



**Universidad de Valladolid**

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Física

# Espectroscopía multifotónica para el estudio de plasmas

Autor:

Gabriel Pérez Callejo

Tutores:

M<sup>a</sup> Inmaculada de la Rosa García  
Verónica González Fernández



*A mi familia  
porque aunque hace tiempo que dejaron  
de entender de qué hablaba  
siguen escuchando todas mis presentaciones.*



# Índice general

<b>Lista de figuras</b>	<b>V</b>
<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Introduccion teórica</b>	<b>7</b>
2.1. Estructura hiperfina del átomo de Hidrógeno . . . . .	7
2.1.1. El Hamiltoniano de estructura fina e hiperfina . . . . .	7
2.1.2. Desdoblamiento de niveles en la estructura hiperfina . . . . .	9
2.2. Efecto Stark . . . . .	11
<b>3. Láser</b>	<b>13</b>
3.1. Óptica no lineal . . . . .	13
3.2. Sistema Láser . . . . .	14
3.3. Láser Sintonizable . . . . .	15
<b>4. Control de la longitud de onda absoluta</b>	<b>19</b>
4.1. Calibrado . . . . .	20
<b>5. Sistema de control de la sintonización</b>	<b>25</b>
5.1. Montaje del sistema . . . . .	25
5.2. Problema teórico . . . . .	28
5.3. Procedimiento . . . . .	32
5.3.1. Máscaras del fotodiodo . . . . .	32
5.4. Resultados del diseño final . . . . .	35
<b>Apéndices</b>	<b>39</b>
<b>A. Sistema de plasma</b>	<b>39</b>
A.1. Sistema de vacío . . . . .	39

A.2. Sistema de refrigeración . . . . .	41
A.3. Sistema de gases . . . . .	42
A.4. Sistema de electricidad . . . . .	43
<b>B. Programa de MatLab</b>	<b>45</b>

# Índice de figuras

2.1. Desdoblamiento de los niveles energéticos correspondientes a $n=2$ debido a la interacción fina. . . . .	9
2.2. Desdoblamiento del nivel $n=1$ debido a la interacción hiperfina . . . . .	9
2.3. Disposición final de niveles en el átomo de hidrógeno . . . . .	10
2.4. Desplazamiento de los niveles debido al efecto Stark (2.4a) e intensidad relativa de cada una de las transiciones de estos niveles en función del campo eléctrico (2.4b) .	11
3.1. Sistema láser utilizado . . . . .	14
3.2. Esquema general del Láser Sintonizable . . . . .	15
3.3. Oscilador Óptico Paramétrico bombeado con el segundo armónico de un láser de Nd:YAG . . . . .	16
3.4. Amplificación de la radiación de 772 nm mediante bombeo de cristales BBO con el tercer armónico del Nd:YAG . . . . .	17
3.5. Imagen del láser sintonizable utilizado en el laboratorio del grupo de Espectroscopia Láser . . . . .	17
4.1. Vistas frontal (4.1a) y lateral (4.1b) de la entrada y salida de radiación en el espectrómetro . . . . .	20
4.2. Posiciones del motor para distintas longitudes de onda . . . . .	22
4.3. Imágenes del proceso de calibración del espectrómetro . . . . .	23
5.1. Sistema de diagnóstico de radiación mediante interferómetro etalón. . . . .	26
5.2. Sistema conjunto de lente divergente y etalón. . . . .	27
5.3. Caja contenedora del circuito amplificador . . . . .	27
5.4. Circuito RC amplificador del fotodiodo. Fuente: Especificaciones del fotodiodo. . .	28
5.5. Free Spectral Range de 7 GHz . . . . .	29
5.6. Imagen de anillos de interferencia generados por un etalón . . . . .	30
5.7. Esquema de distancias presentes en la detección . . . . .	31
5.8. Radio de los anillos de interferencia a una distancia de 705 mm del etalón, para distintas frecuencias. . . . .	32

5.9. Máscara inicial diseñada para el fotodiodo . . . . .	33
5.10. Esquema de los radios de detección de la primera ventana . . . . .	33
5.11. Datos obtenidos con el filtro espacial con dos diafragmas únicamente . . . . .	34
5.12. Diseño de la ventana espacial para el etalón . . . . .	34
5.13. Esquema de los radios de detección para tres puntos por FSR . . . . .	34
5.14. Capturas de pantalla del osciloscopio de trabajo cuando el fotodiodo recibe luz (5.14a) y cuando sólo recibe radiación de fondo (5.14b) . . . . .	35
5.15. Resultados del barrido en frecuencias obtenidos mediante el nuevo sistema de diag- nóstico . . . . .	36
5.16. Picos de señal en los dos sistemas de control durante una sintonización del láser. Imagen obtenida directamente del sistema de adquisición . . . . .	37
5.17. Scan completo de la transición 1S-2S junto a las señales de control de los etalones. El eje de abscisas representa GHz a 243 nm . . . . .	37
A.1. Esquema del sistema de vacío diseñado para el plasma . . . . .	40
A.2. Sistema de tuberías de vacío . . . . .	41
A.3. Sistema de refrigeración . . . . .	41
A.4. Disposición esquemática del sistema de gases y vacío . . . . .	42
A.5. Esquema de la instalación eléctrica . . . . .	43
A.6. Parte frontal del panel de resistencias . . . . .	43
A.7. Lámpara de cátodo hueco conectada (A.7a) y plasma generado en el interior de la misma (A.7b) . . . . .	44



# Resumen

Este trabajo se enmarca en el campo de la espectroscopia láser por absorción de dos fotones para el estudio de plasmas de hidrógeno o deuterio. Uno de los parámetros que pueden estudiarse mediante estas técnicas es el valor del campo eléctrico local a partir del estudio del desplazamiento Stark de las componentes de la estructura fina en distintas transiciones atómicas resonantes (este trabajo se centra en la transición 1S-2S). Dado que para asegurar la fiabilidad de los resultados se requiere un control fino de la radiación, se centra este trabajo en el diseño e implementación de diversos métodos que permitan mejorar la calidad de este control, tanto en la longitud de onda absoluta proporcionada por el láser como en la linealidad de la sintonización de la misma a lo largo de una medida completa.

This work is framed by the laser spectroscopic set-up to study hydrogen isotope plasma using two photon absorption spectroscopic techniques. Within other means, the set-up allows to determine the local electric field strength with high spatial resolution, by measuring the Stark displacement of the fine structure components of different resonant atomic transitions (this work focus on transition 1S-2S). In order to assure the reliability of the results, a highly precise control of the tuneable UV laser radiation is required. The aim of this work is twofold: to improve the control of the absolute wavelength generated by the laser, and the control of the linearity of the frequency detuning provided by the laser system.



# Capítulo 1

## Introducción

En el grupo de Espectroscopia Láser de la Universidad de Valladolid actualmente se trabaja en la caracterización de plasmas de baja presión fuera del equilibrio termodinámico en descargas de cátodo hueco. Éstos son normalmente plasmas de Hidrógeno, que es el átomo más simple de cuantos aparecen en la naturaleza. El hecho de que esté formado exclusivamente por un protón y un electrón permite su tratamiento a través de la mecánica cuántica de manera analítica. Esta posibilidad permite además comparar los resultados experimentales con aquellos teóricos, obteniéndose un buen acuerdo entre éstos (en algunos casos con una precisión de hasta  $10^{-15}$ ).

Uno de los parámetros más importantes en la caracterización de estos plasmas es el campo eléctrico presente en ellos y su distribución. Éste se mide a través del desplazamiento Stark que provoca en las distintas componentes de las transiciones finas del átomo de Hidrógeno. En ocasiones se trabaja también con plasmas de Deuterio, lo que permite además el estudio del desplazamiento isotópico de dichas transiciones. Una ventaja adicional de los plasmas de Deuterio, es que al tener este átomo el doble de masa que el de Hidrógeno, una comparativa entre ambos permite estudiar el comportamiento dinámico de las partículas.

Las transiciones del nivel fundamental al primer y segundo estado excitado del Hidrógeno corresponden a longitudes de onda de 121.5 nm y 103 nm respectivamente. En el grupo de Espectroscopia Láser de la Universidad de Valladolid, las longitudes de onda de trabajo son el doble de las anteriormente mencionadas (243 nm y 205 nm) para inducir transiciones a dos fotones (en vez de producirse la absorción de un fotón de frecuencia  $\nu$ , el átomo absorbe en la escala de los femtosegundos, dos fotones de frecuencia  $\nu/2$ ). Estos procesos a dos fotones permiten además obtener espectros libres de efecto Doppler, y con una gran resolución espacial y temporal. Para conseguir radiación sintonizable de la longitud de onda adecuada se trabaja en este grupo con láseres de cristales no lineales, como se verá en la sección 3.3.

Estas medidas requieren un control muy preciso de la radiación láser, y es precisamente en este campo en el que se ha centrado este trabajo. Existen dos parámetros especialmente importantes, y por ello se distinguen en el presente documento dos partes claramente diferenciadas.

El primer punto a tener en cuenta es el control de la longitud de onda absoluta de la radiación. Dado que las estructuras finas (que se explicarán en el capítulo 2) para distribuciones de campo eléctrico en el plasma de hasta 4 kV/cm, se encuentran en un intervalo espectral de aproximadamente 12 GHz (esto equivale, en la longitud de onda UV correspondiente, a 30 pm), es necesario un sistema de control que indique qué longitud de onda (con precisión de picómetros) proporciona el láser. El propio sistema cuenta con un software que indica aproximadamente el valor de la longitud de onda, pero éste no es fiable, debido a que últimamente todo el sistema ha tenido que ser desmontado para trasladarlo a las nuevas instalaciones. Además ha sido necesario sustituir alguno de los cristales no lineales, cuya alineación y tallado es crítico en la longitud de onda obtenida, procesos que modifican la instalación experimental pero no el software.

Como primer objetivo se pretende mejorar sustancialmente el control de la longitud de onda absoluta de la radiación láser, y para ello se ha desarrollado en este trabajo, un protocolo de uso de un espectrómetro de red de difracción (cuyas especificaciones se darán más adelante) sin calibrar. Debido a su gran precisión será de mucha utilidad en el sistema que nos ocupa y precisamente por ello es conveniente tener una calibración adecuada y un control preciso del mismo. Este espectrómetro requiere para su manejo del uso de un programa informático específico y sin ningún manual de instrucciones suministrado por la casa.

Para llevar a cabo la calibración, se ha procedido a introducir en el espectrómetro radiaciones de distintas longitudes de onda. A partir de los datos obtenidos ha sido posible extraer una función de calibración, así como crear un documento que haga las veces de manual, de manera que dicho espectrómetro pueda ser utilizado para diagnóstico de manera sencilla.

El segundo punto de este trabajo está dedicado a mejorar el control de la frecuencia de la radiación láser, y la emisión en un solo modo longitudinal a lo largo de cualquier sintonización. Dado que se quieren observar las distintas transiciones atómicas que se producen en el plasma, la longitud de onda de la radiación incidente habrá de ir variando ligeramente para observar las distintas componentes finas. Esto es posible debido a que el ancho de banda de la radiación utilizada (300 MHz, en el límite de transformada de Fourier) es menor que la diferencia en frecuencia entre estas componentes. De hecho permite observar además las componentes hiperfinas de la transición 1S-2S, ya que su diferencia de frecuencias es de 621 MHz.

Una condición muy importante a lo largo de las sintonizaciones es que la radiación se encuentre en un único modo longitudinal (SLM) para que la longitud de onda sea única. Debido a los múltiples elementos mecánicos involucrados en estos procesos de sintonización, es sencillo que esta condición se pierda y con ella la linealidad y uniformidad de la radiación a lo largo de un scan. Por ello es necesario implementar un sistema que permita controlar esta condición de SLM a lo largo del tiempo, mejorando así la precisión de las medidas.

Hasta ahora se ha trabajado con un interferómetro etalón (idéntico a un Fabry-Perot, siendo la única diferencia que en este caso entre las dos caras hay un medio distinto de aire) que obtiene unos anillos de interferencia que se transmiten a un monitor, donde un fotodiodo recoge una señal cada vez que aparece en el monitor un nuevo anillo de interferencia al variar la frecuencia de la

radiación ya sea por la realización de un barrido (en este caso esto significa una señal cada 7 GHz), o por la aparición de algún modo no deseado en la radiación. De esta manera se tiene un control de la velocidad de barrido (comprobando el espaciado temporal de las señales) y del funcionamiento monomodo del láser (comprobando la aparición de señales intermedias). Este sistema se encuentra integrado en el láser sintonizable, a la salida de un Oscilador Óptico Paramétrico (ver sección 3.3).

Como segundo objetivo de este trabajo se tiene pues, diseñar e implementar un sistema de control basado en este mismo principio, triplicando sin embargo el número de picos de señal recibidos. Esto es, en el intervalo de expansión del primer anillo de interferencia el sistema inicial registra un pico de señal correspondiente al centro del anillo, y se pretende ahora tomar tres, a lo largo de la expansión para aumentar el control sobre el correcto funcionamiento del láser. Para ello se pretende situar una máscara diseñada para tener tres aperturas equiespaciadas en el dominio espectral, a la salida de un interferómetro etalón (situado esta vez a la salida del láser sintonizable, para dar cuenta de todos los efectos que pudieran aparecer a lo largo de los procesos no lineales y pudieran haber afectado a la radiación) en el que se introduce una radiación residual del sistema sintonizable (de 657 nm), como se verá en la sección 3.3.

Como se puede extraer de lo dicho hasta ahora, en el presente trabajo se tratan múltiples áreas de la física como son: la mecánica cuántica, la óptica cuántica, la optoelectrónica, el electromagnetismo, las técnicas de trabajo experimental, y muy especialmente la óptica. El planteamiento será el siguiente:

- Inicialmente, se hará una pequeña introducción teórica sobre conceptos necesarios para entender el desarrollo del trabajo. Esta introducción se desarrollará en el capítulo 2.
- A continuación, en el capítulo 3 se describirá brevemente el sistema experimental utilizado y sus diferentes partes a fin de tener una idea más concreta de la disposición utilizada.
- Finalmente, a lo largo de los capítulos 4 y 5 se expondrá el trabajo realizado para tratar con los dos problemas expuestos. Se mostrarán además los resultados obtenidos para comprobar que los sistemas son funcionales.
- Se añade un protocolo de puesta en marcha del sistema de plasma elaborado en el grupo de Espectroscopia Láser de la Universidad de Valladolid a lo largo del año 2015 por Gabriel Pérez Callejo y Enrique Vasallo Fernández (Apéndice A).
- Además se ha incluido un programa de MatLab elaborado por el autor, y utilizado en el diseño del sistema de control de la sintonización (Apéndice B).



