

INDICE DEL ANEXO 2:

	Páginas
C1 - ¿Cuándo debo trabajar con propiedades específicas y cuándo con molares?	2-7
C2 - ¿Por qué es incorrecto considerar siempre el coeficiente adiabático en la expresión $P \cdot V^n = \text{cte}$?	8-14
C3 - ¿Cuándo puedo usar grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y cuándo debo usar Kelvin (K)?	15-21
C4 - ¿Cuándo debo trabajar con flujos másicos y cuándo con caudales volumétricos?	22-27
C5 - ¿Por qué son diferentes los conceptos de “variación de entropía” y “generación de entropía”?	28-35
C6 - ¿Cómo obtengo el máximo rendimiento, o rendimiento de Carnot de un ciclo?	36-42
C7 - ¿Cómo planteo el rendimiento isentrópico de una turbina, y cómo el de un compresor?	43-49
C8 - ¿Cuál es el COP de una MF y de una BdC? ¿Por qué son mayores que 1? ¿Cómo pueden ser la misma máquina y seguir el mismo ciclo?	50-56
C9 - ¿Por qué no considero el signo menos que aparece en la Ley de Fourier al plantear la transferencia de calor por conducción?	57-62
C10 - ¿Qué conductividad k es la que debo considerar en la expresión del Nusselt?	63-69

- Propiedad **INTENSIVA**

No depende de la cantidad de materia

Temperatura

Presión

Calor específico

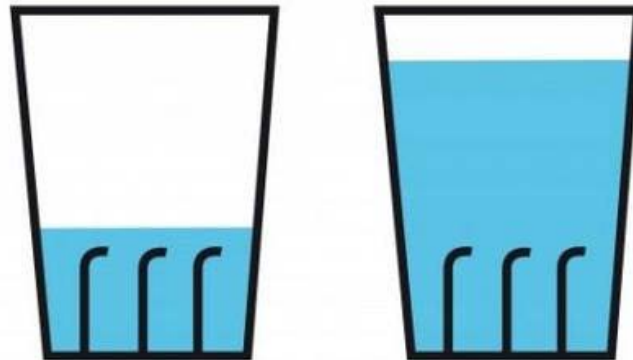
- Propiedad **EXTENSIVA**

DEPENDE de la cantidad de materia

Volumen

Masa

Energía



- Transformación de magnitudes **extensivas** a **intensivas**:

Específicas

$$\varphi = \frac{\Phi}{M}$$

Ejemplo: volumen específico

$$v[m^3/kg] = \frac{V[m^3]}{M[kg]}$$

Molares

$$\varphi_m = \frac{\Phi}{n}$$

Ejemplo: volumen molar

$$v_m[m^3/mol] = \frac{V[m^3]}{n[mol]}$$

Relación entre propiedades **específicas** y **molares**:

A través de la **masa molecular**:

$$\varphi_m \xrightarrow{\cdot M_M} \varphi$$

Ejemplo: paso de volumen específico a volumen molar

$$v \left[\frac{V}{kg} \right] \cdot M_M \left[\frac{kg}{mol} \right] = v_m \left[\frac{V}{mol} \right]$$

APLICACIÓN:

Planteamiento de la ecuación de estado de Gas Ideal:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad P \cdot v_m = R \cdot T \quad P \cdot v = R_g \cdot T$$

La clave está en atender a las unidades:

$$v \left[\frac{V}{kg} \right]$$

$$v_m \left[\frac{V}{mol} \right]$$

$$R \left[\frac{J}{mol \cdot K} \right]$$

Constante **universal**
de los gases

$$R_g \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] = \frac{R}{M_g}$$

Constante **particular**
para un gas "g"

- **ANALIZA:**

¿Con qué propiedad de volumen trabajarías en las siguientes ecuaciones de estado?

Ecuación del Virial:

$$Z = 1 + \frac{B}{\bar{v}} + \frac{C}{\bar{v}^2} + \dots$$

Donde: $B = -207,5 \text{ cm}^3/\text{mol}$
 $C = 18200 \text{ cm}^6/\text{mol}^2$

Ecuación de Van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{\bar{v}^2}\right) \cdot (\bar{v} - b) = R \cdot T$$

Donde: $a = 27 R^2 T_c^2 / 64 p_c$
 $b = R T_c / 8 p_c$

No debe NUNCA confundir la nomenclatura utilizada.

¡La clave es observar las unidades!

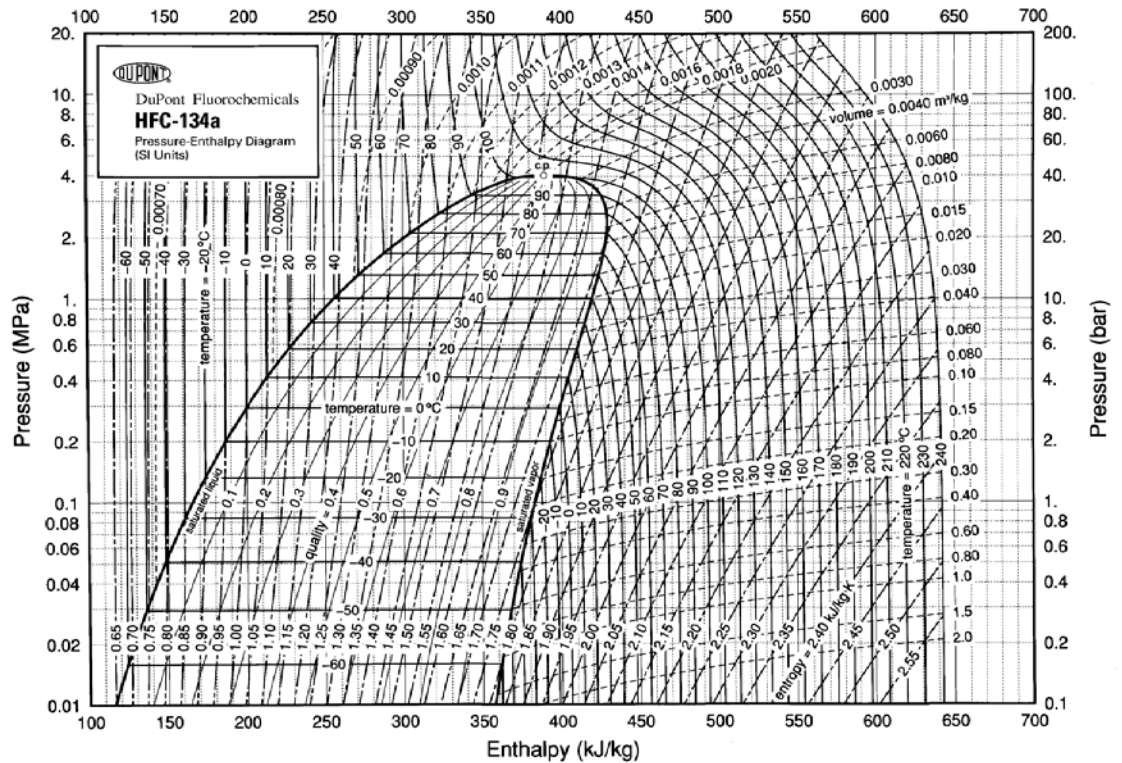
• **OBSERVA:**

Tablas

Gráficas

Tabla A.12 Propiedades del Refrigerante 134a, vapor sobrecalentado

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
$p = 0,6 \text{ bar} = 0,06 \text{ MPa}$ ($T_{\text{sat}} = -37,07^\circ\text{C}$)				
Sat.	0,31003	206,12	224,72	0,9520
-20	0,33536	217,86	237,98	1,0062
-10	0,34992	224,97	245,96	1,0371
0	0,36433	232,24	254,10	1,0675
10	0,37861	239,69	262,41	1,0973
20	0,39279	247,32	270,89	1,1267
30	0,40688	255,12	279,53	1,1557
40	0,42091	263,10	288,35	1,1844
50	0,43487	271,25	297,34	1,2126
60	0,44879	279,58	306,5 t	1,2405
70	0,46266	288,08	315,84	1,2681
80	0,47650	296,75	325,34	1,2954
90	0,49031	305,58	335,00	1,3224



- **PARA PENSAR:**

¿Por qué al transformarlas a específicas las propiedades extensivas se relacionan con su masa **y no con su volumen?**

(Se verá más adelante en otra cuestión, cuando se analice la diferencia entre el uso de flujos máscicos y caudales volumétricos).

Estamos acostumbrados a utilizar esta relación:

$$P_1 \cdot V_1^? = P_2 \cdot V_2^?$$

PERO...

- Proceso **POLITRÓPICO**

$$P_1 \cdot V_1^n = P_2 \cdot V_2^n$$

Esta relación se cumple en todo proceso exclusivamente de expansión/ compresión* sufrido por un gas ideal en un sistema cerrado:

$$n \in (-\infty, \infty)$$

Cuando el coeficiente es $n = \gamma$ (coeficiente adiabático del gas, usualmente tomamos 1,4 para el aire) ES SÓLO UN CASO PARTICULAR.

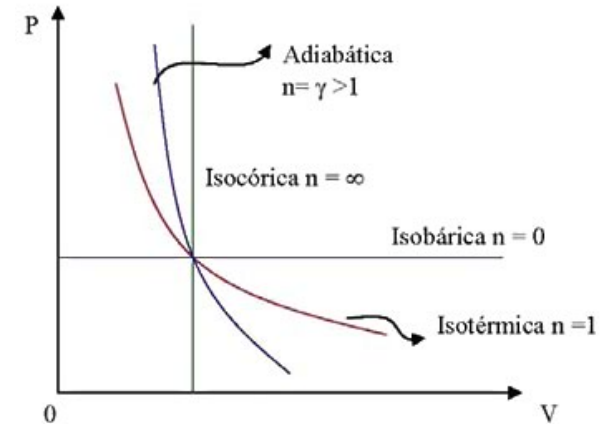
- Proceso **ADIABÁTICO**

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

*Luego no es aplicable en procesos disipativos.

Aunque existen infinitos procesos politrópicos, hay ciertas **evoluciones particulares** de especial interés:

- a presión constante (isóbaras)
- a volumen constante (isócoras o isométricas)
- a temperatura constante (isotermas)
- sin intercambio de calor (adiabáticas)



El índice de politropía (n)

adquiere valores límite en estos casos.

$$n = \frac{C_p - C}{C_v - C}$$

Proceso tipo		Calor específico	Índice de politropía
Isóbaro	$P = \text{cte.}$	$C = C_p$	$n = 0$
Isócoro	$V = \text{cte.}$	$C = C_v$	$n = \infty$
Isotermo	$T = \text{cte.}$	$C_p = C_v = 0$	$n = 1$
Adiabático	$Q = 0$	$C = 0$	$n = C_p/C_v = \gamma$

Y aunque estemos acostumbrados a utilizar la expresión que relaciona P-V, podemos utilizar cualquiera de las 3

$$P \cdot V^n = \text{cte}$$

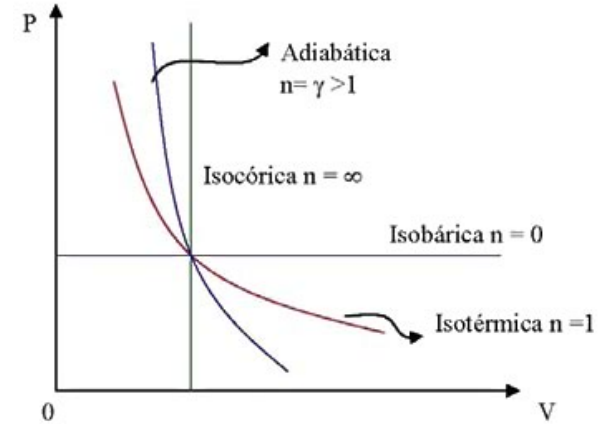
Ecuaciones politrópicas generalizadas:

$$T \cdot V^{n-1} = \text{cte}$$

$$T \cdot P^{\frac{1-n}{n}} = \text{cte}$$

Aunque existen infinitos procesos politrópicos, hay ciertas **evoluciones particulares** de especial interés:

- a presión constante (isóbaras)
- a volumen constante (isócoras o isométricas)
- a temperatura constante (isotermas)
- sin intercambio de calor (adiabáticas)



El **índice de politropía (n)** adquiere valores límite en estos casos.

$$n = \frac{C_p - C}{C_v - C}$$

Proceso tipo		Calor específico	Índice de politropía
Isóbaro	$P = \text{cte.}$	$C = C_p$	$n = 0$
Isócoro	$V = \text{cte.}$	$C = C_v$	$n = \infty$
Isotermo	$T = \text{cte.}$	$C_p = C_v = 0$	$n = 1$
Adiabático	$Q = 0$	$C = 0$	$n = C_p/C_v = \gamma$

OBSERVA: El valor del índice de politropía en estos casos particulares es siempre el mismo para cualquier gas, **excepto en el caso del proceso adiabático.**

El dispositivo cilindro-pistón del compresor de una máquina frigorífica contiene 1 kg de refrigerante que es comprimido desde el **estado inicial a 2 bar y con un volumen específico de 83,54 cm³/kg**, hasta un **estado final a 10 bar y un volumen específico de 21,34 cm³/kg**. El proceso de compresión tiene lugar de acuerdo a la relación $p \cdot v^n = \text{constante}$.

Calcula el valor de la constante n .

Si el dato conocido de los estados inicial y final fuera la temperatura en vez de la presión o el volumen específico,

¿se podría haber resuelto el problema?

Y, con sólo ese resultado,

¿es posible decir si el proceso es adiabático?

- **Procesos politrópicos:** expansión/ compresión en sistemas cerrados de un **gas ideal**.

Ecuaciones politrópicas generalizadas:

$$P \cdot V^n = cte$$

$$T \cdot V^{n-1} = cte$$

Ecuación de estado de **GI**

$$P \cdot v = R \cdot T$$

$$T \cdot P^{\frac{1-n}{n}} = cte$$

- El **coeficiente adiabático** relaciona las propiedades caloríficas del gas → puede proporcionarse este dato como **propiedad del fluido**.

Coeficiente adiabático:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

- Es útil en esos casos tener presente la relación existente entre las capacidades caloríficas:

Relación entre las capacidades caloríficas:

$$c_{pm} = c_{vm} - R ; \quad c_p = c_v - R_g$$

Donde:

Constante de gas ideal específica: $R_g = \frac{R}{P_M}$

- **PARA PENSAR:**

¿Te has parado a pensar de dónde procede la denominación de proceso “**politrópico**”?

