



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado
Grado en Finanzas, Banca y Seguros

Planes de Ahorro CIALP

Presentado por:

Susana Maldonado Peña

Valladolid, 29 de junio de 2019

RESUMEN

En los últimos años la tasa de ahorro de las familias españolas ha descendido notablemente. Por esa razón, el Gobierno ha creado un nuevo instrumento financiero con el fin de fomentar el ahorro de los pequeños inversores, el Plan de Ahorro a Largo Plazo. En este trabajo estudiamos las características y ventajas fiscales de un tipo concreto de planes de ahorro, la Cuenta Individual de Ahorro a Largo Plazo. Además, calculamos su rentabilidad neta después de impuestos utilizando el método numérico de Newton-Raphson, lo que nos permite comparar el producto con otros instrumentos financieros similares.

Palabras clave: Ahorro, CIALP, rentabilidad neta, método de Newton-Raphson.

Código JEL: C02, C63, G21.

ABSTRACT

In recent years, there has been a significant decrease in the saving rate of Spanish families. For this reason, the Government has created a new financial instrument in order to encourage savings for small investors, the Long-Term Savings Plan. In this essay, we study the characteristics and tax advantages of a particular type of savings plans, the "Cuenta Individual de Ahorro a Largo Plazo". Additionally, we calculate its rate of net profitability after taxes using Newton-Raphson's numerical method, which allows us to compare the product with other similar financial instruments.

Key words: Saving, CIALP, net profitability, Newton-Raphson method.

JEL Classification: C02, C63, G21.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. EL AHORRO EN ESPAÑA	2
3. PLANES DE AHORRO A LARGO PLAZO	6
4. VALORACIÓN FINANCIERA DE UNA CUENTA INDIVIDUAL A LARGO PLAZO	9
4.1. Aportaciones anuales	11
4.1.1. Aportaciones anuales variables	11
4.1.2. Aportaciones anuales constantes	13
4.2. Aportaciones fraccionadas	15
4.2.1. Aportaciones fraccionadas variables	16
4.2.2. Aportaciones fraccionadas constantes	18
5. MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON	20
6. APLICACIÓN PRÁCTICA	24
7. CONCLUSIONES	32
8. BIBLIOGRAFÍA	34

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Tasa de ahorro anual de los hogares de España	3
Figura 2.2 Tasa de ahorro de los hogares europeos	4
Figura 2.3 Distribución de los activos financieros de las familias europeas en 2016	5
Figura 4.1 Esquema de aportaciones realizadas a un CIALP	10
Figura 4.2 Esquema de aportaciones anuales y constantes a un CIALP	13
Figura 4.3 Esquema de aportaciones fraccionadas y variables a un CIALP	16
Figura 4.4 Esquema de aportaciones fraccionadas y constantes a un CIALP	18
Figura 5.1 Construcción geométrica del método de Newton-Raphson	21
Figura 6.1 Evolución de la rentabilidad de un CIALP para diferentes tipos de interés iniciales	26
Figura 6.2 Comparación de la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP, un depósito y una operación de constitución de capitales	27
Figura 6.3 Diferencia de rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP con un depósito y una operación de constitución de capitales	28
Figura 6.4 Comparación de la rentabilidad de un CIALP y un depósito a 2 y 4 años	30
Figura 6.5 Diferencia de rentabilidad de un CIALP y un depósito a 2 y 4 años	31

1. INTRODUCCIÓN

El ahorro de las familias juega un papel importante en la economía de los países. Sin embargo, en España, los bajos tipos de interés vigentes en la actualidad unidos al perfil conservador de los inversores españoles y la predominancia en sus carteras de productos financieros de bajo riesgo, como los depósitos, son la razón principal por la que la tasa de ahorro de las familias españolas se encuentra a día de hoy en mínimos históricos.

Es por esa razón por lo que el Gobierno se ha visto en la necesidad de llevar a cabo una serie de medidas encaminadas a incentivar el ahorro a largo plazo de la población española, siendo una de ellas la creación de un nuevo instrumento financiero denominado Plan de Ahorro a Largo Plazo (PALP).

En este trabajo analizamos un tipo concreto de plan de ahorro, la Cuenta Individual de Ahorro a Largo Plazo (CIALP). Esta modalidad de instrumento financiero se configura en forma de depósitos y se contrata con entidades de crédito, siendo sus ventajas fiscales el principal atractivo del producto.

El objetivo principal del trabajo es conocer en profundidad qué son los CIALP y cuáles son sus principales características, así como su valoración financiera, lo que nos va a permitir calcular su rentabilidad neta después de impuestos con el fin de comparar el producto con otros instrumentos financieros similares.

Por lo tanto, el trabajo se estructura de la siguiente manera. En primer lugar, exponemos la importancia del ahorro en la sociedad así como la estructura del mismo en nuestro país, su evolución y las dificultades a las que se enfrenta. En segundo lugar, definimos los PALP, sus características y ventajas fiscales, además de las modalidades existentes y las diferencias entre ellos.

A continuación, definimos las variables que intervienen en la valoración financiera de un CIALP y estudiamos la ecuación de la rentabilidad anual efectiva y la rentabilidad neta después de impuestos del producto en diversas situaciones, según cómo sean las aportaciones al plan.

Posteriormente, describimos el método numérico de Newton-Raphson como procedimiento de cálculo de soluciones de las ecuaciones no lineales de la rentabilidad, así como las condiciones que deben darse para que funcione correctamente y las limitaciones a las que se enfrenta.

Por último, con ayuda del software Matlab, realizamos programas para hacer un análisis empírico que nos permite estudiar la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP en diversas situaciones, y compararla con la de otros productos de ahorro similares.

2. EL AHORRO EN ESPAÑA

La actual situación económica de España y las grandes dificultades económicas que venimos arrastrando en los últimos años, nos han llevado a darnos cuenta del papel tan importante que tiene el ahorro, tanto para las familias como para la economía de un país.

En términos generales, consideramos que el ahorro es la parte de nuestra renta que no consumimos. Desde el punto de vista de las familias, el ahorro es fundamental para poder hacer frente a posibles necesidades futuras, ya sean estas previstas, como la compra de una vivienda o la educación de los hijos, o imprevistas.

El consumo, analizándolo desde una perspectiva macroeconómica, se puede considerar el principal motor de la economía, pero como en todas las cosas, debe existir un término medio. Para que aumente la capacidad productiva de un país, es necesario que las empresas inviertan en diversos campos (tecnología, maquinaria, formación...), lo cual hace que recurran a las entidades de crédito en busca de recursos, véase Alto Nivel (2011).