# Capítulo 2

## Introducción teórica

### 2.1. Estructura hiperfina del átomo de Hidrógeno

#### 2.1.1. El Hamiltoniano de estructura fina e hiperfina

El Hamiltoniano del átomo de Hidrógeno puede escribirse en su forma más simple de la siguiente manera:

$$H_0 = -\frac{i\hbar}{2m}\nabla^2 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.1)$$

que representa la energía cinética del electrón, y el potencial que la carga positiva del protón del núcleo ejerce sobre él.

Es sabido que las soluciones de la ecuación de Schrödinger para este Hamiltoniano presentan un alto grado de degeneración (que aumenta con  $n^2$ , siendo  $n$  el número cuántico principal). Según la capacidad resolutoria de los instrumentos de medida fue aumentando, se llegó a observar que algunas líneas del espectro de emisión de este átomo presentaban un pequeño desdoblamiento (lo que se creía que era una sola línea en realidad eran varias). Esto es debido a que el Hamiltoniano total incluye más términos de los que se han tratado hasta aquí, que se introdujeron como correcciones. Algunos de estos términos añadidos son [1]:

- La variación relativista de la masa del electrón con la velocidad.
- La deslocalización del electrón causada por los pares electrón-positrón que aparecen por fluctuaciones del vacío (término de Darwin).
- La interacción entre los momentos magnéticos asociados al momento angular orbital del electrón y a su spin.

que, por ser pequeños (puede comprobarse que su magnitud es del orden de  $\alpha^2 = \frac{1}{137}^2$ ), pueden ser tratados mediante teoría de perturbaciones. Se obtuvieron de esta manera las nuevas energías

asociadas a los niveles atómicos del Hidrógeno y el porqué de esta “ruptura parcial” de la degeneración (mayoritariamente causada por la interacción spin-órbita, dado que los demás términos provocan un desplazamiento en todos los niveles de energía por igual).

Esto se llamó la “estructura fina” del átomo (denotaremos como  $W_f$  el Hamiltoniano perturbativo que da cuenta de estas pequeñas interacciones).

Sin embargo, faltaba aún de tener en cuenta una interacción fundamental. Debido a que el núcleo es un protón, tiene asociado un spin  $\frac{1}{2}$ , y por tanto, un momento magnético. Este spin nuclear interactúa con los demás momentos magnéticos de la manera usual. La interacción dependerá de la magnitud de este momento magnético, dada por:

$$\vec{M}_p = g_p \frac{\mu_N \vec{I}}{\hbar} \quad (2.2)$$

donde  $g_p$  es la constante giromagnética del protón,  $\mu_n$  el magnetón nuclear de Bóhr y  $\vec{I}$  es momento angular de spin del protón.

De esta manera, conocido el valor del momento magnético, el término adicional en el Hamiltoniano queda perfectamente determinado, siendo su forma la siguiente:

$$W_{hf} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{q}{m_e R^3} \vec{L} \cdot \vec{M}_I + \frac{1}{R^3} [3(\vec{M}_s \cdot \vec{n})(\vec{M}_I \cdot \vec{n}) - \vec{M}_s \cdot \vec{M}_I] + \frac{8\pi}{3} \vec{M}_s \cdot \vec{M}_I \delta(\vec{R}) \right\} \quad (2.3)$$

[**Nota:** la notación  $\vec{M}_s$  corresponde al momento magnético del spin electrónico,  $\vec{L}$  al momento angular orbital, y  $\vec{n}$  al vector unitario en la dirección de unión del protón y el electrón.]

La interpretación de los diferentes términos de este Hamiltoniano es la que sigue:

- El primer término aporta información sobre la interacción entre el momento magnético nuclear y el momento angular orbital del electrón.
- El segundo término se refiere a la interacción magnética entre los dos momentos angulares de spin.
- El último término toma valores no nulos solo en el entorno de  $R = 0$ , es decir en el “interior” del protón. El campo magnético creado por el núcleo, no es igual en el exterior que en el interior del mismo. Este término da cuenta de la interacción entre los momentos de spin en el interior del núcleo (recuérdese que el protón no es puntual, sino que tiene una cierta extensión).

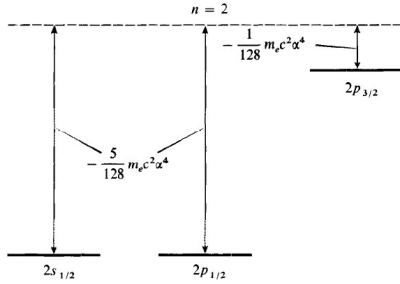
Puede comprobarse que estas nuevas interacciones son aproximadamente 2000 veces menores que las introducidas en la estructura fina (al aparecer la masa del protón en el denominador, incluida en el magnetón nuclear de Bóhr), por lo que se pueden seguir tratando mediante teoría de perturbaciones.

El Hamiltoniano completo para el átomo de Hidrógeno se constituye incluyendo los términos perturbativos de la estructura fina e hiperfina:



$$H = H_0 + W_f + W_{hf} \quad (2.4)$$

### 2.1.2. Desdoblamiento de niveles en la estructura hiperfina



**Figura 2.1:** Desdoblamiento de los niveles energéticos correspondientes a  $n=2$  debido a la interacción fina.

Del estudio del Hamiltoniano de la estructura fina (en el cuál no se profundizará por no ser ese el objeto de este documento) se obtiene, como se ha mencionado antes una ruptura parcial de la degeneración energética, al separar la interacción spin-órbita en tres niveles el nivel energético  $n=2$  (los niveles  $2s_{1/2}; 2p_{1/2}; 2p_{3/2}$ ). Se obtiene además de este estudio, que los niveles  $2s_{1/2}$  y  $2p_{1/2}$  están degenerados debido a que tienen el mismo valor del momento angular total  $J$ .

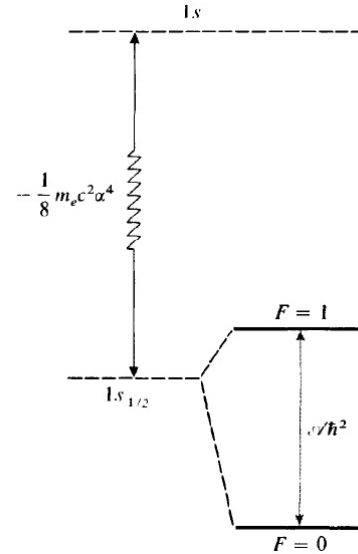
Este Hamiltoniano no introduce ningún desdoblamiento en el nivel  $n=1$ , por lo que éste sigue estando degenerado.

La situación de los niveles energéticos del nivel  $n=2$  queda, por tanto, como se indica en la figura 2.1 [1].

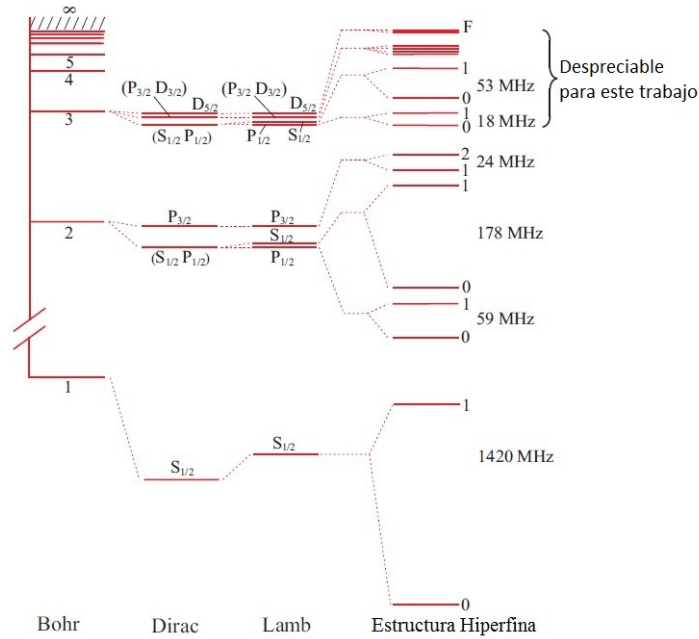
Al introducir el Hamiltoniano  $W_{hf}$  estos niveles se modifican, y es precisamente el desdoblamiento que aparece en este nivel el necesario para este trabajo. Los dos primeros términos del Hamiltoniano de estructura hiperfina no introducen desdoblamiento de niveles, sino simplemente un desplazamiento global debido a condiciones de simetría, por lo cual no serán de interés en este desarrollo.

Sin embargo, el término final es proporcional al producto  $\vec{I} \cdot \vec{S}$ . Este suele expresarse en función del momento angular  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{S}$ , suma de los momentos de spin electrónico y nuclear.

En el estado  $1s$   $F$  puede tomar los valores 1 ó 0 (debido a que el momento angular orbital es nulo). De esta manera aparecerá una diferencia de energías según el valor de este momento, introducida por  $W_{hf}$ . Por tanto, la distribución energética del nivel  $n=1$  es como se indica en la figura 2.2, donde  $\mathcal{A}\hbar^2$  es la energía de interacción hiperfina del Hidrógeno (correspondiente a una frecuencia de 1420 MHz), y el valor  $-\frac{1}{8}m_e c^2 \alpha^4$  el desplazamiento añadido por el Hamiltoniano de estructura fina. [1].



**Figura 2.2:** Desdoblamiento del nivel  $n=1$  debido a la interacción hiperfina



**Figura 2.3:** Disposición final de niveles en el átomo de hidrógeno

Es análogamente demostrable que en niveles superiores, aparece un desdoblamiento similar debido a la adición de los momentos  $\vec{J}$  e  $\vec{I}$ . Debido a que  $I = \frac{1}{2}$  siempre, este desdoblamiento sólo será en dos niveles. En el caso aquí tratado, se ha utilizado un láser con anchura de banda de 300 MHz. Dado que la diferencia energética en niveles con  $n > 1$  es en la mayoría de los casos menor que ésta anchura de banda, se despreciará este efecto en niveles superiores.

El desdoblamiento general de niveles se representa en la figura 2.3 [3]

Conviene observar que en el nivel  $2s_{1/2}$  aunque la diferencia energética entre niveles sea menor que la anchura de banda (178 MHz), esta diferencia sí será apreciable en las transiciones. Dado que en este caso se está trabajando con transiciones a dos fotones (ver capítulo 1), por la conservación del momento angular, sólo serán posibles transiciones que cumplan la regla de selección  $\Delta F = 0$ , debido a que los fotones llevan polarizaciones circulares opuestas. Se tiene entonces que las transiciones posibles al nivel fundamental tienen una diferencia de energías (ver figura 2.3) de  $1420 \text{ MHz} - 178 \text{ MHz} = 1242 \text{ MHz}$ , que al ser producidas por dos fotones, corresponden a  $1242 \text{ MHz}/2 = 621 \text{ MHz}$ , mayor que el ancho de banda del láser, y por tanto distinguible.

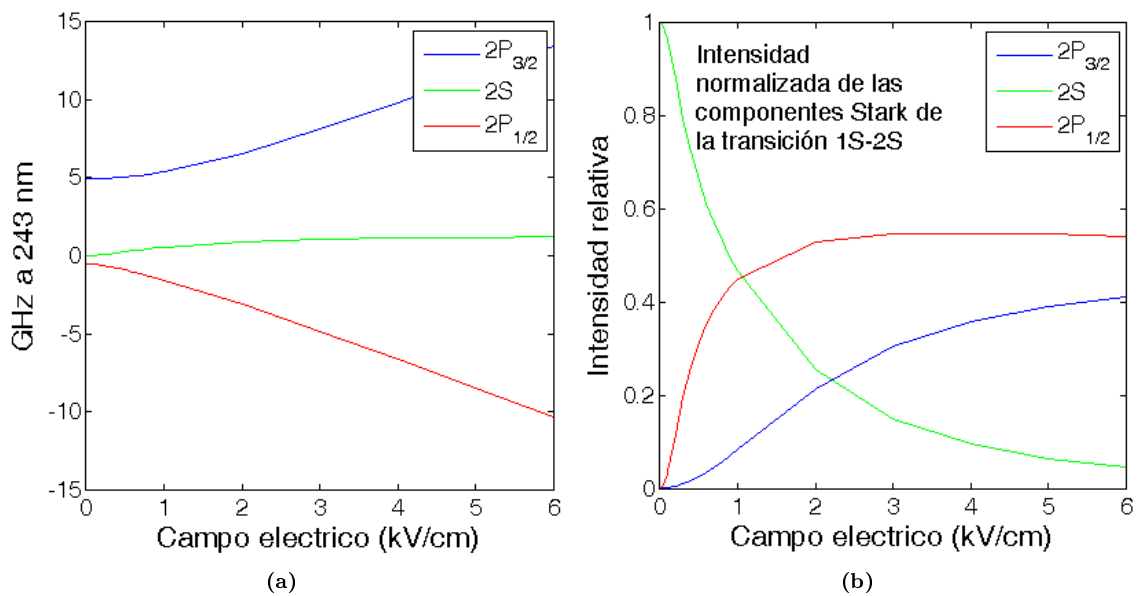
Estas serán las transiciones a tener en cuenta en este trabajo.

## 2.2. Efecto Stark

El efecto Stark consiste en la alteración de los niveles de energía atómicos al situar el sistema en un campo eléctrico  $\mathcal{E}$ .

Como será de esperar esta perturbación externa modificará los niveles energéticos del átomo de manera que la configuración de éstos dependerá del valor del campo eléctrico presente. En el caso que aquí se estudia, el campo eléctrico presente en el plasma dependerá, entre otras cosas de la distancia a la pared de la lámpara de cátodo hueco.

