Capital Humano y Crecimiento Económico

Patricia Gómez Costilla[1], **Julio López Díaz**[1]

[1] *Departamento de Fundamentos del Análisis Económico e Historia e Instituciones Económicas, Universidad de Valladolid, España*

Resumen En este trabajo se construye un modelo de generaciones solapadas en tiempo continuo, crecimiento endógeno y con incertidumbre sobre el horizonte temporal de los individuos. El motor del crecimiento económico es el capital humano, que podrá acumularse a través de la educación formal y por el aprendizaje por la práctica. En este entorno, se obtienen cuáles son los determinantes del periodo de educación superior así como de la tasa de crecimiento económico a largo plazo, y se estudia cómo les afecta, en el caso español, la variación de la edad de escolarización obligatoria o los incentivos a la mejora del rendimiento en la educación superior.

Palabras clave Crecimiento Económico, Capital Humano.
Clasificación JEL : D90, O41.

1. Introducción

La importancia del papel que el capital humano agregado desempeña en el proceso productivo es una cuestión que desde una perspectiva teórica ha sido tratada exhaustivamente, destacando las aportaciones efectuadas por Nelson y Phelps (1996), Welch (1970), Lucas (1988), entre muchos otros.

Correspondencia a: Patricia Gómez Costilla (e-mail: `patrygc@fae.uva.es`)

El análisis tradicional del proceso de acumulación del capital humano se ha circunscrito a la formación recibida a lo largo del período de escolarización. En concreto, se han preocupado de cuestiones tales como la influencia del gasto público en educación sobre el capital humano y, en consecuencia, sobre el crecimiento económico, como por ejemplo en Eckstein y Zilcha (1994), Kaganovich y Zilcha (1999), Blankeanu y Simpson (2004).

Otra de las cuestiones relacionadas que ha sido muy estudiada, ha sido el hecho de que los individuos sigan estudiando más allá de la edad que les posibilita incorporarse al mercado de trabajo, incrementando la duración de la etapa de escolarización. En este sentido, el vínculo existente entre la duración del período de escolarización promedio y el ritmo al que se acumula el capital humano agregado de la economía estudiado por De la Croix y Licandro (1999) y López Díaz y Ridruejo (2003), quienes concluyen una cierta ambigüedad en la relación. Dicha ambigüedad obedece a que la prolongación por parte de los agentes de su período de formación incrementa el capital humano individual que poseen cuando se incorporan al mercado de trabajo, pero al mismo tiempo reduce el número de cohortes trabajadoras (que pasan a ser estudiantes como consecuencia del retraso de la incorporación al mercado laboral), que son las únicas poseedoras de capital humano a efectos productivos.

En la mayor parte de los trabajos que han estudiado desde un punto de vista teórico la relevancia del capital humano en el crecimiento económico, han identificado la cualificación de los trabajadores con la formación recibida a lo largo del período de escolarización. Sin embargo, y tal y como señalan Serrano y Pastor (2002), el capital humano de un individuo es resultado no sólo del nivel de conocimientos adquirido durante la etapa de educación formal sino también del proceso de aprendizaje en el puesto de trabajo. A este respecto, se observa que no existen estudios de tipo teórico que analicen las relaciones entre la educación formal, el aprendizaje por la práctica y el capital humano de los individuos, y como afectan éstas al ritmo de crecimiento económico. Por este motivo, se fija éste como el principal objetivo del presente trabajo. Para ello se desarrolla un modelo teórico de generaciones solapadas cuya principal aportación respecto a los ya mencionados, consiste en la incorporación explícita del efecto que el aprendizaje por la práctica ejerce sobre el capital humano individual, y por tanto, ritmo de crecimiento de la economía.

El artículo se organiza de la siguiente forma. En la segunda sección se introducen las ecuaciones de comportamiento del modelo y se obtiene la tasa de crecimiento del capital humano agregado. En la tercera sección se presentan los resultados de la simulación del modelo para la economía española . Finalmente, en la cuarta y última sección se exponen las principales conclusiones.

2. Planteamiento del modelo

2.1. Estructura demográfica

Este modelo considera una población en la que, en cada instante de tiempo, nace un conjunto de individuos, los cuales formarán una nueva cohorte. En cada momento, por tanto, en la sociedad van a convivir de manera simultánea distintas generaciones, las cuales se diferenciarán entre sí por estar en un momento distinto del ciclo biológico de sus vidas. Debido a este ciclo, se producen defunciones y, por tanto, el tamaño de las cohortes se irá reduciendo conforme a una probabilidad de muerte en cada instante de tiempo λ, que siguiendo a Blanchard (1985), vamos a definir como exógena[1] y que será la inversa de la esperanza de vida[2].

Como en Buiter (1988) el tamaño de las nuevas cohortes viene determinado por el número de personas vivas en ese momento en la economía, $T(z)$, y el número de hijos que tiene cada una de ellas, β. De este modo, el tamaño que en el instante actual de tiempo z tendrá la cohorte nacida en el momento x, será $\beta T(x)\exp^{-\lambda(z-x)}$. Como la población existente en el momento x, $T(x)$, puede expresarse como $T(0)\exp^{x(\beta-\lambda)}$, y dado que se supone, $T(0) = 1$, se puede

[1] Hay modelos que endogenizan el horizonte temporal de los individuos como Grossman (1972), Ehrlich y Chuma (1990) o Aísa y Pueyo (2004). Aquí, por simplicidad, se considera una probabilidad de muerte constante y exógena al modelo al igual que Blanchard (1985).

[2] Blanchard (1985) demuestra que la esperanza de vida en cada instante, $E(z)$, es igual a la inversa de la probabilidad de muerte, porque: $E(z) = \int_0^\infty z\,\lambda\, e^{-\lambda z}\; dz = \frac{1}{\lambda}$.

concluir que el tamaño en el instante actual z de la cohorte nacida en el momento x, será igual a $\beta \exp^{-\lambda z} \exp^{-\beta x}$, siendo $z \geq x$.

De este modo, el volumen de la población total en cada instante actual z, $T(z)$, será la suma de los individuos vivos que posea cada una de las cohortes existentes en ese instante:

$$T(z) = \int_{-\infty}^{z} \beta T(x)\, e^{-\lambda(z-x)}\ dx = \int_{-\infty}^{z} \beta\, e^{-\lambda z}\, e^{\beta x}\, dx = e^{z(\beta-\lambda)} \tag{1}$$

En definitiva, el tamaño de la población $T(z)$ no va a ser constante[3], sino que va a venir determinada por el diferencial entre los ritmos a los que las personas nacen, β, y fallecen, λ. Para considerar una evolución realista del tamaño de la población, suponemos que el número promedio de hijos que tienen los individuos es positivo de manera estricta $\beta > 0$ y que, además, es superior a la probabilidad de muerte, $\beta > \lambda$.

