erit per equā p:portionalitatē pportio piramidis. a. c. d. ad octocedron. e
 sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. et hoc erat demonstrandum.

CEx premissis igitur manifestum est q perpendicularis veniens a
 centro spere piramide quatuor basi triangulariū atqz equilateraz
 circumscibentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte
 parti diametri spere.

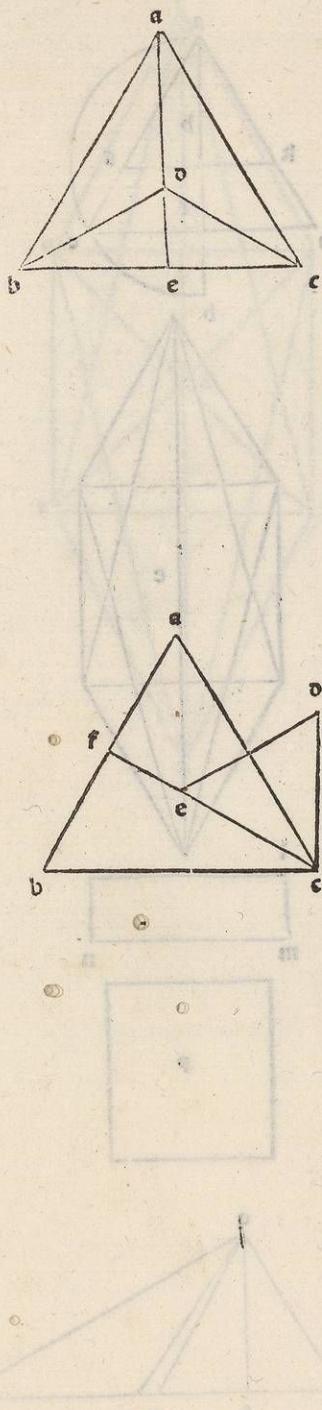
Cum enim cuncti trianguli piramide ambientes sint similes et equales erūt quo
 qz circuli ipsos circūscribentes equales. ideoqz ppiculares a centro spere ad eos
 dem circulos in eoz cetera erūt etiā eales: ppiculares autē cadentes ad circulos
 sunt ppiculares ad bases piramidis itaqz perpendicularares ad bases sunt ad/
 inuicem equales. linea aut. b. f. est ppicularis ad basim piramidis. a. c. d. quā. b. f
 qz constat ex predictis esse sextā partē diametri. a. b. relinquitur ergo esse verū qd
 per coroll. concluditur. Idez aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens
 fuerit stabili ratione firmarum.

CIn omni triangulo equilatero linea descendens ab uno anguloru
 eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a
 centro circuli trigonum ipsum circūscribentis ad quodlibet latus eius
 protrahitur.

CSit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitqz. d. centrum circuli ipsum circūscri/
 bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/
 les cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a. b. c. in
 circumferentia circuli ipsum trigonum circūscribentis. protrahatur autem. a. d.
 in continuum et directum quousqz obviat lateri. b. c. super punctum. c. constat igit/
 tur ex octava primi q angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoqz ex. 13. pīnī



LIBER



angulus. b. d. e. ē equalis angulo. c. d. e. quare per quartā primi. b. e. ē equalis. e. c.
et anguli qui sunt ad. c. recti: itaqz. d. e. perpendicularis ē ad. b. c. veniens a centro
circuli circūscribentis trigonum. a. b. c. et. a. e. perpendicularis est etiā ad. b. c. veni
ens ab uno anguloꝝ predicti trigoni: dico ergo φ. a. e. tripla est ad. c. d. cōstat enī
q̄ tetragonus qui fit ex. d. e. in. e. b. equalis est trigono. b. d. c. tetragon⁹ quoqz qui
fit ex. a. e. in. c. b. equalis ē trigono. a. b. c. at quia trigonus. a. b. c. triplus ē ad tri
gonū. d. b. c. critqz terragonus qui fit ex. a. e. in. e. b. triplus ad eum qui fit ex. d. e.
in. e. b. cum igit̄ ex prima sexti sit p̄portio tetragoni. a. c. in. e. b. ad tetragonū. d. e
in. e. b. sicut. a. e. ad. e. d. crit. a. e. tripla ad. e. d. quēadmodū proponit̄.