- **Cocientes** de temperaturas

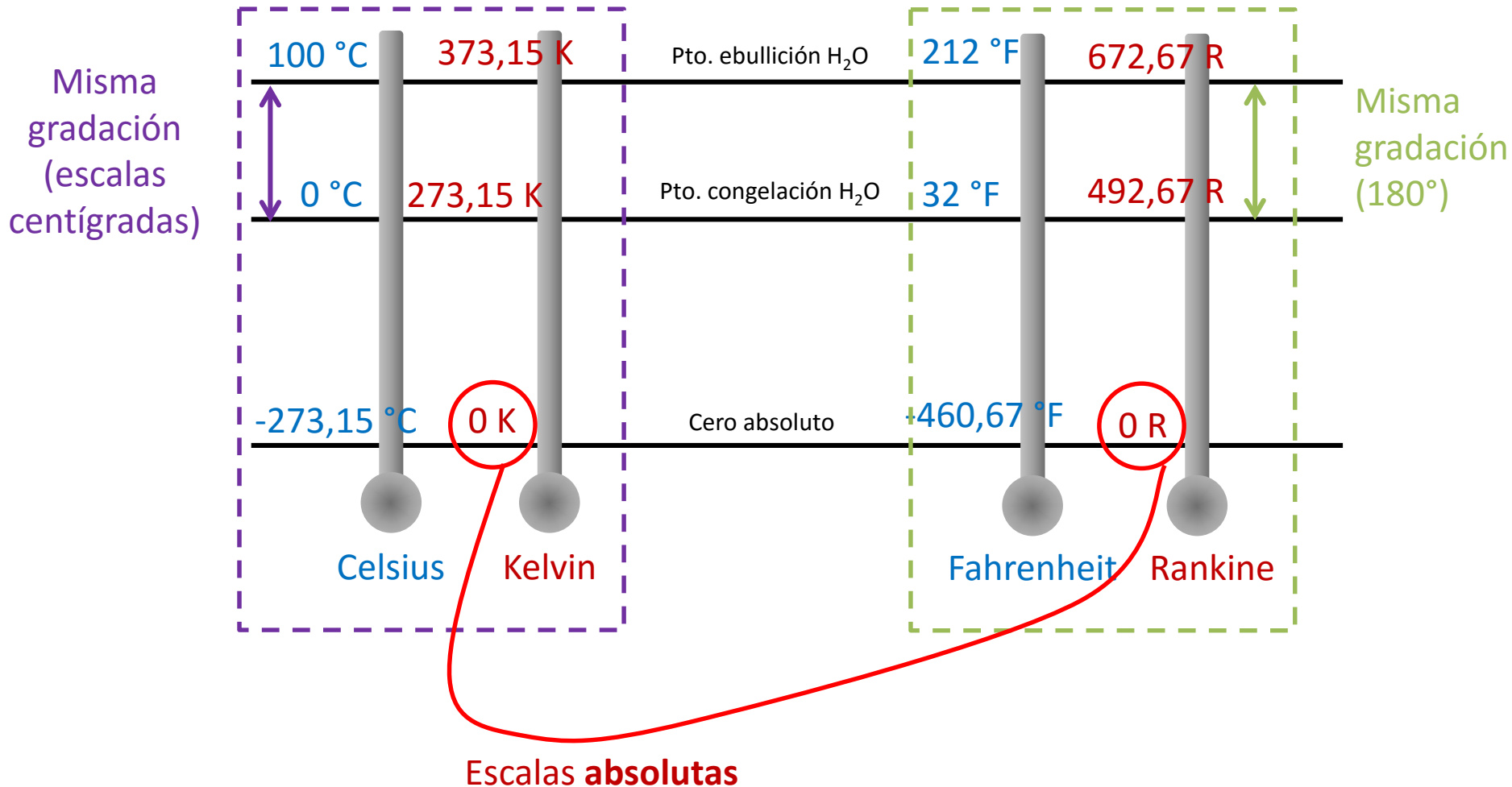
$$\frac{T [K]}{T [K]}$$

~~$$\frac{T [^{\circ}\text{C}]}{T [^{\circ}\text{C}]}$$~~

- **Diferencias** de temperaturas

$$T [K] - T [K] = T [^{\circ}\text{C}] - T [^{\circ}\text{C}]$$

• ESCALAS de temperatura



- **APLICACIÓN** a la transmisión de calor

Se producen por existir una **DIFERENCIA DE TEMPERATURAS** entre dos puntos 1 y 2

(en un sólido o un fluido)

CONDUCCIÓN

Ley de Fourier

$$\dot{q} = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$$

(en un fluido)

CONVECCIÓN

Ley de enfriamiento de Newton

$$\dot{q} = h \cdot (T_1 - T_2)$$

Se produce por encontrarse el cuerpo emisor a temperatura **superior al CERO ABSOLUTO**

RADIACIÓN

Ley de Stefan Boltzmann

$$\dot{q} = \sigma \cdot T^4$$

°C ó K

Exclusivamente K

- **EJEMPLO** propuesto:

En un sistema cualquiera, **estacionario**, variación de **energía potencial despreciable**,
Trabajando con un **gas ideal**,

con una única entrada y una única salida de materia ($\dot{m}_e = \dot{m}_s$);

siendo conocidos los intercambios de **Q y W**.

Conocida la temperatura de entrada y despreciando la variación de energía cinética,

¿Sabrías deducir la temperatura de salida?

Clave: de aplicar el primer principio de la termodinámica a sistemas abiertos estacionarios:

$$0 = \dot{Q} - \dot{W}_{VC} + \dot{m} \cdot ((h_e - h_s))$$

Y por tratarse de un gas ideal: $\Delta h \approx c_p \cdot \Delta T$



- **EJEMPLO** ampliado:

En un sistema cualquiera, **estacionario**,

Trabajando con un **gas ideal**,

con una única entrada y una única salida de materia ($\dot{m}_e = \dot{m}_s$);

siendo conocidos los intercambios de **Q y W**

Conocidas también las condiciones de **velocidad y temperatura de entrada** (h_e y c_e)

¿Sabrías deducir la temperatura de salida?

Clave: de aplicar el primer principio de la termodinámica a sistemas abiertos estacionarios:

$$0 = \dot{Q} - \dot{W}_{VC} + \dot{m} \cdot \left((h_e - h_s) + \frac{1}{2} (c_e^2 - c_s^2) \right)$$

Se puede expresar la velocidad en función de la temperatura,

al relacionarse con el caudal de la forma: $\dot{V} \left[\frac{m^3}{s} \right] = S[m^2] \cdot c \left[\frac{m}{s} \right]$

Siendo el caudal volumétrico: $\dot{V} \left[\frac{m^3}{s} \right] = \dot{m} \cdot v_e$

Y por tratarse de un gas ideal: $\Delta h \approx c_p \cdot \Delta T$ y además: $v_e = \frac{R_g \cdot T}{P}$



• CÁLCULO DE ENTALPÍAS:

¿Por qué estas dos tablas, correspondientes a datos de una misma sustancia, dan valores distintos de entalpías para unas mismas condiciones de presión y temperatura?

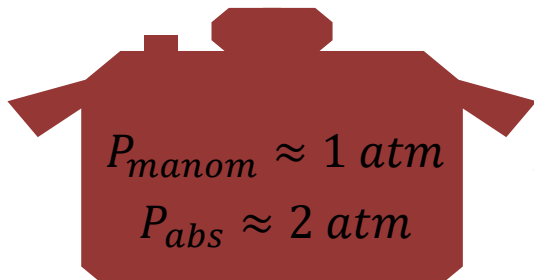
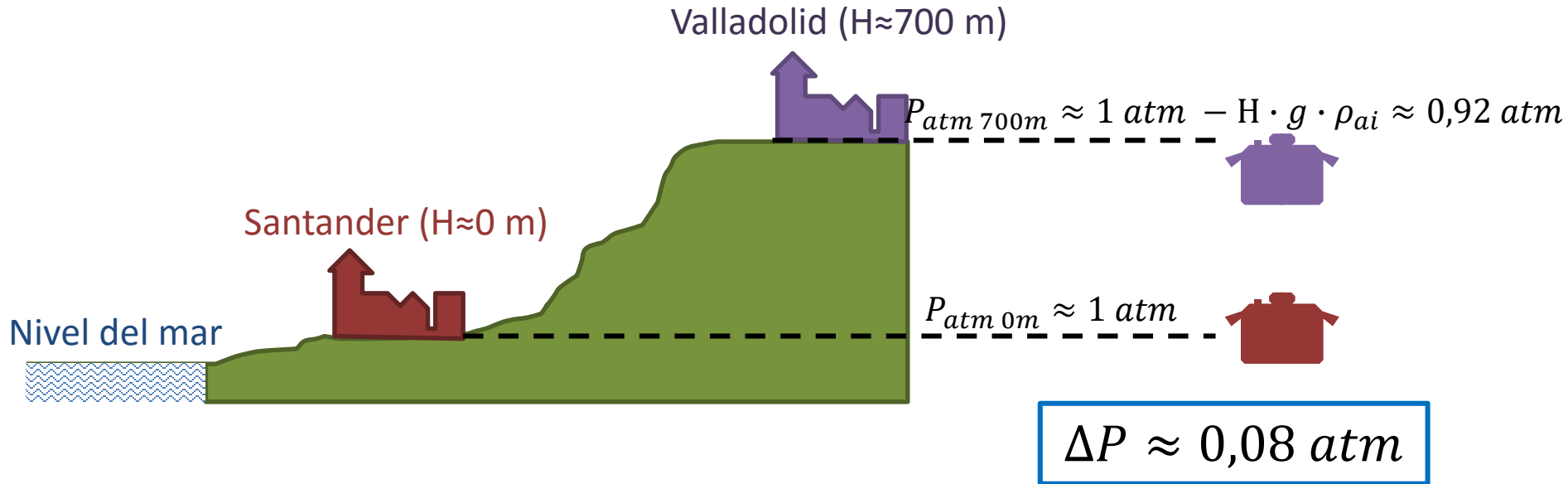
Tabla A.13 Propiedades del Amoníaco saturado (líquido-vapor): Tabla de temperaturas

Temp. °C	Presión bar	Volumen específico m³/kg		Energía interna kJ/kg		Entalpía kJ/kg			Entropía kJ/kg · K		Temp. °C
		Líquido sat. $v_f \times 10^3$	Vapor sat. v_g	Líquido sat. u_f	Vapor sat. u_g	Líquido sat. h_f	Vaporización h_{fg}	Vapor sat. h_g	Líquido sat. s_f	Vapor sat. s_g	
-50	0,4086	1,4245	2,6265	-43,94	1264,99	-43,88	1416,20	1372,32	-0,1922	6,1543	-50
-45	0,5453	1,4367	2,0060	-22,03	1271,19	-21,95	1402,52	1380,57	-0,0951	6,0523	-45
-40	0,7174	1,4493	1,5524	-0,10	1277,20	0,00	1388,56	1388,56	0,0000	5,9557	-40
-36	0,8850	1,4597	1,2757	17,47	1281,87	17,60	1377,17	1394,77	0,0747	5,8819	-36
-32	1,0832	1,4703	1,0561	35,09	1286,41	35,25	1365,55	1400,81	0,1484	5,8111	-32
-30	1,1950	1,4757	0,9634	43,93	1288,63	44,10	1359,65	1403,75	0,1849	5,7767	-30
-28	1,3159	1,4812	0,8803	52,78	1290,82	52,97	1353,68	1406,66	0,2212	5,7430	-28
-26	1,4465	1,4867	0,8056	61,65	1292,97	61,86	1347,65	1409,51	0,2572	5,7100	-26
-22	1,7390	1,4980	0,6780	79,46	1297,18	79,72	1335,36	1415,08	0,3287	5,6457	-22
-20	1,9019	1,5038	0,6233	88,40	1299,23	88,68	1329,10	1417,79	0,3642	5,6144	-20
-18	2,0769	1,5096	0,5739	97,36	1301,25	97,68	1322,77	1420,45	0,3994	5,5837	-18
-16	2,2644	1,5155	0,5291	106,36	1303,23	106,70	1316,35	1423,05	0,4346	5,5536	-16
-14	2,4652	1,5215	0,4885	115,37	1305,17	115,75	1309,86	1425,61	0,4695	5,5239	-14
-12	2,6798	1,5276	0,4516	124,42	1307,08	124,83	1303,28	1428,11	0,5043	5,4948	-12
-10	2,9089	1,5338	0,4180	133,50	1308,95	133,94	1296,61	1430,55	0,5389	5,4662	-10
-8	3,1532	1,5400	0,3874	142,60	1310,78	143,09	1289,86	1432,95	0,5734	5,4380	-8
-6	3,4134	1,5464	0,3595	151,74	1312,57	152,26	1283,02	1435,28	0,6077	5,4103	-6
-4	3,6901	1,5528	0,3340	160,88	1314,32	161,46	1276,10	1437,56	0,6418	5,3831	-4
-2	3,9842	1,5594	0,3106	170,07	1316,04	170,69	1269,08	1439,78	0,6759	5,3562	-2
0	4,2962	1,5660	0,2892	179,29	1317,71	179,96	1261,97	1441,94	0,7097	5,3298	0

4: ammonia: V/L sat. T=245, to 325, K

	Temperature (K)	Pressure (MPa)	Liquid Density (kg/m³)	Vapor Density (kg/m³)	Liquid Enthalpy (kJ/kg)	Vapor Enthalpy (kJ/kg)	Liquid Entropy (kJ/kg-K)	Vapor Entropy (kJ/kg-K)
1	245,00	0,13057	675,51	1,1277	215,03	1569,2	0,97847	6,5057
2	246,00	0,13694	674,25	1,1791	219,52	1570,7	0,99668	6,4892
3	247,00	0,14355	672,99	1,2323	224,00	1572,1	1,0148	6,4729
4	248,00	0,15042	671,72	1,2875	228,49	1573,6	1,0329	6,4567
5	249,00	0,15755	670,45	1,3445	232,99	1575,0	1,0510	6,4407
6	250,00	0,16494	669,18	1,4036	237,49	1576,4	1,0690	6,4248
7	251,00	0,17262	667,90	1,4647	242,00	1577,9	1,0869	6,4091
8	252,00	0,18057	666,62	1,5279	246,51	1579,2	1,1048	6,3935
9	253,00	0,18882	665,33	1,5933	251,03	1580,6	1,1227	6,3780
10	254,00	0,19736	664,04	1,6608	255,55	1582,0	1,1405	6,3627
11	255,00	0,20621	662,75	1,7306	260,08	1583,3	1,1582	6,3475
12	256,00	0,21537	661,45	1,8028	264,61	1584,7	1,1759	6,3324
13	257,00	0,22485	660,15	1,8772	269,15	1586,0	1,1935	6,3175
14	258,00	0,23467	658,84	1,9541	273,69	1587,3	1,2111	6,3027
15	259,00	0,24482	657,53	2,0335	278,24	1588,6	1,2286	6,2881
16	260,00	0,25531	656,22	2,1154	282,79	1589,9	1,2461	6,2735
17	261,00	0,26616	654,90	2,1999	287,35	1591,2	1,2636	6,2591
18	262,00	0,27737	653,58	2,2870	291,91	1592,4	1,2809	6,2448
19	263,00	0,28894	652,26	2,3769	296,48	1593,7	1,2983	6,2306
20	264,00	0,30090	650,93	2,4695	301,05	1594,9	1,3156	6,2165
21	265,00	0,31325	649,59	2,5650	305,63	1596,1	1,3328	6,2025
22	266,00	0,32598	648,26	2,6633	310,22	1597,3	1,3500	6,1887
23	267,00	0,33913	646,92	2,7646	314,81	1598,5	1,3671	6,1749
24	268,00	0,35269	645,57	2,8690	319,40	1599,6	1,3842	6,1613
25	269,00	0,36666	644,22	2,9764	324,00	1600,8	1,4013	6,1477
26	270,00	0,38107	642,87	3,0870	328,61	1601,9	1,4183	6,1343
27	271,00	0,39592	641,51	3,2008	333,22	1603,0	1,4353	6,1210