Cada uno de los agentes que integran las distintas cohortes vive tres etapas diferenciadas en su vida: la infancia, la madurez y la jubilación. La primera, abarca el intervalo entre su nacimiento y la edad de b años, momento en el cual el niño concluye sus estudios de educación básica u obligatoria. La fase adulta será el periodo comprendido entre el instante b y el momento de la jubilación, j. Y la vejez, tercera y última etapa, comenzará en el momento j con su jubilación, y concluirá con su fallecimiento[4].

De este modo, el volumen de la población que vive en el momento de tiempo actual z, se distribuirá entre la población infantil $B(z)$, la población potencialmente activa $A(z)$ y la población retirada o jubilada $R(z)$.

$$B(z) = \int_{z-b}^{z} \beta\, e^{\beta x - \lambda z}\ dx = e^{z(\beta-\lambda)}[1 - e^{-b\beta}] \tag{2}$$

[3] Los modelos como Blanchard (1985), López Díaz y Ridruejo (2003), López Díaz y García Prieto (2005) son modelos sin crecimiento poblacional, ya que consideran cohortes que inicialmente tienen un tamaño constante, el cual decrece con el paso del tiempo a una misma tasa, que será la probabilidad de muerte instantánea.

[4] Al igual que Blanchard (1985), el momento del deceso del individuo es incierto.

$$A(z) = \int_{z-j}^{z-b} \beta\, e^{\beta x - \lambda z}\; dx = e^{z(\beta-\lambda)}[e^{-b\beta} - e^{-\beta j}] \tag{3}$$

$$R(z) = \int_{-\infty}^{z-j} \beta\, e^{\beta x - \lambda z}\; dx = e^{z(\beta-\lambda)} e^{-\beta j} \tag{4}$$

Considerando que la edad de incorporación al mercado laboral será $b+s$[5], la cifra de trabajadores será la siguiente:

$$W(z) = \int_{z-j}^{z-\varpi} \beta\, e^{\beta x - \lambda z}\; dx = \; e^{z(\beta-\lambda)}\; [e^{-\varpi\beta} - e^{-\beta j}] \tag{5}$$

2.2. Sector Productivo

Las empresas emplean como factores el capital físico K(t) y el capital humano agregado H(t), en una función de producción agregada que se supone presenta rendimientos constantes a escala:

$$Y(z) = K(z)^{\eta}\, H(z)^{1-\eta}$$

Existe competencia perfecta en los mercados de factores, por lo que el tipo de interés condiciona la productividad marginal del capital y por tanto, el salario ω abonado por unidad de trabajo eficiente.

Se considera que la economía, que opera en un entorno de perfecta movilidad internacional del capital, es pequeña, y acepta el tipo de interés que le viene dado desde el exterior r, y que se considera constante a lo largo del tiempo.

Como consecuencia de todo lo anterior, se puede demostrar que las variaciones en el ritmo de acumulación de la producción se generarán únicamente por la modificación en la tasa de crecimiento del capital humano agregado $H(z)$. Es decir, el capital humano será el único inductor de crecimiento económico:

$$\gamma_Y = \gamma_H = \gamma \tag{6}$$

[5] Como todos los individuos son homogéneos, tomarán las mismas decisiones, todos se incorporarán al mercado laboral a la misma edad $b+s$.

2.3. Comportamiento del Consumidor

noindent Los agentes individuales tienen un periodo de vida finito que está dividido en las tres etapas ya comentadas con anterioridad: infancia, etapa adulta y jubilación.

2.3.1. Planteamiento del problema de decisión del individuo-niño Al principio de sus vidas los individuos no pueden trabajar, y su única actividad consiste en adquirir los conocimientos mínimos o básicos necesarios para desenvolverse durante el resto de su vida. Este conjunto de conocimientos mínimos serán aprendidos en la que denominaremos como educación básica u obligatoria. Al finalizar esta etapa, cuando el individuo tiene b años, habrá adquirido un nivel de capital humano que será una fracción del capital humano per capita existente en ese momento en la economía[6]. La formación que tiene un individuo nacido en el momento x cuando tiene b años será $h(x, x+b)$:

$$h(x, x+b) = \chi \, \frac{H(x+b)}{T(x+b)} \tag{7}$$

Donde $H(x+b)$ será el capital humano agregado de la economía en el instante $x+b$, $T(x+b)$ es la población total en ese mismo instante, y χ mide el grado en el que la educación básica es capaz de transmitir a sus alumnos los conocimientos de una persona que posee la cualificación media de la sociedad. χ, en otras palabras, puede considerarse como una medida de eficacia del sistema educativo obligatorio.

En definitiva, el menor no tiene que tomar ninguna decisión. Su consumo le va a venir financiado por sus ascendientes, que asumirán, de forma altruista, un gasto de $g_\beta \beta$ por el mantenimiento de sus hijos y la educación básica es obligatoria.

2.3.2. Planteamiento del problema de decisión del individuo-adulto Una vez acabada la fase de educación obligatoria, comienza la edad adulta, que abarca la etapa de vida de los individuos que transcurre entre los b y los j años.

[6] En la linea de Bovenberg y van Ewijk (1997) o López Díaz y Ridruejo (2003), pero con la diferencia de que la dotación de capital humano, no se obtiene al comienzo de sus vidas sino que se adquiere al finalizar la educación obligatoria.

Un individuo adulto debe decidir cual es el consumo $c(x, z)$ y el tiempo dedicado a la educación superior $t_s(x, z)$ que va a maximizar su función de utilidad bajo las restricciones que presenta.

Por todo ello, la función de utilidad intertemporal esperada que depende positivamente del consumo en cada periodo y de la satisfacción que le reporta tener hijos y criarlos a lo largo de esta etapa adulta, será la siguiente:

$$U(z) = \int_{x+b}^{x+j} e^{[-(\lambda+\rho)(z-t)]}[\ln c(x, z) + \ln \beta]dz \tag{8}$$

La tasa de descuento efectivo vendrá dada por la suma de la tasa de preferencia temporal subjetiva ρ y de la probabilidad de muerte[7] λ.

Por otra parte, los individuos no dejan herencias ni positivas ni negativas y, al igual que en Blanchard (1985), se considera que todos los individuos contratan un seguro de vida. Por este título, los agentes reciben periódicamente una pago que será directamente proporcional a su riqueza financiera $m(x, z)$. A cambio, en el momento del fallecimiento del sujeto las empresas aseguradoras dispondrán de su capital. Estas compañías acceden libremente al mercado, guiándose por la condición de beneficio cero, lo cual implica que van a poder proporcionar a los individuos una tasa λ sobre su riqueza.