Estos recursos financieros, que sirven para financiar las inversiones de los agentes económicos, provienen de las familias que depositan sus ahorros en los bancos. Por lo tanto, lo verdaderamente importante para el crecimiento de un

país no es solo que las familias ahorren, sino que depositen ese dinero en las entidades bancarias. Aquí reside el papel fundamental de las políticas económicas de los países. Si las remuneraciones por mantener los ahorros en los bancos son suficientes, las personas se sienten más motivadas a depositar su dinero en las entidades bancarias, promoviendo así la circulación del dinero entre los distintos agentes económicos, véase En Naranja (2012).

Según los informes estadísticos recientes publicados por el Instituto Nacional de Estadística (INE), la tasa de ahorro de las familias en España se encuentra en mínimos históricos. Como podemos observar en la Figura 2.1, la tasa de ahorro de los hogares alcanzó un nivel máximo en 2009 tras el estallido de la crisis financiera, mientras que en los años posteriores se ha visto reducida considerablemente. En 2018, el porcentaje de renta que las familias ahorraron respecto de su renta disponible se situó en un 4,9%, un 8,5% menor que al inicio de la crisis económica.

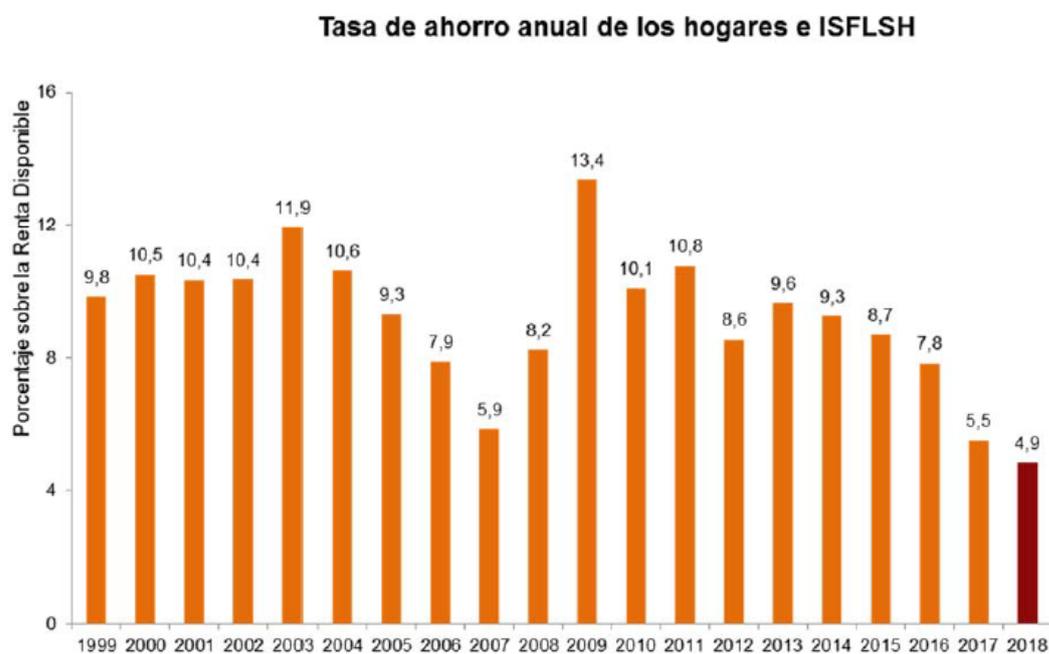


Figura 2.1 Tasa de ahorro anual de los hogares de España. Fuente: INE.

La caída de la tasa de ahorro de las familias en España en los últimos años se debe a varios factores, aunque principalmente se debe a las dificultades para ahorrar que estas han sufrido en un entorno de crisis económica.

Al inicio de la crisis en 2008, el ahorro alcanzó niveles altísimos ya que el miedo hizo que muchas familias decidieran ser precavidas con su dinero. Posteriormente, en los años siguientes, los niveles de ahorro de los hogares fueron bastante menores ya que los ingresos no les permitían hacer frente a todos los gastos asumidos. Asimismo, las expectativas de recuperación económica de los últimos años han llevado a las familias a incrementar de nuevo sus niveles de consumo, lo que ha contribuido de nuevo al decrecimiento de las tasas de ahorro.

Si analizamos la tasa de ahorro de las familias de los últimos años en los principales países europeos (véase Figura 2.2), observamos que España ha tenido históricamente unos niveles de ahorro mucho menores que la media de la zona euro. En 2016, la tasa de ahorro de los hogares españoles fue del 7,8% mientras que la tasa promedio de los países europeos era del 12,1%, muy lejos de Alemania que contaba con unos niveles de ahorro que duplicaban los de España.

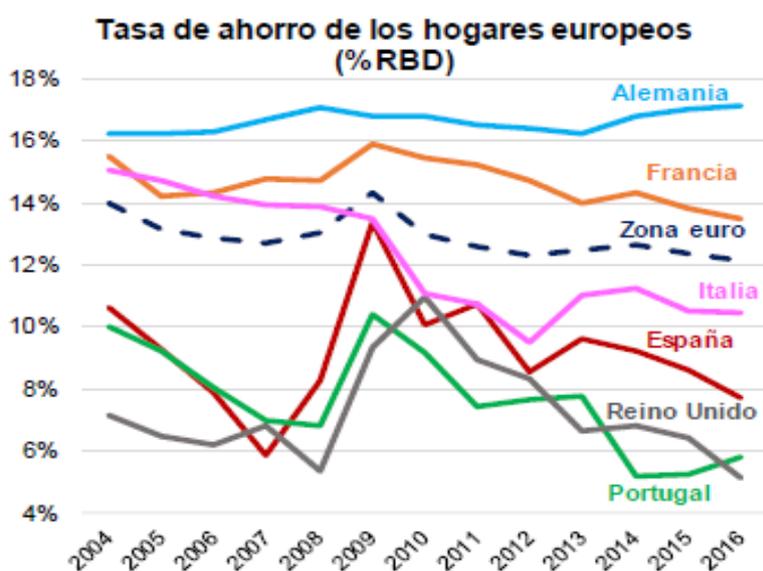


Figura 2.2 Tasa de ahorro de los hogares europeos. Fuente: Inverco.

La distribución del ahorro de las familias españolas es un claro síntoma de la aversión al riesgo de los inversores de este país, siendo esta otra de las grandes diferencias con respecto a sus países vecinos. Actualmente, los españoles dedican gran parte de sus ahorros a invertir en bienes inmuebles, dejando de lado las inversiones en activos financieros, Fernández (2018).

Según datos de la Asociación de Instituciones de Inversión Colectiva y Fondos de Pensiones (Inverco), la distribución de los activos financieros de los hogares europeos en el año 2016 se recoge en la Figura 2.3.