• PRESIONES RELATIVAS Y ABSOLUTAS:

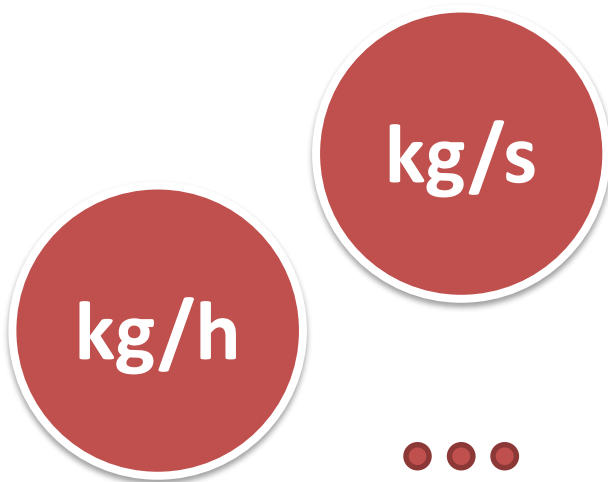


$$T_{sat}(P_{abs}) \approx 120^{\circ}C$$

$$v \approx \frac{R_{vap} \cdot T_{abs}}{P_{abs}} = \frac{8,314 \frac{kJ}{kmol \cdot K} \cdot 393K}{2\ atm \cdot \frac{101,325kPa}{atm}} = 0,9145 \frac{m^3}{kg}$$

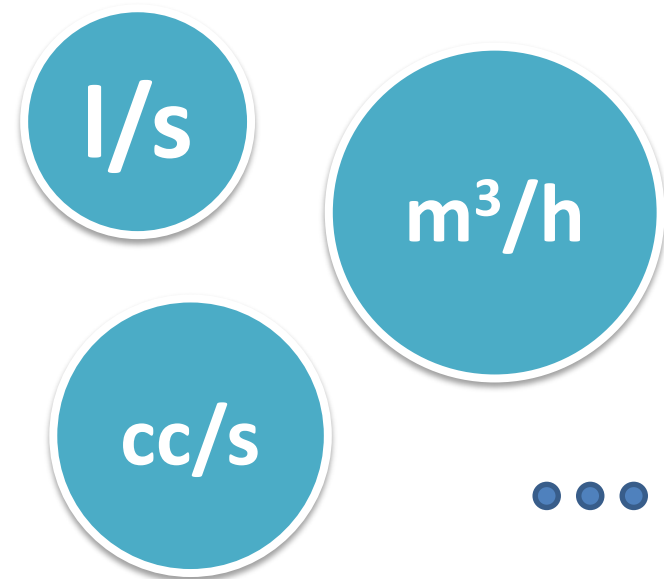
- Flujo **MÁSICO**

$$\dot{m} [=] \frac{\textit{masa}}{\textit{tiempo}}$$



- Flujo **VOLUMÉTRICO**

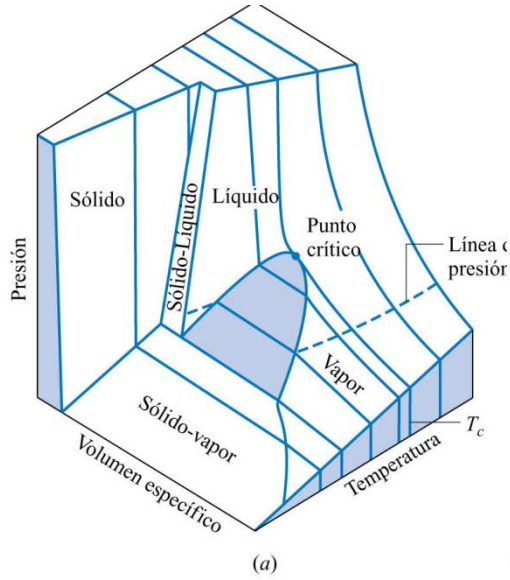
$$\dot{V} [=] \frac{\textit{volumen}}{\textit{tiempo}}$$



El **flujo másico** es constante*, el **flujo volumétrico** no.

• Interrelación de las propiedades PvT

V(T,P)



© John Wiley / Reverté
 Moran / Shapiro
 Fundamentos de Termodinámica Técnica 2ª Ed.

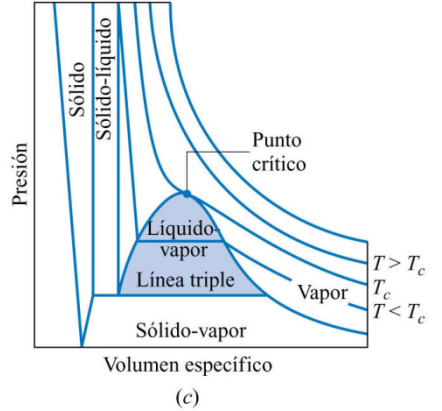
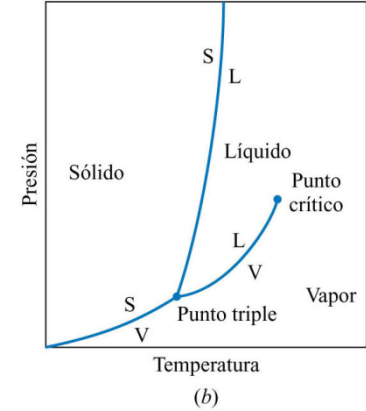
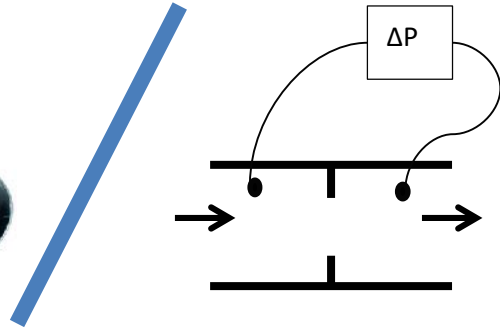


Figura 3.2 Superficie $p-v-T$ y sus proyecciones para una sustancia que se contrae al congelarse. (a) Perspectiva tridimensional. (b) Diagrama de fases. (c) Diagrama $p-v$.

¡ fácil de medir



• APLICACIÓN en los problemas

Podemos relacionar el **FLUJO MÁSICO** con el **FLUJO VOLUMÉTRICO** a través del **volumen específico** o (de forma inversa) la **densidad**

$$\dot{m} [kg/s] = \frac{\dot{V} [m^3/s]}{v [m^3/kg]}$$

Tablas

Tabla A.4 Propiedades del agua, vapor sobrecalentado

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
$p = 0,06 \text{ bar} = 0,006 \text{ MPa}$ ($T_{\text{sat}} = 36,16^\circ\text{C}$)				
Sat.	23,739	2425,0	2567,4	8,3304
80	27,132	2487,3	2650,1	8,5804
120	30,219	2544,7	2726,0	8,7840
160	33,302	2602,7	2802,5	8,9693
200	36,383	2661,4	2879,7	9,1398
240	39,462	2721,0	2957,8	9,2982
280	42,540	2781,5	3036,8	9,4464
320	45,618	2843,0	3116,7	9,5859
360	48,696	2905,5	3197,7	9,7180
400	51,774	2969,0	3279,6	9,8435
440	54,851	3033,5	3362,6	9,9633
500	59,467	3132,3	3489,1	10,1336

Ecuaciones

$$P = \frac{R \cdot T}{v_m - b} - \frac{a}{(v_m)^2}$$



• **OBSERVA:**

Ecuaciones

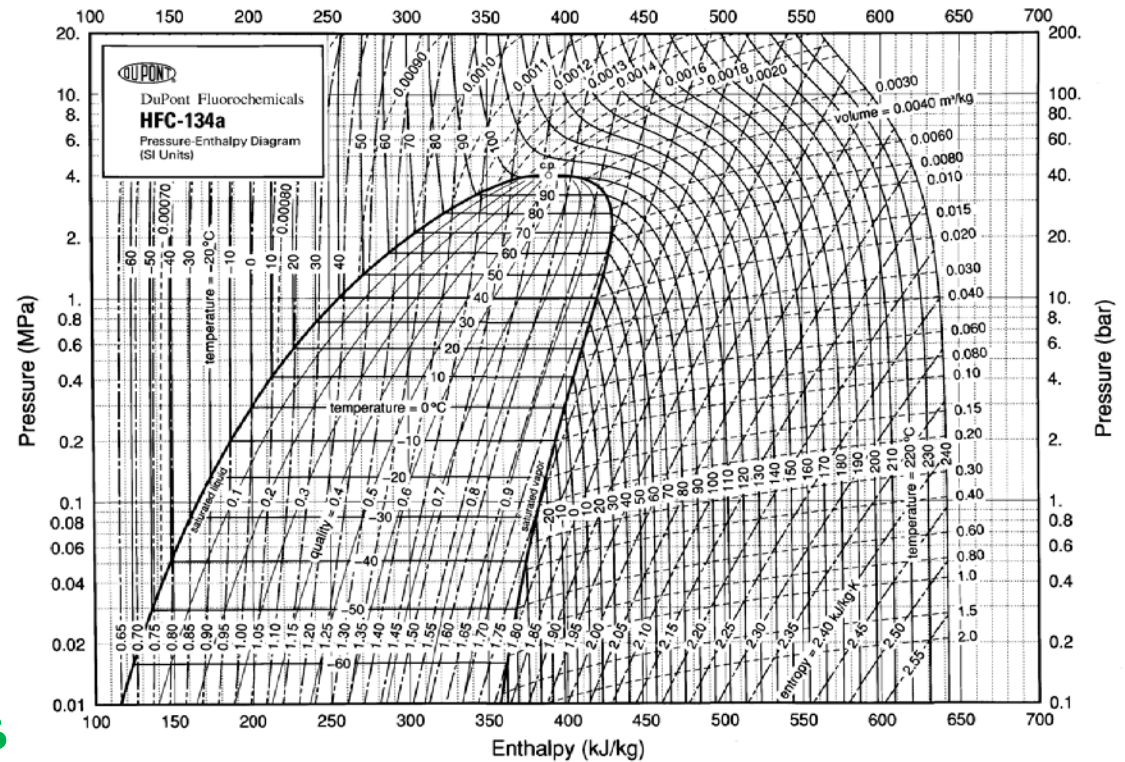
$$v_e = \frac{R_g \cdot T}{P}$$

Tabla A.12 Propiedades del Refrigerante 134a, vapor sobrecalentado

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
$p = 0,6 \text{ bar} = 0,06 \text{ MPa}$ ($T_{\text{sat}} = -37,07^\circ\text{C}$)				
Sat.	0,31003	206,12	224,72	0,9520
-20	0,33536	217,86	237,98	1,0062
-10	0,34992	224,97	245,96	1,0371
0	0,36433	232,24	254,10	1,0675
10	0,37861	239,69	262,41	1,0973
20	0,39279	247,32	270,89	1,1267
30	0,40688	255,12	279,53	1,1557
40	0,42091	263,10	288,35	1,1844
50	0,43487	271,25	297,34	1,2126
60	0,44879	279,58	306,5 t	1,2405
70	0,46266	288,08	315,84	1,2681
80	0,47650	296,75	325,34	1,2954
90	0,49031	305,58	335,00	1,3224