En este sentido, la riqueza financiera $m(x, z)$ se premia a través de dos vias: la primera vía, mediante el tipo de interés (r) y la segunda, mediante el pago adelantado de las compañías de seguros(λ). Así, la ley de acumulación de la riqueza financiera de cada individuo se corresponde con:

$$\dot{m}(x, z) = (r + \lambda)m(x, z) + y(x, z) - c(x, z) - g_\beta\beta \tag{9}$$

siendo $y(x, z)$ la renta que percibe en el momento z un individuo nacido en el momento x y $g_\beta\beta$, el gasto relativo al mantenimiento de los hijos.

En la etapa adulta, el sujeto recibirá una renta laboral en función del salario neto de impuestos, de sus horas de trabajo, y de su cualificación. Por lo tanto,

[7] Cuanto mayor es ésta, menor es la esperanza que los individuos tienen de vivir, y por tanto, valorarán mucho más el consumo actual que el que pueda producirse en el futuro.

en este periodo de sus vidas la renta de los agentes vendrá dada por la siguiente expresión:

$$y(x, z) = \omega(1 - \alpha_\beta \beta - t_s(x, z))h(x, z) \text{ si } x + b < z < x + j \tag{10}$$

Como se considera que cada individuo tiene β hijos al comienzo de su edad adulta, que se identifica con el periodo fértil de las personas, y que por cada uno de los hijos que posee cada sujeto le dedican una fracción de su tiempo α_β, la dedicación por cada unidad de tiempo al cuidado de los hijos durante su etapa activa será $\alpha_\beta \beta$.

En este periodo los sujetos van a tener que decidir cómo distribuir el tiempo que les queda libre después de atender a sus descendientes, entre estudiar una educación superior reglada $t_s(x, z)$, y desempeñar una actividad remunerada $1-\alpha_\beta \beta - t_s(x, z)$.

A la hora de considerar esta elección, hay que destacar que los individuos trabajan para obtener una renta laboral con la que poder consumir y que esa renta será mayor cuanto mayor sea su cualificación.

Los sujetos pueden adquirir nuevos conocimientos a través de dos vías: la educación formal y lo que Arrow (1962) denominó, aprendizaje por la práctica. En la primera, los individuos consiguen incrementar su formación a un ritmo α_s mediante la enseñanza ordinaria regulada, mientras que en la segunda, el individuo adquiere capital humano a un ritmo α_w mientras desempeña su trabajo.

A pesar de que la educación formal tiene un coste de oportunidad que no tiene el aprendizaje por la práctica (el salario que deja de percibir), el motivo por el que los individuos inician una educación superior reglada es porque los rendimientos que obtienen con este tipo de educación son mayores que los generados a través del aprendizaje por la práctica. En consecuencia, el ritmo al que un individuo acumula capital humano mediante la formación reglada α_s es superior al que incorpora a través del aprendizaje por la práctica α_w.

Por tanto, en cada instante de tiempo la tasa de crecimiento del capital humano de cada individuo γ_h, entre los b y los j años de su vida, vendrá dada por la suma de la formación que adquiere a través de la educación formal y del aprendizaje por la práctica:

$$\gamma_h = \frac{\dot{h}(x,z)}{h(x,z)} = \alpha_s t_s(x,z) + \alpha_w(1 - \alpha_\beta \beta - t_s(x,z)) \tag{11}$$

Debe observarse que el ritmo de crecimiento del capital humano individual depende no sólo del tiempo dedicado a la formación, bien sea la educación oficial o por la práctica, sino que también depende de la capacidad o facilidades de aprendizaje del individuo para la educación superior, α_s, y de la facilidad para cualificarse a través de la experiencia α_w

2.3.3. Planteamiento del problema de decisión del individuo-jubilado Cuando el sujeto llega a la edad de los j años, comienza su última etapa vital, la jubilación. Durante la misma, el individuo no realiza actividad remunerada y vive de los rendimientos de su riqueza financiera procedente del seguro de vida anteriormente comentado, y de la pensión que le paga el estado. Por simplicidad técnica se supone que la pensión es exógena e igual para todos los sujetos.

En este periodo la toma de decisiones por parte del consumidor se simplifica con respecto a la etapa anterior. Esto es debido a que el individuo no tiene restricciones temporales, ya que no tiene que decidir cómo distribuir su tiempo entre los hijos, el trabajo y la educación formal. Ello se explica porque debido a su edad, ya no tendrá hijos a los que deba educar y criar, ni tampoco podrá ejercer ningún tipo de actividad remunerada.

A lo largo de esta etapa, los jubilados tampoco van a incrementar su capital humano, porque al no poder recibir la compensación económica que supondría ese aumento de la cualificación, ya no tienen incentivos a formarse.

Además, su función de utilidad ya no va a depender del número de descendientes, porque se considera que éstos ya son independientes y buscaran maximizar su propia utilidad. Por este motivo, en el problema de decisión del consumidor en esta etapa, el individuo intentará obtener la máxima utilidad de la siguiente función:

$$U(z) = \int_{x+j}^{\infty} e^{-(\lambda+\rho)(z-x-j)} \ln c(x,z)\, dz \tag{12}$$

Donde todos los parámetros son conocidos, y lo único que variará será el horizonte temporal, que irá desde los j años hasta el fin de sus días.

Esta función de utilidad vendrá limitada por una restricción que considerará que la variación de la riqueza financiera del individuo jubilado dependerá positivamente de los rendimientos que le reporte su seguro de vida, $(r+\lambda)m(x,z)$, de la pensión que recibe del Estado, p y negativamente del consumo que realice durante esta época, $c(x,z)$. Tal y como se puede observar en la siguiente expresión:

$$\dot{m}(x,z) = (r+\lambda)m(x,z) + p - c(x,z) \tag{13}$$

2.3.4. Resolución del problema de optimización del consumidor En este contexto, y teniendo en cuenta las peculiaridades del problema de optimización del consumidor, habrá que dividir su resolución en dos fases. Primero, resolvemos la etapa del individuo-jubilado y con este resultado, que será la condición final de la etapa del adulto, podremos estudiar las elecciones del sujeto en esta fase.

Fase inicial: periodo de jubilación.

Teniendo todo lo anterior en cuenta, las decisiones del individuo cuando está jubilado $(z \geq x+j)$, vendrán determinadas por el problema siguiente:

$$\begin{aligned} &Max \ \int_{x+j}^{\infty} e^{-(\lambda+\rho)(z-x-j)} \ln c(x,z)\, dz \\ &s.a: \ \dot{m}(x,z) = (r+\lambda)m(x,z) + p - c(x,z) \end{aligned} \tag{14}$$

Se asume la coincidencia de las tasas de descuento subjetiva y objetiva $(r=\rho)$ por simplicidad técnica, lo cual implica que los niveles de consumo son constantes a lo largo del tiempo.