C Necessē est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo ali
cuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum
circuli trigonum ipsum circumscibentis.

Nunc itaqz qđ promisimus absoluamus ad hoc aut̄ imaginemur piramidē qua
tuor basium triangulairū atqz equilaterarū cuius vna ex quatuor basibus eius sit
trigonus. a. b. c. circumscrip̄ta ēst a sp̄a cuius centrum. d. et protrahatur linea. d
e. perpendicularis ad superficiē trianguli. a. b. c. quā constat cadere in centrū circuli
dictū trigonū circūscribentis. dico igit̄ linea. d. e. ēst sextā p̄ē diametri sp̄e p
p̄positā piramidē circūscribentis: producā enī lin. c. d. et linea. c. f. perpendicularia
rem ad linea. a. b. quā. c. f. ex proximo corollario cōstat transire per punctū. e. et ex
premisso antecedente triplā ēst ad. e. f. Constat autem ex quarta secundi q̄ sc̄m
q̄ quadratū diametri sp̄e cuius centrū. d. est. 36. ē quadratū semidiametri. d. c.
9. ex corol. aut̄. 13. tredecimi est quadratum. b. c. 24. q̄. 11. huius quadratū. c. f. 18.
et per premissum antecedens quadratum. c. e. 8. q̄ igit̄ ex penul. p̄imi quadratū
d. c. ē equalē quadratis duarū linearū. d. e. et. e. c. ē aut̄ quadratū. d. c. 9. et quadratū
c. e. 8. p̄t quadratū diametri sp̄e est. 36. relinquitur quadratū. d. e. vnum prout
quadratū diametri sp̄e ē. 36. itaqz linea. e. d. est vnu p̄t diameter sp̄e est. 6. qđ
oporebat probare. Edem demonstrationis genere demonstrab̄t nobis q̄ semi
diameter sp̄e circumscibentis corp⁹. s. basium triangulairū atqz equilaterarū
tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro sp̄e circūscribentis ipsū ad quālē
bet suarū basium descendentē: cōstat quidē quēadmodū dictum ē p̄i⁹ q̄ cū oēs
bases huīus corporis sint equalēs et siles erunt circuli ipsas circūscibentes equalēs
ideoqz perpendicularēs a centro sp̄e i. ipsoꝝ circuloꝝ centra cadentes erunt ad
inūicē equalēs. cunqz perpendicularēs ad circulos basium sint quoqz perpendicularē
lares ad bases sequitur vt perpendicularēs a centro sp̄e ad singulas bases adin
vīcē sunt equalēs. Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vna suarū basiū probe
betur: relinquetur verū eē qđ proponit̄. Sit itaqz ut prius triangulus. a. b. c. vna ex
basibus octocedri circūscripti a sp̄a cuius centrū. d. et cetera quoqz fiant ut prius
cū igit̄ ex corol. 15. tredecimi diameter sp̄e sit potentialiter dupla ad lat⁹ octo
cedri. sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplū ad semidiametru sp̄e. iō
qz cum quadratū linee. b. c. est. 12. erit quadratū linee. d. c. que ē semidiameter sp̄e
re. 6. ex. 11. autē huīus cum quadratū. b. c. ē. 12. quadratū. c. f. ē. 9. Et ex premisso an
tecedente quadratum. c. e. est. 4. itaqz cū q̄dratū. d. c. que ē semidiameter sp̄e est
.6. quadratum. c. e. est. 4. et quia ex penultima p̄imi quadratum. d.. c. est equalē
quadratis duarū linearū. c. e. et. e. d. sequitur ut quadratū. e. d. sit duo p̄t quadra
tū. d. e. est. 6. constat ergo qđ diximus.

Propositio .18.