Tablas

Gráficas



• **EJEMPLO:**

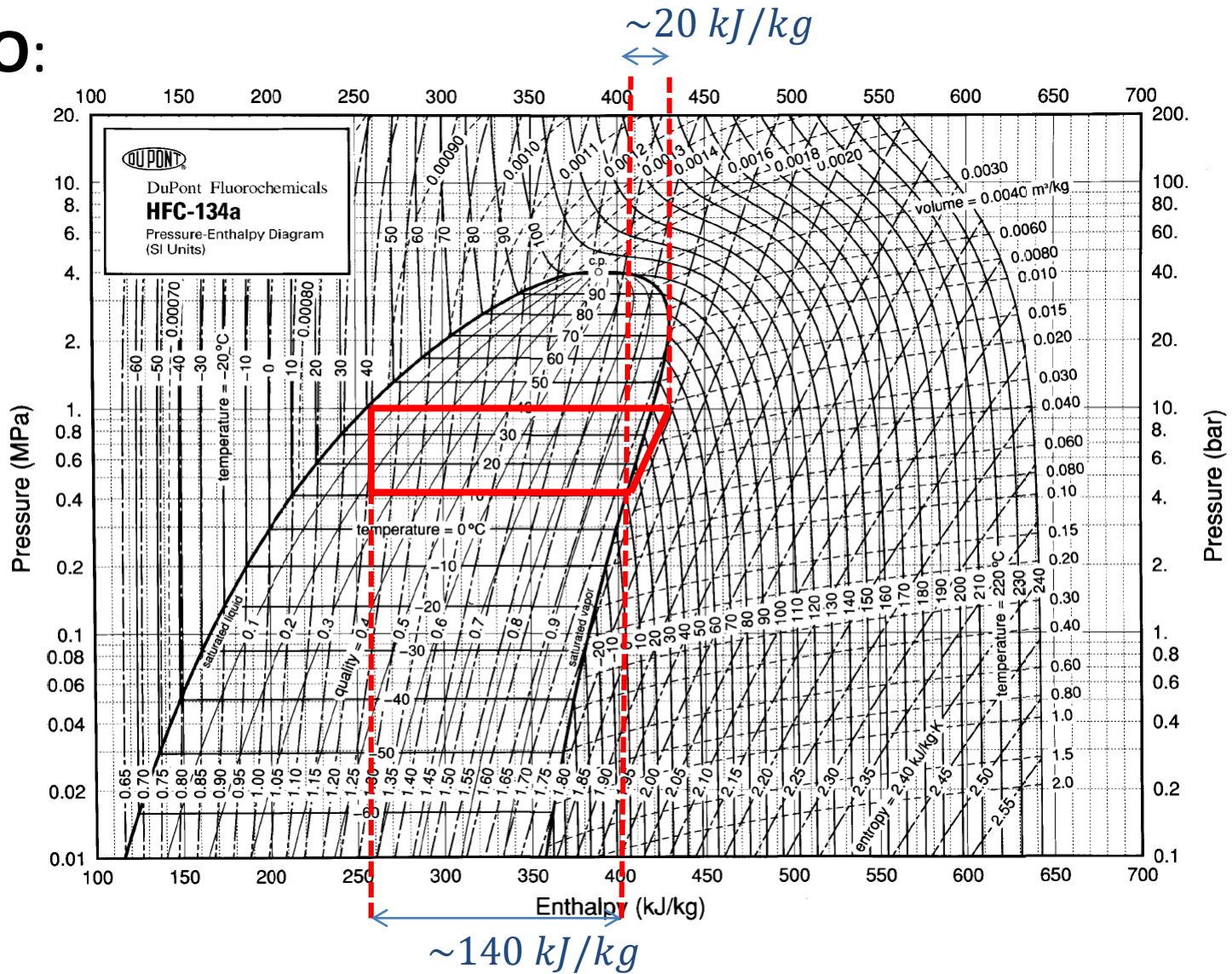
$\dot{m}_1 = 0,01 \text{ kg/s}$

$\dot{m}_2 = 0,02 \text{ kg/s}$

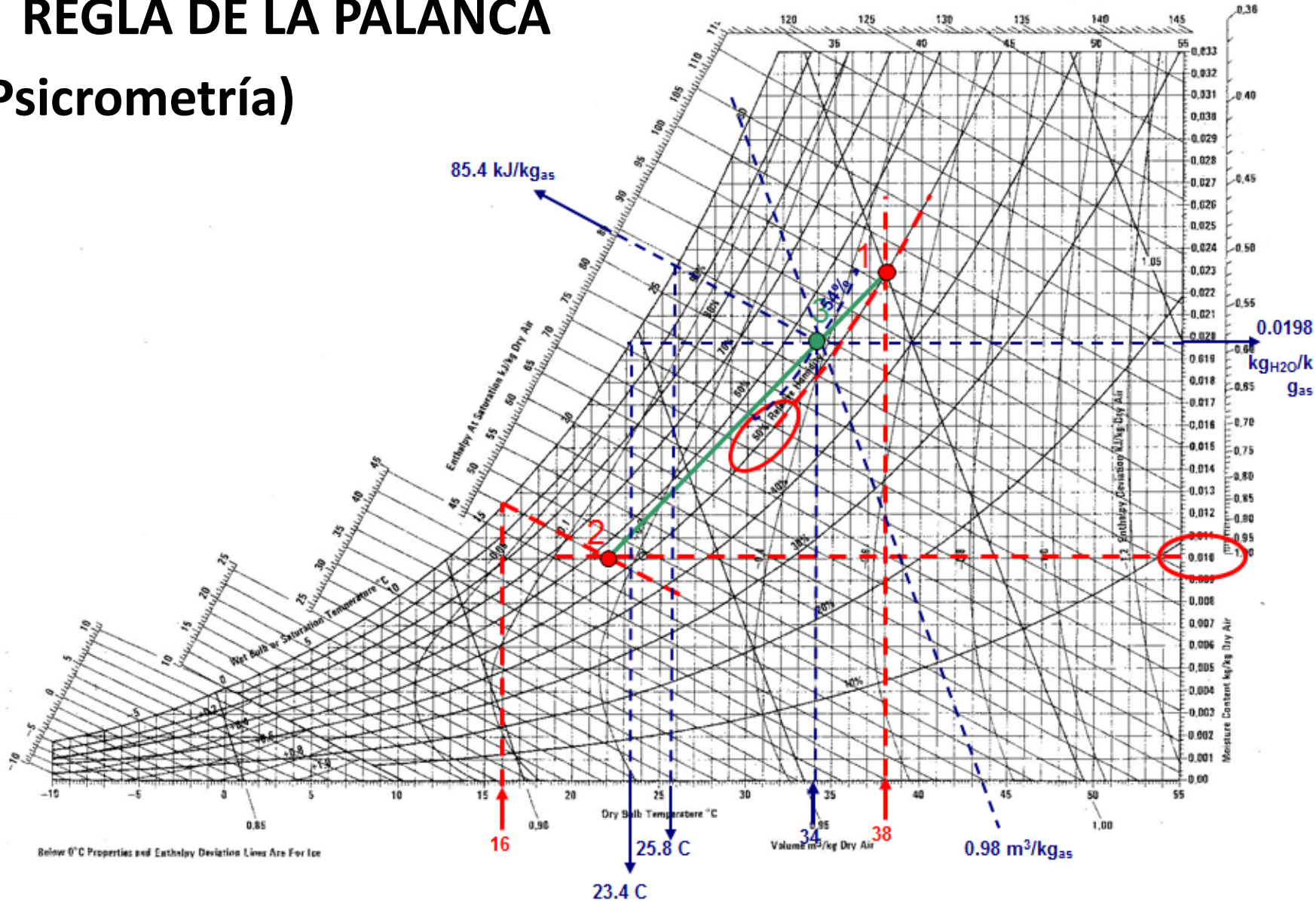
$CEF_1 = CEF_2 \approx 7$

$\dot{Q}_{F1} = 1,4 \text{ kW}$

$\dot{Q}_{F2} = 2,8 \text{ kW}$



• REGLA DE LA PALANCA (Psicrometría)



• VARIACIÓN de Entropía

Entre dos estados: no depende del proceso, luego es **FUNCIÓN DE ESTADO** o PROPIEDAD TERMODINÁMICA.

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

Por ello, será posible obtener la Entropía asociada a un cierto estado de una sustancia a partir de otras propiedades de dicho estado, a través de tablas, gráficas o ecuaciones.

¡Y puede ser <0!

• GENERACIÓN de Entropía

Permite cuantificar el **grado de irreversibilidad de un proceso**, siendo 0 en el caso de procesos idealmente reversibles; luego inherentemente DEPENDE DEL PROCESO.

$$\sigma \left\{ \begin{array}{l} > 0 \rightarrow \text{Proceso irreversible.} \\ = 0 \rightarrow \text{Proceso ideal (reversible).} \\ < 0 \rightarrow \text{IMPOSIBLE.} \end{array} \right.$$

Por lo tanto, jamás estará tabulada o representada, y se deberá siempre calcular planteando el 2º Ppio. de la Termodinámica.

La definición de la variable “Entropía” surge de identificar un **nuevo parámetro** que permanece **invariable en los procesos adiabáticos cuasi-estáticos/ ideales**.

La **definición matemática** de este nuevo parámetro es:
$$\left(\frac{dQ}{T}\right)_{\substack{proc \\ rev}} = dS$$

Por ello, en función de los calores intercambiados en el proceso, la entropía puede aumentar o disminuir → la variación de entropía **puede resultar positiva o negativa**. Y, si el proceso además de reversible es adiabático, la variación de entropía resulta nula.

DESIGUALDAD DE CLAUSIUS

- La transferencia de calor con el entorno respecto a la temperatura absoluta de intercambio, en un ciclo, es menor o igual a cero.

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Para cualquier ciclo: $dS = 0$

PERO si es reversible, se cumple:

$$\oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{proc\ rev} = 0$$


Mientras que si es irreversible, será:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

Por lo que es necesario definir una componente que llamamos “generación de entropía” tal que:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = -\sigma_{ciclo}$$

De forma que para cumplir la desigualdad de Clausius:

 σ $\left\{ \begin{array}{l} > 0 \rightarrow \text{Proceso irreversible.} \\ = 0 \rightarrow \text{Proceso ideal (reversible).} \\ < 0 \rightarrow \text{IMPOSIBLE.} \end{array} \right.$

El concepto físico de la variable “Entropía” es **abstracto**: se contempla como una “medida del desorden de la materia”.

Al contrario que la energía, la entropía **no se conserva** necesariamente. Es precisamente esta idea de “degradación” del sistema lo que se estudia en el 2º principio.

“Todo sistema aislado tiende de modo espontáneo al estado de equilibrio”, y dicho estado está asociado a una **organización microscópica más probable***, correspondiente a un “mayor desorden”. A nivel macroscópico, este incremento del desorden se traduce en valores mayores de la función entropía. *“Como el Universo es un sistema aislado, su entropía crece constantemente con el tiempo”.*

PRINCIPIO DE INCREMENTO DE ENTROPÍA

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{entorno} \geq 0$$

Decíamos que, para que un proceso sea reversible, debe ser posible retornar al estado inicial tanto el sistema como su entorno, sin necesidad de actuación adicional. Esto sólo será posible si la variación de entropía de ambos (sistema y entorno) es nula.

Ej.: un gas se expande cuando evoluciona hacia un estado de equilibrio mecánico con su entorno, y en el proceso ejerce un trabajo sobre su entorno, alterándolo. Si el proceso es extraordinariamente lento, se puede aproximar como ideal, y bastará que el entorno ejerza ese mismo trabajo en sentido opuesto para retornar el conjunto al estado original. Sin embargo, en la realidad, el trabajo requerido para comprimir el gas será mayor.

Para cuantificar la irreversibilidad de un proceso, **calcularemos la generación de entropía** despejándola del **2º principio de la Termodinámica**:

Segundo principio: balances de entropía	
Sistemas cerrados	$\Delta S = \sum \frac{Q}{T} + \sigma$
Sistemas abiertos	$\frac{dS}{dt} = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_e \cdot s_e - \sum \dot{m}_s \cdot s_s + \dot{\sigma}$

Donde los valores de la entropía S los obtenemos usualmente:

Mediante **ecuaciones** si trabajamos con un **GAS IDEAL**:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R_g \frac{dv}{v}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R_g \frac{dP}{P}$$

Mediante **tablas SIEMPRE QUE DISPONGAMOS** de ellas:

Tabla A.5 Propiedades del agua, líquido subenfriado

T °C	v × 10 ³ m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
p = 25 bar = 2,5 MPa (T _{sat} = 233,99°C)				
20	1,0006	83,80	86,30	,2961
40	1,0067	167,25	169,77	,5715
80	1,0280	334,29	336,86	1,0737
100	1,0423	418,24	420,85	1,3050
140	1,0784	587,82	590,52	1,7369
180	1,1261	761,16	763,97	2,1375
200	1,1555	849,9	852,8	2,3294
220	1,1898	940,7	943,7	2,5174
Sat.	1,1973	959,1	962,1	2,5546

Tabla A.12 Propiedades del Refrigerante 134a, vapor sobrecalentado

T °C	v m ³ /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kg · K
p = 0,6 bar = 0,06 MPa (T _{sat} = -37,07°C)				
Sat.	0,31003	206,12	224,72	0,9520
-20	0,33536	217,86	237,98	1,0062
-10	0,34992	224,97	245,96	1,0371
0	0,36433	232,24	254,10	1,0675
10	0,37861	239,69	262,41	1,0973
20	0,39279	247,32	270,89	1,1267
30	0,40688	255,12	279,53	1,1557
40	0,42091	263,10	288,35	1,1844
50	0,43487	271,25	297,34	1,2126
60	0,44879	279,58	306,5 t	1,2405
70	0,46266	288,08	315,84	1,2681
80	0,47650	296,75	325,34	1,2954
90	0,49031	305,58	335,00	1,3224

¿Es posible que un sistema produzca un trabajo sólo alimentándose de una fuente de calor?

Por el primer principio, sí sería posible:

Sistema cerrado → aplicamos el 1º Ppio a una masa de control:

$$\Delta U_{0F} = Q_c - W$$

Opera según un ciclo → Variación de energía interna nula:

$$Q_c = W$$

Pero al plantear el segundo principio...

Sistema cerrado

→ aplicamos el 2º Ppio a una masa de control:

$$\Delta S_{0F} = \sum \frac{Q}{T} + \sigma = \frac{Q_c}{T_c} + \sigma$$

Opera según un ciclo

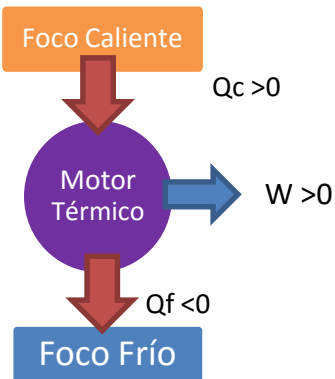
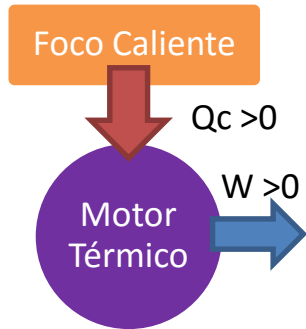
→ Variación de entropía nula: $\Delta S = 0$

Si el proceso es ideal

→ Generación de entropía nula: $\sigma = 0$

~~$$\frac{Q_c}{T_c} = 0$$~~

Imposible: es necesaria la existencia de un flujo de calor a otro foco térmico.



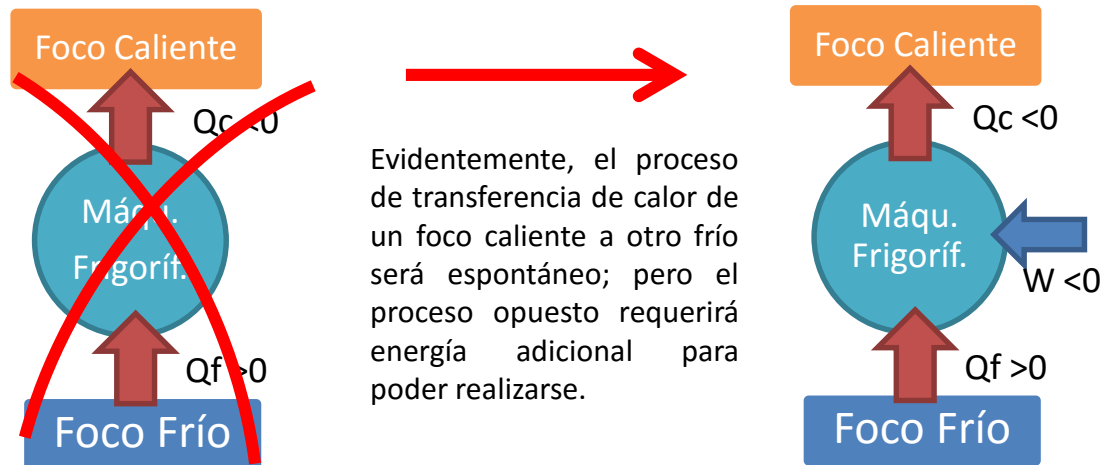
Enunciado de Kelvin-Planck:

“Es imposible construir un sistema que operando según un ciclo termodinámico ceda una cantidad neta de trabajo a su entorno mientras recibe energía en forma de calor procedente de un único foco térmico”.*

Implica que el calor extraído de una fuente no puede ser transformado íntegramente en trabajo, si no que existirá una disipación de energía calorífica al entorno.

Enunciado de Clausius:

“Es imposible la existencia de un sistema que pueda funcionar de modo que su único efecto sea una transferencia de energía mediante calor de un cuerpo frío a otro más caliente”.



- **PARA PENSAR:**

La interpretación de la degradación de exergía en anergía está intrínsecamente relacionada con la generación de entropía.