A partir de 14, el hamiltoniano que resume el comportamiento maximizador de los individuos será el siguiente:

$$\mathcal{H} = e^{-(\lambda+r)(z-x-j)} \ \ln c(x,z) \ + \psi(x,z)[(r+\lambda)m(x,z) + p - c(x,z)],$$

donde $c(x,z)$ será la variable de control, y $\psi(x,z)$ es la variable de coestado asociada a la variable de estado $m(x,z)$. Para obtener la solución óptima del problema utilizamos el principio del máximo de Pontryagin, según el cual las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial c} = \frac{e^{-(\lambda+r)(x-z-j)}}{c(x,z)} - \psi(x,z) = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial m} = \psi(x,z)(\lambda+r) = -\dot{\psi}(x,z) \tag{16}$$

$$\lim_{z\to\infty} \psi(x,z)m(x,z) = 0 \tag{17}$$

Como consecuencia de que $r = \rho$, despejando de la ecuación 15 la expresión de $\psi(x,z)$ y sustituyendo en la siguiente, se obtiene:

$$\frac{\dot{c}(x,z)}{c(x,z)} = 0 \tag{18}$$

Si despejamos el consumo de la ecuación diferencial del capital financiero e integramos, el resultado que se extrae es que el valor del consumo realizado durante su etapa de jubilación, se iguala al volumen total de recursos esperados durante esta fase de su vida:

$$\int_{x+j}^{\infty} c(x,z)e^{-(\lambda+r)(z-x-j)}\,dz = d(x,x+j) + m(x,x+j) \tag{19}$$

donde $d(x,x+j)$ representa el valor esperado de las pensiones futuras del individuo, valoradas al momento de la jubilación:

$$d(x,x+j) = \int_{x+j}^{\infty} pe^{-(\lambda+r)(z-x-j)}\,dz \tag{20}$$

Teniendo en cuenta la constancia del consumo, se obtiene que este es un porcentaje de los recursos que el individuo espera obtener durante la jubilación:

$$c(x,z) = (\lambda + r)[d(x,x+j) + m(x,x+j)] \tag{21}$$

Con lo que la utilidad que obtiene el individuo durante su vida de jubilado es:

$$\begin{aligned} U[m(x,x+j)] &= \int_{x+j}^{\infty} e^{-(\lambda+r)(z-x-j)} \ln c(x,z)\, dz \\ &= \tfrac{\ln[(\lambda+r)(d(x,x+j)+m(x,x+j))]}{(\lambda+r)} \end{aligned} \tag{22}$$

Fase final: etapa adulto-trabajador.

Teniendo en cuenta este resultado, el problema de control óptimo que resume el comportamiento maximizador de los individuos antes de jubilarse y después de cursar la formación obligatoria ($x + b < z < x + j$) puede formularse como la maximización de la siguiente función objetivo:

$$\int_{x+b}^{x+j} e^{-(\lambda+\rho)(z-x-b)}[\ln c(x,z) + \ln \beta\ ]dz + U[m(x,x+j)] \tag{23}$$

En definitiva, este funcional objetivo recoge que el individuo busca maximizar la utilidad durante su periodo como trabajador, pero lo hace teniendo en cuenta la utilidad que quiere obtener durante su jubilación, por lo que el problema de optimización para cualquier individuo que se encuentre en la etapa de madurez, será:

$$\begin{aligned} & Max \int_{x+b}^{x+j} e^{-(\lambda+\rho)(z-x-b)}[\ln c(x,z) + \ln \beta\ ]dz + U[\,m(x,x+j)] \\ & sujeto\ a: \\ & \dot{h}(x,z) = [\alpha_s t_s(x,z) + \alpha_w(1 - \alpha_\beta \beta - t_s(x,z))]h(x,z) \\ & \dot{m}(x,z) = (r+\lambda)m(x,z) - c(x,z) - g_\beta \beta + \\ & +\ [\omega(1 - \alpha_\beta \beta - t_s(x,z))]h(x,z) \\ & 0 \le t_s(x,z) \le 1 - \alpha_\beta \beta \end{aligned} \tag{24}$$

dadas $m(x,x)$ y $h(x,x)$.

El Lagrangiano asociado a esta maximización, que es equivalente al Hamiltoniano correspondiente, incorpora además de las variables de control, estado y coestado planteadas para el período de jubilación, dos variables adicionales: el tiempo dedicado a la formación superior, $t_s(x,z)$, que actúa como una variable de control, y $h(x,z)$ como nueva variable de estado, la cual tiene asociada a ella una nueva variable de coestado que es $\eta(x,z)$.

Además, la resolución de los problemas de control óptimo Bang-Bang requieren la introducción de dos multiplicadores de Lagrange ϕ_1 y ϕ_2.

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \; & e^{-(\lambda+\rho)(x-t)}\,[\ln c(x,z)\;+\;\ln\beta\;] \\ & +\eta(x,z)[(\alpha_s t_s(x,z)+\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z)))h(x,z)] \\ & +\psi(x,z)[(r+\lambda)m(x,z)+\omega(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z))h(x,z) \\ & -c(x,z)-g_\beta\beta(z)]+\phi_1(x,z)t_s(x,z) \\ & +\phi_2(x,z)(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z))\end{aligned} \tag{25}$$

Las condiciones de primer orden son las que siguen:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c}=\frac{e^{-(\lambda+\rho)(x-z-b)}}{c(x,z)}\;-\psi(x,z)=0 \tag{26}$$

$$\begin{aligned}& \tfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial t_s}=-\psi(x,z)\omega h(x,z) \\ & +\phi_1(x,z)-\phi_2(x,z)=0 \\ & \phi_1(x,z)t_s(x,z)=0 \quad ,\phi_1\geq 0 \\ & \phi_2(x,z)(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z))=0 \quad ,\phi_2\geq 0\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\tfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial h} = & -\dot{\psi}(x,z)\omega(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z)) \\ & +\eta(x,z)[\alpha_s\,t_s(x,z)+\alpha_w\,(1-\alpha_\beta\beta-t_s(x,z))]=-\dot{\eta}(x,z)\end{aligned} \tag{28}$$

$$\tfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial m}=\psi(x,z)(\lambda+\rho)=-\dot{\psi}(x,z) \tag{29}$$

$$\begin{aligned} \psi(x, x+j) &= \frac{\partial U[m(x, x+j)e^{-(j-b)(\lambda+r)}]}{\partial m(x, x+j)} \\ &= \frac{e^{-(j-b)(\lambda+r)}}{(\lambda+r)[d(x, x+j)+m(x, x+j)]} \end{aligned} \tag{30}$$

$$\eta(x, x+j) = 0 \tag{31}$$

Resolviendo la ecuación diferencial y utilizando la condición final, extraemos el valor de la variable de coestado asociada al capital financiero:

$$\psi(x, z) = \frac{1}{e^{(\lambda+r)(z-x-b)}(r+\lambda)[d(x, x+j)+m(x, x+j)]} \tag{32}$$