Notatio

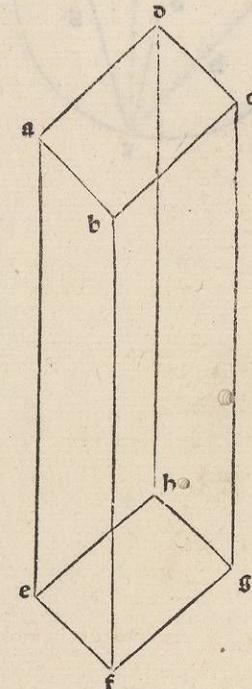
Duplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi p̄ducit me dietati lateris cubi eiusdē eqlis ēē ex necessitate cōincidit. **V**Manifestū ē enī ex corollario. 14. tredecimi q̄ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplū sit ad quadratum lateris cubi et ita triplū: duplū quadrati diametri spere eūcum sit sexuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaqz duplum quadrati diametri spere eūcum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scđam autem partem ex. 18. 2. 19. 2. 40. vndeclimi libri facile probabis.

Ex his ergo enenire necesse est vt ex medietate lateris cubi i bisse quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū abientis cubi soliditas p̄ducatur. **E**xplīcit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

Ntra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruz designare. **S**it cubus cuius basis est quadratuz a. b. c. d. suprema vero eius superficies quadratū e. f. g. h. Ipsiū autē hac arte fabricare conueniet q̄dra/ to basis fm quālibz lincā ex. 45. primi descripto sup singulos angulos eius ex. 12. vndeclimi cathecos fm mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex. 6. vndeclimi constat esse equidistantes. Quiqz ergo co rum bini et bini corausto eis imposito equidistanter lateri quadrari continuent. Constat igitur esse cōpo situm cubū: nā quatuor ei⁹ laterales superficies sunt quadrate ex. 33. primi et ex. 34. eiusdem et diffinitione quadrati: de supra autē superficie. manifestum est quoqz q̄ ipsa ē quadrata ex. 10. imo. 24. vndeclimi et hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa/ lia sibi quoqz sūt equalia: et ex diffinitione quadrati. Si itaqz huic cubo libeat cor/ pus quatuor basium triangulariū et equilateraz inscribere: in basi et in ei⁹ superficie suprema protrabantur due diametri quaz vna cōtinuet duas extremitates insi/ mas duoz cathecoz et alia cōtinuet supremas alioz duoz quas aio intelliges esse a. c. et b. f. debinc a duobus punctis. b. et f. terminantibus diametrum superficie su/ preme demitte ypothemis aliter binas et binas diametros q̄ quoz laterales super/ ficies dividant quas imaginaberis esse ab. b. quidem. a. b. et. b. c. at vero. ab. f. f. a et. f. c. has autē diametros in hac plana figura p̄trahere cōtempsi ne multitudo li/ neaz cōfunderet intellectū. si igit̄ figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi/ debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/ dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄z cubo proposito ex diffinitio/ ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo q̄ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adiuicem equales.

Propositio .2.



LIBER

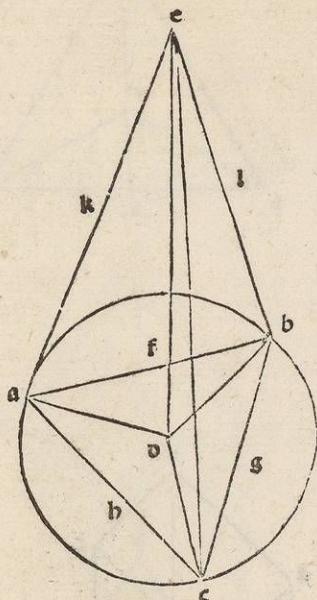
Stra datum corpus habens quatuor bases triangulas atqz equilateras corpus octo basium triangularium equa lumen laterum distinguere.