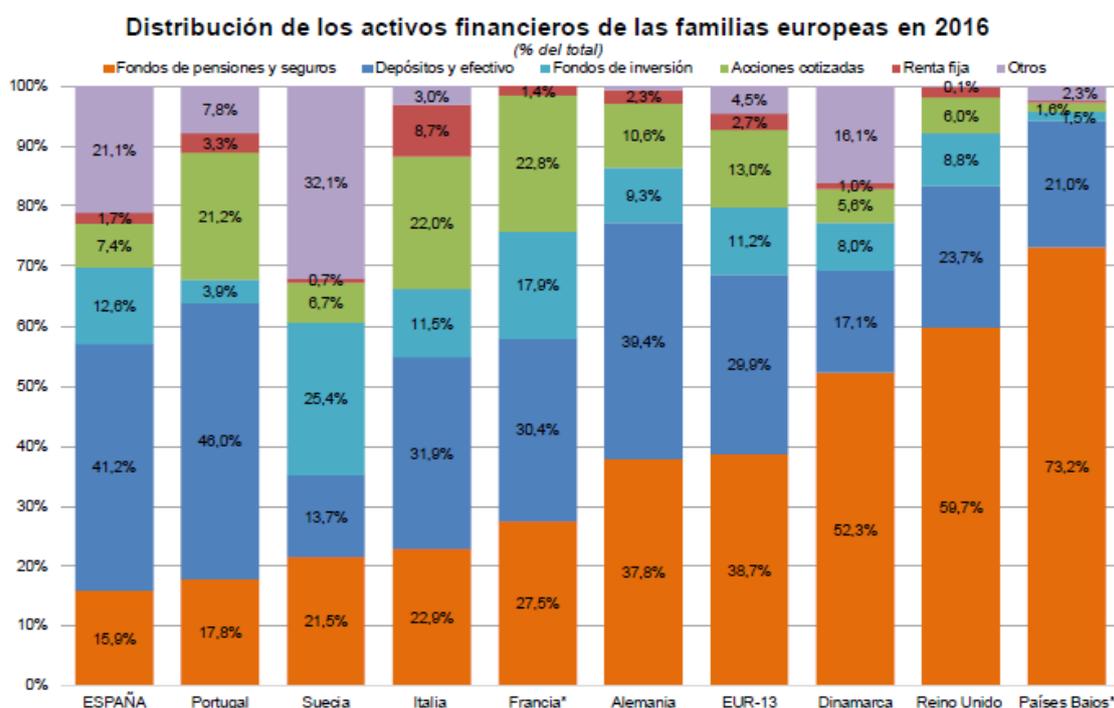


Figura 2.3 Distribución de los activos financieros de las familias europeas en 2016.

Fuente: Inverco.

Es importante destacar el perfil conservador que predomina en la distribución del ahorro de las familias españolas, ya que un 41% de las inversiones financieras se concentra en depósitos bancarios y efectivo. Exceptuando el caso de Portugal, España es el país en el que más se invierte en depósitos bancarios.

Por otro lado, la inversión financiera con mayor peso en los hogares europeos son los fondos de pensiones y los seguros. En 2016, casi un 40% de los activos financieros de las familias europeas fueron seguros y fondos de pensiones, aunque hubo mucha disparidad entre los países ya que en España dichos activos supusieron tan solo un 16% del total de las inversiones financieras, mientras que en Alemania eran un 73%.

Debido a los bajos tipos de interés vigentes en la actualidad, los depósitos han dejado de ser rentables y las familias están moviendo sus ahorros desde este producto a las cuentas corrientes ya que, aunque la rentabilidad de estas sea casi nula, les permite disponer de los fondos en cualquier momento. Aun así, los depósitos siguen siendo en la actualidad los productos bancarios más demandados por los hogares españoles.

En conclusión, es tanta la importancia que tiene el ahorro para la economía de un país que, dado el perfil conservador de los inversores españoles y la predominancia en sus carteras de los productos financieros de bajo riesgo, como los depósitos, es necesario llevar a cabo medidas para incentivar el ahorro de la población española.

3. PLANES DE AHORRO A LARGO PLAZO

Con la finalidad de fomentar el ahorro a medio y largo plazo de las familias y los pequeños inversores, el Gobierno ha introducido un nuevo tipo de instrumento financiero llamado Plan de Ahorro a Largo Plazo (PALP).

Este producto, también conocido como Plan de Ahorro 5, es un contrato realizado entre el contribuyente y una entidad de crédito o aseguradora, cuyas características, así como sus requisitos y limitaciones, aparecen regulados en la Ley 26/2014, de 27 de noviembre, que modifica parcialmente la Ley 35/2006, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, así como las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio.

Tal y como se recoge en dicha ley, *“un contribuyente solo puede ser titular de forma simultánea de un Plan de Ahorro a Largo Plazo”*. Es decir, una persona solo puede tener contratado un PALP al mismo tiempo, ya sea este en forma de depósito o de seguro.

La apertura del PALP se hará efectiva desde el momento en el que se pague la primera prima o aportación. Además, para que el contribuyente se pueda beneficiar de las ventajas fiscales que ofrece este producto, no podrá aportar al plan más de 5.000 euros anuales ni disponer de los fondos invertidos en el mismo antes de un plazo de 5 años.

Respecto a su extinción, se producirá si el titular no cumple con las condiciones del contrato, es decir, si sobrepasa la cuantía máxima de las aportaciones anuales al plan (5.000€) o si recupera el capital invertido antes del plazo estipulado (5 años). En caso de que el contribuyente desee rescatar los fondos del plan, no podrá realizar disposiciones parciales del mismo. Estas disposiciones solo podrán realizarse por su importe total y además han de ser en forma de capital, nunca de rentas.

Al vencimiento del contrato, la entidad, ya sea de crédito o aseguradora, está obligada a garantizar la devolución de, al menos, el 85% del capital que el contribuyente haya aportado al plan.

El principal atractivo de esta modalidad de instrumento financiero se basa en sus ventajas fiscales. Si el contribuyente cumple con la cuantía máxima a aportar de 5.000 euros anuales y mantiene la inversión durante 5 años, los rendimientos positivos generados están exentos de tributación. En caso de incumplimiento de cualquiera de estos dos requisitos, tal y como se recoge en la Ley 26/2014, las ganancias obtenidas tributarán en el IRPF como rendimientos del capital mobiliario y se integrarán en la Base Imponible del Ahorro, aplicando previamente la entidad la correspondiente retención a cuenta del IRPF vigente en dicho momento (actualmente el 19%).

Con relación a los rendimientos del capital mobiliario negativos que se pueden obtener durante la vigencia del PALP, incluidos los que pudieran obtenerse debido a su extinción, la Ley 26/2014 estipula que *“se imputarán al período impositivo en que se produzca dicha extinción y únicamente en la parte del importe total de dichos rendimientos negativos que exceda de la suma de los rendimientos del mismo plan a los que hubiera resultado de aplicación la exención”*.

