

Modelos de Comportamiento Racional con Preferencias Lingüísticas

José Luis García Lapresta¹, Luis Carlos Meneses^{1,2}

¹ *Departamento de Economía Aplicada, Universidad de Valladolid, España*

² *Premio Extraordinario de Doctorado (Economía), Curso 2005-2006*

Resumen En la teoría de la decisión clásica existe una amplia gama de modelos de racionalidad que intentan capturar diferentes clases de comportamiento cuando los individuos comparan por pares los elementos de un conjunto de alternativas. Entre estos modelos, en este trabajo hemos considerado órdenes lineales, preórdenes completos, semiórdenes, órdenes de intervalo, semitransitividad, cuasitransitividad, relaciones triple-acíclicas, *PI*-transitividad, *IP*-transitividad y transitividad de la indiferencia. Todos estos modelos asumen que los decisores tienen preferencias dicotómicas, de forma que ante cualquier par de alternativas un individuo solamente indica si una alternativa es preferida a la otra o si es indiferente entre ellas. Sin embargo, en muchas decisiones reales los individuos sienten diferentes grados en sus preferencias. Por ello, en este trabajo hemos examinado algunos de estos modelos clásicos en un caso real en donde se permitía matizar las preferencias mediante un conjunto de términos lingüísticos. La principal conclusión del análisis empírico realizado es que el cumplimiento de las condiciones racionales decrece cuando los individuos tienen preferencias

Correspondencia a: José Luis García Lapresta (e-mail: lapresta@eco.uva.es), Luis Carlos Meneses (e-mail: lmeneses@eco.uva.es)

no extremas. Ante estas evidencias empíricas, proponemos algunos modelos de comportamiento racional, dentro del esquema de las preferencias lingüísticas, que permiten tener en cuenta las intensidades de preferencia que sienten los individuos.

Palabras clave Racionalidad, preferencias lingüísticas, transitividad, operadores monótonos.

Clasificación JEL C91, C93.

1 Introducción

Un gran número de estudios teóricos y experimentales han mostrado que los preórdenes completos (u órdenes débiles) no son siempre capaces de explicar de una manera adecuada decisiones individuales reales, debido a las intransitividades de las relaciones de indiferencia y de preferencia fuerte (véanse May (1954), Luce (1956), Tversky (1969), Van Acker (1990) y Fishburn (1991), entre otros). En respuesta a estas evidencias empíricas, se ha introducido en la literatura una amplia clase de modelos que intentan capturar diferentes y graduales nociones de coherencia; entre otros, semiórdenes, órdenes de intervalo, semitransitividad, cuasitransitividad y aciclicidad. Es importante resaltar que en todos estos modelos de comportamiento racional al comparar pares de alternativas sólo se consideran afirmaciones dicótomicas, indicándose sólo si se prefiere, o no, una alternativa sobre otra. De esta forma, no se permite a los individuos manifestar intensidades en sus preferencias, por lo que así se identifican todas las posibles modalidades de preferencia. En este sentido, las preferencias difusas son una herramienta relevante si se quiere modelizar intensidades en las preferencias (véanse Nurmi (1981), Tanino (1984) y De Baets y Fodor (1997), entre otros). Las preferencias difusas representan las intensidades de preferencia por medio de valores numéricos dentro del intervalo unidad. Sin embargo, debido a que en muchas situaciones los seres humanos tienen dificultades para mostrar sus preferencias por medio de un

valor numérico exacto, las preferencias lingüísticas podrían ser más apropiadas para capturar la ausencia de precisión existente de la conducta humana (véase Zadeh (1975, 2001)).

Si se consideran preferencias ordinarias, la transitividad es el punto crucial para modelizar la racionalidad. Lo mismo ocurre si se consideran preferencias difusas, aunque en este caso existe una gran variedad de nociones de transitividad que extienden esta propiedad al esquema difuso o lingüístico (veáanse Dubois y Prade (1980), Ovchinnikov (1986), Jain (1990), Dasgupta y Deb (1996), Switalski (1999, 2001, 2003), García-Lapresta y Meneses (2003, 2005, en prensa), Meneses (2005) y García-Lapresta y Montero (2006), entre otros). Otras extensiones interesantes de la transitividad, dentro del esquema de elección probabilística, se pueden encontrar en Fishburn (1973).

En este trabajo se analiza el cumplimiento de algunos modelos clásicos de racionalidad cuando los agentes manifiestan sus preferencias de una manera lingüística. Para ello, realizamos un estudio empírico, analizando un caso real en el que los individuos muestran sus preferencias por medio de un conjunto de términos lingüísticos. Los modelos de comportamiento racional que se estudian se basan en órdenes lineales, preórdenes completos, semiórdenes, órdenes de intervalo, semitransitividad, cuasitransitividad, triple-aciclicidad, *PI*-transitividad, *IP*-transitividad y transitividad de la indiferencia. En Meneses (2005) se realiza un análisis empírico de otros modelos de racionalidad considerando distintas propiedades de transitividad difusa y lingüística.

Para realizar el análisis empírico hemos considerado los datos incluidos en García-Lapresta y Meneses (2003, 2005), en donde varios grupos de estudiantes comparan por pares las alternativas de 3 conjuntos diferentes por medio de 4 modalidades de preferencia (totalmente, mucho, bastante y poco); en ausencia de preferencia, declaraban indiferencia. Analizamos el cumplimiento de los anteriores modelos clásicos de comportamiento racional, teniendo en cuenta las modalidades

de preferencia manifestadas por los individuos con el fin de estudiar la influencia de las intensidades de preferencia en el nivel de cumplimiento de los modelos.

El trabajo se organiza como sigue. La sección 2 está dedicada a introducir la terminología, los modelos clásicos de comportamiento racional que examinamos en el análisis empírico y las preferencias lingüísticas. En la sección 3 incluimos la investigación empírica. La sección 4 contiene una propuesta de modelos de racionalidad dentro del esquema de preferencias lingüísticas basada en operadores monótonos. Finalmente, la sección 5 contiene algunas conclusiones.

2 Preliminares

Sean S y T dos relaciones binarias sobre un conjunto A . Δ es la *relación identidad* de A [$a \Delta b \Leftrightarrow a = b$]; S^{-1} es la *relación inversa* de S [$a S^{-1} b \Leftrightarrow b S a$]; S^c es la *relación complemento* de S [$a S^c b \Leftrightarrow \text{no } (a S b)$]; $S \cap T$ es la *relación intersección* de S y T [$a (S \cap T) b \Leftrightarrow (a S b \text{ y } a T b)$]; $S \cup T$ es la *relación unión* de S y T [$a (S \cup T) b \Leftrightarrow (a S b \text{ o } a T b)$]; $S \circ T$ es la *relación composición* de S y T [$a (S \circ T) b \Leftrightarrow \exists c \in A (a S c \text{ y } c T b)$]; y S^n es la *relación potencia n -ésima* de S [$S^0 = \Delta$, $S^{k+1} = S^k \circ S$].

Una forma de introducir los conceptos clásicos de preferencia e indiferencia consiste en considerar como noción primitiva la *preferencia fuerte*. Para ello, se considera una relación binaria ordinaria P sobre un conjunto de alternativas A , donde $a P b$ significa que “ a es preferida a b ” o “ a es mejor que b ”. Se supondrá que P es *asimétrica*, de forma que dos alternativas no pueden ser mutuamente preferidas: $P \cap P^{-1} = \emptyset$. A partir de P se define la *relación de indiferencia*, I , como ausencia de preferencia, de manera que a será indiferente a b cuando ni a sea preferida a b ni b sea preferida a a : $I = (P \cup P^{-1})^c = P^c \cap (P^{-1})^c$. Entonces, la relación de *preferencia débil* (o de *preferencia-indiferencia*) se define de la siguiente manera: $P \cup I = (P^{-1})^c$. De la asimetría de P obtenemos, por un lado, que I es reflexiva [$\Delta \subseteq I$, es decir, $\forall a \in A \ a I a$] y simétrica [$I \subseteq I^{-1}$, esto es, $\forall a, b \in A \ a I b \Rightarrow b I a$], y, por otro, se obtiene la completitud de

$P \cup I [\forall a, b \in A \ a(P \cup I)b \text{ o } b(P \cup I)a]$. Consecuentemente, para cualesquiera $a, b \in A$, se da una y sólo una de las siguientes situaciones: o aPb o bPa o aIb .