PROCESO	σ	Exergía destruida (Ed)
Reversible	= 0	= 0
Irreversible	> 0	> 0
Imposible	< 0	< 0

- El **máximo rendimiento** se puede calcular siempre una vez conocidas las **temperaturas de trabajo**:

Máquina frigorífica:

$$\eta_{Carnot_{MF}} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

Bomba de Calor:

$$\eta_{Carnot_{BdC}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

Motor térmico:

$$\eta_{Carnot_{MT}} = \frac{T_C - T_F}{T_C}$$

¡No olvides que las temperaturas debes introducirlas en escala absoluta!

Si partes de estas tres ideas:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Energía útil}}{\text{Energía aportada}}$$

Primer principio: sistema cerrado, ciclo $\Delta U_{0F} = 0 = Q - W$

Segundo principio: 4 subprocesos todos reversibles
 (2 isentrópicos y 2 isoterms)

(Implica que el Δs
 en los procesos
 isoterms es
 idéntica)

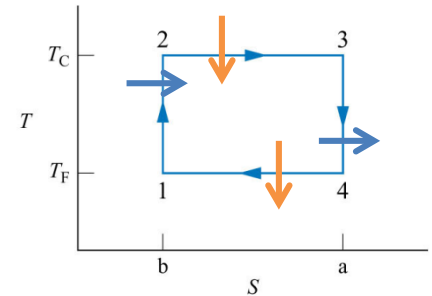


Diagrama T-s para un ciclo de Carnot (MOTOR)

Puedes desarrollar:

Máquina frigorífica: $\eta_{Carnot_{MF}} = \frac{Q_F}{W} = \frac{|Q_F|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{T_F \cdot \Delta s}{T_C \cdot \Delta s - T_F \cdot \Delta s} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$

Bomba de Calor: $\eta_{Carnot_{BdC}} = \frac{Q_C}{W} = \frac{|Q_C|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{T_C \cdot \Delta s}{T_C \cdot \Delta s - T_F \cdot \Delta s} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$

Motor térmico: $\eta_{Carnot_{MT}} = \frac{W}{Q_C} = \frac{|Q_C| - |Q_F|}{|Q_C|} = \frac{T_C \cdot \Delta s - T_F \cdot \Delta s}{T_C \cdot \Delta s} = \frac{T_C - T_F}{T_C}$

Ejemplo:

Generación de frío/ calor entre un foco a 0°C y otro a 40°C

$$\text{Máquina frigorífica: } \eta_{Carnot_{MF}} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{273 \text{ K}}{(313 - 273) \text{ K}} = 6,825$$

$$\text{Bomba de Calor: } \eta_{Carnot_{BdC}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} = \frac{313 \text{ K}}{(313 - 273) \text{ K}} = 7,825$$

Generación de potencia con calor generado a 1000 K y disipando al ambiente a 300 K

$$\text{Motor térmico: } \eta_{Carnot_{MT}} = \frac{T_C - T_F}{T_C} = \frac{(1000 - 300) \text{ K}}{1000 \text{ K}} = 0,7$$

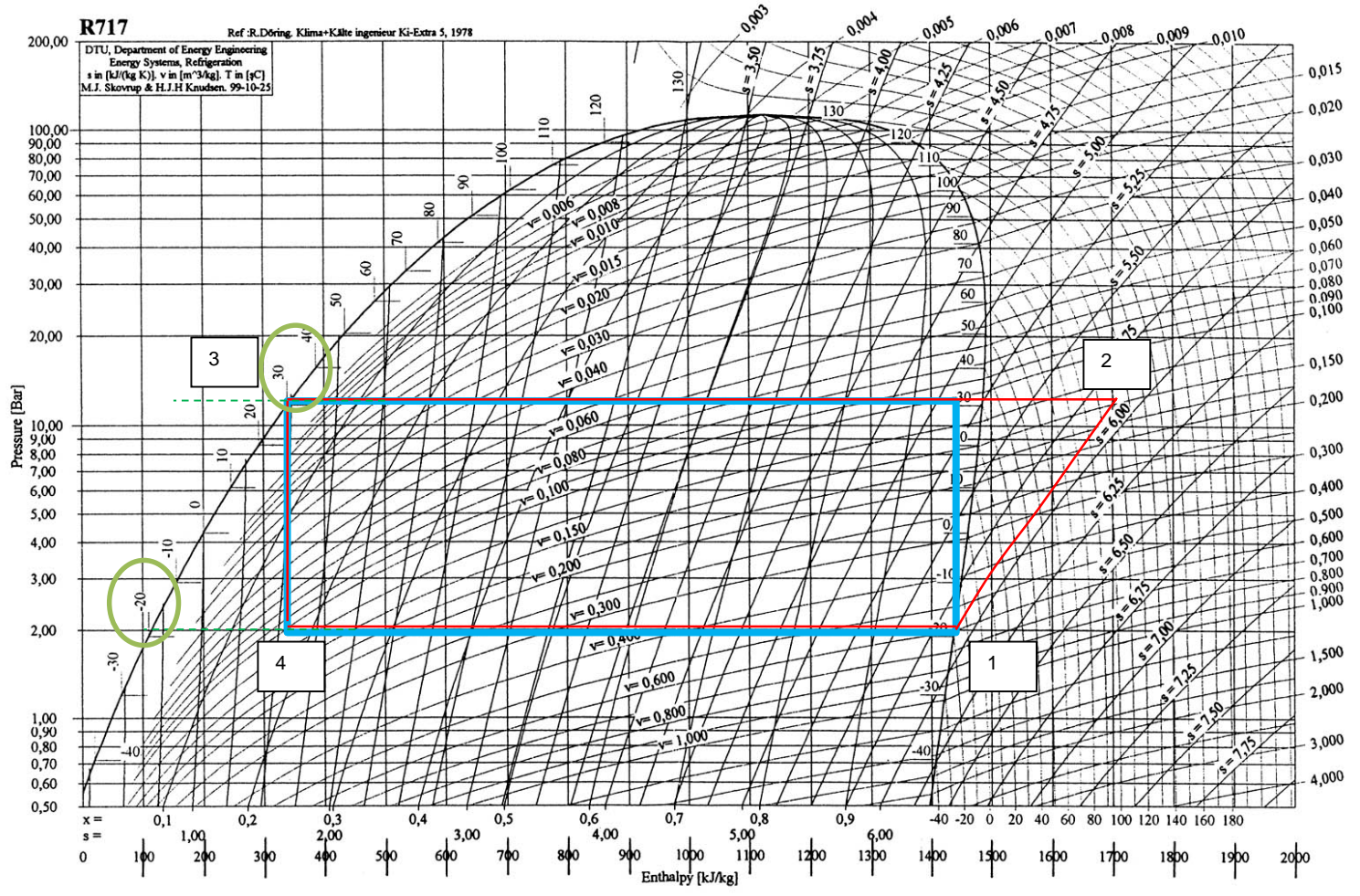
El rendimiento de un motor térmico siempre es inferior a la unidad, pero en ciclos frigoríficos no tiene por qué serlo. Comprobación:

$T_C - T_F < T_C$ SIEMPRE luego:

$$\eta_{Carnot_{BdC}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} > 1 \quad \text{y} \quad \eta_{Carnot_{MT}} = \frac{T_C - T_F}{T_C} < 1 \quad \text{SIEMPRE}$$

Para máquina frigorífica: $\eta_{Carnot_{MF}} \geq 1 \Leftrightarrow (T_C - T_F) \leq T_F \Rightarrow T_C \leq 2T_F$

Luego en la práctica $\eta_{Carnot_{MF}}$ siempre será mayor que 1 (¡observa que son Kelvin!)



— Ciclo inverso de Rankine ideal

— Ciclo inverso de Carnot

Teorema de Carnot

• “Ningún motor que funcione entre dos focos puede tener un rendimiento superior al de un motor de Carnot que opere entre esos mismos focos”.

• **Corolarios de Carnot:**

- $\eta_{\text{ciclo rev}} > \eta_{\text{ciclo irrev}}$
- $\eta_{\text{ciclo rev A}} = \eta_{\text{ciclo rev B}}$

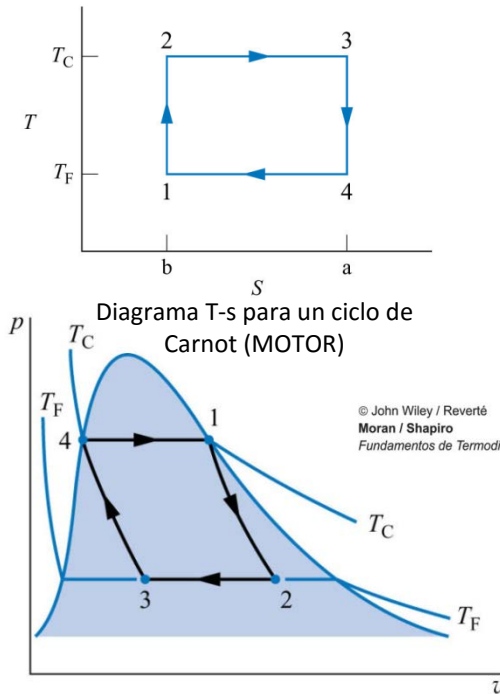
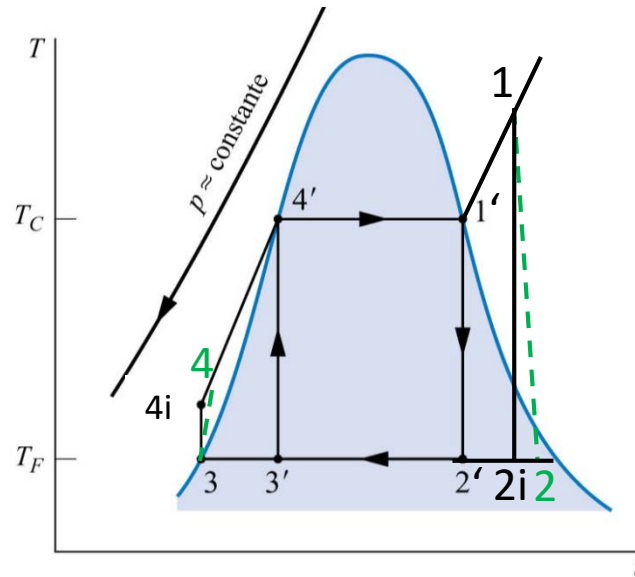


Diagrama p-v para un ciclo de Carnot realizado sobre un vapor

El ciclo de Rankine es ideal, pero NO ES REVERSIBLE:



Comparación del ciclo de Carnot (1'2'3'4') con el ciclo de Rankine (1234) ideal.

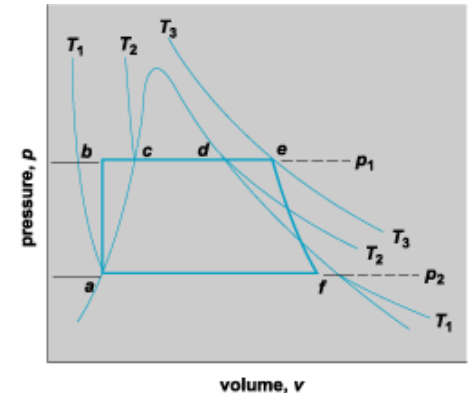
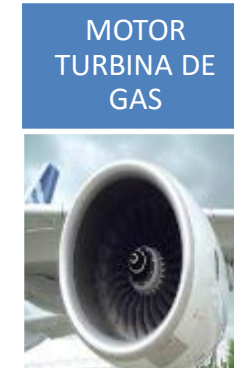
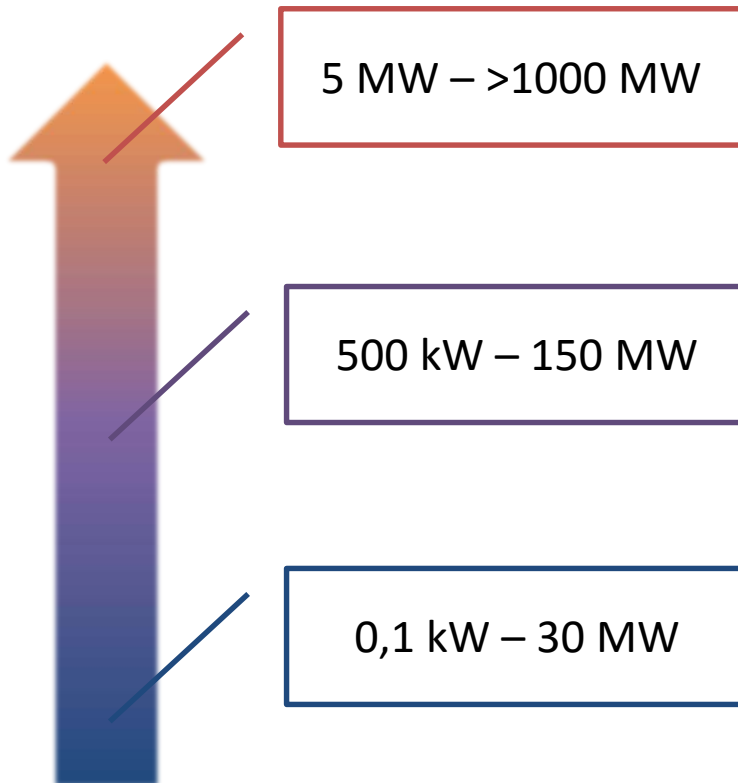


Diagrama presión-volumen del ciclo Rankine ideal

--- Evoluciones no isentrópicas (ciclo real)

¿Para qué rangos de potencias pueden aplicarse estos tres tipos de motores térmicos?



...¿y por qué?

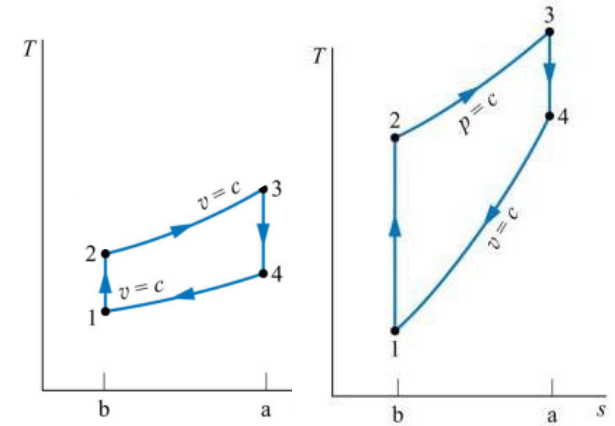
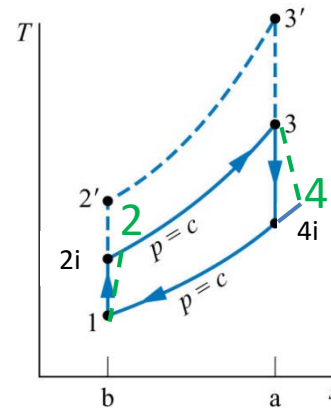
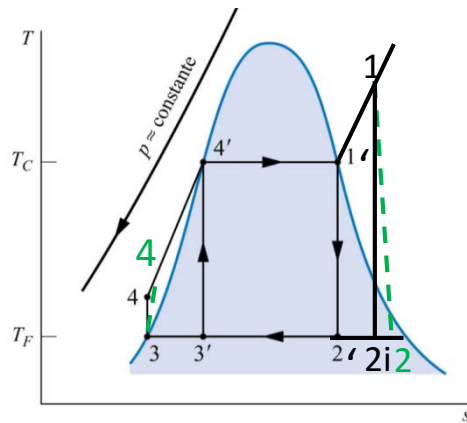
MOTOR
 TURBINA DE
 VAPOR



MOTOR
 TURBINA DE
 GAS



MOTORES DE
 COMBUSTIÓN
 INTERNA
 ALTERNATIVOS



- Las expresiones de los rendimientos isentrópicos de un **compresor** y de una **turbina** son inversas:

TURBINA

$$\eta_{isent \text{ TURBINA}} = \frac{(h_0 - h_f)}{(h_0 - h_{fs})}$$

COMPRESOR

$$\eta_{isent \text{ COMPRESOR}} = \frac{(h_{fs} - h_0)}{(h_f - h_0)}$$

Entrada: condiciones "0"

Salida: condiciones "f"

Salida ideal, isentrópicas: condiciones "s"

- El **rendimiento** tiene que ser menor que 1:

TURBINA

$$\eta_{isent \text{ TURBINA}} = \frac{W_{real}}{W_{ideal}} = \frac{\dot{m} \cdot (h_0 - h_f)}{\dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})}$$

En la **turbina** *realmente* **obtenemos** menos...