CSi iura piramidē quatuor basiū triangulariū et equilateraz octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsaz fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuaſ ſcōm cuiuslibet lince quātitatiē trigonius equilaterus qui sit. a. b. c. cui circuſcribat cirkulus ſupra centz. d. et exat. d. e. pendicularis ad ſupficieſ ipsius trigoni ex. 12. vndeclimi: que ponat dupla eſſe in potencia ad ſemidiamez cirkuli circuſribentis trigonū. a. b. c. et a puncto. e. cadat tres ypothemiſe ſuper tria puncta. a. b. c. Et itaqz cōpleta piramis quatuor basiū trilateraz et equilateraz pirabant enī. d. a. d. b. d. c. cū igit anguli quos cōtinet linea. e. d cum ſingulis lineis. d. a. d. b. d. c. ſint recti ex diffinitione perpendiculareſ ad ſupficie. cumqz quadratū linee. e. d. ſit ex ypothetiſ duplū ad quadratum ſemidiametri cirkuli. a. b. c. erit ex peculiaria prima quadratū vniuſcuſqz triū ypothemiſarium lineaz. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratū ſemidiametri cirkuli. a. b. c. ſed ex octaua tredecimi quadratū quoqz culuſqz triū latez trianguli. a. b. c. triplum ē ad quadratū ſemidiametri eiusdē cirkuli: igit oia latera ſtatutę piramidiſ ſunt adiuuicem equalia quare ipsa eſt equilateraz basiū. Nam itaqz ſibi octocedron inſtudere voluerim⁹ diuidemus vnuqdoqz ſex latez eius in duo media equalia et cōtinuabimus mediū punctū cuiuſqz lateris cū medijs punctis cunctoz reliquoqz latez cū quibus ipſiū continent et angulū ſuperficiale. verbi gratia diuidā latera basis in punctis. f. g. h. et ypothemiſas cadentes ab. e. i. pūctis. k. l. m. et p̄tinuabo pūctū. f. cū pūcto. g. et cū. b. et cū. k. et cū. l. pūctūqz. m. cū eiusdē. g. h. k. l. et. g. cū. b. et cū. l. et. k. cū eiusdē. et. l. Ecce itaqz perfectū eſt corpus octo basiū triangulariū bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidiſ iungentibus cōtentum: has aut̄ octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera eſſe maniſtū eſt: ipſum quoqz corpus ſtatute piramidi ex diffinitione inſcriptum quemadmodum iuſſi eramus efficerē.

Propoſitio .3.

Stra cubum aſſignatum figurari octo basiū triangularium equalium laterum conſtituere cubo intendimus inſcribere octocedron.

CQualiter aut̄ cubū cōponere oportet i prima hui⁹ ſufficienter dicū eſt. igit fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium et equalium latez in eo ex prima huius designe. ac intrā ipſam piramidem expreſſiſa octocedron diſtinguitur. quo facto ſimil etiā factū erit quod voluimus. Conſtat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipſius inſcripte piramidiſ eſte dia gonos basiū cubi et ex ratiocinatione premissa liquet cuncros angulos octocedri in bac piramide diſtincti eſſe in lateribus ipſi⁹ piramidiſ: quare maniſtū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri eſſe i basib⁹ aſſignati cubi. igit ex diione habem⁹ p̄poſitum. Aliter idem centris cunctarib⁹ basiū cubi quēadmodū i nona quarti ſit reptis a cētro ſupreme ſuſficiē ei⁹ ad cētra quatuor lateralium ſuſficiēz quatuor ypothemiſas demittit et a cētro infime et ad earūdem lateralium ſuſficerium cētra quatuor alias ypothemiſas eleua centra quoqz quatuor laeraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet q̄ centra earum tantū que ſeiuicem ſecant continuos



Verbi grā. iungas centz anteriorz cū centro dextre z cū cētro sinistre: centz quo/ q̄ vltime iunges cū eisdē. hoc enī cū centro dextre z cū centro sinistre. habes itaqz corpus octo basiū triangulariū his. 12. lineis que centra superficiez cubi cōplexū con/ tinuant. Si igitur has bases equilateras esse p̄bare vclueris: a cētris basiū cubi ad cuncta ipsius latera p̄pendiculares p̄trahē quas necessariū ē oia latera ipsius cubi p̄ equalia diuidere ex scđa pte tertie tertij: quod planū ē si vnicuiqz basiū cu/ bi circulū circūscripteris atqz iō binas z binas super idem punctū in lateribus ba/ siū cubi cōstat cōcurrere easqz ex scđa pte. 13. tertij patet adinuicē eē equalces z equi/ distantes lateribus cubi ex scđa pte. 28. pr̄imi. iōqz etiā singulas esse equalces dimi/ dio lateris cubi. igit ex. 10. vndecimi manifestū est binas z binas eaz sup idē latus cubi in medio eius punto cōcurrentes rectū angulū continere: eo q̄ omnes super/ ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra superficiez cubi cōtinuan/ tes z anguli quos hee linee super media puncta laterū cubi cōcurrentes bine z bine cōtinent subtendūtur ipse erunt ex quarta pr̄imi v̄l etiā si manus ex penultima pr̄i/ mi adinuicē equalces: ergo est in p̄posito cubo designatū corpus octo basiū trian/ gulariū z equilateraz. qđ oportebat facere. ec.