2.1 Modelos clásicos de comportamiento racional

Entre la amplia variedad de modelos clásicos de racionalidad para modelizar las preferencias, consideramos los recogidos en la siguiente definición (otros modelos se pueden encontrar en Roubens y Vincke (1985) o en García-Lapresta y Rodríguez-Palmero 2004, entre otros).

Definición 21 Sea P una relación de preferencia sobre A .

1. P es triple acíclica si $P^2 \subseteq P \cup I$, es decir,

$$(aPb \text{ y } bPc) \Rightarrow (aPc \text{ o } aIc)$$

para cualesquiera $a, b, c \in A$.

2. P es PI -transitiva si $P \circ I \subseteq P$, es decir,

$$(aPb \text{ y } bIc) \Rightarrow aPc$$

para cualesquiera $a, b, c \in A$.

3. P es IP -transitiva si $I \circ P \subseteq P$, es decir,

$$(aIb \text{ y } bPc) \Rightarrow aPc$$

para cualesquiera $a, b, c \in A$.

4. P es I -transitiva si $I^2 \subseteq I$, es decir,

$$(aIb \text{ y } bIc) \Rightarrow aIc$$

para cualesquiera $a, b, c \in A$.

5. P es cuasitransitiva si $P^2 \subseteq P$, es decir,

$$(a P b \text{ y } b P c) \Rightarrow a P c$$

para cualesquiera $a, b, c \in A$.

6. P es un orden de intervalo si $P \circ I \circ P \subseteq P$, es decir,

$$(a P b, b I c \text{ y } c P d) \Rightarrow a P d$$

para cualesquiera $a, b, c, d \in A$.

7. P es semitransitiva si $P^2 \circ I \subseteq P$, es decir,

$$(a P b, b P c \text{ y } c I d) \Rightarrow a P d$$

para cualesquiera $a, b, c, d \in A$.

8. P es un semiorden si P es simultáneamente orden de intervalo y semitransitiva.

9. P es un preorden completo si $P^2 \subseteq P$ e $I^2 \subseteq I$.

10. P es un orden lineal si $P^2 \subseteq P$ e $I = \Delta$.

En las Figuras 1 y 2 se muestran las relaciones existentes entre los modelos anteriores (véanse, por ejemplo, Rodríguez-Palmero (1997) y García-Lapresta y Rodríguez-Palmero (2004)). Es importante resaltar que los órdenes lineales y los preórdenes completos requieren que tanto P como I sean transitivas; los semiórdenes, los órdenes de intervalo, la semitransitividad y la cuasitransitividad requieren la transitividad de P , pero no la de I ; y la triple aciclicidad no requiere que sean transitivas ni P ni I . Por otro lado, la PI -transitividad y la IP -transitividad son modelos equivalentes, y ambos implican la transitividad de I (I -transitividad). Un estudio empírico sobre el cumplimiento de alguno de estos modelos y otros similares puede encontrarse en García-Lapresta, Rodríguez-Palmero y Carrascal (1998).

2.2 Preferencias lingüísticas

Sean A un conjunto finito de alternativas y $\mathcal{L}_n = \{l_0, l_1, \dots, l_{2n}\}$ un conjunto de etiquetas lingüísticas, con $n \geq 1$, jerarquizadas por medio de un orden lineal: $l_0 < l_1 < \dots < l_{2n}$. La etiqueta central l_n representa la indiferencia, y el resto de etiquetas se distribuyen simétricamente alrededor de ella. Al conjunto de etiquetas mayores que la etiqueta central lo denotaremos por \mathcal{L}_n^+ , es decir, $\mathcal{L}_n^+ = \{l_{n+1}, \dots, l_{2n}\}$.

Definición 22 Una relación de preferencia lingüística sobre A basada en \mathcal{L}_n es una función $R : A \times A \rightarrow \mathcal{L}_n$ que satisface el axioma¹ de reciprocidad:

$$R(a, b) = l_k \quad \Rightarrow \quad R(b, a) = l_{2n-k}$$

para cualesquiera $a, b \in A$ y $k \in \{0, 1, \dots, 2n\}$.

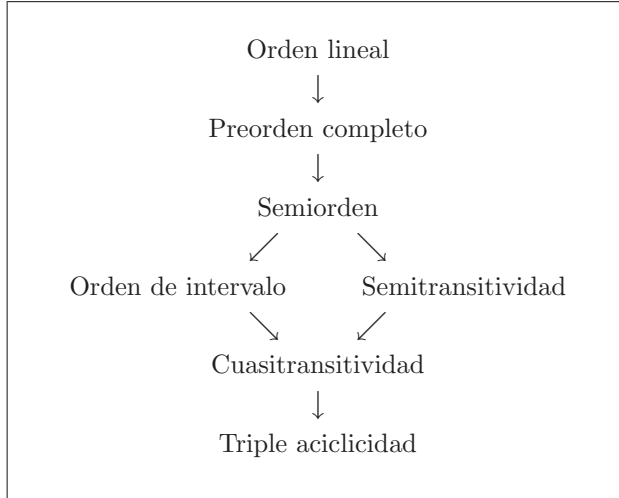


Figura 1: Relaciones entre modelos de racionalidad (I).

¹ Sobre la reciprocidad en relaciones binarias difusas, véanse Nurmi (1981), Tanino (1984) y García-Lapresta y Llamazares (2000), entre otros.

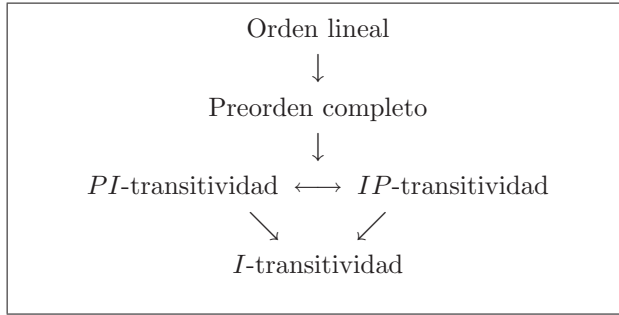


Figura 2: Relaciones entre modelos de racionalidad (II).

Denotaremos por $\mathcal{L}_n(A)$ al conjunto de relaciones de preferencia lingüística sobre A basadas en \mathcal{L}_n . Se puede observar que si $R \in \mathcal{L}_n(A)$, entonces $R(a, a) = l_n$ para cualquier $a \in A$.

El significado de las etiquetas se puede resumir de la siguiente manera:

1. $R(a, b) = l_{2n}$, si a es totalmente preferida a b ,
2. $l_n < R(a, b) < l_{2n}$, si a es algo preferida a b ,
3. $R(a, b) = l_n$, si a es indiferente a b ,
4. $l_0 < R(a, b) < l_n$, si b es algo preferida a a ,
5. $R(a, b) = l_0$, si b es totalmente preferida a a .

Dado que l_k y l_{2n-k} representan la misma modalidad de preferencia (de una forma simétrica), en \mathcal{L}_n hay $n + 1$ posibilidades para declarar opiniones entre pares de alternativas: n clases para indicar preferencia de una alternativa sobre otra y 1 para la indiferencia.

Se puede observar que $\mathcal{L}_1 = \{l_0, l_1, l_2\}$ representa el modelo de preferencias clásico:

$$R(a, b) = \begin{cases} l_0, & \text{si } b \text{ es preferida a } a, \\ l_1, & \text{si } a \text{ es indiferente a } b, \\ l_2, & \text{si } a \text{ es preferida a } b. \end{cases}$$

Cuando se desea mostrar otras modalidades de preferencia, se consideraría \mathcal{L}_n con $n > 1$. De hecho, los conjuntos de etiquetas lingüísticas \mathcal{L}_2 , \mathcal{L}_3 y \mathcal{L}_4 han sido ampliamente utilizados en la literatura. En el estudio empírico posterior usaremos \mathcal{L}_4 .

Dada $R \in \mathcal{L}_n(A)$, P_R será la relación binaria ordinaria sobre A definida por $a P_R b$ si $R(a, b) > l_n$. Es fácil ver que P_R es asimétrica y, por tanto, una relación de preferencia ordinaria. En este caso, diremos que P_R es la *relación de preferencia ordinaria asociada a R* . La *relación de indiferencia ordinaria asociada a R* es, precisamente, la relación de indiferencia ordinaria asociada a P_R : $a I_R b$ si $R(a, b) = l_n$.