COMPRESOR

$$\eta_{isent \text{ COMPRESOR}} = \frac{W_{ideal}}{W_{real}} = \frac{\dot{m} \cdot (h_{fs} - h_0)}{\dot{m} \cdot (h_f - h_0)}$$

En el **compresor** *realmente* **requerimos** más...

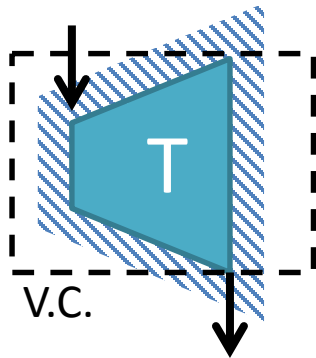


BALANCE DE MASA a un sistema estacionario (igual en cualquier caso): $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} = cte$

BALANCE DE ENERGÍA: $\frac{dE_{VC}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_{VC} + \sum \dot{m}_e \cdot \left(h_e + \frac{1}{2}c_e^2 + g \cdot z_e \right) - \sum \dot{m}_s \cdot \left(h_s + \frac{1}{2}c_s^2 + g \cdot z_s \right)$

(Sistema estacionario, ΔEc y $\Delta Ep \approx 0$)

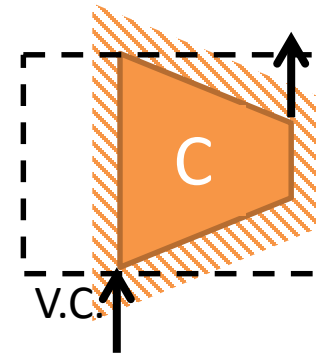
TURBINA ideal



$$0 = -W_{T id} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})$$

$$w_{T id} = (h_0 - h_{fs}) > 0$$

COMPRESOR ideal



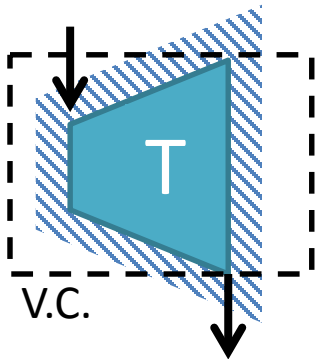
$$0 = -W_{C id} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})$$

$$w_{C id} = (h_0 - h_{fs}) < 0$$

BALANCE DE MASA a un sistema estacionario (igual en cualquier caso): $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} = cte$

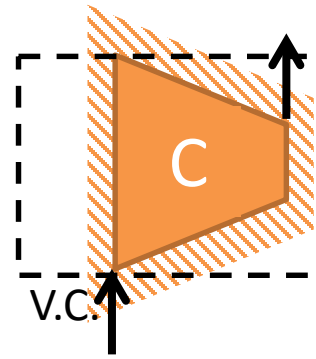
BALANCE DE ENERGÍA: $\frac{dE_{VC}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_{VC} + \sum \dot{m}_e \cdot \left(h_e + \frac{1}{2}c_e^2 + g \cdot z_e \right) - \sum \dot{m}_s \cdot \left(h_s + \frac{1}{2}c_s^2 + g \cdot z_s \right)$

Sistema estacionario, ΔE_c y $\Delta E_p \approx 0$



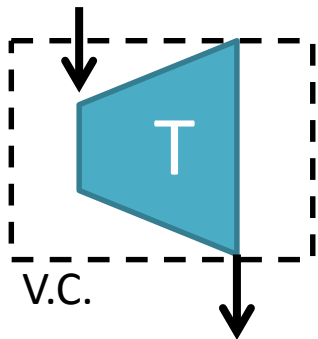
$$0 = -W_{Tid} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})$$

$$w_{Tid} = (h_0 - h_{fs}) > 0$$



$$0 = -W_{Cid} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})$$

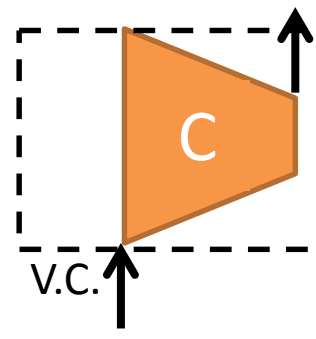
$$w_{Cid} = (h_0 - h_{fs}) < 0$$



$$0 = Q - W_{Tr} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_f)$$

$$w_{Treal} = Q + (h_0 - h_f) > 0$$

> 0
(disipado)



$$0 = Q - W_{Cr} + \dot{m} \cdot (h_0 - h_{fs})$$

$$w_{Cr} = Q + (h_0 - h_{fs}) < 0$$

Comprueba que puedes desarrollar los términos de trabajo y calor hasta llegar a la siguiente expresión:

$$\eta_{Brayton} = \frac{|w_T| - |w_C|}{|q_{cc}|} = 1 - r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Donde

(*r*) es la relación de compresión y
 (*γ*) el coeficiente adiabático del gas de trabajo.

Teniendo presente que la **variación de entalpías** para un Gas Ideal es: $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$,

y que la variación de temperaturas en un proceso de compresión/ expansión ideal la puedes relacionar con la variación de presiones por las **ecuaciones generalizadas de procesos politrópicos** (en este caso, como proceso adiabático).

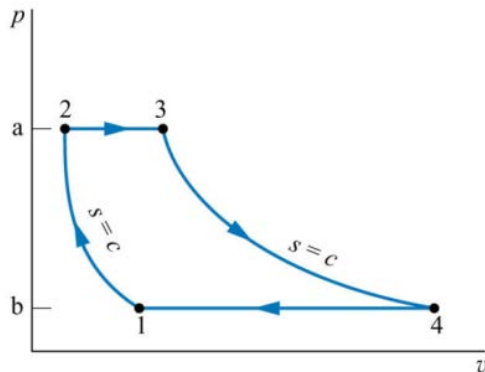
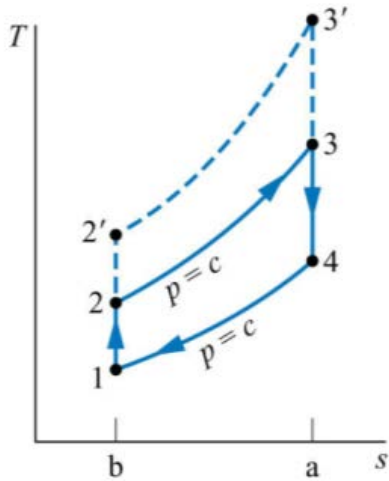


Figura 9.10 Ciclo Brayton ideal de aire-estándar

© John Wiley / Reverté
 Moran / Shapiro
 Fundamentos de Termodinámica Técnica 2ª Ed.

EVALÚA:

Para el ciclo Brayton real, ¿cómo quedarían planteados los términos de trabajo y calor en función de la relación de compresión, y consecuentemente el rendimiento de dicho ciclo real?

© John Wiley / Reverté
Moran / Shapiro
Fundamentos de Termodinámica Técnica 2ª Ed.

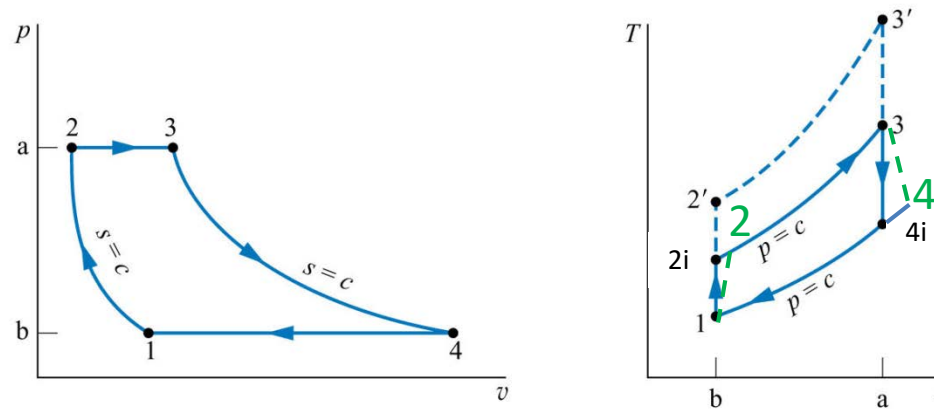


Figura 9.10 Ciclo Brayton ideal de aire-estándar.

- El COP (Coefficient of Performance) de una **Máquina Frigorífica** o de una **Bomba de Calor** refleja su eficiencia, y por lo tanto se plantean como:

Máquina Frigorífica

$$COP_{MF} = \frac{|Q_F|}{|W|}$$

Bomba de Calor

$$COP_{BdC} = \frac{|Q_C|}{|W|}$$

**Notas:*

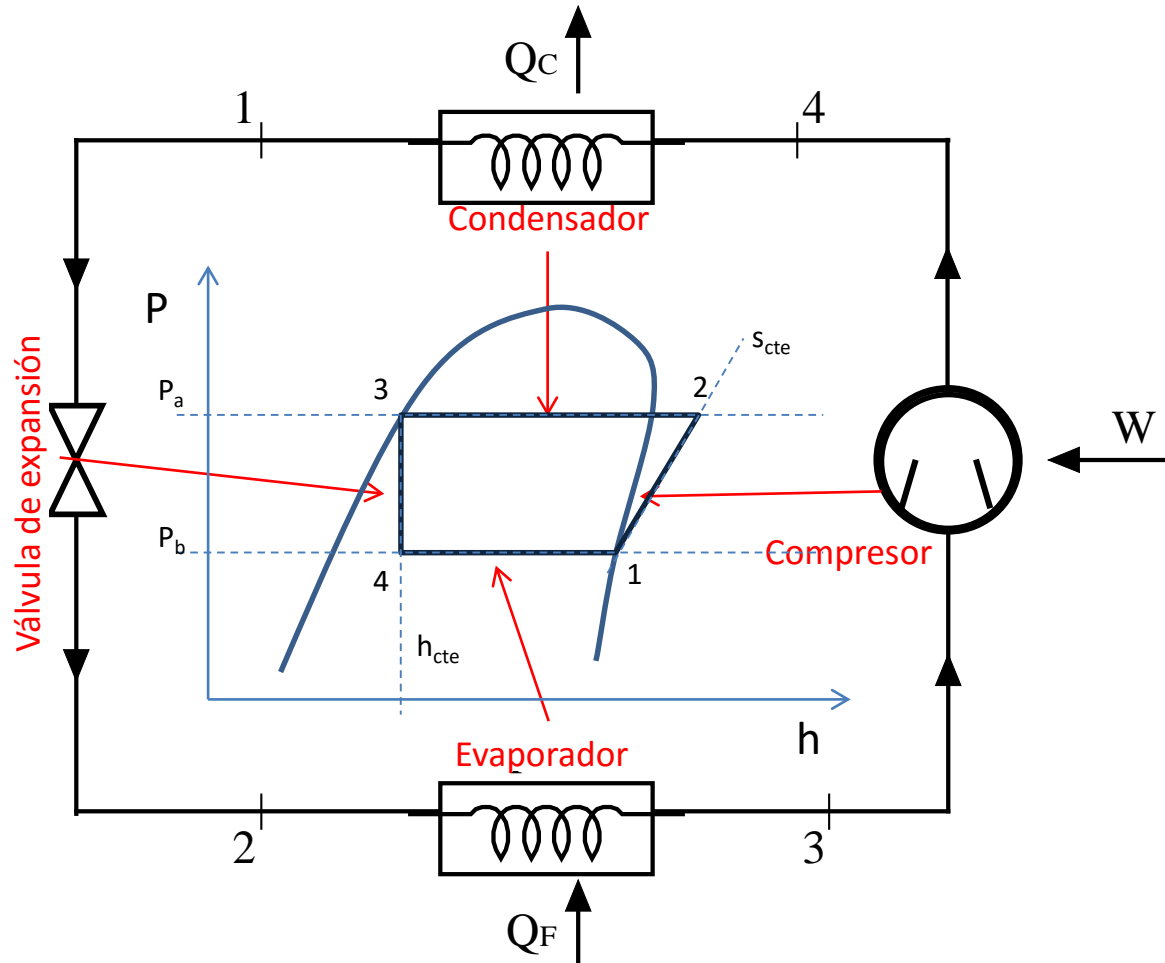
- Nos olvidamos de los signos (trabajamos en valores absolutos) para que los coeficientes resulten positivos.
- Además, esto valdría **para ciclos frigoríficos por compresión mecánica exclusivamente**.

Esto es así porque, aunque las dos máquinas funcionan siguiendo el mismo ciclo termodinámico (ciclo inverso de Rankine), una la utilizamos para enfriar (aprovechamos el calor extraído del foco frío a través del evaporador) y la otra para calentar (aprovechamos el calor cedido al foco caliente desde el condensador). Pero en ambas precisamos de la potencia del compresor para que funcionen

Como **máquinas térmicas**, interaccionan con el entorno en forma de calor y trabajo. **En ambas se trasvasa calor de un foco frío a otro caliente**, por lo que se requiere aplicar un trabajo (2º Principio).

Necesitamos entonces:

- Dos intercambiadores de calor con el entorno (CONDENSADOR/ EVAPORADOR)
- Un elemento que aporte el trabajo para que funcione (COMPRESOR)
- Un elemento que permita cerrar el ciclo (VÁLVULA).



Y, como ya se ha visto, la MF aprovecha Q_F y la BdC Q_C .