Operando en la ecuación inicial de primer orden y teniendo en cuenta la ecuación 30, calculamos el valor de la tasa de crecimiento del consumo:

$$\frac{\dot{c}(x, z)}{c(x, z)} = 0 \tag{33}$$

Entonces, se puede deducir:

$$\psi(x, z)\omega < \eta(x, z)(\alpha_s - \alpha_w) \rightarrow t_s^* = 1 - \alpha_\beta \beta \tag{34}$$

$$\psi(x, z)\omega > \eta(x, z)(\alpha_s - \alpha_w) \rightarrow t_s^* = 0 \tag{35}$$

$$\psi(x, z)\omega = \eta(x, z)(\alpha_s - \alpha_w) \rightarrow \text{no depende de } t_s \tag{36}$$

donde $\eta(x, z)(\alpha_s - \alpha_w)$ denota el valor marginal de producir una unidad adicional de capital humano mediante la formación reglada, y donde $\psi(x, z)\omega$ representa el valor marginal de emplear este capital humano en la producción de capital físico. En este sentido, podemos deducir que en el momento $x + j$ sucede que $\psi(x, z)\omega > \eta(x, z)(\alpha_s - \alpha_w)$, con lo que en ese instante $t_s^* = 0$. Si, además, $x + b + s$ es el momento a partir del cual el individuo trabaja, por lo que es el mayor instante para el que $\psi(x,z)\omega \leq \eta(x,z)(\alpha_s - \alpha_w)$, podemos concluir que:

$$z \in (x+b+s,\ x+j] \qquad \rightarrow\ t_s^* = 0 \tag{37}$$

$$z \in (x+b,\ x+s] \qquad \rightarrow\ t_s^* = 1 - \alpha_\beta \beta \tag{38}$$

Por lo que si tenemos en cuenta esto, se puede afirmar que cuando $z \in (x+b+s,\ x+j]$ la ecuación (28) será la siguiente:

$$\psi(x,z)\omega(1-\alpha_\beta\beta) + \eta(x,z)\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta) = \dot{\eta}(x,z) \tag{39}$$

Sustituyendo $\psi(x,z)$ por su valor, y operando:

$$\dot{\eta}(x,z) = \frac{\omega(1-\alpha_\beta\beta)}{e^{[-(\lambda+r)(z-x-b)]}} - \alpha_w(1-\alpha_\beta\beta)\eta(x,z) \tag{40}$$

Resolvemos la ecuación diferencial y obtenemos:

$$\begin{aligned}\eta(x,z) = &\left[\frac{\omega(1-\alpha_\beta\beta)}{(r+\lambda)[d(x,x+j)+m(x,x+j)]}\right] \\ &\left[\frac{1}{e^{[-(\lambda+r)(z-x-b)]}(\lambda+r-\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta))} - \frac{e^{-\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta)(z-x-j)}}{e^{(\lambda+r)(j-b)}(\lambda+r-\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta))}\right]\end{aligned} \tag{41}$$

Si integramos en la ecuación anterior y operamos, extraemos:

$$\psi(x,z) = \frac{\omega[e^{-(\lambda+r)(z-x)} - e^{-(\lambda+r)(j-b)}]}{(\lambda+r)^2[d(x,x+j)+m(x,x+j)]} \tag{42}$$

Teniendo en cuenta que en el instante $x+b+s$ el valor marginal de generar una unidad más de capital humano, $\psi(x,z)\omega$, se iguala al valor marginal de utilizar ese capital humano en la producción de capital físico, $\eta(x,z)(\alpha_s - \alpha_w)$, al sustituir $\psi(x,z)$ y $\eta(x,z)$ por su expresión, y operar, obtendremos:

$$\frac{(r+\lambda-\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta))}{(\alpha_s-\alpha_w)(1-\alpha_\beta\beta)} = [1 - \frac{e^{-(\lambda+r)s+\alpha_w(1-\alpha_\beta\beta)(j-b-s)}}{[e^{-(\lambda+r)(j-b)}]}] \tag{43}$$

Realizando las operaciones pertinentes, podemos despejar el valor de la etapa de educación superior no obligatoria, que es:

$$s = (j-b) + \frac{\ln\left[\frac{\alpha_s - \frac{r+\lambda}{(1-\alpha_\beta \beta)}}{(\alpha_s - \alpha_w)}\right]}{(r+\lambda-\alpha_w(1-\alpha_\beta \beta))}, \tag{44}$$

donde $\alpha_s - \alpha_w > 0$ y $\alpha_s(1-\alpha_\beta \beta) > r+\lambda$. De la expresión anterior se desprende que cuando se incorporan al mercado laboral, todos los individuos tienen la misma edad $b+s$, la cual depende de factores demográficos, financieros y sociales.

De las dos condiciones que acompañan a s, la primera $\alpha_s - \alpha_w > 0$, ya ha sido comentada con anterioridad, y es necesaria para que los individuos consideren la opción de estudiar un nivel superior. La segunda condición, $\alpha_s(1-\alpha_\beta \beta) > r+\lambda$, en cambio, es una hipótesis que se establece para que $\ln\left[\frac{\alpha_s - \frac{r+\lambda}{(1-\alpha_\beta \beta)}}{(\alpha_s - \alpha_w)}\right]$ esté definido y, por tanto, s exista.

Por otra parte, s nunca será igual o mayor que $j-b$, porque puede demostrarse que el cociente entre $\ln\left[\frac{\alpha_s - \frac{r+\lambda}{(1-\alpha_\beta \beta)}}{(\alpha_s - \alpha_w)}\right]$ y $(r+\lambda-\alpha_w(1-\alpha_\beta \beta))$ es siempre menor que 0.