3 El análisis empírico

Con el fin de contrastar empíricamente los modelos de racionalidad introducidos en la sección anterior consideramos tres conjuntos de alternativas. Los dos primeros conjuntos han sido considerados en García-Lapresta y Meneses (2003), en donde se analiza el cumplimiento de algunas clases de transitividad difusa en varios conjuntos de alternativas. Para ello, un grupo de 50 estudiantes comparó por pares 6 viajes de fin de carrera diferentes (previamente, se había realizado una primera selección entre los destinos más habituales para realizar estos viajes). El primer conjunto de alternativas sobre el que los estudiantes debían mostrar sus preferencias estaba formado por los 6 destinos siguientes: China, Egipto, Praga-Budapest, Italia, Cuba y Rusia. En una segunda etapa, el mismo grupo de estudiantes debía comparar los mismos destinos pero ahora teniendo en cuenta el precio final de esos viajes (en euros). Éste es el segundo conjunto de alternativas. Por último, los datos relativos al tercer conjunto de alternativas están incluidos en García-Lapresta y Meneses (2005). En este trabajo se analiza la racionalidad individual y colectiva teniendo en cuenta las preferencias de un grupo de estudiantes respecto de 6 titulaciones distintas, manifestadas justo en el momento en el que los estudiantes se matriculaban de primer curso en la Facultad de Ciencias

$R(a, b)$	$R(b, a)$	Significado
l_8	l_0	a se prefiere totalmente a b
l_7	l_1	a se prefiere mucho a b
l_6	l_2	a se prefiere bastante a b
l_5	l_3	a se prefiere poco a b
l_4	l_4	a es indiferente a b
l_3	l_5	b se prefiere poco a a
l_2	l_6	b se prefiere bastante a a
l_1	l_7	b se prefiere mucho a a
l_0	l_8	b se prefiere totalmente a a

Tabla 1: Semántica de \mathcal{L}_4 .

Económicas y Empresariales de Valladolid. Un análisis más detallado de los datos obtenidos se puede encontrar en Meneses (2005).

De esta forma, los conjuntos de alternativas involucrados en nuestro análisis empírico son los siguientes:

1. $X_1 = \{\text{China, Egipto, Praga-Budapest, Italia, Cuba, Rusia}\}$.
2. $X_2 = \{(\text{China, 630}), (\text{Egipto, 450}), (\text{Praga-Budapest, 270}), (\text{Italia, 150}), (\text{Cuba, 540}), (\text{Rusia, 330})\}$.
3. $X_3 = \{\text{Administración y Dirección de Empresas (5 años), Ciencias Empresariales (3 años), Derecho (5 años), Administración y Dirección de Empresas y Derecho (6 años), Relaciones Laborales (3 años), Economía (5 años)}\}$.

En todos los casos, los estudiantes compararon las alternativas disponibles por medio de 4 modalidades de preferencia lingüística (totalmente, mucho, bastante y poco), además de la indiferencia (véase la Tabla 1).

En la Tabla 2 y en la Figura 3 mostramos los porcentajes totales de individuos que verifican los modelos de racionalidad que aparecen en la Figura 1. De acuerdo con las implicaciones que aparecen en la Figura 1, estos porcentajes decrecen a medida que las condiciones se vuelven más restrictivas. Se observa que los menores porcentajes de cumplimiento siempre se producen en el conjunto X_1 , mientras que los mayores se dan siempre en el conjunto X_3 . Este hecho podría deberse a

que en este último conjunto los estudiantes mostraran un mayor interés o a que manejaran una información más precisa de las alternativas sobre las que debían manifestar sus preferencias. Por otro lado, los porcentajes de cumplimiento de la cuasitransitividad, los órdenes de intervalo, la semitransitividad y los semiórdenes son muy similares en todos los conjuntos de alternativas.

Es importante resaltar que ninguna propiedad se cumple por todos los individuos. Obviamente, los menores porcentajes de incumplimiento corresponden a la triple-aciclicidad: en los tres conjuntos, el 10% de los individuos no satisface esta propiedad. Además, de acuerdo con los datos empíricos, los órdenes lineales, e incluso los preórdenes completos, no pueden ser considerados como modelos de racionalidad realistas para explicar el comportamiento de los individuos.

	Triple-ac.	Cuasitr.	Or.Interv.	Semitr.	Semiord.	Pr.Compl.	Or.Lin.
X_1	90%	62%	60%	60%	58%	46%	12%
X_2	90%	76%	76%	76%	76%	62%	28%
X_3	90%	82%	82%	78%	78%	62%	36%

Tabla 2: Porcentajes de individuos que cumplen los modelos de racionalidad.

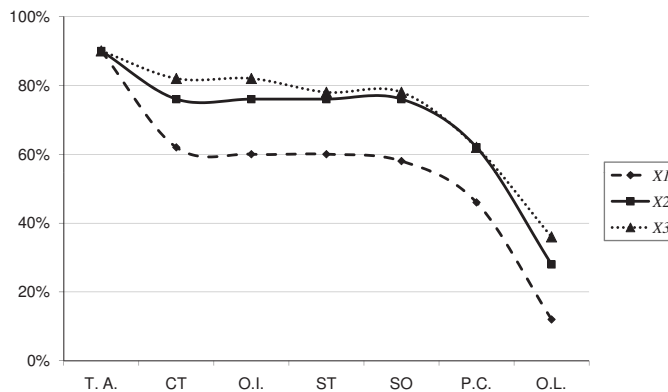


Figura 3: Porcentajes de individuos que cumplen los modelos de racionalidad.

En la Tabla 4 proporcionamos los porcentajes de individuos que satisfacen tres propiedades donde I_R es transitiva: la I -transitividad, la PI -transitividad y la IP -transitividad. Obviamente, al ser estos dos últimos modelos equivalentes se obtienen los mismos porcentajes de cumplimiento.

	I -tr.	PI -tr.	IP -tr.
X_1	64%	48%	48%
X_2	82%	64%	64%
X_3	76%	70%	70%

Tabla 3: Porcentajes de individuos que cumplen PI , IP e I -transitividad.

El cumplimiento de las anteriores propiedades por parte de un individuo requiere que se cumplan en todas las combinaciones posibles de alternativas. Por ejemplo, P_R es cuasitransitiva si $(a P_R b \text{ y } b P_R c) \Rightarrow a P_R c$, para cualesquiera $a, b, c \in A$. Sin embargo, no es lo mismo violar la anterior implicación por una única terna que en casi todos los casos posibles. La propiedad no se satisface en ambas situaciones, pero en un grado diferente. Por ello, analizamos también el porcentaje de ternas de alternativas (en el caso de la triple-aciclicidad y de la cuasitransitividad) o de cuartetos (en la semitransitividad y los órdenes de intervalo), respecto del total de ternas o cuartetos posibles, que cumplen estos últimos modelos; hablaremos entonces de *cumplimiento relativo*.

Los datos obtenidos se muestran en la Tabla 3 y en la Figura 5. Conviene resaltar que en la obtención de este cumplimiento relativo no se han tenido en cuenta las modalidades de preferencia manifestadas por los individuos. Se puede observar que, al igual que al considerar el porcentaje de individuos, los menores porcentajes de incumplimiento se producen al considerar la triple-aciclicidad. Además, los porcentajes de cumplimiento relativo obtenidos tanto en la semitransitividad como en los órdenes de intervalo son muy similares a los de la cuasitransitividad, por lo que se puede pensar que estas propiedades modelizan de una forma muy similar el comportamiento racional de los individuos.

	Triple-ac.	Cuasitr.	Or. Interv.	Semitr.
X_1	96.14%	92.13%	91.43%	91.47%
X_2	96.97%	94.69%	94.45%	94.73%
X_3	98.14%	97.15%	97.03%	97.18%

Tabla 4: Cumplimiento relativo de la triple-aciclicidad, la cuasitransitividad, la semitransitividad y los órdenes de intervalo.