Dado que el desplazamiento de los niveles atómicos en el átomo de Hidrógeno debido a un campo eléctrico es conocido y de la forma que se muestra en la figura 2.4a [7], midiendo la separación entre las distintas componentes de la transición atómica a una distancia determinada de las paredes de la lámpara, es posible conocer el valor del campo eléctrico en ese punto y caracterizar el plasma en función de este parámetro.



**Figura 2.4:** Desplazamiento de los niveles debido al efecto Stark (2.4a) e intensidad relativa de cada una de las transiciones de estos niveles en función del campo eléctrico (2.4b)

Puede además observarse en la figura 2.4b [7] cómo no todas las componentes de la transición aparecen siempre, sino que aquellas que corresponden a los niveles P cobran importancia a medida que aumenta el valor del campo eléctrico, siendo inexistentes cuando éste es nulo.



# Capítulo 3

## Láser

Dado que en este trabajo se exponen métodos de control de la radiación láser, se ha considerado apropiado hacer una introducción previa sobre el funcionamiento del láser de trabajo, y la obtención de radiación ultravioleta. Inicialmente se hará un comentario breve sobre la óptica no lineal (no se desea profundizar mucho en este tema por no ser el objetivo del texto), y a continuación se expondrá el funcionamiento del láser utilizado, así como del conjunto sintonizable.

### 3.1. Óptica no lineal

A raíz de la invención del láser con la consecución de irradiancias muy elevadas, aparecieron en óptica nuevos fenómenos tales como la suma o resta de frecuencias o la obtención de segundos y terceros armónicos, que requieren de la óptica no lineal para ser explicados.

Esta teoría parte de la siguiente idea: La polarización de un medio es típicamente proporcional al campo eléctrico aplicado a este medio, por medio de la permitividad dieléctrica. Esta proporcionalidad, no siempre es un escalar (más que en los medios isótropos y homogéneos), sino que normalmente viene representada por un tensor. Es posible escribir por tanto:

$$\vec{P} \propto \chi \vec{E} \tag{3.1}$$

A partir de esta relación todos los procesos que aparecen en la teoría óptica clásica de la interacción radiación-materia quedan perfectamente explicados. Sin embargo, a irradiancias suficientemente altas, la relación 3.1 no es estrictamente cierta, sino que aparecen términos de orden superior. En un caso general la polarización del medio puede escribirse como:

$$P \propto \chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \tag{3.2}$$

Estos efectos no fueron encontrados hasta la invención del láser, debido a las altas irradiancias necesarias para que aparezcan. Normalmente es suficiente considerar el desarrollo a segundo orden.

Para tener una idea de como a partir de la relación 3.2 aparecen algunos de los fenómenos antes mencionados, supóngase que sobre un medio no lineal incide una radiación compuesta por dos ondas monocromáticas planas, de frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . El campo incidente puede escribirse entonces como:

$$E_i = E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t} + c.c.$$

Y la polarización inducida exclusivamente a segundo orden será (considerando el tensor  $\chi^{(2)}$  como constante):

$$P^{(2)} \propto \chi^{(2)} \left( \left[ E_1^2 e^{2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c. \right] + 2[|E_1|^2 + |E_2|^2] \right)$$

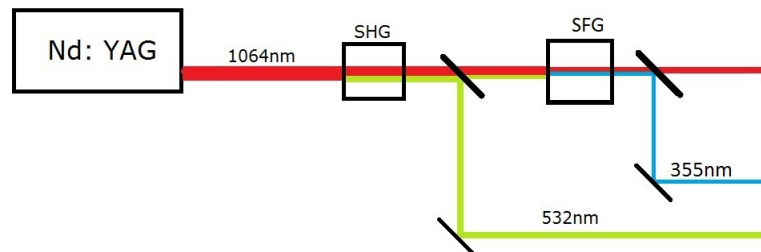
De la expresión anterior se comprueba la aparición de términos con frecuencias suma, diferencia y doble respecto a las introducidas. Estos fenómenos pueden aislarse unos de otros, de manera que es posible seleccionar en cierto modo la radiación a la salida del medio material (se están considerando procesos óptico paramétricos, en los que el material no sufre modificaciones al interactuar con la radiación).

Luego mediante procesos no lineales en óptica se puede modificar la frecuencia de una radiación. Estos procesos han de cumplir con las leyes de conservación correspondientes (lo que se conoce como “*Phase-Matching*”), lo que introduce unas limitaciones adicionales a estos procesos.

Se verá más adelante (sección 3.3) la importancia de estos procesos en el desarrollo del presente trabajo.

## 3.2. Sistema Láser

El láser utilizado durante todo este proceso ha sido un Nd:YAG pulsado con emisión en SLM (condición que se obtiene mediante un láser de semilla), cuyo medio activo es un cristal de granate de Ytrio y Aluminio dopado con Neodimio ( $Nd^{3+} : Y_3Al_5O_{12}$ ). La emisión fundamental de este sistema tiene una longitud de onda de 1064nm (es decir, emite en el infrarrojo).



**Figura 3.1:** Sistema láser utilizado

El medio activo es bombeado ópticamente mediante lámparas flash de gases nobles (Xe o Kr), en una cavidad resonante (oscilador) y a través de un sistema de espejos y lentes se hace pasar la radiación emitida a través de dos amplificadores. Éstos son básicamente el mismo medio activo también bombeado, pero sin cavidad resonante, de manera que cuando la radiación láser pasa a través de ellos estimula la emisión en los amplificadores, y aumenta su energía.

Esta radiación se hace pasar por un sistema de cristales no lineales, dobladores de frecuencia (SHG, Second Harmonic Generator) y de suma de frecuencias (SFG, Sum Frequency Generator), de manera que se obtienen a la salida tres haces distintos, uno de ellos con la longitud de onda fundamental, otro de ellos con el segundo armónico (532 nm de longitud de onda), de color verde; y un último haz correspondiente al tercer armónico de la radiación (355 nm), de color azul. El sistema utilizado se muestra en la figura 3.1.

### 3.3. Láser Sintonizable

En el laboratorio del grupo de Espectroscopio Láser de la Universidad de Valladolid se llevan a cabo de forma paralela dos experimentos que pretenden estudiar las transiciones 1S-2S y 1S-3S/3D respectivamente. Como se comentó inicialmente, estos experimentos cuentan con un montaje de óptica no lineal dispuesto para obtener radiación de 243 nm y 205 nm respectivamente. En el trabajo aquí expuesto se ha trabajado principalmente con el sistema de 243 nm, y por tanto es el que se expone a continuación.

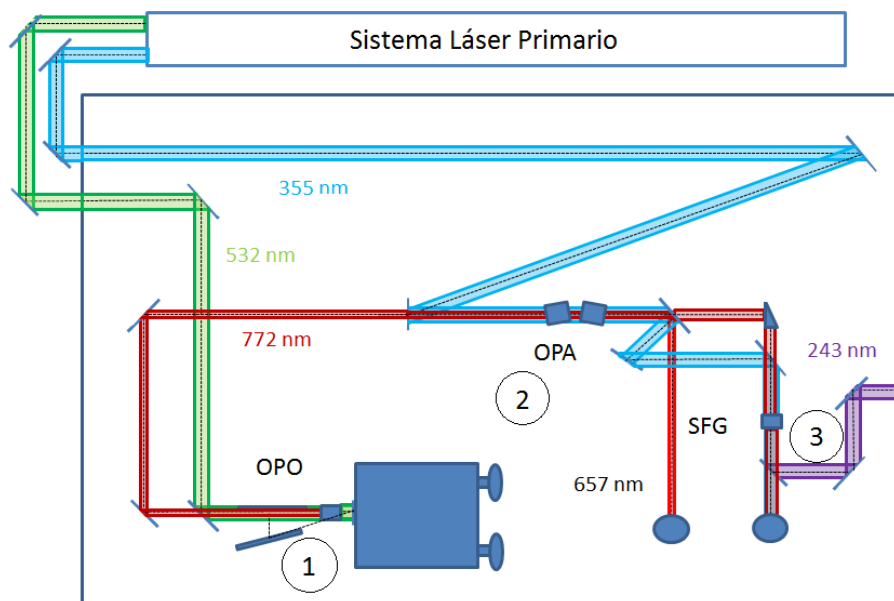


Figura 3.2: Esquema general del Láser Sintonizable

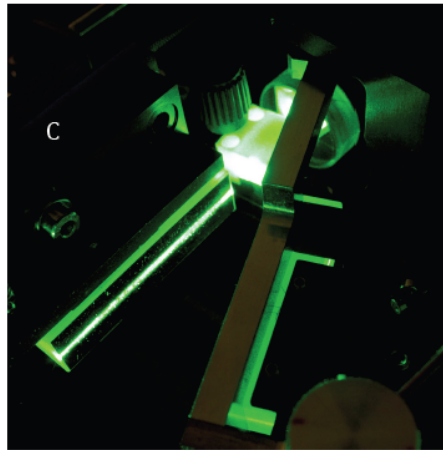
Tras haber obtenido a la salida del sistema láser radiaciones tanto de 532 nm como de 355 nm (ver sección 3.2), estas se introducen en el sistema sintonizable, encargado de obtener radiación de 243 nm. Un esquema general de este sistema se muestra en la figura 3.2.

Se explican a continuación los distintos procesos por los que pasa la radiación hasta obtenerse finalmente radiación de 243 nm:

- En primer lugar la radiación de 532 nm se introduce en un Oscilador Óptico Paramétrico (OPO, por sus siglas en inglés). Éste es un cristal de “Potassium Titanyl Phosphate” o  $KTiOPO_4$  (KTP) tallado. En él se produce un proceso de diferencia de frecuencias, pero es especialmente interesante, ya que se introduce una única radiación. Si la irradiancia de ésta es suficiente para que aparezcan procesos no lineales, se generarán dos radiaciones nuevas con distintas frecuencias (en función del ángulo de incidencia de la radiación inicial sobre el cristal, de acuerdo a la conservación de la energía y el momento). Dada la baja eficiencia del proceso éste se introduce en una cavidad resonante con una red de difracción (que selecciona una radiación que actúa como semilla en el proceso no lineal). El proceso que se realiza es el siguiente:

$$\frac{1}{\lambda_{772}} = \frac{1}{\lambda_{532}} - \frac{1}{\lambda_{1711}}$$

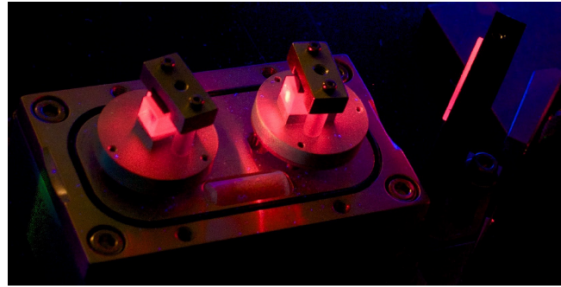
Obteniéndose por tanto a la salida del OPO radiación de longitud de onda 772 nm. Esta cavidad resonante se puede observar en la figura 3.3 [6].



**Figura 3.3:** Oscilador Óptico Paramétrico bombeado con el segundo armónico de un láser de Nd:YAG

- A continuación, la radiación de 772 nm obtenida se introduce junto con el tercer armónico del Nd:YAG (355 nm) en un Amplificador Óptico Paramétrico (OPA, por sus siglas en inglés). Éste es un sistema constituido por dos cristales de Beta Borato de Bario o  $\beta - BaB_2O_4$  (BBO), en los cuáles también se produce un proceso de diferencia de frecuencias a partir del





**Figura 3.4:** Amplificación de la radiación de 772 nm mediante bombeo de cristales BBO con el tercer armónico del Nd:YAG

tercer armónico. En este caso, al estar bombeando los cristales con la radiación que se desea amplificar (772 nm), la eficiencia es mayor que en el caso anterior. El proceso que se produce es:

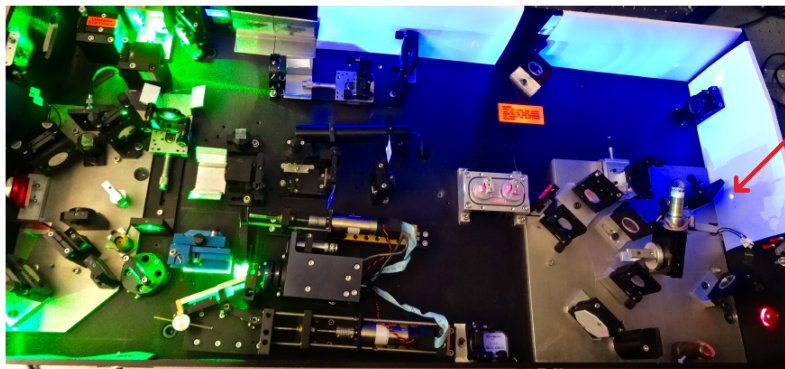
$$\frac{1}{\lambda_{772}} = \frac{1}{\lambda_{355}} - \frac{1}{\lambda_{657}}$$

El sistema se puede observar en la figura 3.4 [6], donde también puede verse como la iluminación del segundo cristal es mayor, debido a que la amplificación va aumentando.

Obsérvese que en este proceso se emite una radiación residual de las mismas características y de 657 nm de longitud de onda. Ésta será muy importante en el capítulo 5.

- Finalmente, la radiación de 772 nm amplificada se introduce junto con el tercer armónico en un cristal BBO de suma de frecuencias, de manera que se obtiene a la salida radiación de 243 nm de longitud de onda.

$$\frac{1}{\lambda_{243}} = \frac{1}{\lambda_{772}} + \frac{1}{\lambda_{355}}$$



**Figura 3.5:** Imagen del láser sintonizable utilizado en el laboratorio del grupo de Espectroscopia Láser

Una imagen del sistema completo se muestra en la figura 3.5 [6], donde pueden observarse todas las componentes de radiación puestas en juego. La radiación UV obtenida finalmente puede verse en dicha figura como un punto azul más intenso a la derecha de la fotografía, debido a la fluorescencia del UV sobre el papel blanco. Los pulsos obtenidos tienen una anchura temporal de 2.5 ns y una energía de 5 mJ.