La primera conclusión que se puede obtener mediante la derivada parcial es que cuanto mayor sea el periodo de actividad laboral de los individuos $j-b$, mayor será el tiempo dedicado al estudio de una formación superior. Ello se explica porque cuanto mayor sea su etapa activa, bien por una reducción de la edad de escolarización obligatoria b o bien por un incremento de la edad de jubilación j, mayor será el periodo en el que los agentes pueden recuperar la inversión de su tiempo en cualificarse a través de la educación formal.

$$\frac{\partial s}{\partial (j-b)} = 1 > 0 \tag{45}$$

También se demuestra que cuanto mayores sean las capacidades o facilidades de aprendizaje de los sujetos para la educación superior, mayor será el periodo que los individuos dedicarán a continuar sus estudios avanzados, porque cuanto mayor sea esta capacidad α_s, mayor será el rendimiento que van a obtener los agentes por dedicar su tiempo a formarse.

$$\frac{\partial s}{\partial \alpha_s} = -\frac{1}{(\alpha_s - \alpha_w)(r + \lambda - \alpha_s(1 - \alpha_\beta \beta))} > 0 \tag{46}$$

Como en este modelo no es posible que un individuo acumule simultáneamente capital humano mediante formación reglada, y capital financiero, si el tipo de interés r al que se remunera el capital financiero se reduce, menor será el coste de oportunidad que supone la prolongación de la etapa de estudiante. Al reducirse este coste, aumentarán los incentivos para el alargamiento temporal de esta etapa, es decir, para el aumento de s.

$$\frac{\partial s}{\partial r} = \frac{(r + \lambda - \alpha_w(1 - \alpha_\beta \beta)) - (r + \lambda - \alpha_s(1 - \alpha_\beta \beta)) \ln \left[\frac{\alpha_s - \frac{r+\lambda}{(1-\alpha_\beta \beta)}}{\alpha_s - \alpha_w} \right]}{(r + \lambda - \alpha_w(1 - \alpha_\beta \beta))^2 (r + \lambda - \alpha_s(1 - \alpha_\beta \beta))} \tag{47}$$

Por otra parte, y aunque se intuye una relación negativa entre la probabilidad de muerte y el periodo de educación superior, no puede probarse matemáticamente para cualquier valor que tomen los parámetros. Lo mismo que ocurre con el tiempo dedicado al cuidado de los hijos o la capacidad de aprendizaje por la práctica.

2.4. Capital Humano Agregado

2.4.1. Capital Humano Individual Los agentes, tal y como hemos definido anteriormente, acumulan capital humano a un ritmo diferente en función de cual sea su etapa vital. Como ya se ha demostrado que los individuos no van a simultanear trabajo y estudio, sino que una vez superada la etapa de escolarización obligatoria van a estudiar una formación superior reglada durante un periodo de s años y todos se van a incorporar al mercado laboral a la edad de $b + s$ años.

En consecuencia, la evolución del capital humano individual tendrá cuatro ritmos distintos de crecimiento a lo largo de su vida y que se corresponderán con las cuatro etapas de su vida:

$$h(x,z) = \begin{cases} 0 \quad si \quad 0 < z < x+b, \\ \chi \, \frac{H(x,x+b)}{T(x,x+b)} \, e^{\alpha_s (z-(x+b))} \quad si \quad x+b \leq z < x+b+s, \\ \chi \, \frac{H(x,x+b)}{T(x,x+b)} \, e^{\alpha_s s} \, e^{\alpha_w (1-\alpha_\beta \beta)(z-(x+b+s))} \quad si \quad x+b+s \leq z < x+j \\ \chi \, \frac{H(x,x+b)}{T(x,x+b)} \, e^{\alpha_s s} \, e^{\alpha_w (1-\alpha_\beta \beta)(j-b-s)} \quad si \quad z \geq x+j. \end{cases} \tag{48}$$

Es decir, el capital humano de un individuo será 0 si no ha alcanzado la edad de b años. Cuando el agente tiene exactamente b años, su capital humano se sitúa en la fracción χ del capital humano per capita de ese momento $x+b$. Durante el periodo en el que el sujeto cursa la formación superior reglada, entre los b y los $b+s$ años, va incrementando los conocimientos obtenidos en la educación básica a un ritmo α_s, que dependerá de las capacidades o facilidades de que disponga el individuo para recibir dicha formación. Cuando el sujeto está en el mercado laboral, entre la edad de $b+s$ y los j años, su cualificación crece a una tasa $\alpha_w(1-\alpha_\beta \beta)$. Es decir, en esta etapa los agentes incorporarán conocimientos más rápidamente cuanto mayor sea la facilidad que tenga el individuo para incorporar conocimientos a través de la experiencia y cuanto más tiempo dedique al trabajo. Finalmente, cuando el individuo se jubila su capital humano se estanca.

2.4.2. Tasa de crecimiento del capital humano agregado Así, para obtener el capital humano productivo de la economía en el instante z, habrá que sumar el capital humano individual de todos los trabajadores, tal y como muestra la siguiente expresión.

$$H(z) = \int_{z-j}^{z-(s+b)} \beta \, e^{-\lambda z} h(x,z) \, e^{\beta x} \, dx \tag{49}$$

Si sustituimos el capital humano individual $h(x,z)$ por la expresión anteriormente obtenida, tenemos que el capital humano agregado $H(z)$ depende del capital humano agregado en un momento anterior $H(x+b)$:

$$H(z) = \int_{z-j}^{z-(s+b)} \beta e^{-\lambda z} \chi \, \frac{H(x+b)}{T(x+b)} \, e^{\alpha_s s} e^{\alpha_w (1-\alpha_\beta \beta)(z-x-b-s)} e^{\beta x} \, dx \tag{50}$$

Si sustituimos $H(x+b)$ y $T(x+b)$ por su expresión actualizada, el capital humano agregado de la economía puede expresarse como:

$$H(z) = \int_{z-j}^{z-(s+b)} \beta \, e^{-\lambda z} \, e^{\alpha_s s} \, \chi \, \frac{H(z)}{T(z)} \, \frac{e^{(\alpha_w (1-\alpha_\beta \beta))(z-x-b-s)} e^{\beta x}}{e^{(\gamma+\lambda-\beta)(z-x-b)}} \, dx \tag{51}$$

Operando llegamos a una expresión implícita de la tasa de crecimiento del capital humano agregado de la economía:

$$\gamma = \alpha_w (1-\alpha_\beta \beta) - \lambda + \beta \, \chi \, e^{[-b\beta + s(\alpha_s - \gamma - \lambda)]} [1 - e^{(b+s-j)(\gamma+\lambda-\alpha_w(1-\alpha_\beta \beta))}] \tag{52}$$

A partir de este resultado, cualquier cambio en las variables del modelo genera un doble efecto sobre el capital humano agregado de la economía: uno directo, consecuencia de la propia dependencia del capital humano agregado de la variable que se trate y, otro indirecto, derivado de la modificación que experimente el tiempo dedicado a la formación superior s.

La influencia de las variables demográficas y sociales en la tasa de crecimiento del capital humano agregado, como podemos ver en sus derivadas, es incierta para unos valores generales de los parámetros, pero no así en sus intervalos habituales de frecuencia, como se aprecia en la sección posterior.

3. Simulación para la economía española.

En este apartado, se va a hacer un análisis simulado del modelo anterior en estado estacionario para el caso de la economía española.