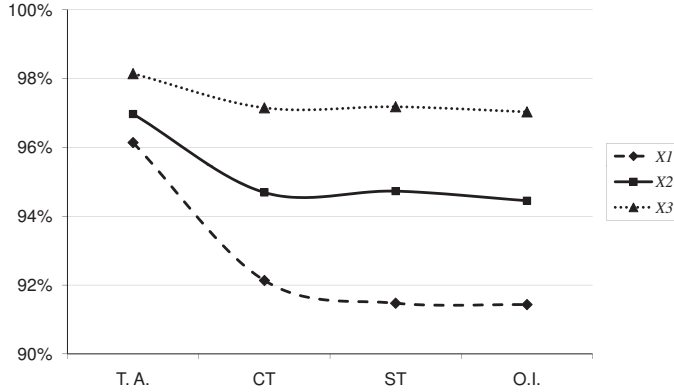


Figura 4: Cumplimiento relativo de la triple-aciclicidad, la cuasitransitividad, la semitransitividad y los órdenes de intervalo.

En las siguientes subsecciones estudiamos el cumplimiento relativo de los modelos de racionalidad, considerando que éste se refiere al porcentaje de casos donde las correspondientes propiedades son satisfechas con respecto del total de casos posibles, pero ahora sí que tendremos en cuenta las intensidades de preferencia manifestadas por los individuos.

3.1 *PI-transitividad e IP-transitividad*

Con el fin de clarificar la noción de cumplimiento relativo de la *PI*-transitividad y la *IP*-transitividad, recordamos el significado de la *PI*-transitividad: $\forall a, b, c \in A$ ($a P b$ y $b I c$) $\Rightarrow a P c$, y la *IP*-transitividad: $\forall a, b, c \in A$ ($a I b$ y $b P c$) $\Rightarrow a P c$. Aunque ambas condiciones son equivalentes (véase García-Lapresta y Rodríguez-Palmero (2004, Proposition 5)), y estas propiedades se satisfacen

sólo cuando todas las ternas de alternativas cumplen las mencionadas implicaciones, es posible que los porcentajes de cumplimiento relativo de cada condición sean diferentes. Supóngase que, teniendo en cuenta todos los individuos, hay 100 manifestaciones donde $R(a, b) > l_4$ ($a P_R b$) y $R(b, c) = l_4$ ($b I_R c$) para algunas alternativas $a, b, c \in A$. Si hay 60 casos donde $R(a, c) > l_4$ ($a P_R c$), obviamente la PI -transitividad no se satisface, pero el porcentaje de cumplimiento relativo de esta condición será del 60%. Análogamente, si hay 80 manifestaciones en donde $R(a, b) = l_4$ ($a I_R b$) y $R(b, c) > l_4$ ($b P_R c$) para algunas alternativas $a, b, c \in A$, y hay 40 casos donde $R(a, c) > l_4$ ($a P_R c$), la IP -transitividad no se satisface, pero ahora el porcentaje de cumplimiento relativo de esta condición será del 50%. Por esta razón, el porcentaje de cumplimiento relativo de la IP -transitividad podría ser diferente al de la PI -transitividad.

En lo que sigue, sólo mostramos los datos del conjunto X_2 . En el apéndice se incluyen los datos relativos a los conjuntos X_1 y X_3 .

En la Tabla 5 se puede encontrar la distribución de porcentajes de $R(a, c)$ en $\{l_0, l_1, l_2, l_3\}$, $\{l_4\}$ y $\{l_5, l_6, l_7, l_8\}$, cada vez que $R(a, b) > l_4$ ($a P_R b$) y $R(b, c) = l_4$ ($b I_R c$). Consecuentemente, esta información es diferente a la proporcionada en la Tabla 2, donde los porcentajes se refieren al número de individuos. Los porcentajes de cumplimiento relativo de la PI -transitividad son los recogidos en la última fila de la Tabla 7 (cuando $R(a, c) > l_4$). Claramente, se observa como estos porcentajes crecen a medida que lo hace la intensidad de preferencia entre la primera y la segunda alternativa.

Análogamente, en la Tabla 7 mostramos la distribución de porcentajes de $R(a, c)$ en $\{l_0, l_1, l_2, l_3\}$, $\{l_4\}$ y $\{l_5, l_6, l_7, l_8\}$, cada vez que $R(a, b) = l_4$ ($a I_R b$) y $R(b, c) > l_4$ ($b P_R c$). De manera similar a la PI -transitividad, los porcentajes de cumplimiento relativo de la IP -transitividad (última fila de la Tabla 6) crecen con la intensidad de preferencia entre la segunda y la tercera alternativa. Se puede observar que hay una tendencia a no violar ambas condiciones a medida que la preferencia se hace más extrema (l_8).

X_2	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_4$
$R(a, c) < l_4$	19.67%	6.67%	3.77%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	8.20%	5.00%	5.66%	2.15%
$R(a, c) > l_4$	72.13%	88.33%	90.57%	97.85%

Tabla 5: *PI*-transitividad en X_2 .

X_2	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_6$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	16.95%	10.42%	6.25%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	8.47%	6.25%	6.25%	3.33%
$R(a, c) > l_4$	74.58%	83.33%	87.50%	96.67%

Tabla 6: *IP*-transitividad en X_2 .

3.2 Triple-aciclicidad, cuasitransitividad, órdenes de intervalo, semitransitividad y semiórdenes

En la Figura 4 y en la Tabla 7 incluimos los porcentajes de cumplimiento relativo por columnas de la triple-aciclicidad y de la cuasitransitividad. La primera fila de la Tabla 7 representa el incumplimiento de la triple-aciclicidad; la suma de la primera y de la segunda fila, el incumplimiento de la cuasitransitividad; la tercera, el cumplimiento de la cuasitransitividad; y la suma de la segunda y de la tercera, el cumplimiento de la triple-aciclicidad. Todos estos porcentajes son relativos al número de casos donde los individuos pueden cumplir la condición especificada. Por ejemplo, en la columna 1, fila 1, 11.63% es, de los casos donde los individuos declaran que a se prefiere poco a b ($R(a, b) = l_5$) y b se prefiere poco a c ($R(b, c) = l_5$), el porcentaje de casos donde c es preferida de alguna manera a a ($R(a, c) < l_4$, es decir, $R(c, a) > l_4$). En la columna 2, fila 4, 92.70% es, de los casos donde los individuos declaran que a se prefiere poco a b ($R(a, b) = l_5$) y b se prefiere bastante a c ($R(b, c) = l_6$), o a se prefiere bastante a b ($R(a, b) = l_6$) y b se prefiere poco a c ($R(b, c) = l_5$), el porcentaje donde a se prefiere en alguna medida a c ($R(a, c) > l_4$).

X_2	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_{6/5}$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_{7/5}$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_{8/5}$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_6$
$R(a, c) < l_4$	11.63%	5.11%	2.02%	3.09%	1.08%
$R(a, c) = l_4$	9.30%	2.19%	3.03%	0.00%	2.15%
$R(a, c) > l_4$	79.07%	92.70%	94.95%	96.91%	96.77%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_{7/6}$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_{8/6}$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_{8/7}$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	0.00%	1.30%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	2.44%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, c) > l_4$	97.56%	98.70%	100%	100%	100%

Tabla 7: Triple-aciclicidad y cuasitransitividad en X_2 .

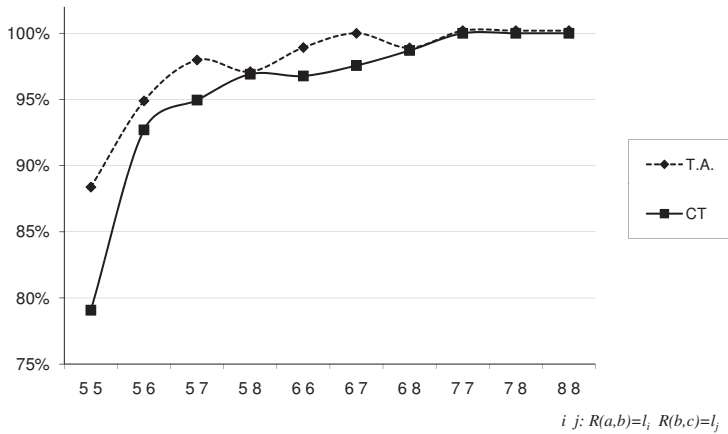


Tabla 8: Órdenes de intervalo en X_2 .