## Capítulo 4

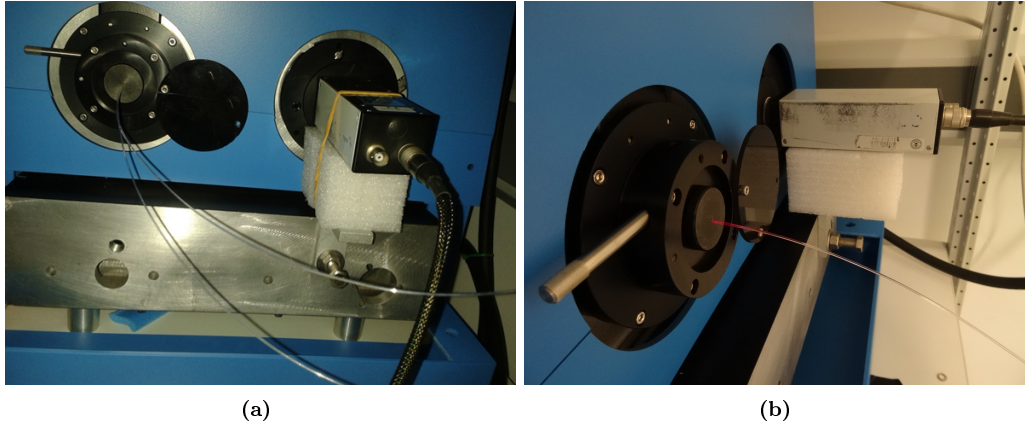
# Control de la longitud de onda absoluta

Como se explicó en el capítulo 1 el espectrómetro disponible (en calidad de préstamo) en el grupo de espectroscopía láser de la Universidad de Valladolid ofrece la posibilidad de mejorar el control de la longitud de onda de la radiación láser para el estudio de la resonancia del átomo de Hidrógeno (o cualquier radiación en el rango de 400 nm a 1000 nm).

La utilidad de este espectrómetro es sencilla de entender si se considera lo siguiente: La longitud de onda de la radiación a la salida del OPO depende de manera extremadamente crítica del ángulo de incidencia de la radiación sobre el cristal. Para modificar este ángulo, un tornillo micrométrico actúa sobre una palanca de 75 mm de longitud que provoca un momento sobre el OPO haciéndolo girar. Experimentalmente se ha comprobado que el desplazamiento de este tornillo que corresponde a un cambio de 1 nm en la longitud de onda a la salida del oscilador (772.04 nm a 773.04 nm) es de 0.3 mm, o lo que es lo mismo, un cambio de  $\pm 2$  mrad (que resulta en  $\pm 1$  mrad debido a la reflexión en la red de la cavidad, que reduce la incertidumbre a la mitad). Esta incertidumbre en la longitud de onda equivale a 500 GHz, o lo que es lo mismo 1670 veces la anchura espectral del láser de trabajo (300 MHz) y 750 veces la diferencia en frecuencia entre las transiciones hiperfinas del hidrógeno libre de efecto Doppler en la transición 1S-2S (621 MHz en absorción a dos fotones).

Aparte, como se mencionó en el capítulo 1, durante el traslado del instrumental a las nuevas dependencias, los elementos mecánicos han podido sufrir desplazamientos de sus posiciones previas, dejando por tanto de ser fiable el valor de la longitud de onda proporcionado por el software de control.

A la vista de esta situación, se pretende mejorar el control en el valor absoluto de la longitud de onda utilizando el espectrómetro disponible. Éste es un modelo FHR 1000 (Horiba Scientific), proporcionado por Marco Antonio Gigoso Pérez. Se trata de un espectrómetro Czerny-Turner, con una distancia focal de 1000 mm y una red de difracción de 1800 líneas/mm, que ofrece un rango espectral de hasta 1000 nm. Las prestaciones del espectrómetro permiten además observar



**Figura 4.1:** Vistas frontal (4.1a) y lateral (4.1b) de la entrada y salida de radiación en el espectrómetro

el orden cero de difracción.

Una vez el sistema esté calibrado, introduciendo la radiación a determinar en el espectrómetro, mediante un único scan completo, la longitud de onda quedará determinada.

Las radiaciones láser se introducen en el espectrómetro mediante una fibra óptica colocada frente a la rendija de entrada (de  $30\ \mu\text{m}$  de ancho), y se observa a la salida mediante una cámara CCD (como se puede ver en la figura 4.1), dado que el espectrómetro no tiene rendija de salida. La utilización de esta cámara permite realizar la calibración con longitudes de onda tanto visibles como del espectro infrarrojo cercano.

A la hora de manejar el espectrómetro, ha de utilizarse un software (*“Hardware Configuration and Control”*) que es la única manera de controlar todos los parámetros del aparato (la anchura de la rendija de entrada, la posición de la red de difracción, la velocidad de giro de la misma...). Dicho software no tiene memoria, es decir, al apagarlo y volverlo a encender reinicia todos sus parámetros a cero, independientemente del valor que tuvieran antes del apagado. Por ello es necesario siempre regresar a la posición del motor que permite el giro de la red correspondiente al orden cero de difracción (dado que en caso contrario al iniciar el programa para detectar una radiación se desconocería la posición de la red, lo que dificultaría la calibración, ya que habría que encontrar nuevamente la posición correspondiente al orden cero).

## 4.1. Calibrado

Para la calibración de este espectrómetro, se ha seguido el siguiente proceso:

- Encontrar la posición del motor correspondiente al orden cero de difracción (que será común a todas las longitudes de onda) y fijarla como “Posición cero” para las siguientes medidas. Este valor se define sólo una vez, tanto en el programa de control como en la pantalla, en la

cual se han hecho unas marcas para indicar esta posición.

- Introducir en el espectrómetro radiaciones láser cuyas longitudes de onda estén perfectamente determinadas y hallar las posiciones del motor correspondientes a la aparición en la posición de la pantalla definida como cero (en una posición del monitor fija) en el primer orden de difracción. Las radiaciones utilizadas son:
  - 532 nm: Procedente del segundo armónico del Nd:YAG, directamente a la salida del sistema láser primario (ver sección 3.2).
  - 657 nm: Procedente del OPA (ver sección 3.3).
  - 772 nm: Procedente del OPA (ver sección 3.3).
  - 820 nm: Procedente de un láser de diodo monomodo utilizado en un experimento paralelo.

Las radiaciones provenientes del láser sintonizable (772 y 657 nm) son conocidas porque se han determinado encontrando la resonancia del átomo de hidrógeno.

- Con los datos disponibles realizar un ajuste polinómico válido en el rango de trabajo.

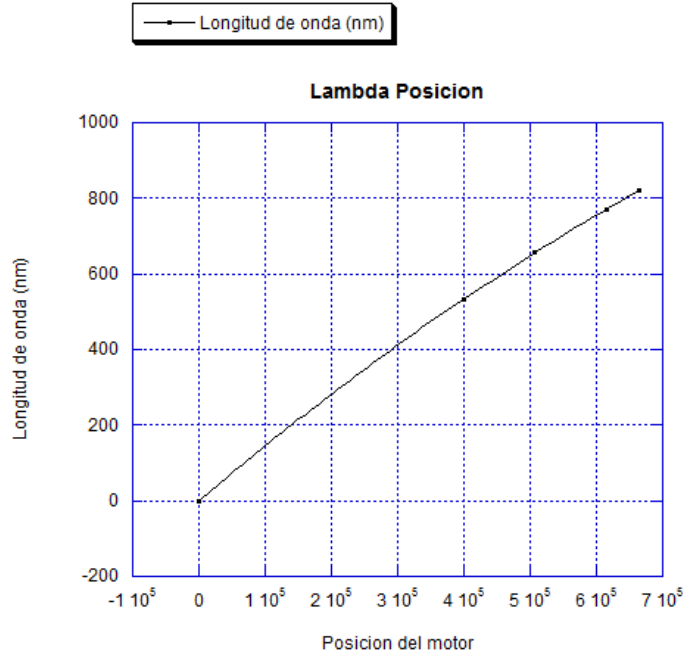
Para el primer apartado, se ha diseñado un soporte que permitiera introducir simultáneamente dos radiaciones distintas en el espectrómetro, mediante dos fibras ópticas (ver figura 4.1a). Una vez introducidas estas radiaciones, se procede a realizar un barrido con el espectrómetro, hasta encontrar una posición del motor para la cual aparezcan en pantalla dos imágenes de la rendija de entrada (correspondientes a las dos radiaciones). Mediante un movimiento lento del motor, se procede entonces a centrar esas imágenes en una posición concreta de la pantalla (que se apunta), y se define entonces esa posición del motor como “Posición cero”.

Una vez fijado este valor origen, se introducen las distintas radiaciones indicadas previamente (una a una), y se busca mediante un barrido del motor, la posición para la cual la imagen en primer orden de difracción de cada radiación coincide con la posición centrada definida como cero (esta posición del motor será diferente para cada longitud de onda). Las posiciones obtenidas se muestran en la tabla 4.1.

$\lambda(\text{nm})$	Posición del motor
532	399600
657	505700
772	615400
820	665300

**Tabla 4.1:** Posiciones del motor de movimiento de la red para distintas longitudes de onda

Estas mediciones se han realizado en dos ocasiones, con seis meses de diferencia (enero de 2016 y junio de 2016) para comprobar su reproducibilidad, encontrándose los mismos valores para las posiciones del motor.



**Figura 4.2:** Posiciones del motor para distintas longitudes de onda

Se pueden representar estas posiciones en función de la longitud de onda de la radiación, obteniéndose la representación de la figura 4.2.

Siendo la ecuación de ajuste parabólico ( $r^2 = 0,99999$ ):

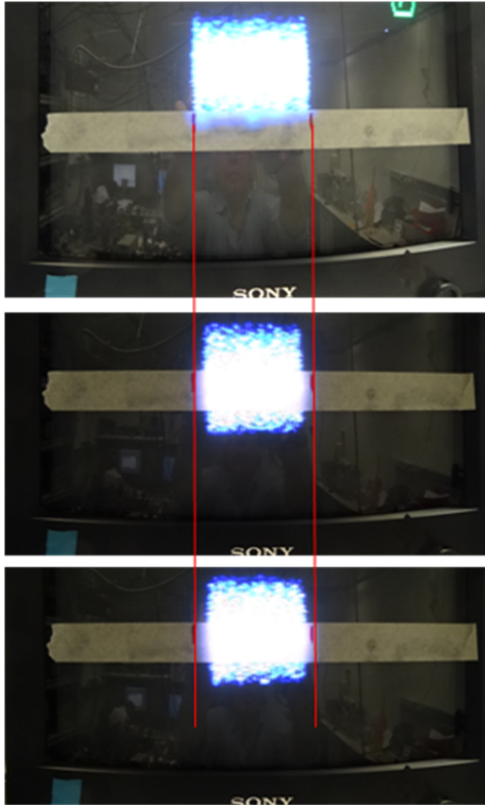
$$\lambda(\text{nm}) = -0,15735 + 0,0014889x - 3,8235 \cdot 10^{-10}x^2$$

Donde  $x$  es la posición del motor. Dado que el ajuste es muy bueno en el rango de trabajo, permite cómodamente conocer la longitud de onda de trabajo sin más que buscar la posición del motor para la cual esté centrada en la pantalla la imagen que suministra la cámara CCD.

Este ajuste aporta un valor de 896 pasos del motor por nanómetro (en 657 nm). Se puede deducir de este valor que si la posición de la imagen en la pantalla al variar la posición del motor varía apreciablemente en menos de 900 pasos, este sistema aportará una precisión mayor que el láser en el control de la longitud de onda.

Para comprobar esta condición, elegida una radiación (532 nm), se centra ésta en pantalla su imagen en primer orden de difracción como se ha indicado anteriormente. esta posición se marca en pantalla y se cambia entonces la posición del motor (muy ligeramente) hasta que la imagen se haya movido apreciablemente sobre la pantalla. Se ha encontrado que para 20 pasos del motor, el desplazamiento de la imagen es suficiente. Este desplazamiento corresponde aproximadamente a 20 pm en el rango de longitudes de onda de trabajo, que es cincuenta veces más precisión que la

que se tenía anteriormente (recuérdese que para 1 mrad la variación era de 1 nm).



**Figura 4.3:** Imágenes del proceso de calibración del espectrómetro

En la figura 4.3 se pueden observar los distintos pasos de este proceso de calibración (fotografías tomadas con radiación de 772 nm). La fotografía superior muestra la imagen registrada en orden cero, que define la posición de centrado en la pantalla (marcada sobre la cinta).

La fotografía central es la correspondiente al primer orden de difracción, y la inferior corresponde a un desplazamiento respecto a este primer orden de 20 pasos del motor, donde se aprecia el desplazamiento en pantalla de la imagen.

Se observa en esta figura que la proyección de la imagen de la rendija de entrada obtenida a primer orden de difracción es ligeramente más estrecha que la obtenida en el orden cero. Esto es debido a que al girar la red de difracción para alcanzar los distintos órdenes, la zona iluminada de la misma es menor, y por ello aparece esta variación de anchura, que facilita visualizar sobre la pantalla pequeños desplazamientos del motor.

Se puede observar que a pesar de lo rudimentario del sistema la mejora es muy importante. Introduciendo a la salida del sistema una rendija y un fotodiodo podría mejorarse la precisión, pero el valor obtenido de esta manera es suficiente para este trabajo.





## Capítulo 5

# Sistema de control de la sintonización

Como se comentó anteriormente, uno de los objetivos de este trabajo es el diseño y la implementación de un sistema que mejore el control que se tiene sobre la radiación láser durante una sintonización. Este sistema se presenta a lo largo del siguiente capítulo, así como los resultados obtenidos a partir de él. Conviene recordar previamente que el sistema utilizado hasta el momento presentaba un pico de señal cada  $\approx 7$  GHz, y el sistema que se desea implementar está previsto para tener tres picos de señal en el mismo intervalo, equiespaciados en el dominio espectral.

Como diferencia adicional entre el sistema original y el nuevo, está el hecho de que el nuevo sistema trabaja con radiación a la salida del láser sintonizable (radiación residual de 657 nm), con lo que dará cuenta de procesos que puedan afectar a la sintonización en los OPAs o en el SFG (ver sección 3.3). Para el montaje del nuevo sistema de control se ha utilizado material ya disponible en el laboratorio de Espectroscopia Láser.