Según sea la forma en la que se materializan los PALP, podemos encontrarnos dos tipos diferentes de planes:

- La Cuenta Individual de Ahorro a Largo Plazo (CIALP), que se instrumenta en forma de contratos financieros o de depósitos que se contratan con entidades de crédito.
- El Seguro Individual de Ahorro a Largo Plazo (SIALP), instrumentado a través de un seguro combinado y celebrado con entidades aseguradoras.

En el contrato celebrado con la entidad debe constar de manera clara y explícita si se trata de un CIALP o de un SIALP. En caso de tratarse de un CIALP, se celebran contratos de depósito o bien contratos financieros entre el cliente y la entidad financiera, teniendo lugar la apertura del plan en el momento en que se realice la primera aportación al mismo. Por el contrario, cuando se contrata un SIALP, se realiza un seguro combinado con prestaciones en caso de supervivencia y fallecimiento. En particular, en el caso de supervivencia la figura del contratante coincide con la de asegurado y beneficiario. En este caso, la apertura del plan tiene lugar cuando se satisfaga la primera prima.

Por otro lado, un CIALP se contrata con una entidad de crédito por lo que la cantidad invertida en este producto está garantizada por el Fondo de Garantía de Depósitos (FGD), el cual asegura hasta un límite máximo de 100.000 euros por persona y entidad. Sin embargo, un SIALP se contrata con una entidad aseguradora, por lo que la inversión no estará garantizada por dicho fondo, sino

que dependerá exclusivamente de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (DGSFP).

En el caso de tratarse de un SIALP, la Ley 26/2014 estipula que, transcurrido el período de vigencia del contrato, el contribuyente tiene la posibilidad de reinvertir el capital constituido al vencimiento en un nuevo SIALP, sin que dicha aportación compute a efectos del límite de 5.000 euros anuales. Asimismo, para el cómputo del plazo, se toma como referencia la fecha de apertura del primer contrato de seguro, lo que quiere decir que, al renovar el contrato, se mantiene la antigüedad del anterior y en caso de disponer del capital antes del vencimiento, no se pierden las ventajas fiscales. Por el contrario, si se trata de un CIALP, una vez llegado el vencimiento del contrato la entidad está obligada a reembolsar el capital constituido al titular de la cuenta, sin posibilidad de reinvertir dicho capital en otro.

4. VALORACIÓN FINANCIERA DE UNA CUENTA INDIVIDUAL A LARGO PLAZO

El CIALP es una operación financiera de constitución de capitales mediante la cual el acreedor realiza aportaciones al plan durante un cierto tiempo y recibe al vencimiento del contrato la inversión realizada más los intereses producidos. Se trata de una operación a largo plazo ya que, para poder disfrutar de sus ventajas fiscales, la inversión realizada debe mantenerse un período de 5 años. Por tanto, la ley financiera que se utiliza para su valoración es la capitalización compuesta.

Las principales variables que intervienen en la valoración de este producto financiero son las siguientes:

- Las aportaciones (A): son las cuantías que el ahorrador invierte en el plan. En el caso de los CIALP, puede realizar tantas aportaciones como quiera siempre que cumpla el límite máximo de 5.000 euros anuales establecido en la Ley 26/2014. Son prepagables ya que la apertura del plan tiene lugar en el momento en el que se realiza la primera aportación.

- Tipo de interés (i): es el tipo de interés efectivo que se espera obtener del capital invertido.
- Fondo acumulado (FA): es el capital constituido al vencimiento del contrato. Está formado por el conjunto de las aportaciones realizadas al plan junto con los rendimientos generados por estas.
- Retención (r): es la tasa de retención a cuenta del IRPF sobre los rendimientos obtenidos.
- Rentabilidad efectiva (i_r): es la rentabilidad anual efectiva de la operación.
- Rentabilidad neta (i_N): es la rentabilidad neta de la operación una vez descontados los impuestos.

En la Figura 4.1 observamos un esquema de las aportaciones que se realizan al plan durante n períodos, siendo la cuantía de estas y el tipo de interés variables:

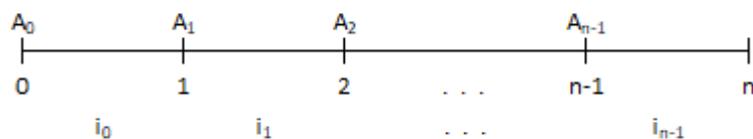


Figura 4.1 Esquema de aportaciones realizadas a un CIALP.

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, calculamos el fondo acumulado al vencimiento del contrato. Para el caso más general, capitalizamos todas las aportaciones realizadas al plan hasta su vencimiento en el momento n , al tipo de interés vigente en cada momento, Navarro (2019):

$$FA = A_0(1 + i_0) \dots (1 + i_{n-1}) + A_1(1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + \dots + A_{n-1}(1 + i_{n-1}) ,$$

que se puede expresar de la forma

$$FA = \sum_{k=0}^{n-1} A_k \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h) . \quad (1)$$

Para calcular la rentabilidad anual efectiva al finalizar el contrato, que es cuando el titular va a recibir el capital constituido, hay que resolver la ecuación de equilibrio que relaciona el valor de las aportaciones realizadas al plan con el valor de las prestaciones recibidas, De Pablo (2002).

Debemos tener en cuenta que, según las hipótesis que se establezcan sobre las aportaciones, los tipos de interés, etc., podemos encontrarnos ante multitud de variantes a la hora de plantear las ecuaciones de rentabilidad de un CIALP.

A continuación, estudiamos la rentabilidad anual efectiva y la rentabilidad neta después de impuestos de este producto financiero de una manera más concreta, dependiendo de cómo sean las aportaciones al plan.

4.1. Aportaciones anuales

En este apartado planteamos las distintas ecuaciones que nos van a permitir obtener la rentabilidad de un CIALP cuando las aportaciones a este se realicen con periodicidad anual. Dichas aportaciones son siempre prepagables, es decir, se realizan al comienzo de cada año con el fin de mantener la inversión el mayor tiempo posible, maximizando de esta manera los intereses a recibir por el plan y las ventajas fiscales.

Para analizar dicha rentabilidad es necesario distinguir si las aportaciones realizadas son constantes o variables durante el período de vigencia del plan.

4.1.1. Aportaciones anuales variables

En este supuesto, las aportaciones al CIALP son variables a lo largo de la vigencia del plan y se pagan al comienzo de cada año. El esquema de las aportaciones se corresponde con el que se muestra en la Figura 4.1 y a partir de la expresión (1) calculamos el fondo acumulado al vencimiento del contrato.