Planteando el Primer principio, observamos que todo lo disipado al entorno en el condensador, Q_C , debe ser lo extraído del medio en el evaporador, Q_F , más el trabajo W aportado desde éste. Luego:

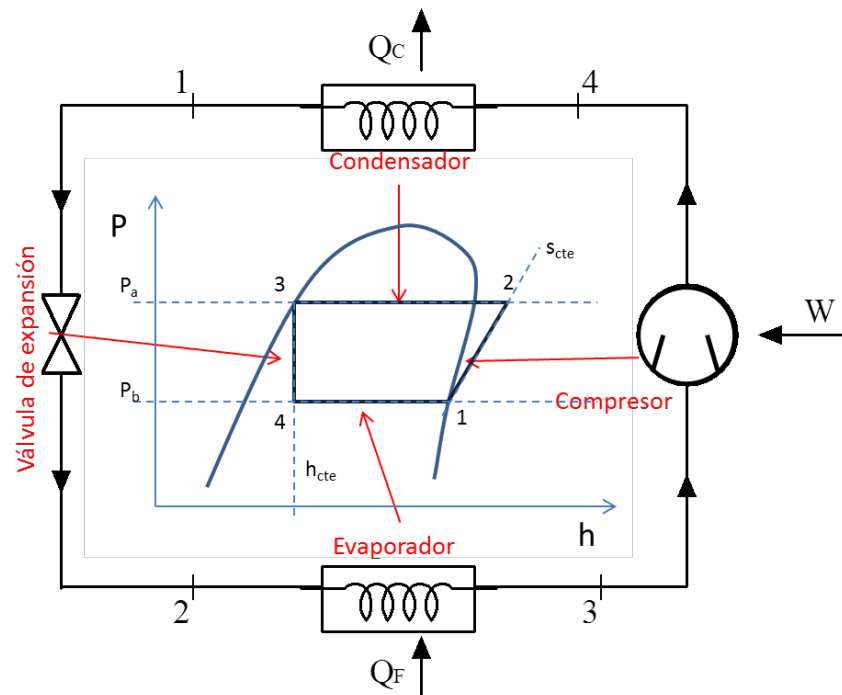
Sistema cerrado, en reposo, que sufre un proceso cíclico:

$$\Delta U = 0 = Q - W$$

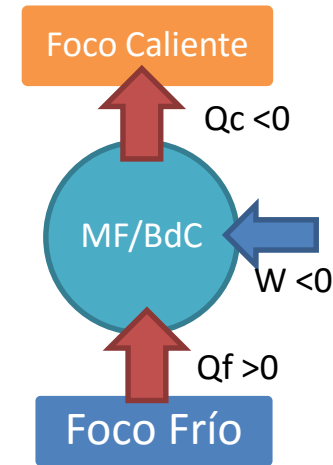
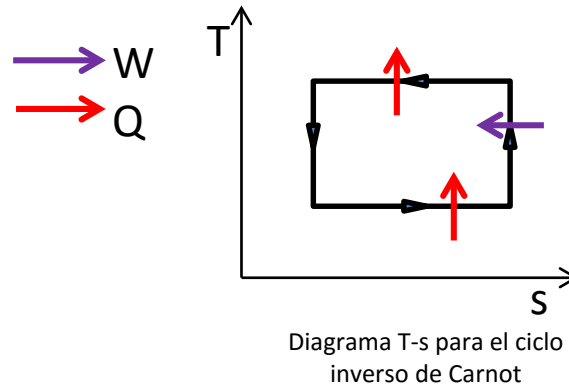
$$|W| = |Q_C| - |Q_F|$$

$$\frac{|Q_C|}{|W|} - \frac{|Q_F|}{|W|} = \frac{|W|}{|W|}$$

$$COP_{BdC} = COP_{MF} + 1$$



Pensando a partir del 2º Principio: el **Teorema de Clausius Clapeyron** nos dice que transvasamos calor del foco frío al caliente pero hace falta trabajo. Da igual que nos interese Q_F o Q_C .



Si observamos el **máximo COP esperable** (será el correspondiente al ciclo inverso de Carnot (recuérdense los corolarios de Carnot*):

$$COP_{MF} = \frac{|Q_F|}{|W|} = \frac{|Q_F|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{T_F \cdot \Delta S}{T_C \cdot \Delta S - T_F \cdot \Delta S} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \leq 1$$

$$COP_{BdC} = \frac{|Q_C|}{|W|} = \frac{|Q_C|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{T_C \cdot \Delta S}{T_C \cdot \Delta S - T_F \cdot \Delta S} = \frac{T_C}{T_C - T_F} > 1 \text{ ¡siempre!}$$

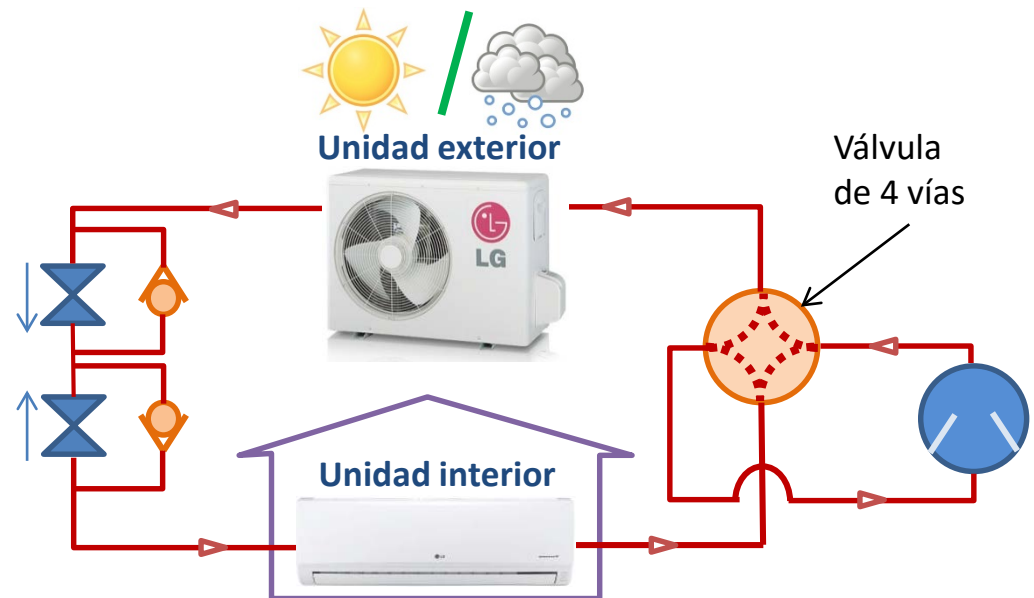
*Puedes repararlo en la cuestión sobre el rendimiento de Carnot.

Los equipos de Aire Acondicionado son en su mayoría “**Bombas de Calor reversibles**” (así se los denomina en la práctica):

- En **invierno** funcionan como BdC (según el concepto termodinámico de BdC): aprovechamos el calor cedido en el condensador.
- En **verano** funcionan como MF (según el concepto termodinámico de MF): aprovechamos el calor extraído en el evaporador.

¡Pero **sigue siendo un ciclo frigorífico!** (¡No se invierte el ciclo, aunque se denominen “reversibles”!).

Estos sistemas disponen de un 4º elemento: una **válvula de 4 vías** que permite actuar al intercambiador situado en el interior de la vivienda como condensador en invierno o como evaporador en verano.



5-2 Capacidad de calefacción

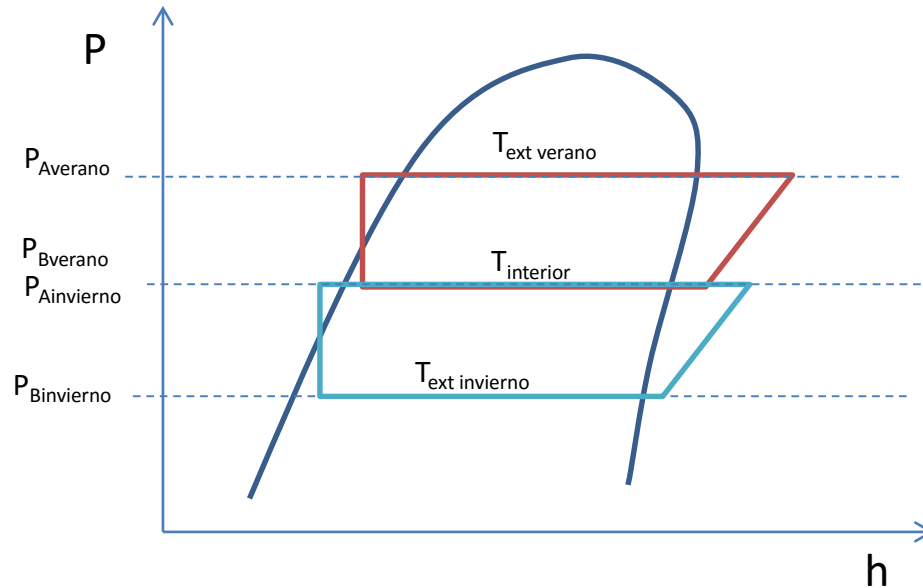
Tamaño de la unidad	Capacidad nominal	Temperatura del aire exterior		Temperatura del aire interior °CBS					
		°CBS	°CBH	16,0	18,0	20,0	21,0	22,0	24,0
				KW	KW	KW	KW	KW	KW
20	2,5	-13,7	-15,0	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
		-11,8	-13,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
		-9,8	-11,0	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,5
		-9,5	-10,0	1,7	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6
		-8,5	-9,1	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6	1,6
		-7,0	-7,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7
		-5,0	-5,6	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,7
		-3,0	-3,7	1,9	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8
		0,0	-0,7	2,0	2,0	2,0	1,9	1,9	1,9
		3,0	2,2	2,1	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9
		5,0	4,1	2,2	2,2	2,1	2,1	2,0	1,9
		7,0	6,0	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0	1,9
		9,0	7,9	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9
		11,0	9,8	2,4	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9
		13,0	11,8	2,5	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9
15,0	13,7	2,5	2,4	2,2	2,1	2,0	1,9		

5-1 Capacidad de refrigeración

CT: Capacidad total; KW - CS: Capacidad sensible; KW

Tamaño de la unidad	Capacidad nominal	Temp. de aire ext. °CBS	Temperatura de aire interior													
			14,0 BH		16,0 BH		18,0 BH		19,0 BH		20,0 BH		22,0 BH		24,0 BH	
			20,0 BS		23,0 BS		26,0 BS		27,0 BS		28,0 BS		30,0 BS		32,0 BS	
			CT	CS	CT	CS	CT	CS	CT	CS	CT	CS	CT	CS	CT	CS
20	2,2	10,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		12,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		14,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		16,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		18,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		20,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		21,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		23,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,9	1,7
		25,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,8	1,7
		27,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,8	1,6
		29,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,6	1,7	2,7	1,6
		31,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,5	1,7	2,7	1,6
		33,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,7	2,5	1,6	2,6	1,6
		35,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,6	2,5	1,6	2,6	1,6
		37,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,3	1,6	2,4	1,6	2,5	1,6
39,0	1,5	1,4	1,8	1,5	2,1	1,6	2,2	1,6	2,2	1,6	2,4	1,6	2,5	1,6		

El COP modo calefacción no coincide con una unidad superior al de modo frío, porque realmente se trabaja entre otras temperaturas en los focos. **Es el mismo sistema, siguiendo el mismo esquema de ciclo, pero DESPLAZADO EN EL DIAGRAMA.**



← Ciclo termodinámico seguido por un equipo de aire acondicionado en invierno (azul) y verano (rojo), para una misma temperatura deseada en el interior del local.

*Debe tenerse en cuenta que las temperaturas de los focos (ambiente exterior e interior) no coincidirán con la de evaporación y condensación. **Piensa por qué.***

- La Ley de Fourier no se aplica directamente.

Ley de Fourier

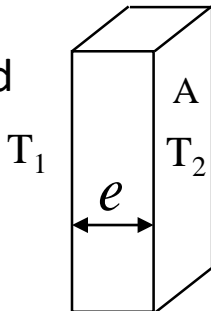
$$\dot{Q} = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \cdot A$$

- Lo que aplicamos proviene de desarrollos basados en esta ley, y es:

Flujo de calor por
conducción en placas

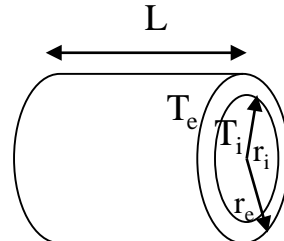
$$\dot{Q} = A \cdot k \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

e: espesor
k: conductividad
térmica
A: área



Flujo de calor por
conducción en tubos

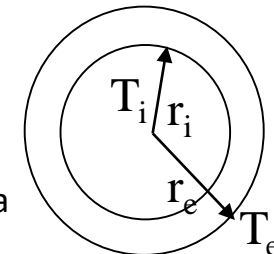
$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi \cdot k \cdot l}}$$



re: radio exterior
ri: radio interior
k: conductividad térmica
l: longitud del tubo

Flujo de calor por
conducción en
casquetes esféricos

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{r_e - r_i}{4\pi k \cdot r_e \cdot r_i}}$$



re: radio exterior
ri: radio interior
k: conductividad
térmica

- Esas expresiones que aplicamos provienen de asemejar el problema a una red eléctrica:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R}$$

$\dot{Q} \approx$ intensidad

$\Delta T \approx$ voltaje

$R \approx$ resistencia eléctrica

- Siendo la **resistencia a la transferencia de calor por conducción** para las distintas geometrías:

Resistencia a la
conducción en placas

$$R = \frac{e}{k \cdot A}$$

Resistencia a la
conducción en tubos

$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi \cdot k \cdot l}$$

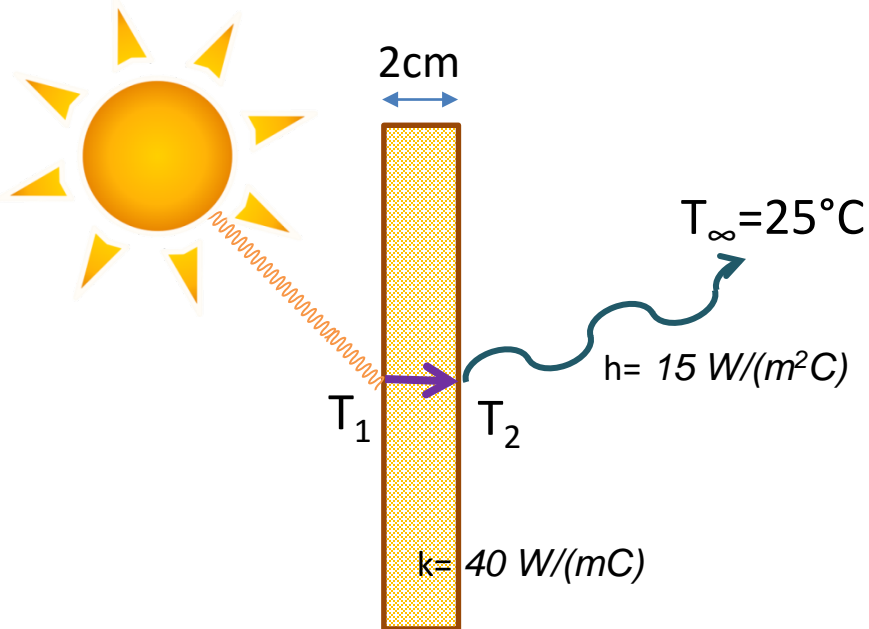
Resistencia a la
conducción en
casquetes esféricos

$$R = \frac{r_e - r_i}{4\pi k \cdot r_e \cdot r_i}$$

Y estas expresiones derivan de desarrollar la ecuación general de la conducción para dichas geometrías y aplicar la Ley de Fourier.