Propositio .4.

Ntra datum corporis octo basiū triangulariū atqz equi/ laterarum cubum figurare.

SNon dubites quin corp⁹ octo basiū triangulariū atqz equilateraz certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliquo planū sursū orthogonaliter erecta eā p̄ equalia diuide z a punto ei⁹ medio duas lineas hincinde p̄pendiculares extrahē que cōponant linēā vñā erunt q̄ hee due linee seinnicē secantes videlicet prima que super positū planū ē ortho/ gonaliter erecta z alia que ipsā sup eius mediū punctū orthogonaliter secat i cadē superficie site sunt p̄ primā pte scđe vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super cōm punctū sectionis earum quēadmodū. 12. docet vndecimi perpen/ dicularem erigere quā facias candē superficie in vtrāqz ptem penetrare: z ponc cun/ tra. sex portiones basz trium linearum a punto in quo seinnicē secant equalces. sic enī quelibet qualibet p̄ eq̄lia z orthogonaliter diuidet. ita q̄ cum sint tres qqz due eaz salutifere crucis venerandū signū ad angulos rectos cōtinebūt a supremo igitur erecte linee sup positū planū punto quatuor ypothemis ad extremitates duaz lineaz ipsā secantū demitte: deinde ab infimo eiusdē erecte pucto: q̄tuor ali/ as ypothemis ad easdē duaz secantū lineaz extremitates eleua: postremo quo/ q̄ harū ypothemis extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hec duodecim linee videlicet q̄tuor ypothemis a supmo pun/ cto erecte p̄pendicularis descendētes: quatuor que postremē ab eius infimo punto sursū eleuate z relique quatuor linee basz ypothemis extremitates continuantes ex penul. pr̄imi sine iunctionis punto plures repetita adinuicem egleſ: q̄re con/ stat corpus ab eisdē terminatū octo basibus triangularib⁹ equilaterisqz cōtineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangularium ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaz reperta. 12. lineis rectis hac le/ ge cōtinua vt centz cuiusqz boz trianguloz cū cētro cuiusqz triū ad ipsi⁹ latera ter/ minatoz p̄ rectā lineā copuleſ. nō ē aut h⁹ rei idoneū figuram i plano depingere. ideoqz restat vt quod dicitur mente cōcipias ipsūqz si placet actu z ope compleas

LIBER

videbis enī. 12. līneis bōꝝ trianguloꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/
nere quē restat vt equilateris rectangulisqꝫ superficiebus demonstrē esse conclu/
sum. nō enī erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadrate. ducito ergo a quo/
libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularē ad latus i li angulo
oppositū. has autē pp̄pendicularares ex. 11. q̄rtedecime cōstat eē adiuicē eq̄les & diui/
dere latera quibus pp̄pendiculariter insīstunt per equalia. ideoqꝫ binas & binas sup/
idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēqꝫ cōstat ex his que i. 17. quar/
tidecimi demonstrata sunt transire per centra trianguloꝝ. ideoqꝫ p̄ extremitates
laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trianguloꝝ & late/
ra ipsōꝝ intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equalēs an/
gulos quoqꝫ ab his pp̄pendicularibꝫ binis & binis coētibꝫ cōtētos ex. 8. primi patet
esse equalēs. Et quia hec perpendicularares sueqꝫ portiones inter centra & latera in/
tercepte eosdem angulos ambīunt: erunt quoqꝫ anguli quos linee a centris trigo/
noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes bīnc & bīne cōtinēt adiuicē equalēs. cū /
qꝫ latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex/
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoqꝫ rectangulū
protrahant enī diagoni in singulis superficiebꝫ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs
adiuicē equalēs eē conuincēt mediantibꝫ angulis a duabus perpendicularari/
bus per ipsāꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu/
los ex. 8. primi equalēs sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū
basium corporis huius sint adiuicē equalēs: latera quoqꝫ earundē basū equa/
lia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē cqui/
angulas. a tqz ex. 32. primi oēs anguli cuiusqꝫ eaꝝ sunt equalēs quatuor rectis. se/
quitur eas esse rectangulas: itaqꝫ ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̄
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atqꝫ equilate/
rarum assignato corpori octo basū triangularium quo/
qꝫ atqꝫ equilaterarum inscribere.