Es importante observar que en casi todos los casos los porcentajes de cumplimiento crecen a medida que los individuos muestran intensidades de preferencia mayores. Sólo aparecen dos excepciones al considerar la triple-aciclicidad. El primero, cuando los individuos manifiestan $R(a, b) = l_5$ y $R(b, c) = l_7$ (o $R(a, b) = l_7$ y $R(b, c) = l_5$), el porcentaje es 97.98%, mientras que el porcentaje es 96.91% cuando $R(a, b) = l_5$ y $R(b, c) = l_8$ (o $R(a, b) = l_8$ y $R(b, c) = l_5$). El otro caso aparece cuando los individuos manifiestan $R(a, b) = l_6$ y $R(b, c) = l_7$ (o $R(a, b) = l_7$ y $R(b, c) = l_6$); ahora el porcentaje es el 100%, mientras que el porcentaje es el 98.70% cuando $R(a, b) = l_6$ y $R(b, c) = l_8$ (o $R(a, b) = l_8$ y $R(b, c) = l_6$). No obstante, en ambos casos las diferencias son muy pequeñas.

En la última fila de las Tablas 8 y 9 mostramos el cumplimiento relativo de los órdenes de intervalo y de la semitransitividad, respectivamente. Claramente, en ambos casos los porcentajes de cumplimiento aumentan a medida que lo hace la intensidad de preferencia manifestada por los individuos. Teniendo en cuenta que los semiórdenes son órdenes de intervalo que satisfacen la propiedad de semitransitividad, los resultados para este modelo son similares.

X_2	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{6/5}$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{7/5}$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/5}$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_6$
$R(a, d) < l_4$	11.32%	5.56%	3.25%	2.27%	2.80%
$R(a, d) = l_4$	7.55%	1.67%	2.44%	0.00%	3.74%
$R(a, d) > l_4$	81.13%	92.78%	94.31%	97.73%	93.46%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{7/6}$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/6}$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/7}$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_8$
$R(a, d) < l_4$	1.90%	1.14%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	1.90%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	96.19%	98.86%	100%	100%	100%

Tabla 9: Órdenes de intervalo en X_2 .

X_2	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_5$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_{6/5}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_{7/5}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_{8/5}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_6$ $R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	11.65%	7.56%	3.79%	2.29%	0.89%
$R(a, d) = l_4$	7.77%	2.33%	2.27%	0.00%	1.79%
$R(a, d) > l_4$	80.58%	90.12%	93.94%	97.71%	97.32%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_{7/6}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_{8/6}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_7$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_{8/7}$ $R(c, d) = l_4$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_8$ $R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	0.00%	1.03%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	2.08%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	97.92%	98.97%	100%	100%	100%

Tabla 10: Semitransitividad en X_2 .

4 F -transitividad

De acuerdo con el análisis empírico, una clara conclusión es que los porcentajes de incumplimiento de los modelos de racionalidad considerados decrecen a medida que las intensidades de preferencia aumentan. De hecho, cuando se manifiestan preferencias extremas (l_8) raramente se producen inconsistencias. De esta forma, podemos pensar que los modelos clásicos de comportamiento racional son apropiados cuando los individuos manifiestan preferencias extremas, pero no cuando éstas son débiles. Así, se hace necesario considerar nuevos modelos de comportamiento racional que tengan en cuenta intensidades de preferencia.

Con el fin de definir el concepto de transitividad dentro del esquema de las preferencias lingüísticas, podríamos considerar la idea de t-norma sobre una escala finita (véase Mayor y Torrens (2005)). Sin embargo, la asociatividad y las condiciones frontera que se requieren en esta idea de t-norma no son esenciales para nuestro propósito. Sin estas propiedades, sólo vamos a trabajar con las de monotonía y conmutatividad por medio de una clase de operadores monótonos, una clase más amplia que la de las t-normas, que nos permite definir la transitividad de una forma muy general dentro del esquema lingüístico. A este respecto, véase Díaz, García-Lapresta y Montes (2006).

Definición 41 *Un operador monótono sobre \mathcal{L}_n^+ es una función $F : \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \longrightarrow \mathcal{L}_n$ que satisface las siguientes condiciones*

1. Conmutatividad: $F(l_i, l_j) = F(l_j, l_i)$, para cualesquiera $l_i, l_j \in \mathcal{L}_n^+$.
2. Monotonía: $F(l_i, l_j) \leq F(l_i, l_k)$, para cualesquiera $l_i, l_j, l_k \in \mathcal{L}_n^+$ tales que $l_j \leq l_k$.
3. $F(l_{2n}, l_{2n}) > l_n$.

La última condición es más débil que la condición frontera habitual (adaptada a nuestro esquema lingüístico) $F(l_{2n}, l_{2n}) = l_{2n}$. Por otro lado, es importante

resaltar que la asociatividad

$$F(l_i, F(l_j, l_k)) = F(F(l_i, l_j), l_k),$$

para cualesquiera $l_i, l_j, l_k \in \mathcal{L}_n^+$, no tiene sentido en nuestra definición de operador monótono. Puesto que el codominio de estos operadores es \mathcal{L}_n , si $F(l_j, l_k) \leq l_n$ o $F(l_i, l_j) \leq l_n$, la anterior igualdad carece de significado.

Ejemplos de operadores monótonos son los operadores mínimo y máximo.

Definición 42 Sean F un operador monótono sobre \mathcal{L}_n^+ y $R \in \mathcal{L}_n(A)$. R es F -transitiva si $R(a, b) \geq F(R(a, c), R(c, b))$ para cualesquiera $a, b, c \in A$ tales que $R(a, c), R(c, b) \in \mathcal{L}_n^+$.

Una vez introducido el concepto de F -transitividad, estamos interesados en analizar algunas clases de operadores monótonos que podrían ser deseables para modelizar el comportamiento racional a través de las correspondientes transitividades lingüísticas. Para esta tarea, consideraremos la investigación empírica de la sección previa.

4.1 Algunos ejemplos

Ejemplo 43 Un modelo de racionalidad bien conocido en el marco de las preferencias difusas es la *min-transitividad*. Este modelo se puede definir facilmente en \mathcal{L}_n^+ a través de $F_1(l_i, l_j) = \min\{l_i, l_j\} = l_{\min\{i, j\}}$:

$$R(a, b) \geq \min\{R(a, c), R(c, b)\}$$

cuando $R(a, c), R(c, b) \in \mathcal{L}_n^+$.

Ejemplo 44 Consideramos ahora los operadores monótonos $F_k : \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \rightarrow \mathcal{L}_n$, $k = 2, 3$, definidos por:

$$F_2(l_i, l_j) = \max\{l_{i+j-2n}, l_{n+1}\},$$

$$F_3(l_i, l_j) = \max\{l_{i+j-2n}, l_n\}.$$

Se puede observar que estos operadores tienen alguna similitud con la t-norma de Lukasiewicz². Por otro lado, tenemos que

$$F_1(l_i, l_j) \geq F_2(l_i, l_j) \geq F_3(l_i, l_j),$$

para cualesquiera $l_i, l_j \in \mathcal{L}_n^+$.

En la Tabla 10 mostramos los operadores monótonos de los ejemplos anteriores considerando $n = 4$. Se puede observar que las transitividades F_1 y F_2 aseguran la P -transitividad de las relaciones de preferencia ordinaria asociadas. La F_3 -transitividad no la asegura, aunque sí la triple-aciclicidad.

F_1	l_5	l_6	l_7	l_8	F_2	l_5	l_6	l_7	l_8	F_3	l_5	l_6	l_7	l_8
l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_5	l_4	l_4	l_4	l_5
l_6	l_5	l_6	l_6	l_6	l_6	l_5	l_5	l_5	l_6	l_6	l_4	l_4	l_5	l_6
l_7	l_5	l_6	l_7	l_7	l_7	l_5	l_5	l_6	l_7	l_7	l_4	l_5	l_6	l_7
l_8	l_5	l_6	l_7	l_8	l_8	l_5	l_6	l_7	l_8	l_8	l_5	l_6	l_7	l_8

Tabla 11: Operadores monótonos sobre \mathcal{L}_4^+ F_1 , F_2 y F_3 .