### 5.1. Montaje del sistema

El esquema fundamental se muestra en la figura 5.1 , donde se ha representado mediante una línea roja el camino seguido por la radiación desde su salida del sistema láser hasta su detección.

Este sistema consta de las siguientes partes:

- **Cuña:** Es una lámina de vidrio en forma de cuña que permite desviar el haz de su trayectoria original. No se ha utilizado un espejo en este caso para evitar que la radiación que llegara al fotodiodo final fuera excesiva y pudiera saturar el mismo (como de hecho se ha comprobado que hace). La cuña permite separar las trayectorias de los haces reflejados en las distintas caras de la misma, disminuyendo así la intensidad de la radiación que entra al sistema, y evitando la interferencia entre los reflejos producidos en las dos caras.
- **Red de difracción:** Como se indicó en la sección 3.3, la radiación de 657 nm a la salida del sistema sintonizable no es estrictamente monocromática, sino que tiene parte de radiación

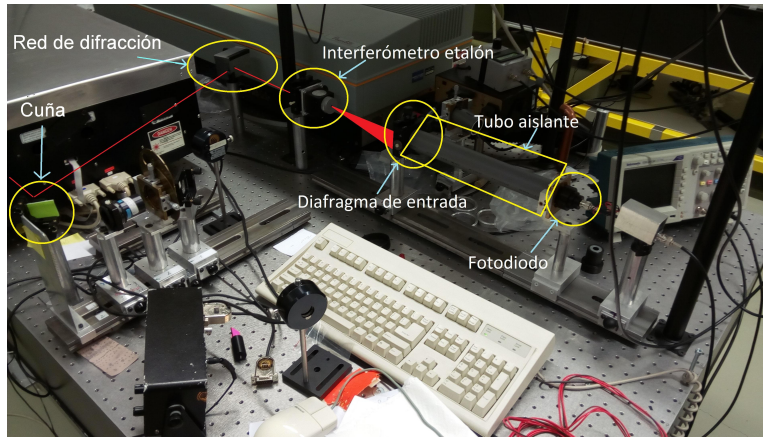
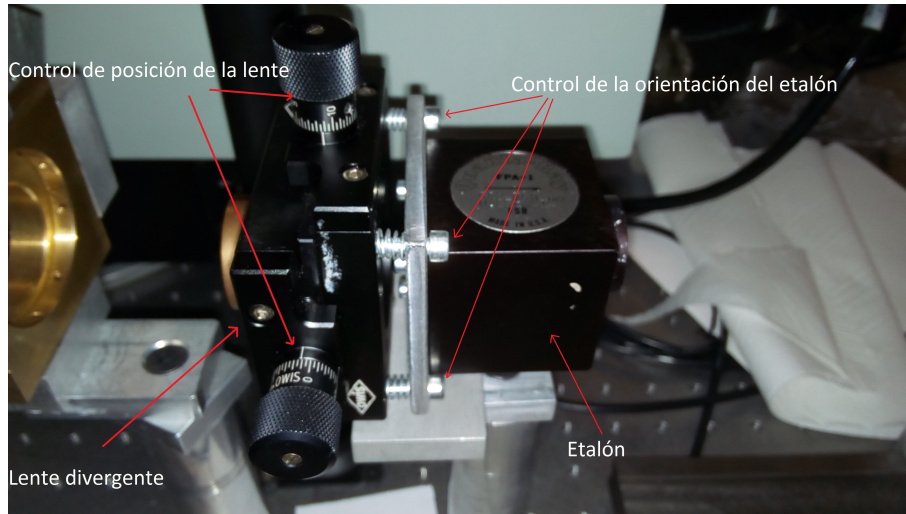


Figura 5.1: Sistema de diagnóstico de radiación mediante interferómetro etalón.

de 772 nm. Para obtener en el interferómetro un único conjunto de anillos de interferencia es necesario por tanto filtrar la radiación. Para ello se utiliza una red de difracción (de 1800 líneas por mm) en primer orden que permite seleccionar la radiación monocromática de 657 nm.

- **Lente divergente:** Al expandir el haz se obtienen diferentes órdenes de interferencia (anillos) a la salida del etalón, cosa que no ocurriría de incidir normalmente. Además, para que la iluminación que llega al etalón sea mayor (y por tanto los anillos puedan visualizarse mejor) se ha utilizado una lente divergente de focal  $f' = -150$  mm, de manera que la luz se concentre en un ángulo relativamente pequeño. Para mejorar el control sobre las posiciones relativas de esta lente divergente y el etalón, se ha situado la primera sobre un soporte externo que permite desplazamientos en el plano perpendicular a la radiación mediante tornillos micrométricos (para así poder asegurar que la radiación proveniente de la red incide en la zona central de la lente). La distancia entre la lente divergente y el etalón es de 40 mm en este montaje (distancia fija), lo que permite implementar este dato en el programa que calcula el radio de los anillos producidos (desarrollado para este cometido y comentado en la sección siguiente).
- **Etalón:** Es un bloque cilíndrico con dos caras plano-paralelas de 13.2 mm de espesor de vidrio BK7 ( $n=1.5151$ ) que constituye el interferómetro. La caja que contiene el etalón se encuentra sujeta al soporte externo mediante un punto fijo y tres apoyos variables que permiten la rotación de esta respecto a los dos ejes perpendiculares al movimiento de la radiación.
- **Diafragma de entrada:** Limita la entrada de luz al sistema, de manera que el efecto producido por la radiación de fondo (iluminación del laboratorio, reflejos indeseados...) es minimizado. De esta manera se asegura que la señal obtenida es debida a la señal del interferómetro.

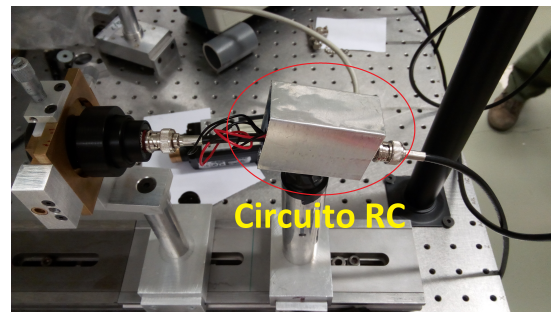


**Figura 5.2:** Sistema conjunto de lente divergente y etalón.

- **Tubo de apantallamiento:** Aisla el sistema de luces parásitas, e impide reflejos espúreos que pudieran contaminar la información.
- **Fotodiodo:** Genera una señal eléctrica cuando recibe radiación. Este fotodiodo concreto tiene incluida una ventana (ver subsección 5.3.1) a la entrada de manera que sólo recibe radiación del anillo central en tres zonas diferentes a lo largo de un Free Spectral Range (FSR), como se explicará en la sección 5.2.

En la figura 5.2 se muestra el conjunto lente divergente-etaldn, donde se pueden observar los mecanismos de desplazamiento (indicados como *Control de la posición de la lente* y *Control de la orientación del etaldn* respectivamente).

Otra medida que se ha tomado para mejorar la calidad de la señal es implementar un circuito de amplificación a la salida del fotodiodo. Dicho circuito (recomendado por el fabricante del fotodiodo, ThorLabs) se ha integrado en una caja como la que se muestra en la figura 5.3 y su función es amplificar la señal fotogenerada, así como disminuir el ruido de fondo.



**Figura 5.3:** Caja contenedora del circuito amplificador

El circuito integrado se representa esquemáticamente en la figura 5.4.

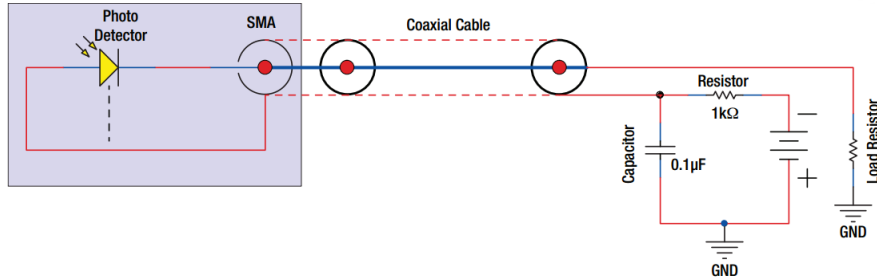


Figura 5.4: Circuito RC amplificador del fotodiodo. Fuente: Especificaciones del fotodiodo.

## 5.2. Problema teórico

Como se mencionado en este sistema se pretende triplicar el número de picos de señal obtenidos a lo largo del barrido en frecuencias utilizado. Es conveniente que estos picos estén equiespaciados en longitudes de onda. Por tanto, lo que se ha de conseguir es un sistema que localice tres puntos a intervalos idénticos de longitud de onda donde antes sólo se localizaba uno.

El primer punto a tener en cuenta para poder diseñar un sistema de estas características, es poder localizar en el espacio los puntos correspondientes a longitudes de onda concretas a la salida del interferómetro etalón. Es por esta razón que se han indicado previamente los elementos ópticos necesarios en el sistema experimental, para tener en cuenta todos ellos a la hora de realizar los cálculos pertinentes.

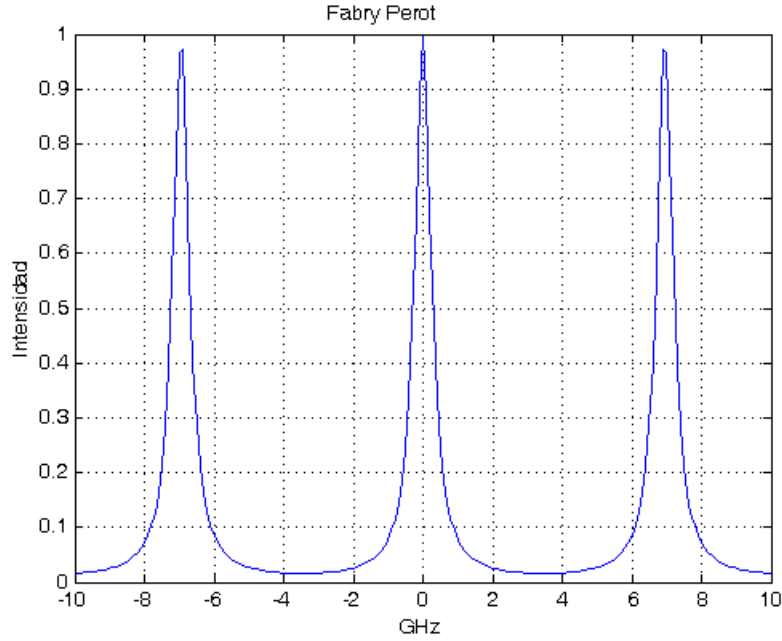
Si se acude a las ecuaciones que rigen el comportamiento de un interferómetro de ondas múltiples [5], se encuentra la expresión para el desfase entre haces que se propagan en el interior del material con un ángulo  $\theta$  :

$$\delta = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) 2nl \cos(\theta) \quad (5.1)$$

Donde  $n$  es el índice de refracción del material,  $l$  la longitud (de esta manera  $2nl$  representa el camino óptico de ida y vuelta en el material) y  $\lambda$  la longitud de onda que se propaga. Para que la interferencia sea constructiva y haya luz a la salida del material, debe existir una correlación entre las ondas con el mismo ángulo. Un estudio en profundidad de este sistema conduce a que la condición de intensidad máxima transmitida es que la diferencia de fase entre dos ondas con el mismo ángulo de incidencia sea un múltiplo de  $2\pi$ . Esta condición se traduce en la ecuación:

$$2m\pi = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) 2nl \cos(\theta) \quad (5.2)$$

Donde  $m$  es el orden de interferencia. De esta manera, es inmediato comprobar que aquellos ángulos que permiten la salida de luz del interferómetro (es decir, aquellos para los que la interferencia es constructiva) cumplen:



**Figura 5.5:** Free Spectral Range de 7 GHz

$$\cos(\theta) = \frac{m\lambda}{2nl} \quad (5.3)$$

En el caso que aquí se estudia, los únicos datos conocidos son la radiación de onda incidente (que como se mencionó en el capítulo 1 es de 657 nm) y el índice de refracción del etalón. Por tanto, es necesaria información adicional para poder hallar estos ángulos de interferencia.

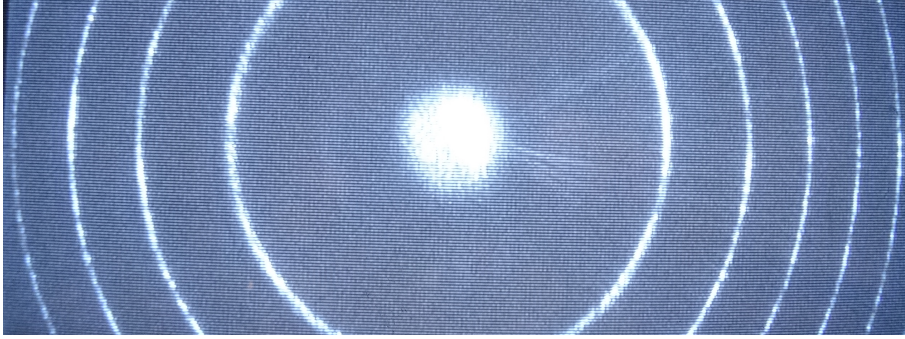
El parámetro que define la separación entre modos del interferómetro es el llamado *Free Spectral Range* (FSR). Éste es el intervalo espectral entre modos de interferencia de la cavidad. Como se puede ver de la ecuación anterior, para un ángulo  $\theta = 0$  no todos los valores de  $\lambda$  tendrán interferencia constructiva, sino sólo aquellos que cumplan la relación

$$m\lambda = 2nl \quad (5.4)$$

Siendo  $m$  un número entero. Esto quiere decir, que entre dos valores consecutivos de  $\lambda$  con interferencia en ángulo cero la diferencia es sencillamente:

$$\Delta\lambda_{FSR} = 2nl \left( \frac{1}{m+1} - \frac{1}{m} \right) = \frac{2nl}{m(m+1)} \quad (5.5)$$

El hecho de que el FSR de el interferómetro venga especificado por el fabricante (en caso de no venir, sería un valor sencillo de medir midiendo el intervalo espectral entre el nacimiento de un anillo y el siguiente) permite conocer de manera sencilla el camino óptico en el interior del etalón.