Assignato corpori octo basū inscribe fin precepta premisse cubū
cuboꝝ inscripto inscribe. vt docet prima piramidē huiꝫ q̄lis p̄ponit
cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/
tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in superficiebꝫ
assignati octocedri: erunt quoqꝫ cuncti anguli piramidis huius in superficiebꝫ cor/
poris octo basium cū cam iubemur inscribere: quarc ex diffinitione manifestum ē
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Vtra datū corpus viginti basū & equalū laterū corpus
duodecim basū pētagonalium eq̄liū laterū atqꝫ equalium
anguloꝝ figuralibꝫ cōponere. Corp⁹. 20. basū nō docem⁹ hic
fabricare quoniā ex. 16. tredecimi qua cōvenit arte hoc fieri satis eu/
dens est eo igitur ut ibi docē cōposito. si sibi corp⁹. 12. basū pētago/
naꝝ atqꝫ equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum enī
est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos h̄c. & q̄ ad p̄stitutionē vniuersiūsqꝫ
solidi anguli corporis tecētri quiqꝫ superficiales conueniūt sicut ex demōstratione. 16. tre/
decimi colligitur. constat illud corp⁹. duodeci solidis angulis cōpleri. iuentis igī ut

in ante premissa centris cunctorum triangulorum totur ycoedron terminantium ea. 30.
 rectis lineis cotinua ita quod cuiusque centz centris omnium circuiacentium co
 municat in latere per rectas lineas iungas. cu ergo hoc feceris videbis ex illis. 30.
 lineis duodecim pentagonis constitui. 12. angulis solidis dati ycoedri: oppositos
 hos itaque pentagonos queadmodum in antepremissa fecisti de basibus cubi equila
 teros esse probabis. Necesse est enim vt uorulibet triangulorum duoz idem latus ba
 bentium centra eodem spatio distant. restat ergo vt eos etia equiangulos esse silo
 gises. Ver Janiscum est aute ex rocinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti ba
 sium ab eade spera cuius diameter est tanque diameter huius corporis videlicet lineas
 que duos eius angulos oppositos cotinuat esse circuiscriptibile. Si igite hec diamet
 er per medium secet punctus sectionis erit centru spere ipsum circuiscriptentis ab eo.
 itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendicularares ex. 11. vndeclimi ducto
 z a punto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eoz angulos re
 ctas lineas dirigito. deinde centru spere cum singulis angulis ipsoz pentagonorum
 continuato: age ergo eos proba est equi angulos hoc modo. Cum enim omnes circuli
 circumscribentes trigonos ycoedri sunt equales erunt omnes perpendicularares a
 centro spere ad ipsos venientes et in eoz cotra cadentes equales: omnes ergo linee
 a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an
 guli pentagonorum sunt cotra circulorum trigonos ipsos ycoedri circumscribentiuz
 ex hypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius
 in. 14. silogisauimus sectorum proueniente in superficie spere cum aliqua plana super
 ficies spera secat non super centru eius esse circuiferentia continent*e* circulum; necesse est
 quinque lineas venientes a concursu perpendiculariter ducite a centro spere ad sup
 ficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiusque pentagoni esse adiuicem
 equales. itaque omnibus his duodecim pentagonis est circulus circuiscriptibilis. cu igite
 ipsi sint equaliter co*incid* eos esse etia equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio .7.