La rentabilidad anual efectiva de la operación requiere que resolvamos la ecuación de equivalencia financiera en la que se iguala el valor de las prestaciones y contraprestaciones en un instante de tiempo cualquiera:

$$FA = A_0(1 + i_r)^n + A_1(1 + i_r)^{n-1} + \dots + A_{n-1}(1 + i_r). \quad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$\sum_{k=0}^{n-1} A_k \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k (1 + i_r)^{n-k}, \quad (3)$$

siendo la incógnita dicha rentabilidad, i_r .

Para el cálculo de la rentabilidad neta después de impuestos es necesario distinguir dos situaciones diferentes:

- Si se mantienen los fondos invertidos durante 5 años, los intereses generados por el plan no están sujetos a retención a cuenta del IRPF ni tampoco a tributación en dicho impuesto. Por eso, la rentabilidad neta después de impuestos coincide con la rentabilidad anual efectiva de la operación. Por tanto, $i_N = i_r$ debe verificar la expresión (3).
- Si los fondos no se mantienen un período mínimo de 5 años, se aplicará una retención a cuenta del IRPF sobre las ganancias obtenidas, que posteriormente tributarán en el IRPF como rendimientos del capital mobiliario y formarán parte de la base imponible del ahorro. La base imponible del ahorro tributa a unos tipos generales, siendo el más pequeño (actualmente para bases imponibles del ahorro de hasta 6.000€) igual a la tasa de retención a cuenta del IRPF. Por tanto, se compensará con las retenciones a cuenta del IRPF. En este trabajo, por sencillez, supondremos siempre que el tipo impositivo al que está sujeta la base imponible del ahorro coincide con la tasa de retención a cuenta del IRPF.

Si suponemos que la cancelación del CIALP tiene lugar al final de un número entero de años n , siendo $n < 5$, la rentabilidad neta después de impuestos i_N verifica:

$$FA - r \left(FA - \sum_{k=0}^{n-1} A_k \right) = A_0(1 + i_N)^n + A_1(1 + i_N)^{n-1} + \dots + A_{n-1}(1 + i_N). \quad (4)$$

Sustituyendo el fondo acumulado (1) en (4) y agrupando términos tenemos que

$$\left(\sum_{k=0}^{n-1} A_k \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h) \right) (1 - r) + r \sum_{k=0}^{n-1} A_k = \sum_{k=0}^{n-1} A_k (1 + i_N)^{n-k},$$

donde i_N es la rentabilidad neta después de impuestos que se trata de obtener.

4.1.2. Aportaciones anuales constantes

En este caso, suponemos que las aportaciones que se realizan al plan son constantes, prepagables y con periodicidad anual. En la Figura 4.2 observamos un esquema gráfico de este escenario:

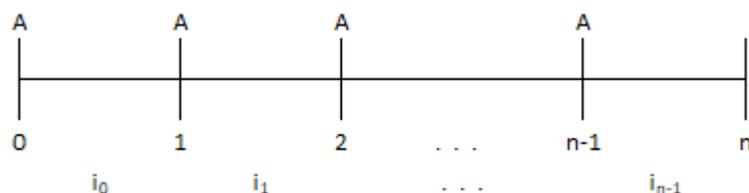


Figura 4.2 Esquema de aportaciones anuales y constantes a un CIALP.

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar, calculamos el fondo acumulado en el momento n , cuando finaliza el contrato. Para ello, capitalizamos todas las aportaciones realizadas al plan hasta el momento n , al tipo de interés vigente en cada momento. En este caso la expresión (1) se puede enunciar de la siguiente manera

$$FA = A[(1 + i_0)(1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + (1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + \dots + (1 + i_{n-1})],$$

es decir,

$$FA = A \sum_{k=0}^{n-1} \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h). \quad (5)$$

Posteriormente, planteamos la ecuación de equilibrio financiero que relaciona las aportaciones realizadas al plan con las prestaciones recibidas, siendo la incógnita la rentabilidad anual efectiva de la operación:

$$FA = A[(1 + i_r)^n + (1 + i_r)^{n-1} + \dots + (1 + i_r)] = A \ddot{S}_{n|i_r}. \quad (6)$$

Sustituyendo el fondo acumulado (5) en (6) obtenemos la siguiente expresión:

$$A \sum_{k=0}^{n-1} \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h) = A \ddot{S}_{n|i_r}. \quad (7)$$

Tal y como podemos observar, el valor de las aportaciones A aparece en ambos términos de la ecuación por lo tanto se puede simplificar. Es decir, la rentabilidad efectiva de la operación no dependerá de las aportaciones realizadas al plan siempre que estas sean constantes.

A la hora de calcular la rentabilidad neta después de impuestos, dependiendo de si se cumplen o no los requisitos exigidos para poder beneficiarse de las ventajas fiscales del CIALP, podemos encontrarnos ante dos situaciones diferentes:

- Si se mantiene la inversión durante 5 años y por tanto las ganancias generadas por el plan están exentas de tributación en el IRPF, la rentabilidad neta después de impuestos i_N coincide con la rentabilidad anual efectiva en (7).
- Si los fondos no se mantienen en el plan los 5 años exigidos, se pierden las ventajas fiscales. Es decir, los rendimientos obtenidos deberán tributar en el IRPF y se le aplicará la retención a cuenta. Si suponemos que se dejan de realizar aportaciones al final de un número entero de años, n , se verifica que

$$FA - r(FA - nA) = A \ddot{S}_{n|i_N} . \quad (8)$$

Sustituyendo el valor del fondo acumulado (5) en (8), llegamos a la siguiente relación:

$$\left(A \sum_{k=0}^{n-1} \prod_{h=k}^{n-1} (1 + i_h) \right) (1 - r) + r nA = A \ddot{S}_{n|i_N} .$$

Al igual que sucedía en la expresión (7) de la rentabilidad anual efectiva, observamos que las aportaciones al plan se simplifican y por tanto la rentabilidad neta después de impuestos tampoco depende de la cuantía de dichas aportaciones.

4.2. Aportaciones fraccionadas

Habitualmente, en los planes de ahorro, las aportaciones son fraccionadas ya que se suelen realizar con una periodicidad inferior al año. Por tanto, en esta sección planteamos las ecuaciones de la rentabilidad anual efectiva y de la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP cuando se realizan m aportaciones al año. Dependiendo de si las aportaciones realizadas al plan son variables o constantes, es necesario analizar por separado el proceso de cálculo de dichas rentabilidades.

4.2.1. Aportaciones fraccionadas variables

Suponemos que se realizan m aportaciones al año a un CIALP de manera prepagable, siendo la cuantía de cada una de ellas variable anualmente. Por lo tanto, en el año 1 cada una de las aportaciones será de cuantía $\frac{A_0}{m}$, en el año 2 será $\frac{A_1}{m}$, así hasta el último año cuyo importe será de $\frac{A_{n-1}}{m}$, siendo la aportación anual al plan, $A_j, j = 0, \dots, n-1$, como máximo de 5.000 euros, tal y como se recoge en la Ley 26/2014.