**Figura 5.6:** Imagen de anillos de interferencia generados por un etalón

A partir de las expresiones 5.4 y 5.5 es inmediato obtener la siguiente expresión para el orden de interferencia (en ángulo cero):

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{FSR}} \quad (5.6)$$

En múltiples ocasiones (como ha sido en este caso) se suele trabajar con el FSR expresado en unidades de inverso de la longitud de onda, y así es como viene especificado. Se expresa en este caso (a partir de 5.5) de la siguiente manera:

$$\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)_{FSR} = \frac{1}{2nl} \quad (5.7)$$

De esta manera, y una vez conocidos los datos anteriores, se puede escribir:

$$\cos(\theta_m) = m\lambda\Delta\left(\frac{1}{\lambda}\right)_{FSR} = \frac{m}{\lambda}\Delta\lambda_{FSR} \quad (5.8)$$

Donde en la última igualdad se ha hecho uso de las relaciones entre incrementos de funciones. Esta última relación, permite (conocido el orden de interferencia a ángulo cero, a partir de 5.6) hallar los ángulos que crean interferencia constructiva, que serán aquellos con  $m' < m(\theta = 0)$ .

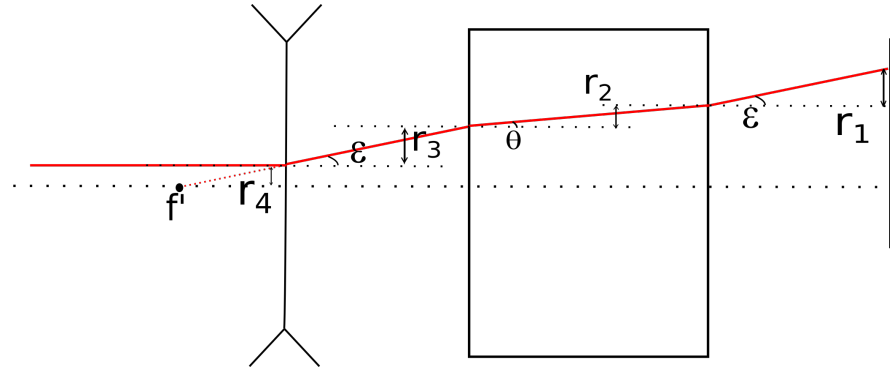
Llegados a este punto, es posible hallar los ángulos de salida de la radiación, dado que el índice de refracción del etalón es conocido. Se ha comprobado la validez de este valor ( $n = 1,5151$ ) midiendo el espesor del etalón, dado que se conoce el camino óptico de ida y vuelta gracias al FSR. Esto se reduce a un problema de Ley de Snell, y enseguida se comprueba que los ángulos de salida vienen dados por:

$$\sin(\epsilon_m) = \frac{1}{n}\sin(\theta_m) \quad (5.9)$$

Siendo finalmente el radio de los anillos a una distancia de detección  $d$ :

$$r_1 = d \cdot \tan(\epsilon_m) \quad (5.10)$$

Esta contribución se muestra en la figura 5.7. Han de tenerse en cuenta a continuación una serie de factores adicionales que afectarán también al radio de los anillos, como son:



**Figura 5.7:** Esquema de distancias presentes en la detección

- El desplazamiento lateral inducido por el etalón: Este término (que llamaremos  $r_2$ ), es sencillo de calcular dado que se han hallado previamente los ángulos de propagación dentro de la lámina que producen interferencia constructiva. Conocido el camino óptico equivalente al etalón y su índice de refracción, el grosor del etalón es automáticamente conocido, y por tanto el cálculo no presenta ningún problema.
- La divergencia causada por la lente situada previamente al interferómetro ( $r_3$ ): dado que tanto la distancia entre la lente y el etalón como los ángulos de entrada a la lente son conocidos (por ser estos últimos iguales a los ángulos de salida en una lámina de caras plano-paralelas), este término puede calcularse aplicando relaciones trigonométricas sencillas.
- El diámetro propio del haz que crea el anillo ( $r_4$ ): Da cuenta este término del hecho de que un ángulo de salida de la lente (cuya focal es conocida) corresponde a una altura respecto al eje óptico del haz de entrada.

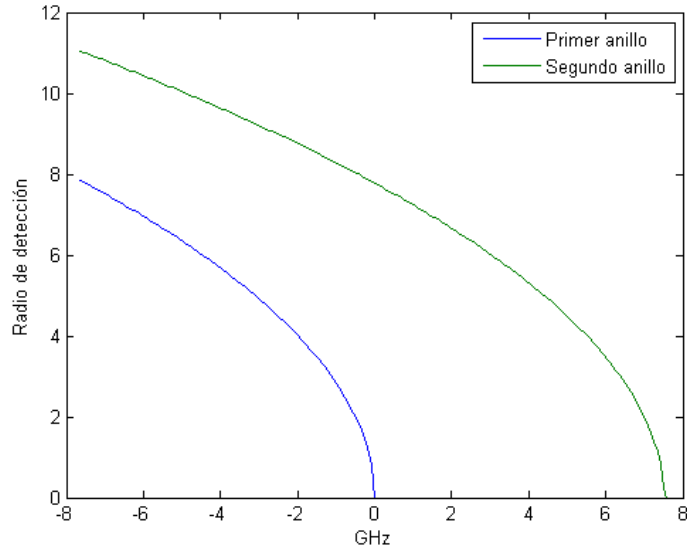
En el esquema de la figura 5.7 se muestran las cuatro contribuciones al radio de los anillos aquí descritas.

Por tanto, el radio de los anillos será finalmente la suma de todas las contribuciones:

$$R = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \quad (5.11)$$

Con lo que el problema teórico estaría resuelto. En el Apéndice B se adjunta un programa de MatLab que realiza el cálculo aquí mostrado y representa los radios de los anillos de interferencia en función de la variación en frecuencia de la radiación al sintonizar el láser para una distancia al interferómetro dada.

Mediante dicho programa se ha obtenido la figura 5.8 que representa los radios de los dos anillos centrales (a una distancia de 705 mm del interferómetro).



**Figura 5.8:** Radio de los anillos de interferencia a una distancia de 705 mm del etalón, para distintas frecuencias.

### 5.3. Procedimiento

Mediante sustitución del fotodiodo en el sistema (ver sección 5.1) por una cámara CCD (tomada de otro experimento de forma temporal) es posible medir los radios reales de los anillos de interferencia que se están creando y comparar con los datos obtenidos de forma teórica mediante el programa expuesto en el Apéndice B. De esta manera se comprueba la validez de los mismos y se puede pasar a la toma de datos final.

Para esta toma de datos se han diseñado una serie de máscaras para el fotodiodo, siguiendo el sistema expuesto a continuación.

#### 5.3.1. Máscaras del fotodiodo

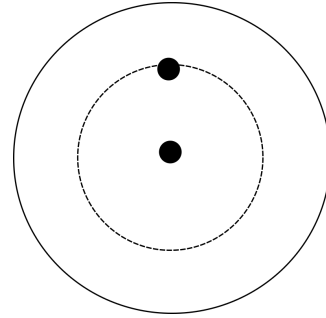
Inicialmente se diseñó una ventana para el fotodiodo con tan solo dos zonas de toma de datos en cada intervalo FSR, por simplicidad (ver figura 5.9).

Este diseño permitió la puesta a punto y optimización del montaje, pudiéndose alinear el sistema de manera que la radiación recibida por el fotodiodo fuera máxima. En esta primera ventana, un primer diafragma deja pasar la luz en ángulo cero, y otro a la mitad del FSR. Una vez que el alineamiento de sistema fue optimizado se procedió a una primera toma de datos, para comprobar si había errores en el diseño que pudieran eliminarse implementando mejoras en los posteriores. El significado del diseño de esta ventana se representa en la figura 5.10.

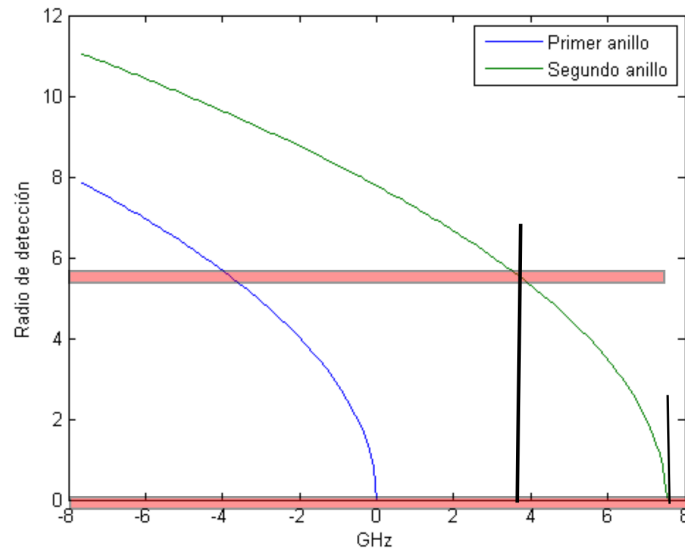


Los datos obtenidos mediante este primer filtro se muestran en la figura 5.11.

Se comprueba inmediatamente en dicha figura cómo en cada intervalo FSR del etalón original aparecen en el nuevo diseño dos señales (a primera vista equiespaciadas), con lo cuál el diseño realiza su cometido de manera satisfactoria. Para justificar los pequeños desplazamientos que aparecen entre un intervalo FSR del etalón original y uno equivalente en el nuevo interferómetro, se procedió a medir experimentalmente ambos intervalos. Se comprobó entonces que el FSR del etalón original es de 6.5 GHz, mientras que el del nuevo sistema es de 7 GHz, con lo que estos desplazamientos (que se observa que son acumulativos según avanza el barrido) quedan perfectamente justificados.



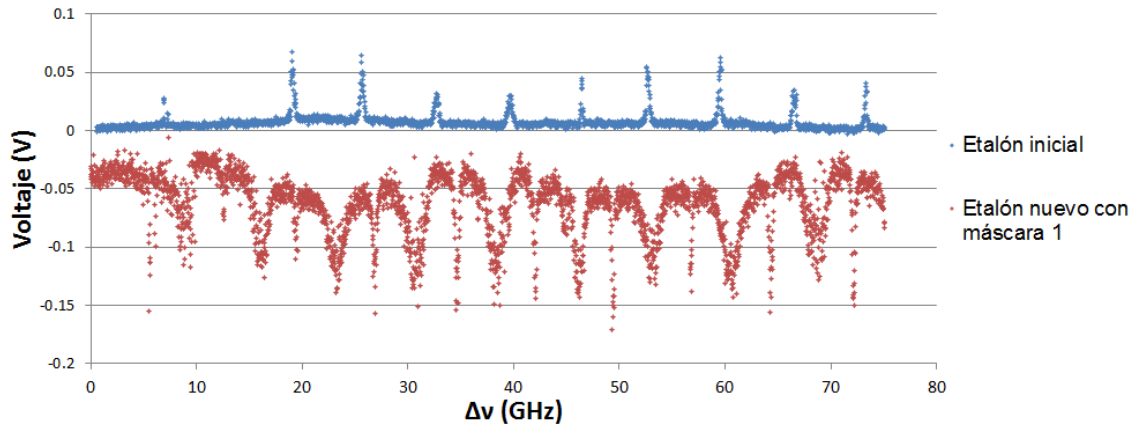
**Figura 5.9:** Máscara inicial diseñada para el fotodiodo



**Figura 5.10:** Esquema de los radios de detección de la primera ventana

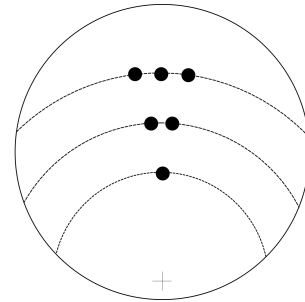
Al realizar una nueva máscara para el fotodiodo (esta vez con tres diafragmas, como era el objetivo inicial) los puntos que se toman son los indicados en la figura 5.12. Esquemáticamente, este diseño se traduce en los puntos indicados en la figura 5.13.

En los anillos exteriores se han realizado más perforaciones dado que al aumentar el radio de los anillos la energía en un punto es menor, pero la distribución angular de la misma no varía. De esta manera se consigue aumentar la cantidad de energía recibida para radios grandes, de manera que la amplitud de los picos no varíe demasiado.

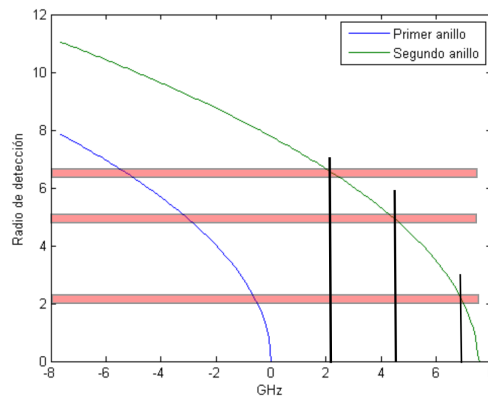


**Figura 5.11:** Datos obtenidos con el filtro espacial con dos diafragmas únicamente

Este diseño se realiza sobre una lámina de cobre que se adhiere a una ventana de vidrio. Este montaje se sitúa sobre el fotodiodo, que a continuación hay que alinear con la radiación incidente. Ese punto, que a primera vista pudiera parecer sencillo, no es en absoluto trivial. A la vista de lo expuesto sobre el funcionamiento de este sistema, queda claro que para su correcto funcionamiento, se debe situar de manera que el centro de los anillos de interferencia se sitúe perfectamente en el punto que se ha escogido como centro en la ventana espacial, y que al crecer éstos, no exista ningún diafragma a lo largo del sistema que corte la radiación, para que llegue señal a los tres puntos del filtro.