Luego: **en conducción** aplicamos la expresión del flujo de calor correspondiente al medio particular, pero **en convección** se aplica directamente la Ley de Enfriamiento de Newton. Obsérvese en el siguiente ejemplo:

Una placa de 2 cm de espesor está expuesta a los rayos solares por una de sus caras y absorbe 900 W/m^2 . Esta energía se disipa por convección en aire a 25°C por la otra cara de la placa. Si el coeficiente de película entre la placa y el aire es de $15 \text{ W/m}^2\text{C}$. Determinar la temperatura de la superficie no expuesta al sol. La conductividad térmica de la placa es de 40 W/mC . ¿Cuál será la temperatura de la otra cara?



$$\dot{q} = 900 \text{ W}/\text{m}^2$$

$$\text{II} \quad \dot{q}_{cond} = k \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

$$\text{II} \quad \dot{q}_{conv} = h \cdot (T_2 - T_\infty)$$

Transmisión de calor por conducción en una placa

Ley de Enfriamiento de Newton

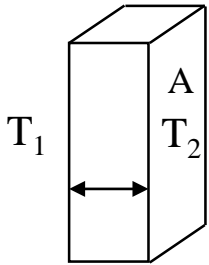
$$T_2 = 85^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 85,45^\circ\text{C}$$

OBTENCIÓN DE LA EXPRESIÓN DE LA RESISTENCIA TÉRMICA: **Placa plana**

Ecuación general de la conducción

unidimensional, conductividad constante:



$$\frac{1}{r^n} \frac{\delta}{\delta r} \left(r^n \frac{\delta T}{\delta r} \right) + \frac{g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta t}$$

PARTICULARIZANDO

Coordenadas cartesianas (n=0)
Reg. Estacionario
Sin generación

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Integrando resulta: $T(x) = x \cdot C_1 + C_2$

Aplicando condiciones de contorno de 1ª especie:

$$\begin{aligned} T(x=0) &= T_1 \\ T(x=e) &= T_2 \end{aligned}$$

obtenemos la **distribución de temperaturas:**

$$T(x) = x \cdot \frac{T_2 - T_1}{e} + T_1$$

Y por fin, **aplicando la Ley de Fourier:** obtenemos el **flujo de calor en placas:**

$$\dot{Q} = -k \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right) \cdot A = -k \cdot \left(\frac{T_2 - T_1}{e} \right) \cdot A$$

$$\dot{Q} = A \cdot k \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

Resistencia a la conducción en placas

$$R = \frac{e}{k \cdot A}$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R}$$

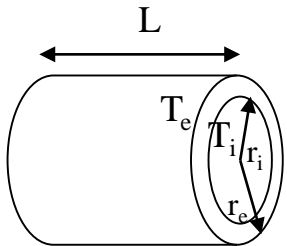
OBTENCIÓN DE LA EXPRESIÓN DE LA RESISTENCIA TÉRMICA:

Ecuación general de la conducción

unidimensional, conductividad constante:

$$\frac{1}{r^n} \frac{\delta}{\delta r} \left(r^n \frac{\delta T}{\delta r} \right) + \frac{g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta t}$$

TUBOS



PARTICULARIZANDO

Coordenadas cilíndricas (n=1)
 Reg. Estacionario
 Sin generación

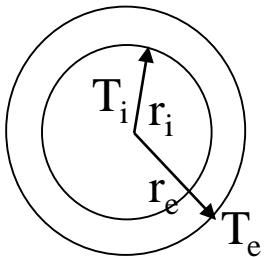
$$\frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

$$T(r = r_i) = T_i$$

$$T(r = r_e) = T_e$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi \cdot k \cdot l}} \quad R$$

ESFERAS



PARTICULARIZANDO

Coordenadas esféricas (n=2)
 Reg. Estacionario
 Sin generación

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

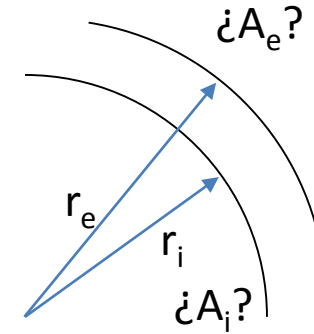
$$T(r = r_i) = T_i$$

$$T(r = r_e) = T_e$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{r_e - r_i}{4\pi k \cdot r_e \cdot r_i}} \quad R$$

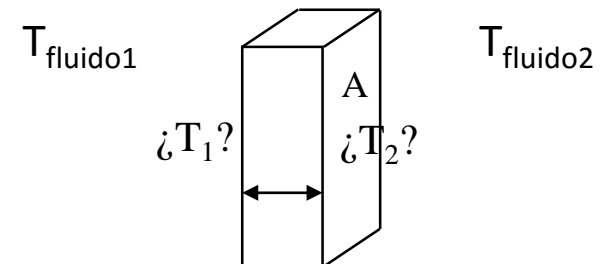
- En las expresiones de la resistencia térmica aparece el Área, pero:

¿qué área consideramos
en tubos y casquetes esféricos,
la interior o la exterior?



- Y si, como sería el caso más usual, el cuerpo se encuentra inmerso en un fluido y son las temperaturas de éste las que conocemos,

¿cómo debemos plantear la
transferencia de calor?



- La conductividad que se introduce en el número de Nusselt es **la obtenida de las tablas para el fluido, NO la de la superficie desde/ hacia la que se disipa calor.**

Ejemplo:

Propiedades del aire seco a presión atmosférica

T (°C)	ρ (kg/m ³)	C _p (kJ/kg·K)	$\mu \cdot 10^6$ (N·s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
-10	1.341	1.006	16.8	12.52	22.88	16.96	0.7387
0	1.292	1.006	17.29	13.38	23.64	18.17	0.7362
5	1.269	1.006	17.54	13.82	24.01	18.8	0.735
10	1.247	1.006	17.78	14.26	24.39	19.44	0.7336
15	1.225	1.007	18.02	14.71	24.76	20.08	0.7323
20	1.204	1.007	18.25	15.16	25.14	20.74	0.7309
25	1.184	1.007	18.49	15.61	25.51	21.4	0.7296
30	1.164	1.007	18.72	16.08	25.88	22.08	0.7282
35	1.146	1.007	18.95	16.54	26.25	22.76	0.7268
40	1.117	1.007	19.18	17.02	26.62	23.45	0.7255
45	1.11	1.007	19.41	17.49	26.99	24.16	0.7241
50	1.092	1.007	19.63	17.97	27.35	24.87	0.7228

Número de Nusselt

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k}$$

Si nos detenemos a pensar en el **significado del número de Nusselt**, tiene sentido su expresión como la relación entre el coeficiente de película y la conductividad:

$$Nu = \frac{\text{Calor por convección}}{\text{Calor por conducción}}$$

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k}$$

h: coeficiente de película [W/(m²·K)]
L : longitud característica* de la geometría del problema [m]
k : conductividad térmica del fluido [W/(m·K)]

Luego **en fluidos también se produce transferencia de calor por conducción**, aunque la transferencia de calor principal tenga lugar por el movimiento macroscópico de las moléculas gracias a su “mayor libertad de movimiento”.

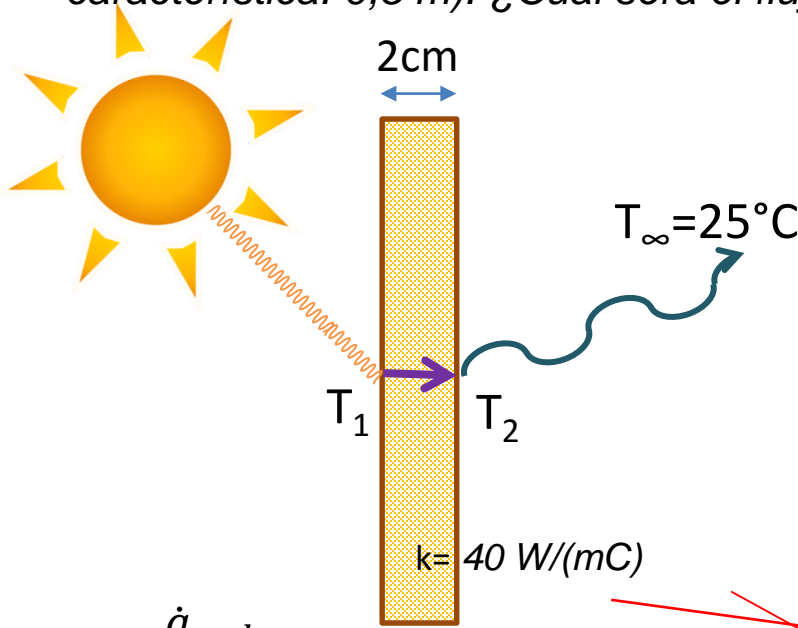
Observa además algunas **conductividades de distintos fluidos** a una misma temperatura:

Agua (**líquido**) → k(10°C) = **0,583** W/(m°C)

Aire (**gas**) → k(10°C) = **0,02439** W/(m°C)

Mercurio (**metal líquido**) → k(10°C) = **8,13** W/(m°C)

Una placa de 2 cm de espesor está expuesta a los rayos solares por una de sus caras, que se disipa por convección en aire a 25°C por la otra cara de la placa, la cual se encuentra a 85°C. La conductividad térmica de la placa es de 40 W/mC. Calcúlese el coeficiente de película si sobre la placa sopla un viento a 27km/h paralelo a la placa (longitud característica: 0,5 m). ¿Cuál será el flujo de calor recibido por radiación?



Calculamos la h del problema de convección forzada sobre placa plana, con L=0,5 m

Propiedades del Aire a 55°C:

$$\nu = 18,46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 27,72 \cdot 10^{-3} \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$$

$$Pr = 0,7215$$

$$Re \approx 2,03 \cdot 10^5 \rightarrow \text{Laminar}$$

$$Nu = 2 \cdot 0,332 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} = 268,3$$

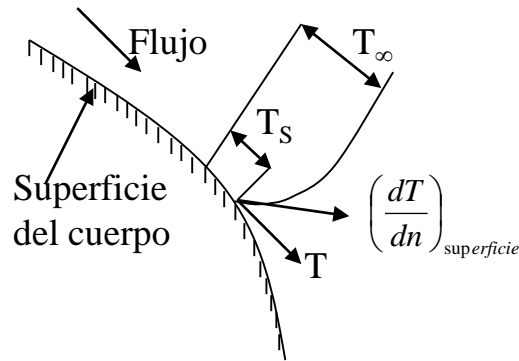
$$\dot{q}_{rad} \parallel \dot{q}_{cond} = k \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

$$\parallel \dot{q}_{conv} = h \cdot (T_2 - T_\infty)$$

$$h = \frac{Nu \cdot k}{L} = \frac{268,3 \cdot 27,72 \cdot 10^{-3} \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})}{0,5\text{m}} \approx 15 \frac{\text{W}}{\text{m}^2^\circ\text{C}}$$

Con lo que podría calcularse la densidad de flujo de calor a través de la placa.

CONDICIÓN DE CONTORNO: Todo el flujo de calor que se cede desde/se absorbe en la superficie se disipará al/ proviene del fluido por convección:



$$h(T_s - T_\infty) = -K_f \left(\frac{dT}{dn} \right)_{superficie}$$

Despejando h:

$$h = \frac{-K_f \left(\frac{dT}{dn} \right)_{superficie}}{(T_s - T_\infty)} \Rightarrow h = \frac{k \cdot d\theta}{L \cdot dY} \Rightarrow Nu = \frac{d\theta}{dY}$$

Adimensionalizando: $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$ $Y = \frac{y}{L}$

- El **número de Prandtl** depende sólo de las propiedades del fluido, y nos refleja el espesor relativo de las capas límite dinámica y térmica, ya que relaciona:

$$Pr = \frac{\text{Difusión molecular del movimiento}}{\text{Difusión molecular del calor}}$$

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$$

C_p : calor específico del fluido a presión constante [J/(kg•K)]

k : conductividad térmica del fluido [W/(m•K)]

ν : viscosidad cinemática del fluido [m²/s]

α : difusividad térmica del fluido [m²/s]

μ : viscosidad dinámica del fluido [kg/(m•s)]

Luego:

si es elevado, la presencia de la superficie afecta más al fluido a nivel dinámico que térmico;
 si ambas capas límites son semejantes el Prandtl será próximo a la unidad;
 y si tiene mayor peso la conductividad en el fluido el Pr será muy bajito.

Resultan pues lógicos sus valores típicos para los distintos fluidos:

	k [W/(m°C)]	ν [m ² /s]	α [m ² /s]	Pr
Agua a 10°C	0,583	1,297·10 ⁻⁶	0,1387·10 ⁻⁶	9,348
Aire a 10°C	0,02439	14,26·10 ⁻⁶	19,44·10 ⁻⁶	0,7366
Mercurio a 10°C	8,13	1,188·10 ⁻⁷	0,434·10 ⁻⁵	0,027

Pr>1 → líquidos

Pr≈1 → gases

Pr<<1 → metales

líquidos

En **conducción transitoria**, se trabaja con el **número adimensional de Biot**, que relaciona:

$$Bi = \frac{\text{Resistencia térmica (conducción) del cuerpo}}{\text{Resistencia térmica (convección) de la película superficial}}$$

Y su expresión resulta de la forma: $Bi = \frac{h \cdot l}{k}$

Sin embargo, aunque su expresión parezca la misma, no debe confundirse con el número de Nusselt, pues como puede deducirse de la relación de su definición, estrictamente se plantea como:

$$Bi = \frac{l/k}{1/h}$$

Además, **el Biot está asociado al sólido**,
mientras que **el Nusselt está asociado al fluido**.

(Es decir: en el Biot SÍ introducimos la k del sólido).

Obsérvese cuál es el error más habitual sobre el siguiente ejemplo:

Determinense las pérdidas de calor a través de una ventana de un local climatizado a 22°C , un día de invierno en el que se registra una temperatura exterior de 5°C y una velocidad del viento de 5 m/s paralelo al terreno. La ventana tiene de dimensiones 1 m de ancho x $1,2\text{ m}$ de alto, siendo el espesor del cristal 4 mm y su conductividad $0,7\text{ W}/(\text{m}^{\circ}\text{C})$. Considérese que la temperatura superficial del cristal exterior es de 9°C y que el coeficiente de película interior es $2,82\text{ W}/(\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$.