En cuanto a los tipos de interés, suponemos que varían anualmente. Esta situación está representada de manera esquemática en la Figura 4.3.

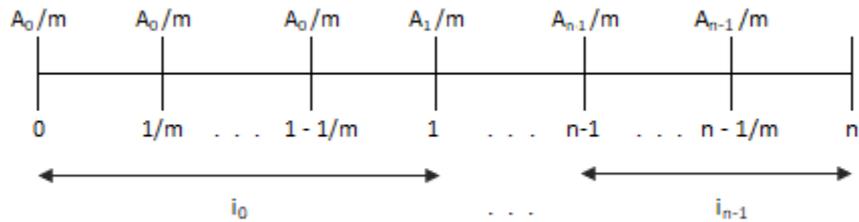


Figura 4.3 Esquema de aportaciones fraccionadas y variables a un CIALP.

Fuente: Elaboración propia.

El capital constituido al final del contrato será el resultado de capitalizar todas las aportaciones al plan al tipo de interés correspondiente en cada momento. Es decir,

$$\begin{aligned}
 FA &= A_0 \ddot{S}_{1|i_0}^{(m)} (1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + \dots + A_{n-2} \ddot{S}_{1|i_{n-2}}^{(m)} (1 + i_{n-1}) \\
 &\quad + A_{n-1} \ddot{S}_{1|i_{n-1}}^{(m)} \\
 &= \sum_{k=0}^{n-1} A_k \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h). \tag{9}
 \end{aligned}$$

Posteriormente, planteamos la ecuación de equilibrio financiero que relaciona el capital recibido al vencimiento del contrato con los pagos realizados al plan, siendo la incógnita la rentabilidad anual efectiva, i_r

$$FA = A_0 \ddot{S}_{1|i_r}^{(m)} (1 + i_r)^{n-1} + A_1 \ddot{S}_{1|i_r}^{(m)} (1 + i_r)^{n-2} + \dots + A_{n-1} \ddot{S}_{1|i_r}^{(m)}. \quad (10)$$

Sustituyendo el fondo acumulado (9) en (10) y agrupando términos, obtenemos la ecuación de la rentabilidad anual efectiva de un CIALP con primas fraccionadas y variables anualmente:

$$\sum_{k=0}^{n-1} A_k \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k \ddot{S}_{1|i_r}^{(m)} (1 + i_r)^{n-(k+1)}.$$

Igual que en los apartados anteriores, a la hora de calcular la rentabilidad neta después de impuestos debemos tener en cuenta si se cumplen o no las condiciones necesarias para poder disfrutar de los beneficios fiscales de este producto.

En caso de que los fondos se mantengan el período exigido de 5 años, las ganancias obtenidas no van a tributar en el IRPF. Es por esa razón por lo que la rentabilidad neta después de impuestos i_N coincide con la rentabilidad anual efectiva obtenida en (10).

Si no se cumplen las condiciones y se dispone de los fondos antes de que pasen 5 años, se aplicará una retención a cuenta del IRPF sobre las ganancias obtenidas. Suponiendo que las aportaciones se dejan de realizar al final del año, la rentabilidad neta después de impuestos i_N debe verificar la siguiente ecuación:

$$FA (1 - r) + r \sum_{k=0}^{n-1} A_k = A_0 \ddot{S}_{1|i_N}^{(m)} (1 + i_N)^{n-1} + A_1 \ddot{S}_{1|i_N}^{(m)} (1 + i_N)^{n-2} + \dots + A_{n-1} \ddot{S}_{1|i_N}^{(m)}. \quad (11)$$

Sustituyendo (9) en (11) y agrupando términos obtenemos que

$$\left(\sum_{k=0}^{n-1} A_k \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) \right) (1 - r) + r \sum_{k=0}^{n-1} A_k = \sum_{k=0}^{n-1} A_k \ddot{S}_{1|i_N}^{(m)} (1 + i_N)^{n-(k+1)} .$$

4.2.2. Aportaciones fraccionadas constantes

En este caso suponemos que se realizan m aportaciones al año y que dichas aportaciones son constantes y prepagables, siendo la cuantía de cada una de ellas A/m , donde A es la aportación anual al plan que no debe superar los 5.000 euros, tal y como establece la Ley 26/2014. Además, partimos de la hipótesis de que los tipos de interés varían todos los años. Todos estos elementos aparecen representados gráficamente en la Figura 4.4.

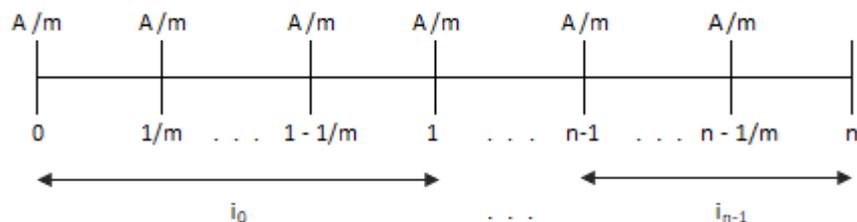


Figura 4.4 Esquema de aportaciones fraccionadas y constantes a un CIALP.

Fuente: Elaboración propia.

Comenzamos calculando el fondo acumulado en el momento n , cuando finaliza el contrato, para lo que debemos capitalizar todas las aportaciones realizadas al plan hasta el momento n , al tipo de interés vigente en cada momento. Por lo tanto, el capital constituido será

$$FA = \frac{A}{m} \left[(1 + i_0)(1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + (1 + i_0)^{1-\frac{1}{m}} (1 + i_1) \dots (1 + i_{n-1}) + \dots + (1 + i_{n-1})^{\frac{1}{m}} \right].$$

Por tanto, si agrupamos los términos en forma de rentas, obtenemos la siguiente expresión para el fondo acumulado:

$$FA = A \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h). \quad (12)$$

Si igualamos el valor final de las prestaciones y contraprestaciones obtendremos la ecuación de la rentabilidad anual efectiva de la operación (i_r),

$$FA = \frac{A}{m} \left[(1 + i_r)^n + (1 + i_r)^{n-\frac{1}{m}} + \dots + (1 + i_r)^{\frac{1}{m}} \right]. \quad (13)$$

Por tanto, sustituyendo (12) en (13) y agrupando los términos:

$$A \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) = A \ddot{S}_{n|i_r}^{(m)}. \quad (14)$$

A partir de (14), observamos que la cuantía anual de las aportaciones A aparece en ambos términos. Por lo tanto, la cuantía de las aportaciones no afecta a la rentabilidad anual efectiva de la operación.

Al igual que en los casos anteriores, para el cálculo de la rentabilidad neta después de impuestos, debemos distinguir si se cumplen o no los requisitos exigidos para poder beneficiarse de las ventajas fiscales del CIALP.