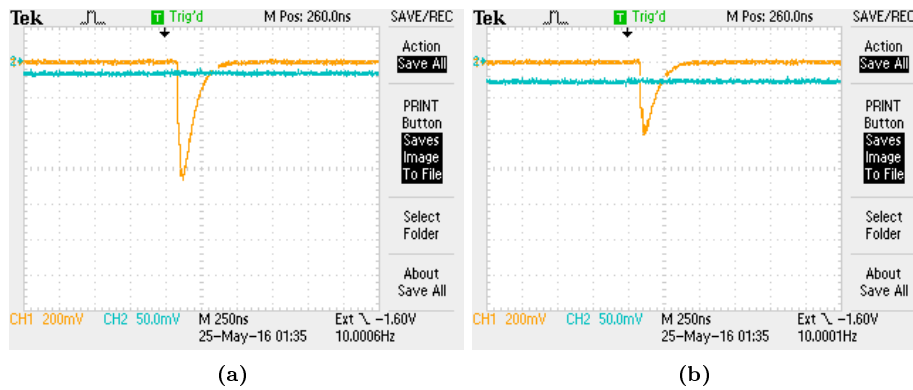
**Figura 5.12:** Diseño de la ventana espacial para el etalón



**Figura 5.13:** Esquema de los radios de detección para tres puntos por FSR

## 5.4. Resultados del diseño final

Utilizando este alineamiento, y tras una serie pruebas, se ha llegado a una configuración aceptable, en la cual las intensidades recogidas con y sin señal son como se indican en la figura 5.14, que corresponde a una diferencia de 200 mV de señal respecto a la radiación de fondo cuando la radiación llega a los diafragmas de la ventana.



**Figura 5.14:** Capturas de pantalla del osciloscopio de trabajo cuando el fotodiodo recibe luz (5.14a) y cuando sólo recibe radiación de fondo (5.14b)

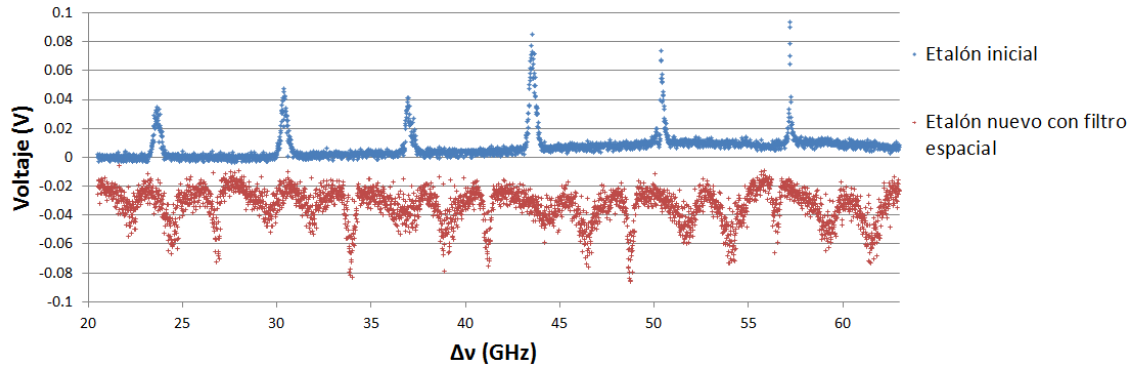
Se han obtenido mediante dicho sistema los datos mostrados en la figura 5.15

En dicha figura puede observarse cómo efectivamente aparecen los tres picos esperados, equiespaciados el dominio espectral. De nuevo vuelve a aparecer un pequeño desplazamiento entre un FSR del etalón original y el siguiente debido a la diferencia previamente explicada entre los FSR de los interferómetros utilizados.

Los datos obtenidos con este nuevo filtro se han procesado para comprobar las diferencias (en GHz) entre ellos, obteniéndose los resultados que se muestran a continuación:

<u>Separación entre máximos consecutivos (GHz)</u>
2.3192
2.9914
2.3393
2.2200
2.9819
2.2307
2.4146
2.7027
2.4120

Se comprueba entonces que los picos registrados no se encuentran exactamente equiespaciados, hay una diferencia sistemática entre ellos. Sin embargo, el dispositivo de control inicial (que toma



**Figura 5.15:** Resultados del barrido en frecuencias obtenidos mediante el nuevo sistema de diagnóstico

un punto por cada intervalo FSR) también presenta dicho comportamiento, como se puede ver en los datos mostrados a continuación. Esto parece indicar que el origen de esta diferencia no está en el diseño del sistema sino en un posible error en la sintonización del láser, que es precisamente lo que se busca detectar con este trabajo.

Separación entre máximos consecutivos en el sistema original(GHz)

6.5135

6.8293

6.8094

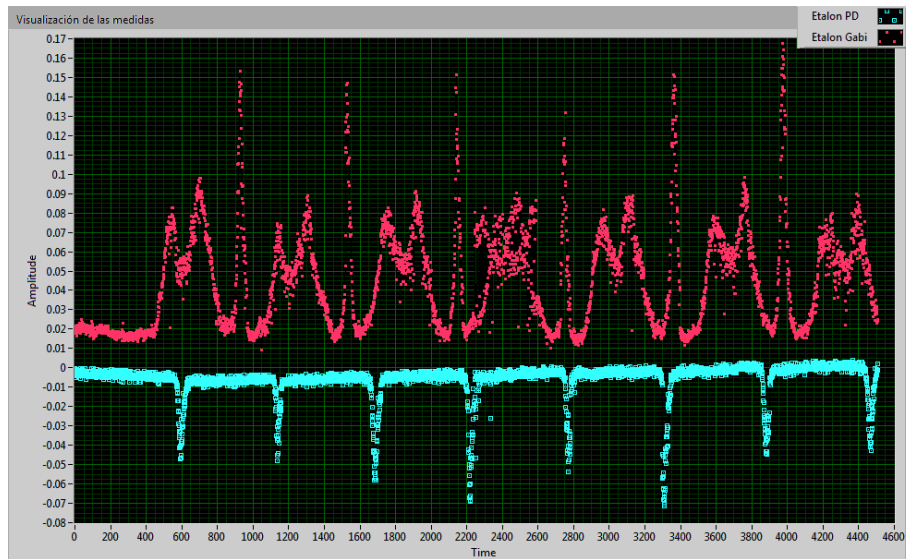
De esta manera, como se pretendía inicialmente, se ha conseguido implementar un sistema de control de la radiación a la salida de un sistema láser que triplique la información obtenida sobre el comportamiento de la misma en un sistema sintonizable.

Gracias a este sistema se han podido detectar en pruebas posteriores errores en el proceso de sintonización del láser que no habrían sido detectados con el sistema original, como puede verse en la figura 5.16. Se puede apreciar en ella cómo el nuevo sistema detecta que hay un momento en que la sintonización pierde la linealidad, mientras que en el etalón original esta alteración pasa desapercibida.

Una muestra de las medidas que se realizan en el grupo de Espectroscopia Láser de la Universidad de Valladolid se puede ver en la figura 5.17. En dicha imagen puede observarse la señal detectada por el etalón inicial (en azul en la figura), frente a la señal detectada por el nuevo sistema de control (en rojo en la figura). En verde se muestra la señal proveniente del plasma, donde aparecen las tres componentes finas de la transición 1S-2S del hidrógeno, así como las dos componentes hiperfinas de la transición central.

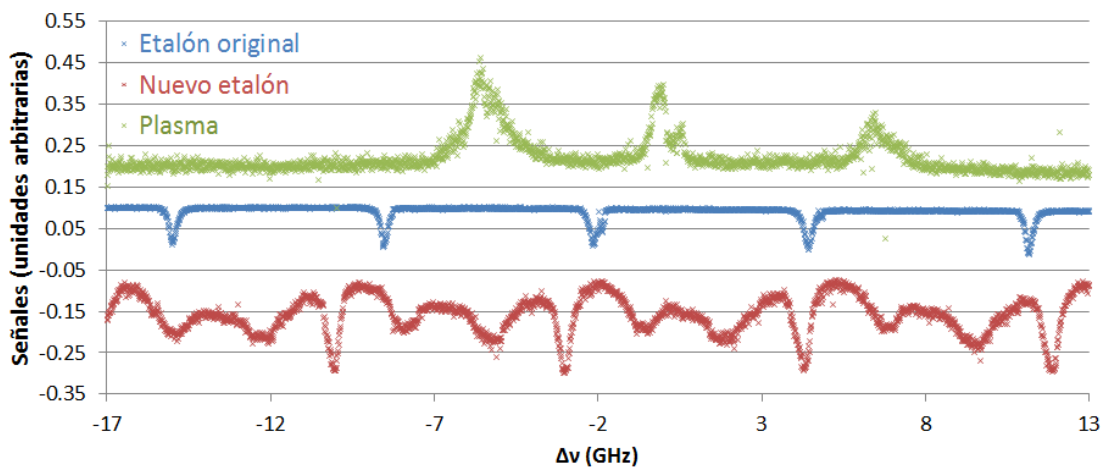
Esta medida se ha tomado con un cátodo de tungsteno de 10 mm de diámetro y corresponde a una distancia de  $50\mu\text{m}$  de la pared del cátodo, una presión de 620 Pa y una corriente de 100 mA.

En dicha figura la separación entre las componentes  $2P_{1/2}$  y  $2P_{3/2}$  es de 12.0078 GHz, lo cual corresponde a un valor del campo eléctrico de 2.7117 kV/cm (como se extrae de los datos mostrados



**Figura 5.16:** Picos de señal en los dos sistemas de control durante una sintonización del láser. Imagen obtenida directamente del sistema de adquisición

en la figura 2.4a). La utilidad del sistema desarrollado puede entenderse a la vista de esta figura viendo que las componentes resonantes de la transición corresponden a zonas en las cuales el etalón inicial no tiene señal, mientras que el nuevo sistema presenta un control continuo, que permitiría explicar anomalías detectadas en la señal del plasma que no aparecieran como tales en el etalón inicial.



**Figura 5.17:** Scan completo de la transición 1S-2S junto a las señales de control de los etalones. El eje de abscisas representa GHz a 243 nm

Obsérvese además que si el campo eléctrico fuera nulo y no hubiese por tanto ensanchamiento ni desdoblamiento Stark, las componentes  $2P_{1/2}$  y  $2P_{3/2}$  no aparecerían (como se ve en la figura 2.4b), dado que en espectroscopia a dos fotones, cuando estos llevan polarizaciones circulares opuestas (como es el caso), los estados P son inalcanzables a partir de un estado S por la conservación del momento angular. De esta manera se observa como el campo eléctrico mezcla los orbitales S y P originales, pudiendo estos ser alcanzados mediante este tipo de espectroscopia.

# Apéndice A

## Sistema de plasma

El montaje utilizado a lo largo de esta experiencia para obtener medidas en un plasma estable en descarga de cátodo hueco, consta de cuatro infraestructuras fundamentales.

- Sistema de vacío
- Sistema de refrigeración
- Sistema de gases
- Sistema de electricidad

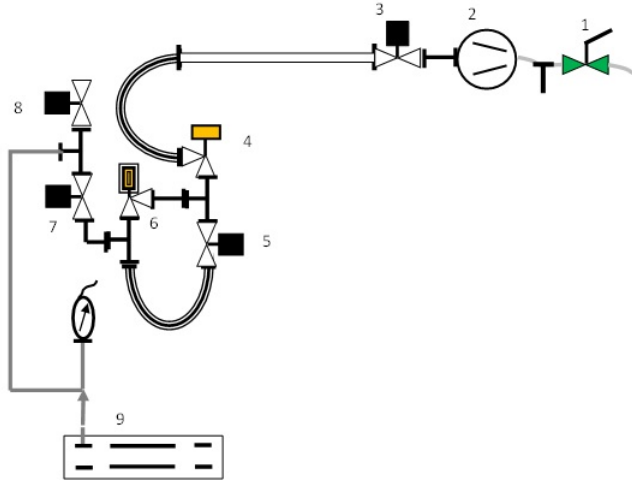
Cada una de estas partes se explica a continuación en profundidad para entender su porqué y su funcionamiento. El documento siguiente, que incluye la descripción del sistema y el protocolo de puesta a punto ha sido elaborado en el laboratorio de Espectroscopia Láser de la Universidad de Valladolid por Gabriel Pérez Callejo y Enrique Vasallo Fernández.

### A.1. Sistema de vacío

Para conseguir crear un plasma de Hidrógeno estable en una lámpara de cátodo hueco, es necesario que el interior de esta esté lo más limpio posible. No sólo hablando de partículas de polvo, sino de gases. Si hubiera trazas de aire en su interior, estas interaccionarían con el plasma, alterando las medidas, y dificultando su estabilización, por tanto es importante conseguir un vacío de calidad en la lámpara, que permite controlar la presión de Hidrógeno de entre 2 y 15 milibares en régimen de flujo, en función de la densidad deseada.

Para ello se ha diseñado el sistema indicado en la figura A.1

Donde los elementos indicados representan lo siguiente:



**Figura A.1:** Esquema del sistema de vacío diseñado para el plasma

1. Válvula de salida de la bomba de vacío a la atmósfera
2. Bomba de vacío
3. Válvula de apertura de la bomba de vacío
4. Válvula de apertura del sistema de tuberías de vacío
5. Válvula de cierre del vacío
6. Válvula de control fino del vacío
7. Válvula de apertura y cierre del vacío al cátodo hueco
8. Válvula de salida del sistema de vacío a la atmósfera
9. Lámpara de cátodo hueco

Todos los elementos citados son necesarios, siendo el procedimiento de inicio de vacío como sigue:

- Abrir (1) y encender la bomba de vacío (2).
- Esperar 5-10 minutos a que (2) alcance la temperatura óptima de operación.
- Abrir (3) de manera que el vacío "llegue al sistema".
- Cerrar (8).
- Abrir (4), (5) y (7) para hacer el vacío en la lámpara de cátodo hueco (9).



La válvula (6) se utilizará una vez se haya montado el sistema de gases para controlar el flujo de los mismos. Para su utilización, es necesario cerrar (5).

Se muestra parte de este sistema en la figura A.2

## A.2. Sistema de refrigeración

El sistema de refrigeración utilizado consiste simplemente en un circuito de agua que atraviesa la lámpara para evitar que se recalienten las juntas por encima de la temperatura de transición vítrea del plástico que las conforma y se dañe el sistema.

Este circuito atraviesa la lámpara de la manera indicada en la figura A.3 , atravesando el cátodo y los ánodos. Consta de dos entradas (una para los ánodos y otra para el cátodo) y, por ende dos salidas. De esta manera se consigue mantener a una temperatura adecuada todos los elementos de la lámpara que pudieran sufrir un recalentamiento, manteniéndose el confinamiento en las condiciones deseadas.