En la Tabla 11 mostramos los porcentajes de individuos que cumplen la F_k -transitividad para $k = 1, 2, 3$ en los tres conjuntos de alternativas.

	F_1	F_2	F_3
X_1	52%	60%	80%
X_2	48%	66%	78%
X_3	54%	82%	86%

Tabla 12: Porcentajes de individuos que cumplen la F_k -transitividad para $k = 1, 2, 3$.

Es importante resaltar el bajo cumplimiento que tiene la F_1 -transitividad en todos los casos. Así, si tenemos en cuenta nuestros datos empíricos, la condición

² La t-norma de Lukasiewicz se define sobre $[0, 1]^2$ por medio de $T_L(x, y) = \max\{x + y - 1, 0\}$.

de racionalidad de la min-transitividad (trasladada al enfoque lingüístico) no se puede considerar como un modelo realista de comportamiento racional.

Las únicas diferencias entre F_1 y F_2 están en $\{l_6, l_7\}$, siendo $F_2(l_i, l_j) = l_{p-1}$ y $F_1(l_i, l_j) = l_p$ para cualesquiera $i, j \in \{6, 7\}$. Obviamente, la F_2 -transitividad se cumple en un mayor grado que la F_1 -transitividad; de esta forma, sería preferible la F_2 -transitividad a la F_1 -transitividad para modelizar el comportamiento racional.

Si comparamos las transitividades asociadas a F_2 y F_3 , las únicas diferencias aparecen cuando las preferencias son bajas: $F_3(l_i, l_j) = l_{p-1}$ y $F_2(l_i, l_j) = l_p$ cada vez que $i + j < 3n + 1$. Existe una clara diferencia en el cumplimiento de la F_3 -transitividad respecto de la F_2 -transitividad. Por ello, parece que la F_3 -transitividad es un modelo de coherencia más razonable que la F_2 -transitividad.

4.2 Nuestra propuesta

Teniendo en cuenta los ejemplos previos y los datos empíricos de la Tabla 7 podemos definir la F -transitividad por medio de operadores monótonos cuyo comportamiento sea diferente en función de la intensidad de las preferencias que agregan. Para cualquier par $(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+$ tenemos que $i + j \in [2n + 2, 4n] \cap \mathbb{N}$ y que el punto medio de este intervalo de enteros positivos es $3n + 1$. De esta forma, podemos diferenciar en $\mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+$ tres subconjuntos disjuntos, B , M y A , para preferencias bajas, medias y altas, respectivamente:

1. Preferencias bajas: $B = \{(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \mid i + j < 3n + 1\}$.
2. Preferencias medias: $M = \{(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \mid i + j = 3n + 1\}$.
3. Preferencias altas: $A = \{(l_i, l_j) \in \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \mid i + j > 3n + 1\}$.

Si $F : \mathcal{L}_n^+ \times \mathcal{L}_n^+ \longrightarrow \mathcal{L}_n$ es un operador monótono, podemos descomponer F en tres funciones, $F^B : B \longrightarrow \mathcal{L}_n$, $F^M : M \longrightarrow \mathcal{L}_n$ y $F^A : A \longrightarrow \mathcal{L}_n$, una para

cada clase de preferencias, de tal forma que

$$F(l_i, l_j) = \begin{cases} F^B(l_i, l_j), & \text{si } (l_i, l_j) \in B, \\ F^M(l_i, l_j), & \text{si } (l_i, l_j) \in M, \\ F^A(l_i, l_j), & \text{si } (l_i, l_j) \in A. \end{cases}$$

En la Figura 5 mostramos la descomposición de F en F^B , F^M y F^A .

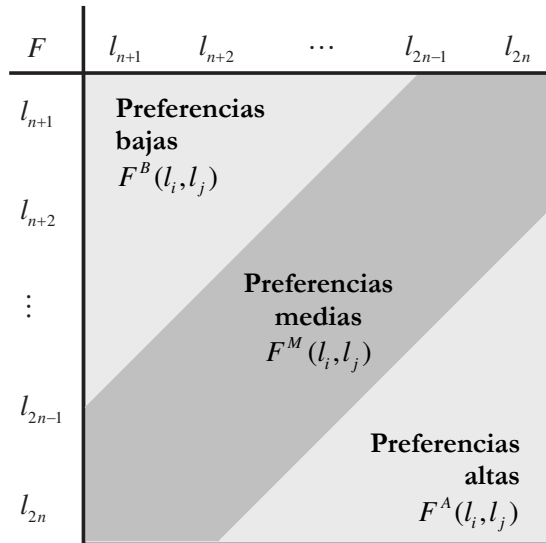


Figura 5: Descomposición de F en F^B , F^M y F^A .

Para el caso $n = 4$, tenemos los siguientes conjuntos:

$$B = \{(l_5, l_5), (l_5, l_6), (l_5, l_7), (l_6, l_5), (l_6, l_6), (l_7, l_5)\}.$$

$$M = \{(l_5, l_8), (l_6, l_7), (l_7, l_6), (l_8, l_5)\}.$$

$$A = \{(l_6, l_8), (l_7, l_7), (l_7, l_8), (l_8, l_6), (l_8, l_7), (l_8, l_8)\}.$$

En la Tabla 12 mostramos la descomposición de F_k para $k = 1, 2, 3$.

La descomposición de F nos permite definir operadores monótonos con niveles de requerimiento diferentes en función de la intensidad de las preferencias. De esta forma, consideramos algunos operadores monótonos que pueden ser apro-

k	$F_k^B(l_i, l_j)$	$F_k^M(l_i, l_j)$	$F_k^A(l_i, l_j)$
1	$\min\{l_i, l_j\}$	$\min\{l_i, l_j\}$	$\min\{l_i, l_j\}$
2	l_{n+1}	l_{n+1}	l_{i+j-2n}
3	l_n	l_{n+1}	l_{i+j-2n}

Tabla 13: Descomposición de F_1 , F_2 y F_3 .

piados para modelizar la racionalidad dentro de un esquema lingüístico. En la Tabla 13 mostramos la descomposición de F_k para $k = 4, 5, 6$. Otros operadores monótonos se encuentran en García-Lapresta y Meneses (en prensa). Las diferencias de estos nuevos operadores monótonos respecto de los incluidos en la sección 4.1 es doble: requerimientos más débiles para las preferencias altas (A) y requerimientos más fuertes para las preferencias bajas (B). Los tres operadores están definidos de la misma manera para las preferencias medias y altas y sólo se diferencian en las preferencias bajas:

$$F_4^B(l_i, l_j) = l_n \geq l_{i+j-2n} = F_5^B(l_i, l_j), \text{ para cada } (l_i, l_j) \in B.$$

$$F_6^B(l_i, l_j) = l_{n-1} \geq l_{i+j-2n} = F_5^B(l_i, l_j) \text{ cada vez que } i + j = 3n \text{ e}$$

$$i, j \neq 2n - 1.$$

Estos cambios garantizan la P -transitividad tanto en F_k^A como en F_k^M para $k = 4, 5, 6$. La triple-aciclicidad está garantizada en F_4^B , pero no en F_5^B ni en F_6^B .

k	$F_k^B(l_i, l_j)$	$F_k^M(l_i, l_j)$	$F_k^A(l_i, l_j)$
4	l_n	l_{n+1}	l_{n+2}
5	l_{i+j-2n}	l_{n+1}	l_{n+2}
6	$\begin{cases} l_{n-1} & \text{si } \begin{cases} i = j = 3n \text{ y} \\ i \neq 2n - 1 \neq j \end{cases} \\ l_{i+j-2n}, & \text{en los demás casos} \end{cases}$	l_{n+1}	l_{n+2}

Tabla 14: Descomposición de F_4 , F_5 y F_6 .

En la Tabla 14 incluimos los porcentajes de individuos que satisfacen la F_k -transitividad para $k = 4, 5, 6$ y en la Figura 6 se recogen los mismos porcentajes

	F_4	F_5	F_6
X_1	80%	84%	84%
X_2	88%	92%	94%
X_3	88%	90%	92%

Tabla 15: Porcentajes de individuos que cumplen la F_k -transitividad para $k = 4, 5, 6$.