Como escenario de referencia, tomaremos como valor de los parámetros del modelo las cifras medias habituales en España. Por tanto, se establecerá como edad de jubilación j, los 65 años, y como edad b del fin de la educación básica u obligatoria, los 16 años. A la probabilidad de muerte λ se le asigna un valor de

0,01225[8], mientras que a la tasa de natalidad β se le otorga un valor de 0,01466[9] y a la fracción de tiempo que se le dedica al cuidado de los hijos α_β el valor de $15,9$[10].

La tasa de crecimiento de la economía, así como el tipo de interés, oscilan considerablemente a lo largo del tiempo, de ahí, que se deba promediar las mismas. De manera aproximada, el promedio del tipo de interés y de la tasa de crecimiento para la economía española se ajusta al 3 % y el 2 % respectivamente.

Por otra parte, el valor de s se ha obtenido como la media ponderada de los años que se tarda en obtener cada uno de los títulos[11] de carácter superior por los pesos que representan esos titulados respecto al total de los ocupados. Los datos se han extraído de las cifras de ocupados por nivel de estudios alcanzado publicadas por el INE en el Censo de 2001. De este modo, se estima que los españoles dedican una media de 2,7 años para la formación superior.

Teniendo esto en cuenta, y dando a α_ω un valor de 0,02, obtenemos que para el periodo de estudio de educación superior promedio de 2,7 años, los individuos tienen un α_s de 0,06926.

3.1. Periodo de Educación Superior

Partiendo de estos datos, y considerando ligeras modificaciones en las variables, podemos obtener las relaciones entre las mismas y el periodo que los individuos van a dedicar a la formación reglada de carácter superior.

[8] El inverso de la esperanza de vida que en términos promedio para 2009 se establece en 81,6 años.

[9] Al no considerarse la posibilidad de emigración, se obtiene mediante la suma entre la probabilidad de muerte y el saldo vegetativo, que para 2009,, se establece en 2,406 personas por cada 1.000 habitantes.

[10] La Encuesta de Empleo del tiempo 2009-2010 del INE se sitúa en 23 % de la jornada laboral para los individuos con empleo si consideramos que los individuos distribuyen únicamente su tiempo entre estudios, trabajo remunerado y familia.

[11] Se supone que los individuos tardan de media 2 años en obtener el titulo de Bachillerato Superior, 1,5 para el título de FP de Grado Medio, 3,5 para el de FP de Grado Superior, 5 para las Diplomaturas, 7 para las Licenciaturas y 10 para la obtención del doctorado.

En la Figura 1, y centrándonos en las variables referentes al sector educativo, se puede observar que el periodo de educación superior depende positivamente de las posibilidades de aprendizaje para la educación superior. Cuanto mayor es α_s, mayor es la rentabilidad del tiempo dedicado al estudio incentivando así una prolongación del periodo de escolarización y una incorporación más tardía al mercado laboral.

El tiempo dedicado a la formación superior será tanto menor cuanto menor sea la edad de jubilación -un menor j- y cuanto mayor sea la duración de la formación obligatoria -un mayor b- ya que los individuos disponen de un menor horizonte laboral en el que recoger los frutos de un período de educación superior más prolongado.

Además, cuanto mayor sea la tasa de aprendizaje por la práctica α_w, los individuos tienen menos incentivos para cursar una educación superior, porque si deciden ampliar su periodo de estudio, aumentan sus conocimientos, pero seguirán sin percibir un salario. Por contra, si estuvieran trabajando, sí recibirían un salario ω y además, incorporarían capital humano a su bagaje, aunque a un ritmo inferior. Por lo que si las diferencias en la tasa de crecimiento del capital humano individual mediante la educación formal y el aprendizaje por la práctica se redujeran, la motivación para cursar una educación superior disminuiría.

3.2. Tasa de Crecimiento del Capital Humano Agregado

Para poder estudiar la evolución de la tasa de crecimiento del capital humano agregado y, por tanto, de la economía, hay que asignar un valor para el grado de asimilación de los individuos más jóvenes de los conocimientos existentes durante el periodo de educación obligatoria. El valor estimado para χ con la tasa de crecimiento económico anteriormente considerada del 2 %, es de 2,43078.

Con estos parámetros, se observa que si se incrementan las posibilidades de aprendizaje para la educación superior α_s, es decir, si se proporciona a los individuos facilidades y los medios necesarios para poder aprovechar más esta formación, se conseguirá que el capital humano agregado aumente a un ritmo mayor como consecuencia de la ampliación del periodo de educación superior y de la mayor productividad del estudio.

Del mismo modo, si aumenta el ritmo al que un individuo puede incorporar nuevos conocimientos mediante el aprendizaje por la práctica (α_w), aumentará ligeramente la tasa de crecimiento del capital humano agregado. Esta débil influencia se debe a que un incremento de la tasa de aprendizaje por la práctica genera dos efectos sobre el ritmo de crecimiento que se contrarrestan. Uno positivo, porque cuanto mayor sea α_w, los agentes adquieren conocimientos más rápidamente mediante el desempeño de su actividad laboral, incrementando así el ritmo de acumulación de conocimientos en la economía. Y otro de carácter negativo, porque un incremento de esta tasa va a suponer que la realización de estudios superiores sea menos rentable en términos relativos, reduciendo el periodo de escolarización superior de los sujetos y disminuyendo, por tanto, la tasa de crecimiento del capital humano de la economía.

Además, se constata una relación negativa entre la edad de escolarización obligatoria(b) y la tasa de crecimiento del capital humano agregado de la economía. Esto es debido a que en la educación básica se dan los fundamentos para su desarrollo, y cuanto más tiempo se necesite en incorporarlos, menos espacio de tiempo tendrán para mejorar su cualificación mediante la especialización, bien por medio de la práctica o bien por medio de la formación reglada, con el consiguiente efecto negativo sobre la tasa de crecimiento.

Por contra, se extrae una relación positiva entre la longitud del periodo de educación superior(s) y la tasa de crecimiento del capital humano agregado, porque cuanto mayor sea este periodo, mayor será el capital humano individual del que partirán los individuos al incorporarse al mercado laboral, y por tanto, el nivel de formación en términos absolutos será cada vez mayor, lo que aumentará el ritmo de crecimiento del capital humano agregado.

El caso de la edad de jubilación(j) tiene una fundamentación similar. Cuanto mayor sea ésta, mayor será el periodo en que los individuos estarán activos. Por tanto, acumularán capital humano durante más tiempo, y el nivel que obtendrán al final de sus vidas laborales será mayor, incrementando por tanto el nivel de cualificación de la totalidad de la economía e incrementando la tasa de crecimiento.