Intra datum corpus duodecim basium pentagonaz equi
 lateratum atque equiangularum corpus viginti basium tri
 angularium atque equilaterarum fabricare. ad hanc modum
CQualiter corpus duodecim basium pentagonorum equilateraz atque
 equiangularaz coponere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qualis
 corpus viginti basium triangularium et equilaterarum sibi conueniat inscribi
 hic addisce suorum pentagonorum centris vt in. 14. quarti fit repertis ea adiuicem
 30. lineis hac lege continua vt vniuersiusque pentagoni centrum centro cuiusque pe
 tagoni secum in latere co*icant*is iungatur ita. videlicet quod vniuersiusque pentagoni
 centrum centris quinque pentagonorum terminantium vel circuiacentium continet.
 cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pen
 tagonorum continuantibus contenti. eruntque hi viginti trianguli viginti solidis
 gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trian
 gularum quas equilateras est demonstrabimus et erunt. 12. solidi anguli huius corporis
 20. basum in cotris. 12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium: hos
 itaque. 20. triangulos equilateros est sic proba. a cotris pentagonorum ducito ppredicu
 lares ad latera eruntque omnis ppredictulares equales binas ergo et binas probabis ex

LIBER

octava primi equos angulos continere et quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis et binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendicularares sint equaes: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equaes: quod est propositum: Perpendicularares autem binas et binas equaes angulos continere et omnes eas adinuicem esse equaes sic collige. Ex quinta primi et 26 eiusdem constat singulas carum dividere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinuicem equaes ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare binae et binae super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris punto coibunt eo quod utraqque dividit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt communem per equalia: has igit perpendicularares binas et binas usque ad angulos quibus communem latum in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum producto et eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoque patet eas esse equaes eo quod omnia latera cubi sint equalia. easdemque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistantem communem latere in quo binae et binae perpendicularares conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia dividiti. itaque per .33. primi uncte linee continuantes puncta i qui bus binae et binae perpendicularares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equaes. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igit ex octava primi anguli contenti a binis et binis perpendicularibus iuntur equaes: quare per quartam eiusdem linee quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equaes: inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium et equalium laterum sicut insi eramus

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atque equilatera regi proposito intra ipsum cubum distinguere. Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vnius cuiusque eorum vnius angulo putatur cubi figuram videbis exigere chordam unam subtenderis ex eis duodecim chordis sexae equaliteras rectangulariasque superficies cubi et corpus amplectentes superficies. Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangularias autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato yoccoedro inscripti demonstrantur esse equiangulas: constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: quod a centro: illius spere ad omnes has quadrilateras superficies perpendicularares: ut docet undecima undecimi protrahe et a punto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficies rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficiem cum centro spere iunge: eruntque hec linee centrum spere cum angulis quadrilaterarum superficiem continuantes semidiametri spere de qua quadratis quia demptis quadrato perpendicularis remanet ex penultima primi quadrata lineasque continuantes punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficiem necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

sqz necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. Et qz ex. 32. primi anguli cu
iusqz eaz pariter accepti sunt equales quatuor rectis engulis. sequitur eas ec recta
gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

Duo duodecedro sibi demum octocedron includere.
Composito duodecedro ut in. 17. et sic decimisex latera suarum
sufficiunt ea videlicet que cathecos sup sex lineas opposita latera su
perficiem cubi per equalia secantes erectis tanqz eorum conant
iungunt per equalia dividit: eaqz bina et bina adiuvicem composita co
tinua per tres lineas qui se inuenient super medium punctum diametri cubi ex. 48.
Undecimi per equalia secabuntur: eruntqz ut quoqz due eaz trium se inuenient quoqz
ad angulos rectos dividantur. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12
lineas rectas continuaueris pertinuerit tibi corpus octo basiuz triangularium et equi
laterarum et quarta primi vel si maius ex penultima primi: qd oporebat ostendere.

Propositio .10.

Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi
um triangularium atqz equilaterarum adhuc restat distin
guere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octava huius cuboqz pi
ramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi
ut patet ex rocionatione prime et anguli cubi in angulis duodecedri ex rocionatione
octava: erunt quoqz anguli piramidis in angulis duodecedri. itaqz constat quod vo
lumus.

Propositio .11.

Proposito ycoedro in eo cubum figurare.

Cycoedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex
octava constat autem ex demonstratione sexte qd omnes anguli duo
decedri cadunt super centrum basium ycoedri et anguli cubi sunt in
angulis duodecedri: itaqz anguli cubi sunt i centris basium ycoedri
babemus ergo propositum.

Propositio .12.

Octocedron datum piramidem quatuor basium triangula
rium atqz equilateraz sibi postulat inscribi.

CSi in dato ycoedro ex premissa cubum inscripteris cuboqz ex p
rima pyramidem inclusuris quin postulationi ycoedri satisfeceris
hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque
regularia corpora de quorum mutua ab inuenient inscriptio in hoc. 15. libro deter
mine si uniusqz eoz quilibz certoz est inscriptibile. 20. corundem inscriptioes acci
deret. Quippe quilz eoz quinqz ent cetera quatuor inscriptibilis. i.e. qter quicqz in
scriptioes qd est. 20. necessario prueniret. at vero piramidi solu octocedron pruenies
est inscribi. Non enim sunt in piramide bases aut anguli aut latera in quibz angu
li cubi aut ycoedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi piramidis contingere

LIBER

Lubum quoq; soli⁹ pyramidis et octocedri ut octocedron solins pyramidis et cubi receptioni sunt apta qualite; eni in eorum alterutro. 12. angulos ycoedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita ut singuli in eoz singulis cadant collocabis: ycoedron autem cetera cōuenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ycoedri nequit esse recepta culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali scinuicē bini et bini oppositione respiciunt lineeq; eos continuantes se se per equalia orthogonaliter dividunt. itaq; illud glosū signū ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis agulis triplicatū reddant. hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ycoedri possunt sub suo situ recipere neq; eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera bac diametrali orthogonaliq; oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoꝝ receptor̄ existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascrispere celo quēadmodū pyramidis formā igni eo q; sursum sub pyramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer igni motus puitate sequitur sic octocedri forma pyramidis. formā ad motū habilitate comittat. Viginti vero basium figuram atq; dictanterunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuleſ in sperā fluentis rei motui magis q; scandentis conuincire visa est. Lubon vere figurā quidaꝝ dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusq; reperi terra. si igitur ex. 20. inscriptioni bus. 3. quas pyramidis nō substinet binasq; a quibus naturā cubi et octocedri aliena est. Kursusq; vna cui ſrepugnat ycoedri figura reieceris erū relique tū. 12. inscriptiones pyramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycoedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus ut arbitror sufficierat alias disputatum est.

Propositio .13.

Abricato quoq; quinq; regulariū corporoꝝ ſibi ſperam inscribere.

Ex tertiodecimo libro itaq; manifestū est vnuq; q; horū corporum esse ſpere inscriptibile. nūc itaq; cōſtabit viceversa ſperā vni cuiq; ipſoꝝ esse inscriptibile. a circuſribentis eni ſpera centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendicularares exeat quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circumſribentium cadere necesse est. cumq; omnes circuli eas circumſribentes ſint equales eruntq; hec perpendicularares equales. itaq; ſi hī quantitatē vnius earum circulum ſuper centrum circumſribentis ſpera deſcripteris eiusq; ſemicirculum quoq; ad locum vnde moueri ceperit redat circuſduxeris quia ipsum per extremitates cunctarū perpendicularium necesse est tranſire conuinces ex corollario. 15. tertij ſperam iſtius ſemicirculi motu deſcriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest ſpera de basibus corporis contingere quā circuſductus ſemicirculus dū mo- uebatur contingit: quare assignato corpori conſtat nos ſperam quemadmodū p/ poſitum erat inſcriptiſſe.

Opus elementorū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoq; Lampa/ ni pſpicacissimi Lōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Auguſtentis impressor ſolertissimus. venetijs imprefit. Anno salutis. M.cccc. lxxiiij. Octanis. Laleñ. Juñ. Lector. Vale.

etiam vero illi agere eruntur non corporis
et tunc estum circulum super terram etiam
etiam vero illi agere eruntur non corporis
etiam vero illi agere eruntur non corporis

¶ Propterea etiam etiam etiam etiam etiam etiam
etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam
etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam
etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam etiam

nenia.

1000-10000

卷之三

L-R

-y-15

卷之三

W.A. BOYSE, 193