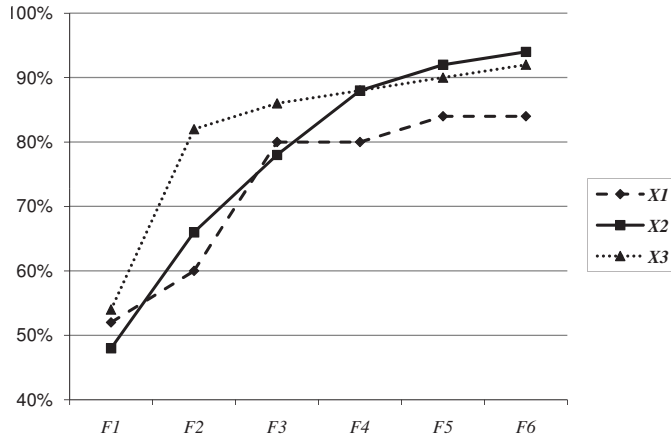


Figura 6: Porcentajes de individuos que cumplen la F_k -transitividad para $k = 1, 2, \dots, 6$.

para $k = 1, 2, \dots, 6$. Si comparamos los resultados obtenidos con los nuevos operadores con los de la sección 4.1, observamos que en todos los casos se mejoran los porcentajes de cumplimiento. Por tanto, estos operadores son más apropiados para explicar el comportamiento de los individuos. Entre ellos, la F_4 -transitividad es la única que garantiza la triple-aciclicidad, aunque es con la que se consiguen unos porcentajes de cumplimiento menores. Y entre los operadores monótonos considerados, que aseguran la P -transitividad en las preferencias medias y altas, la F_6 -transitividad es la que consigue los porcentajes de cumplimiento mayores.

5 Conclusiones

Dado que los seres humanos tienen normalmente dificultades para asignar un valor numérico exacto a las intensidades de preferencia, las preferencias lingüísticas

tienen la ventaja de tratar con expresiones lingüísticas tal como ocurre en la vida real. En este trabajo hemos considerado tal posibilidad y hemos introducido una clase de modelos de coherencia basados en operadores monótonos, que generalizan la clase de t -normas en conjuntos discretos. Dado un operador monótono F sobre un subconjunto de etiquetas lingüísticas, nuestro modelo de coherencia requiere que si a se prefiere a b y b a c , entonces la intensidad de preferencia entre a y c sea al menos el resultado de aplicar F a las intensidades con las que se prefiere a a b y b a c . De esta forma, el problema radicará en determinar qué clase de operadores monótonos es adecuada para modelizar la racionalidad dentro de un esquema lingüístico.

Es importante enfatizar que nuestra propuesta tiene en cuenta datos reales proporcionados por individuos en problemas reales de decisión. En primer lugar, hemos considerado algunos modelos clásicos de racionalidad, y podemos concluir que, de acuerdo con los datos empíricos obtenidos, ni los preórdenes completos ni los órdenes lineales capturan el comportamiento real de los individuos. Además, el cumplimiento de estos modelos decrece a medida que los individuos manifiestan intensidades de preferencia menores. Posteriormente, hemos introducido otros modelos de comportamiento racional que tienen en cuenta las intensidades de preferencia. Así, la F -transitividad (basada en operadores monótonos) nos permite definir una amplia clase de modelos de racionalidad que diferencian preferencias bajas, medias y altas de tal forma que los requerimientos sean diferentes para cada clase de modalidades de preferencia. De acuerdo con nuestros datos empíricos, aquellas F -transitividades que garantizan la P -transitividad para las preferencias medias y altas han obtenido muy buenos resultados.

Agradecimientos Los autores agradecen la financiación del Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto SEJ2006-04267/ECON) y del FEDER.

Apéndice. Tablas para X_1 y X_3

X_1	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_4$
$R(a, c) < l_4$	19.48%	8.00%	2.11%	3.53%
$R(a, c) = l_4$	9.09%	10.00%	9.47%	3.53%
$R(a, c) > l_4$	71.43%	82.00%	88.42%	92.94%

Tabla 16: PI -transitividad en X_1 .

X_3	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_4$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_4$
$R(a, c) < l_4$	11.54%	0.96%	1.37%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	21.15%	4.81%	4.11%	1.75%
$R(a, c) > l_4$	67.31%	94.23%	94.52%	98.25%

Tabla 17: PI -transitividad en X_3 .

X_1	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_6$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	16.98%	12.04%	4.30%	2.82%
$R(a, c) = l_4$	13.21%	9.26%	9.68%	4.23%
$R(a, c) > l_4$	69.81%	78.70%	86.02%	92.96%

Tabla 18: IP -transitividad en X_1 .

X_3	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_6$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_4$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	11.11%	13.33%	3.13%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	40.74%	16.67%	9.38%	4.35%
$R(a, c) > l_4$	48.15%	70.00%	87.50%	96.65%

Tabla 19: IP -transitividad en X_3 .

X_1	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_{6/5}$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_{7/5}$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_{8/5}$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_6$
$R(a, c) < l_4$	2.53%	5.85%	3.80%	5.36%	1.39%
$R(a, c) = l_4$	6.33%	5.26%	2.53%	5.36%	5.56%
$R(a, c) \leq l_4$	8.86%	11.11%	6.33%	10.72%	3.23%
$R(a, c) > l_4$	91.14%	88.89%	93.67%	89.29%	93.06%
$R(a, c) \geq l_4$	97.47%	94.15%	96.20%	94.65%	98.62%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_{7/6}$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_{8/6}$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_{8/7}$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	4.63%	4.84%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	1.85%	3.23%	3.13%	0.00%	0.00%
$R(a, c) \leq l_4$	6.48%	7.07%	3.13%	0.00%	0.00%
$R(a, c) > l_4$	93.52%	91.94%	96.88%	100%	100%
$R(a, c) \geq l_4$	95.37%	95.17%	100%	100%	100%

Tabla 20: Triple-aciclicidad y cuasitransitividad en X_1 .

X_3	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_{6/5}$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_{7/5}$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_{8/5}$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_6$
$R(a, c) < l_4$	9.68%	1.54%	0.00%	0.00%	3.25%
$R(a, c) = l_4$	6.45%	3.08%	1.30%	0.00%	0.00%
$R(a, c) \leq l_4$	16.13%	4.62%	1.30%	00.00%	3.25%
$R(a, c) > l_4$	83.87%	95.38%	98.70%	100%	96.75%
$R(a, c) \geq l_4$	90.32%	98.46%	100%	100%	96.75%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_{7/6}$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_{8/6}$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_{8/7}$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_8$
$R(a, c) < l_4$	1.14%	2.27%	1.85%	0.00%	0.00%
$R(a, c) = l_4$	0.57%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, c) \leq l_4$	1.71%	2.27%	1.85%	0.00%	0.00%
$R(a, c) > l_4$	98.30%	97.73%	98.15%	100%	100%
$R(a, c) \geq l_4$	98.85%	97.73%	98.15%	100%	100%

Tabla 21: Triple-aciclicidad y cuasitransitividad en X_3 .

X_1	$R(a, b) = l_5$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{6/5}$	$R(a, b) = l_{5/7}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{7/5}$	$R(a, b) = l_{5/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/5}$	$R(a, b) = l_6$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_6$
$R(a, d) < l_4$	6.12%	6.45%	6.06%	5.13%	4.21%
$R(a, d) = l_4$	5.10%	5.07%	2.02%	3.85%	8.42%
$R(a, d) > l_4$	88.78%	88.48%	91.92%	91.03%	87.37%
	$R(a, b) = l_{6/7}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{7/6}$	$R(a, b) = l_{6/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/6}$	$R(a, b) = l_7$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_{8/7}$	$R(a, b) = l_8$ $R(b, c) = l_4$ $R(c, d) = l_8$
$R(a, d) < l_4$	4.03%	4.94%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	2.68%	2.47%	1.89%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	93.29%	92.59%	98.11%	100%	100%

Tabla 22: Órdenes de intervalo en X_1 .