4. Conclusiones

Este trabajo estudia desde un punto de vista teórico los vínculos entre el capital humano y el crecimiento económico. Para ello se construye un modelo de generaciones solapadas en tiempo continuo en el que los individuos pueden adquirir formación, no sólo a través de la educación reglada, sino también a través del aprendizaje por la práctica.

A partir del mismo, se obtiene que las variables más relevantes que influyen sobre la duración del periodo de escolarización de grado superior de un individuo serán las capacidades o posibilidades de aprendizaje mediante la formación superior y mediante el aprendizaje por la práctica, así como los años que una persona es considerada como activa. En concreto, se concluye que existe una influencia positiva del periodo de vida activa de los sujetos, porque cuanto mayor es, mayor será el horizonte temporal para que los individuos reciban la compensación de su inversión en formación. En lo que respecta a las capacidades de aprendizaje, la influencia es positiva en el caso de la educación superior, y negativa para la cualificación por la práctica se refiere. De hecho, la diferencia entre ellas reflejará el rendimiento en términos relativos de una u otra opción.

Para finalizar, también se obtienen conclusiones sobre la tasa de crecimiento de la economía, que será mayor en tanto en cuanto mayores sean las posibilidades de aprendizaje mediante la formación superior reglada o mediante la práctica y mayor sea la edad de jubilación. Por el contrario, influye negativamente la edad de escolarización obligatoria.

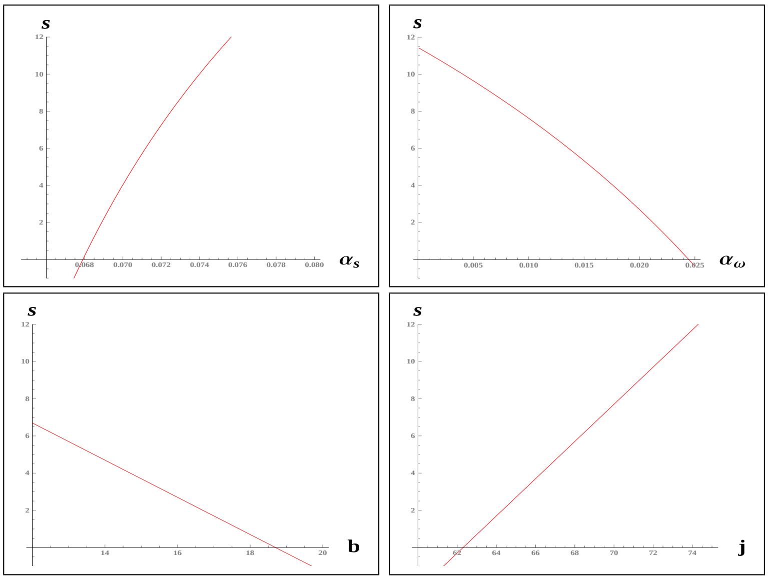

Figura 1: Relación de s con el resto de variables.

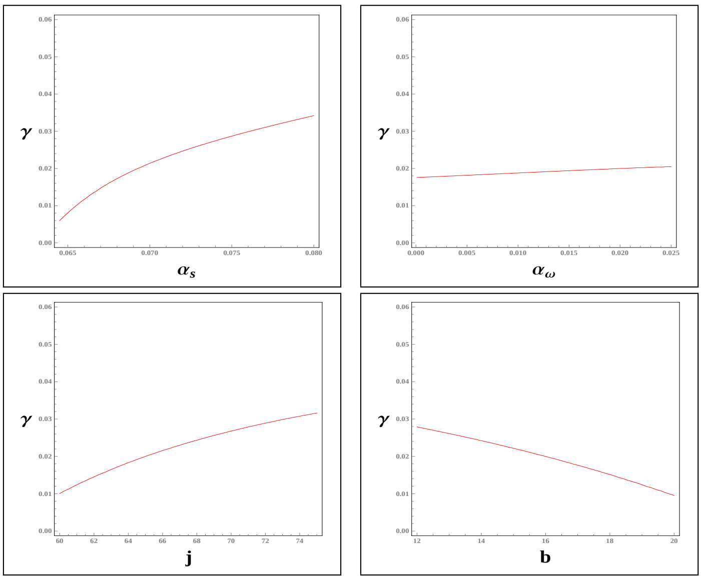

Figura 2: Relación de γ con el resto de variables.

Referencias

1. Arrow, K. (1962): The economics implications of learning by doing. Review of Economic Studies 29, 155-173.
2. Aísa, R.; Pueyo, F. (2004): Endogenous longevity, health and economic growth: a slow growth for a longer life? *Economics Bulletin* 9 (3), 1-10.
3. Blanchard, O. (1985): Debts, deficits and finite horizons. *Journal of Political Economy* 93, 223–247.
4. Blankenau, W.F.; Simpson, N.B. (2004): Public education expenditures and growth. *Journal of Development Economics* 73, 583-605.
5. Bovenberg, L.; Van Ewijk, C. (1997): Progressive taxes, equity, and human capital acumulation in an endogenous growth model with overlapping generations. Journal of Public Economics 50, 77–91.
6. Buiter, W. (1988): Death, birth, productivity growth and debt neutrality. *The Economic Journal* 98, 279–293.
7. De la Croix, D.; Licandro, O. (1999): Life expectancy and endogenous growth. *Economics Letters* 65 (2), 255-263.
8. Eckstein, Z.; Zilcha, I. (1994): The effects of compulsory schooling on growth, income distribution and welfare. *Journal of Public Economics* 53, 339–359.
9. Ehrlich, I.; Chuma, H. (1990): A model of the demand for longevity and the value of life extension. *Journal of Political Economy* 98 (5), 1028-1059.
10. Grossman, M. (1972): On the concept of health capital and the demand for health. *Journal of Political Economy* 80 (2), 223-55.
11. Kaganovich, M.; Zilcha, I. (1999): Education, social security and growth. *Journal of Public Economics* 71, 289–309.
12. López Díaz, J.; García Prieto, C. (2005): Un análisis teórico del periodo de escolarización. *Investigaciones Económicas* XXIX (3), 433–454.
13. López Díaz, J.; Ridruejo, Z.J. (2003): Pensiones, crecimiento económico y envejecimiento poblacional. *Investigaciones Económicas* XXVII (2), 343–367.
14. Lucas, R.E. (1988): On the mechanics of economics development. *Journal of Monetary Economics* 22, 3–42.
15. Nelson, R.; Phelps, E. (1966): Investment in humans, technological diffusion, and economic growth. *American Economic Review* 56, 69-75.

16. Serrano, L.; Pastor, J.M. (2002): *Capital humano y actividad económica.* Bancaja.
17. Welch, F. (1970): Education in production. *Journal of Political Economy* 78, 35-59.