- Si los fondos invertidos se mantienen durante 5 años, las ganancias generadas por el plan están exentas de tributación y, por tanto, el tanto de rentabilidad neta después de impuestos coincide con el tanto de rentabilidad anual efectiva que se obtiene a partir de (14).
- Si la inversión no se mantiene los 5 años exigidos, se aplicará una retención sobre los beneficios obtenidos. En este caso, suponiendo que la cancelación

se realiza al final del año, la rentabilidad neta después de impuestos vendrá dada por la solución de la siguiente ecuación:

$$FA - r(FA - nA) = \frac{A}{m} \left[(1 + i_N)^n + (1 + i_N)^{n - \frac{1}{m}} + \dots + (1 + i_N)^{\frac{1}{m}} \right]. \quad (15)$$

Si sustituimos (12) en (15) y reordenamos los términos obtenemos que

$$\left(A \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) \right) (1 - r) + r nA = A \ddot{S}_{n|i_N}^{(m)}.$$

Simplificando la variable A en ambos lados de la ecuación, podemos observar que la ecuación de la rentabilidad neta después de impuestos no depende de la cuantía de las aportaciones realizadas al plan:

$$\left(\sum_{k=0}^{n-1} \ddot{S}_{1|i_k}^{(m)} \prod_{h=k+1}^{n-1} (1 + i_h) \right) (1 - r) + r n = \ddot{S}_{n|i_N}^{(m)}.$$

5. MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

El principal atractivo de los PALP es la exención de tributar por los beneficios que generan, por lo que para poder hacer un análisis comparativo con otros productos financieros es fundamental conocer su rentabilidad neta después de impuestos. En este trabajo, vamos a calcular la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP, para lo cual es necesario resolver una ecuación no lineal. Por tanto, debemos recurrir a métodos numéricos para su resolución.

En particular, utilizamos el método de Newton-Raphson, que es un método numérico que nos permite hallar de manera aproximada las raíces de una ecuación del tipo $f(x) = 0$ mediante un proceso iterativo. Esto significa que, partiendo de un valor inicial cercano a la raíz, vamos a ir obteniendo sucesivas aproximaciones que se acerquen a la solución de la ecuación, Mathews y Fink (2000).

Este método, también conocido como método de Newton-Fourier, adquiere este nombre por la unión de las teorías de Isaac Newton y el inglés Joseph Raphson, y es uno de los métodos más útiles y usados para afrontar este tipo de problemas.

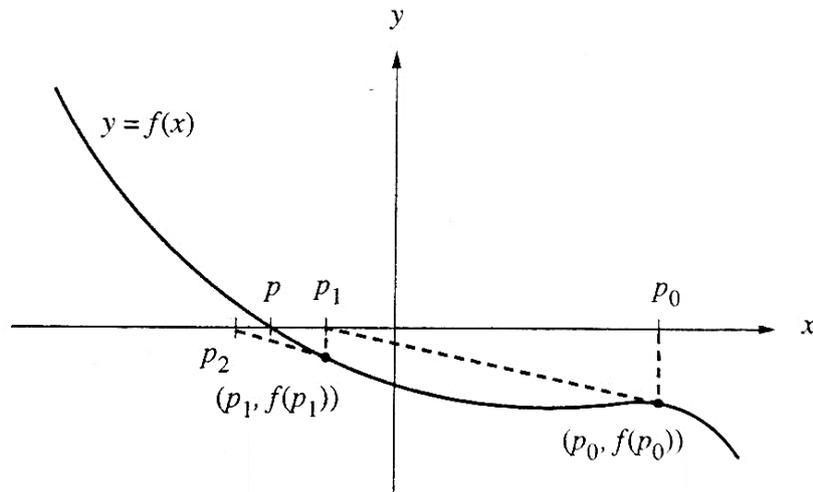


Figura 5.1 Construcción geométrica del método de Newton-Raphson.

Fuente: Mathews y Fink, 2000.

Este proceso iterativo requiere partir de un valor inicial p_0 , que suponemos que se encuentra cerca de la raíz p . En ese punto, trazamos la recta tangente a la curva $f(x)$ y calculamos el punto de corte de esta con el eje de abscisas, obteniendo de esta manera el punto p_1 , que estará más cerca de la raíz p de lo que estaba el valor inicial p_0 , véase Figura 5.1.

Para obtener la relación entre el valor p_1 y la aproximación inicial p_0 , tal y como establecen Mathews y Fink (2000), calculamos en primer lugar la pendiente m de la recta tangente a la función en el punto $(p_0, f(p_0))$, que es la derivada de la función en ese punto:

$$m = f'(p_0).$$

En segundo lugar, obtenemos la expresión de la recta tangente, que pasa por $(p_0, f(p_0))$ y tiene pendiente $f'(p_0)$:

$$y - f(p_0) = f'(p_0)(x - p_0) .$$

Finalmente, imponiendo que la recta tenga como punto de corte con el eje de abscisas $(p_1, 0)$, obtenemos:

$$p_1 = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)} .$$

Si en p_1 repetimos de nuevo el proceso, trazando la tangente a la función en ese punto y calculando el punto de corte con el eje de abscisas, obtenemos el punto p_2 . Por lo tanto, la sucesión de iterantes vendrá dada por la regla general:

$$p_k = p_{k-1} - \frac{f(p_{k-1})}{f'(p_{k-1})} , \quad k = 1, 2, 3, \dots .$$

Aplicando esta fórmula de recurrencia tantas veces como sea necesario, obtenemos una sucesión de puntos cada vez más próximos a la raíz p que estamos buscando.

A continuación mostramos un resultado que garantiza la convergencia de la sucesión de iterantes hacia la raíz de la ecuación, bajo condiciones de regularidad de la función que define la ecuación, véase Mathews y Fink (2000).

Teorema de Newton-Raphson

“Supongamos que la función $f \in C^2[a,b]$ y que existe un número $p \in [a,b]$ tal que $f(p)=0$. Si $f'(p) \neq 0$, entonces existe $\epsilon > 0$ tal que la sucesión $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$ definida por el proceso iterativo

$$p_k = p_{k-1} - \frac{f(p_{k-1})}{f'(p_{k-1})} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots$$

converge a p cualquiera que sea la aproximación inicial $p_0 \in [p-\epsilon, p+\epsilon]$.”

El método de Newton-Raphson es uno de los más usados para resolver ecuaciones no lineales ya que se trata de un sistema con una velocidad de convergencia bastante mayor que la del resto de métodos. Además, es muy eficaz y preciso a la hora de encontrar aproximaciones a las raíces de la ecuación.