X_3	$R(a, b) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$	$R(a, b) = l_{5/7}$	$R(a, b) = l_{5/8}$	$R(a, b) = l_6$
	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$
	$R(c, d) = l_5$	$R(c, d) = l_{6/5}$	$R(c, d) = l_{7/5}$	$R(c, d) = l_{8/5}$	$R(c, d) = l_6$
$R(a, d) < l_4$	11.36%	2.55%	1.02%	0.00%	3.03%
$R(a, d) = l_4$	4.55%	2.55%	1.02%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	84.09%	94.90%	97.96%	100%	96.97%
	$R(a, b) = l_{6/7}$	$R(a, b) = l_{6/8}$	$R(a, b) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$	$R(a, b) = l_8$
	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$	$R(b, c) = l_4$
	$R(c, d) = l_{7/6}$	$R(c, d) = l_{8/6}$	$R(c, d) = l_7$	$R(c, d) = l_{8/7}$	$R(c, d) = l_8$
$R(a, d) < l_4$	1.01%	2.08%	1.59%	0.00%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	0.51%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	98.48%	97.92%	98.41%	100%	100%

Tabla 23: Órdenes de intervalo en X_3 .

X_1	$R(a, b) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$	$R(a, b) = l_{5/7}$	$R(a, b) = l_{5/8}$	$R(a, b) = l_6$
	$R(b, c) = l_5$	$R(b, c) = l_{6/5}$	$R(b, c) = l_{7/5}$	$R(b, c) = l_{8/5}$	$R(b, c) = l_6$
	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	4.67%	6.75%	5.56%	5.49%	1.96%
$R(a, d) = l_4$	7.48%	5.06%	1.85%	4.40%	5.88%
$R(a, d) > l_4$	87.85%	88.19%	92.59%	90.11%	92.16%
	$R(a, b) = l_{6/7}$	$R(a, b) = l_{6/8}$	$R(a, b) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$	$R(a, b) = l_8$
	$R(b, c) = l_{7/6}$	$R(b, c) = l_{8/6}$	$R(b, c) = l_7$	$R(b, c) = l_{8/7}$	$R(b, c) = l_8$
	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	3.16%	4.26%	0.00%	1.69%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	2.53%	2.13%	4.44%	3.39%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	94.30%	93.62%	95.56%	94.92%	100%

Tabla 24: Semitransitividad en X_1 .

X_3	$R(a, b) = l_5$	$R(a, b) = l_{5/6}$	$R(a, b) = l_{5/7}$	$R(a, b) = l_{5/8}$	$R(a, b) = l_6$
	$R(b, c) = l_5$	$R(b, c) = l_{6/5}$	$R(b, c) = l_{7/5}$	$R(b, c) = l_{8/5}$	$R(b, c) = l_6$
	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	12.20%	2.33%	1.00%	0.00%	2.51%
$R(a, d) = l_4$	7.32%	2.33%	1.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	80.49%	95.35%	98.00%	100%	97.49%
	$R(a, b) = l_{6/7}$	$R(a, b) = l_{6/8}$	$R(a, b) = l_7$	$R(a, b) = l_{7/8}$	$R(a, b) = l_8$
	$R(b, c) = l_{7/6}$	$R(b, c) = l_{8/6}$	$R(b, c) = l_7$	$R(b, c) = l_{8/7}$	$R(b, c) = l_8$
	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$	$R(c, d) = l_4$
$R(a, d) < l_4$	0.85%	1.96%	1.45%	0.00%	0.00%
$R(a, d) = l_4$	0.85%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$R(a, d) > l_4$	98.29%	98.04%	98.55%	100%	100%

Tabla 25: Semitransitividad en X_3 .

Referencias

1. Dasgupta, M. and Deb, R. (1996): *Transitivity and fuzzy preferences*. Social Choice and Welfare 13, pp. 305-318.

2. De Baets, B. and Fodor, J. (1997): *Twenty years of fuzzy preference structures*. Rivista di Matematica per le Scienze Economiche e Sociali 20, pp. 45-66.
3. Díaz, S., García-Lapresta, J.L. and Montes, S. (2006): *Linguistic preference, crisp preference and transitivity*. Proceedings of SIGEF XIII, Hammamet.
4. Dubois, D. and Prade, H. (1980): *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. Academic Press, Nueva York.
5. Fishburn, P.C. (1973): *Binary choice probabilities: on the varieties of stochastic transitivity*. Journal of Mathematical Psychology 10, pp. 327-352.
6. Fishburn, P.C. (1991): *Nontransitive preferences in decision theory*. Journal of Risk and Uncertainty 4, pp. 113-134.
7. García-Lapresta, J.L. and Llamazares, B. (2000): *Aggregation of fuzzy preferences: Some rules of the mean*. Social Choice and Welfare 17, pp. 673-690.
8. García-Lapresta, J.L. and Meneses, L.C. (2003): *An empirical analysis of transitivity with four scaled preferential judgment modalities*. Review of Economic Design 8, pp. 335-346.
9. García-Lapresta, J.L. and Meneses, L.C. (2005): *Individual valued preferences and their aggregation: Analysis of consistency in a real case*. Fuzzy Sets and Systems 151, pp. 269-284.
10. García-Lapresta, J.L. and Meneses, L.C. (en prensa): *Modeling rationality in a linguistic framework*. Fuzzy Sets and Systems.
11. García-Lapresta, J.L. and Montero, J. (2006): *Consistency in preference modelling*. En Bouchon-Meunier, B., Coletti, G., Yager, R.R. (Eds.): *Modern Information Processing: From Theory to Applications*. Elsevier, pp. 87-97.
12. García-Lapresta, J.L., Rodríguez-Palmero, C. and Carrascal, U. (1998): *Un estudio empírico de la coherencia*. Revista de Economía Aplicada 17, pp. 53-794.
13. García-Lapresta, J.L. and Rodríguez-Palmero, C. (2004): *Some algebraic characterizations of preference structures*. Journal of Interdisciplinary Mathematics 7, pp. 233-254.
14. Jain, N. (1990): *Transitivity of fuzzy relations and rational choice*. Annals of Operations Research 23, pp. 265-278.
15. Luce, D. (1956): *Semiorders and a theory of utility discrimination*. Econometrica 24, pp. 178-191.

16. May, K.O. (1954): *Intransitivity, utility, and the aggregation of preference patterns*. *Econometrica* 22, pp. 1-13.
17. Mayor, G. and Torrens, J. (2005): *Triangular norms on discrete settings*. En Klement, E.P., Mesiar, R. (Eds.): *Logical, Algebraic, Analytic and Probabilistic Aspects of Triangular Norms*. Elsevier, pp. 189-230.
18. Meneses, L.C. (2005): *Análisis Experimental de la Coherencia en la Toma de Decisiones Individuales y Colectivas* (Tesis Doctoral). Universidad de Valladolid.
19. Nurmi, H. (1981): *Approaches to collective decision making with fuzzy preference relations*. *Fuzzy Sets and Systems* 6, pp. 249-259.
20. Ovchinnikov, S.V. (1986): *On the transitivity property*. *Fuzzy Sets and Systems* 20, pp. 241-243.
21. Rodríguez-Palmero, C. (1997): *Estudio de varias clases de estructuras preferenciales* (Tesis Doctoral). Universidad de Valladolid.
22. Roubens, M., Vincke, P. (1985): *Preference Modelling*. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol. 250. Springer-Verlag, Berlín.
23. Switalski, Z. (1999): *Rationality of fuzzy reciprocal preference relations*. *Fuzzy Sets and Systems* 107, pp. 187-190.
24. Switalski, Z. (2001): *Transitivity of fuzzy preference relations – an empirical study*. *Fuzzy Sets and Systems* 118, pp. 503-508.
25. Switalski, Z. (2003): *General transitivity conditions for fuzzy reciprocal preference matrices*. *Fuzzy Sets and Systems* 137, pp. 85-100.
26. Tanino, T. (1984): *Fuzzy preference orderings in group decision making*. *Fuzzy Sets and Systems* 12, pp. 117-131.
27. Tversky, A. (1969): *Intransitivity of preferences*. *Psychological Review* 76, pp. 31-48.
28. Van Acker, P. (1990): *Transitivity revisited*. *Annals of Operations Research* 23, pp. 1-35.
29. Zadeh, L.A. (1975): *The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning*. *Information Sciences*. Part I: 8, pp. 199-249. Part II: 8, pp. 301-357. Part III: 9, pp. 43-80.

30. Zadeh, L.A. (2001): *From computing with numbers to computing with words - From manipulation of measurements to manipulation of perceptions*. En Wang, P.P. (Ed.): *Computing with Words*. John Wiley & Sons, Nueva York, pp. 35-68.