Figura A.2: Sistema de tuberías de vacío

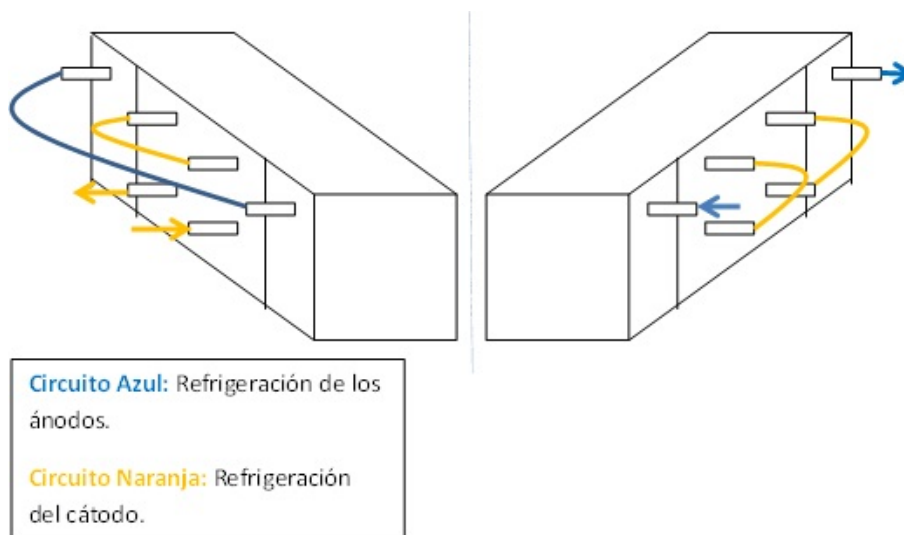


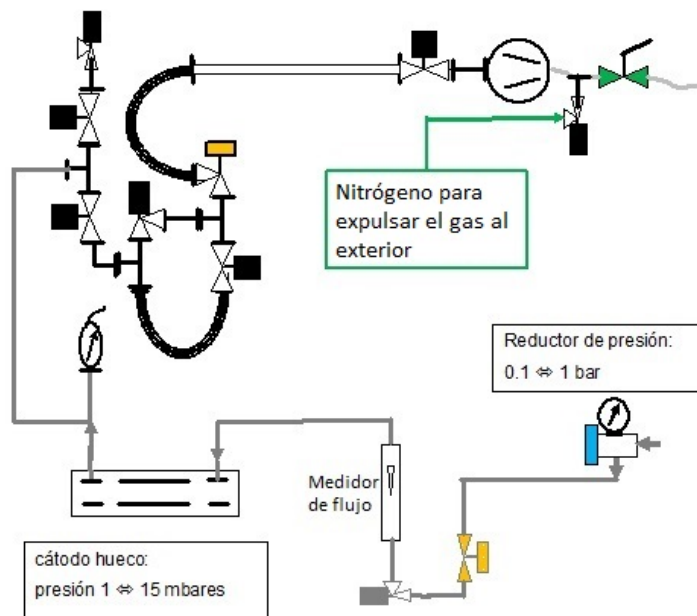
Figura A.3: Sistema de refrigeración

### A.3. Sistema de gases

El gas de trabajo es Hidrógeno. Para expulsar este gas al exterior se purga previamente con Nitrógeno.

El sistema de entrada de gases al sistema consta de las siguientes partes:

- Salida de gases de las botellas a un sistema de tuberías.
- Sistema de regulación fina del flujo de aire que entra a la lámpara de cátodo hueco.
- Medidor de flujo ROTA YOCOGAWA, como método de control visual de la estabilidad del flujo.



**Figura A.4:** Disposición esquemática del sistema de gases y vacío

En la figura A.4 se indica la disposición final del sistema de vacío y gases al montarlos conjuntamente.

## A.4. Sistema de electricidad

El sistema de electricidad consta de dos partes que son: la fuente de alimentación y un sistema de resistencias de carga para garantizar la estabilidad del plasma. Cada una de estas resistencias soporta una potencia máxima de 30 W (300 mA de corriente). Dado que las resistencias están en paralelo la corriente máxima que puede atravesar el sistema son 600 mA. El esquema general es el que se indica en la figura A.5

En dicho sistema, el interruptor debe estar abierto para encender el plasma (de manera que la resistencia es mayor, asegurándose así que se mantiene en el régimen de tensiones recomendado). Una vez el plasma esté encendido, se puede cerrar para minimizar las pérdidas por efecto Joule.

Este sistema además permite modificar la resistencia en los ánodos, como se indica en la figura A.5 con líneas discontinuas, permitiendo así estudiar las modificaciones de comportamiento del plasma en función de dicho parámetro.

En la figura A.6 se presenta la parte frontal del panel de resistencias.

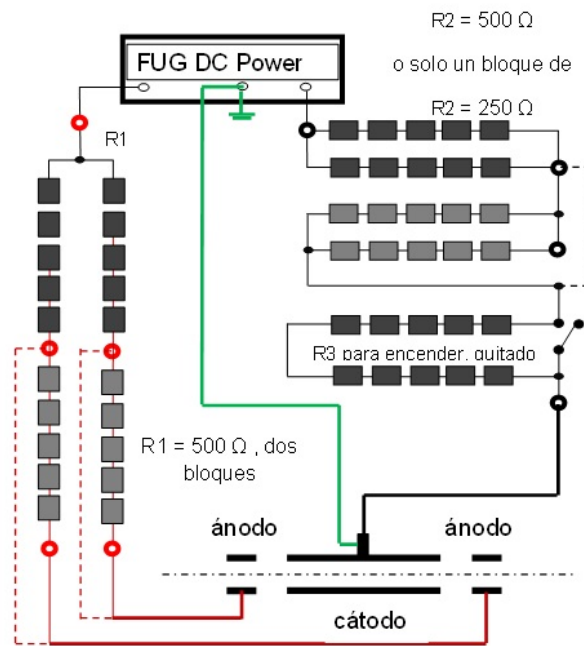


Figura A.5: Esquema de la instalación eléctrica

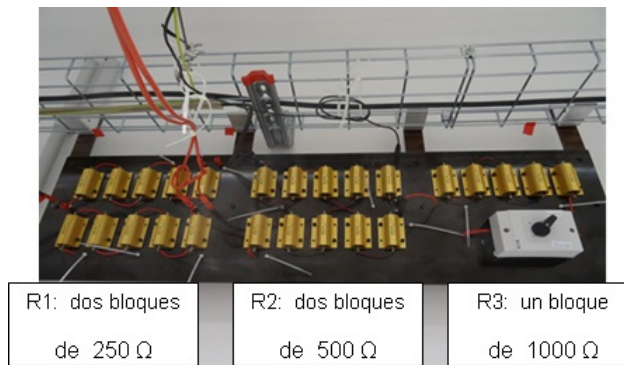
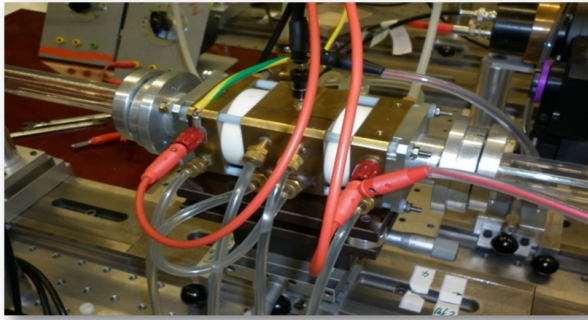
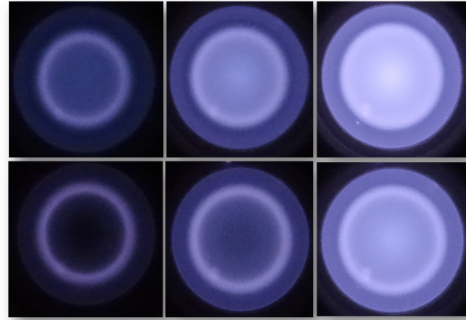


Figura A.6: Parte frontal del panel de resistencias

Se muestra en la figura A.7a una imagen de la lámpara de cátodo hueco con todos los sistemas conectados y en funcionamiento. En la figura A.7b se muestran imágenes del plasma generado en la lámpara.



(a)



(b)

**Figura A.7:** Lámpara de cátodo hueco conectada (A.7a) y plasma generado en el interior de la misma (A.7b)

## Apéndice B

# Programa de MatLab

```
function [] = FSR8()
%UNTITLED El programa da los valores de los radios de anillos de
%interferencia de un etalon.
% Recibe como argumentos la longitud de onda de trabajo, el Free Spectral
% Range (en cm-1) y el paso básico en longitudes de onda. De esta
% manera, calcula inicialmente la longitud de onda más cercana a la dada
% que crea anillo de interferencia de radio cero (llamada lan1). A partir
% de ella, calcula, con el valor del paso básico de longitud de onda, 21
% valores de lambda, centrados en lan1. Para todos ellos calcula el radio
% del anillo de orden cero, de orden 1 y de orden 2 y los muestra en
% pantalla.

clear all
clc

lan = input('Longitud de onda de trabajo (en nm): ');
df2 = input('Free Spectral Range en cm-1: ');
s = input('Incremento de longitud de onda (entre 0 y 1 pm): ');
D = input('Distancia de detección (en mm): ');
n= input('Índice de refraccion del etalón: ');
l1=input('Distancia de la lente divergente al etalón (en mm): ');
f = input('Distancia focal de la lente divergente (en mm y valor absoluto): ');

p = 200;          %Numero de puntos que se van a tomar
```

```

dl = (lan*10^-9)^2*100*df2;    %FSR traducido a longitud de onda
l = 1/(100*df2);              %Camino óptico de ida y vuelta en el etalón
a = 1/(2*n);                   %Anchura de la lámina de interferencia

m = (lan*10^-9)/dl;
m1 = floor(m); %Orden de interferencia del primer anillo
m2 = m1-1; %Orden de interferencia del segundo anillo

lan1 = l/m1;

ang0 = zeros(p+1,1);
ang1 = zeros(p+1,1);
x0 = zeros(p+1,1);
x1 = zeros(p+1,1);
b = zeros(p+1,1);
d = zeros(p+1,1);
lan2 = zeros(p+1,1);
ind = zeros(p+1,1);
angr1 = zeros(p+1,1);
angr2= zeros(p+1,1);
d1 = zeros(p+1,2);
d2= zeros(p+1,2);
d3= zeros(p+1,2);
nu = zeros(p+1,1);

for i=-p/2:1:p/2
lan2(i+p/2+1,1) = lan1 + s*i*10^-12;
ind(i+p/2+1,1) = i;

nu(i+p/2+1,1) = 3E8/(lan2(i+p/2+1,1))^2 *s*i*10^-12*10^-9;
end

for i= -p/2:1:p/2
    b(i+p/2+1,1) = m1*lan2(i+p/2+1,1)/l;
    d(i+p/2+1,1) = m2*lan2(i+p/2+1,1)/l;

```

```

ang0(i+p/2+1,1) = acos(b(i+p/2+1,1));
ang1(i+p/2+1,1) = acos(d(i+p/2+1,1));

if b(i+p/2+1,1)>1
    ang0(i+p/2+1,1) = 0;
end;
if d(i+p/2+1,1)>1
    ang1(i+p/2+1,1) = 0;
end;

angr1(i+p/2+1,1) = asin(n*sin(ang0(i+p/2+1,1)));
angr2(i+p/2+1,1) = asin(n*sin(ang1(i+p/2+1,1)));

d1(i+p/2+1,1) = tan(ang0(i+p/2+1,1))*a;
d1(i+p/2+1,2) = tan(ang1(i+p/2+1,1))*a;

d2(i+p/2+1,1) = tan(angr1(i+p/2+1,1))*l1;
d2(i+p/2+1,2) = tan(angr2(i+p/2+1,1))*l1;

d3(i+p/2+1,1) = tan(angr1(i+p/2+1,1))*f;
d3(i+p/2+1,2) = tan(angr2(i+p/2+1,1))*f;

x0(i+p/2+1,1) = angr1(i+p/2+1,1) * D +d2(i+p/2+1,1)+d1(i+p/2+1,1)+d3(i+p/2+1,1);
x1(i+p/2+1,1) = angr2(i+p/2+1,1) * D +d2(i+p/2+1,2)+d1(i+p/2+1,2)+d3(i+p/2+1,2);

fprintf(1, ' Lambda= %.4f ; X0 = %1.3f; X1: %1.3f\n',
lan2(i+p/2+1,1)*10^9, x0(i+p/2+1,1), x1(i+p/2+1,1));

end

figure
plot(nu, x0, nu, x1);
legend('Primer anillo', 'Segundo anillo');
xlabel('GHz');
ylabel('Radio de detección');

```

```
fprintf(1, '\nFigura centrada en la longitud de onda %.4f\n', lan1*10^9);  
end
```



# Bibliografía

- [1] COHEN-TANNOUJJI, C y DIU, B. y LALOË, F. , *Quantum Mechanics*, Vol.2, Wiley-VCH, 1992.
- [2] HE, G. S. y LIU, S. H. , *Physics of Nonlinear Optics*, World Scientific, 1999.
- [3] GEMISIC ADAMOV, M., *Measurement of Local Electric Fields by Doppler-Free Laser Spectroscopy of Hydrogen Resonance Lines*, Tesis Doctoral, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I, Humboldt-Universität zu Berlin, 2006
- [4] BUSTILLO IGLESIAS, A., *Generación de radiación pulsada monomodo de alta potencia en el ultravioleta para el diagnóstico de plasmas*, Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid, Facultad de Ciencias, Departamento de Óptica y Física Aplicada, 2000
- [5] CASAS, J., *Óptica*
- [6] GONZÁLEZ-FERNÁNDEZ, V. y PÉREZ, G. y VASALLO, E. y GRÜTZMACHER, K. y FUENTES, L. M. y PÉREZ, C. y DE LA ROSA, M. I. , *Nonlinear crystals: Are they magic?*, Optics and Photonics Spanish Society Magazine: Pure and Applied Optics, Vol. 48 – Num 2/2015.
- [7] SEIDEL, J. *Private Communication*