Para que este método proporcione una buena aproximación a la raíz, tienen que darse una serie de condiciones:

1. La ecuación $f(x) = 0$ ha de tener solución.
2. La derivada de la función ha de ser distinta de cero: $f'(x) \neq 0$.
3. El valor inicial p_0 escogido ha de ser próximo a la raíz buscada.

A la hora de aplicar este método, hay que tener en cuenta que puede presentar una serie de dificultades o limitaciones que pueden llevarnos a error, véase Grupo Ingeniería & Educación.

- No siempre está garantizada la convergencia del método, sino que esta depende de cuál sea la naturaleza de la función y el valor inicial escogido.
- Si la derivada de la función es igual a cero en alguno de los puntos, no se podrá aplicar este método ya que se estaría dividiendo entre cero. Esto se debe a que si $f'(x) = 0$, la recta tangente a la función sería horizontal y por tanto no habría punto de corte con el eje de abscisas.
- Si el valor inicial p_0 no se encuentra lo suficientemente próximo a la raíz buscada, las sucesivas aproximaciones podrán llevarnos hacia una solución errónea.
- Puede ocurrir que los valores aproximados que se van obteniendo con este método se repitan y por tanto se entre en un bucle. Este fenómeno es lo que se conoce como periodicidad.
- Se trata de un método basado en la aproximación, no es exacto. Por lo tanto, si no se limita el número de veces que se va a repetir el proceso o se fija una

diferencia máxima entre dos valores consecutivos, solo obtendríamos una sucesión infinita de puntos que se acercan cada vez más a la raíz buscada.

Dada la complejidad de la ecuación de la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP, recurrimos al software Matlab para programar el método de Newton-Raphson y encontrar la solución de la ecuación. Al programar dicho método, fijamos una serie de criterios de parada:

- Que el número de iteraciones supere un límite máximo fijado.
- Que el error, medido como la diferencia entre dos valores consecutivos, sea menor que una tolerancia fijada.
- Que el error relativo sea menor que la tolerancia fijada para p_0 .
- Que el valor absoluto de la función en un punto sea menor que la tolerancia fijada para los valores de dicha función.

En el momento en que cualquiera de ellos se cumpla, se terminará el proceso iterativo habiendo obtenido una aproximación a la solución de la ecuación que se buscaba.

Todo este proceso se expresa con comandos de Matlab en un programa principal que realiza las iteraciones del método numérico, que a su vez llama en cada iteración a dos funciones que evalúan f y su derivada en cada iterante.

6. APLICACIÓN PRÁCTICA

En este apartado realizamos un análisis práctico en el que calculamos la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP para poder compararla con la de otros productos financieros similares. Como hemos explicado anteriormente, la ecuación de la rentabilidad no es lineal por lo que es necesario recurrir a un método numérico. Concretamente nosotros programamos el método de Newton-Raphson, que nos permite obtener una solución de la ecuación de rentabilidad de manera aproximada.

En primer lugar, suponemos que una persona contrata un CIALP con una entidad de crédito y realiza aportaciones anuales al plan de 5.000 € al comienzo de cada año, de manera que cumple con el límite máximo permitido según la legislación. Además, mantiene la inversión en dicho plan un período de 5 años, lo que le permite beneficiarse al máximo de las ventajas fiscales de este producto financiero. Por tanto, la rentabilidad neta después de impuestos coincidirá con la rentabilidad anual efectiva.

Habitualmente, el tipo de interés de este tipo de productos no se mantiene constante sino que varía según evolucionan los tipos de interés del mercado. Por tanto, analizamos el comportamiento de la rentabilidad neta después de impuestos de este CIALP teniendo en cuenta tres posibles escenarios:

- Escenario 1: El tipo de interés crece anualmente un 20%.
- Escenario 2: El tipo de interés disminuye un 10% cada año.
- Escenario 3: El tipo de interés se mantiene constante durante toda la vigencia del plan, es decir, el tipo de interés aplicable durante los 5 años será el tipo de interés inicial.

Para el cálculo de la rentabilidad en estos tres escenarios es necesario resolver la ecuación (7), que relaciona las aportaciones realizadas al plan con las prestaciones recibidas, utilizando el método de Newton-Raphson, detallado en la Sección 5, programado en el software Matlab, y lo aplicamos a diferentes tipos de interés iniciales para el CIALP.

En la Figura 6.1 mostramos el comportamiento de la rentabilidad neta después de impuestos de este CIALP, en los tres escenarios anteriores, para diferentes valores iniciales del tipo de interés comprendidos entre el 0,2% y el 10%.

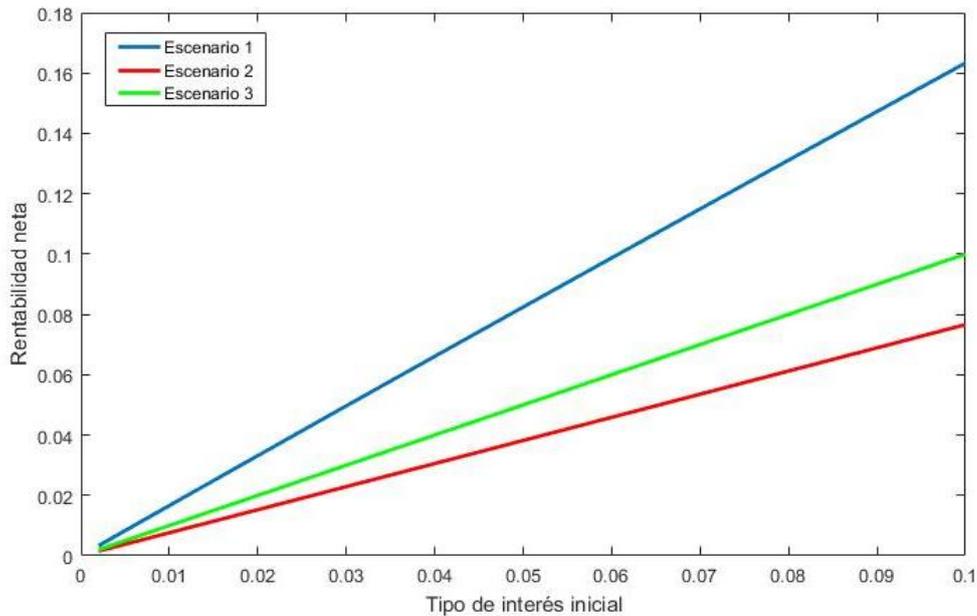


Figura 6.1 Evolución de la rentabilidad de un CIALP para diferentes tipos de interés iniciales.

Fuente: Elaboración propia.

En esta gráfica observamos que la pendiente de la curva que relaciona la rentabilidad neta de un CIALP con los tipos de interés iniciales es positiva en los tres escenarios representados. Esto implica que existe una relación directa entre dichas variables, es decir, cuanto mayor sea el tipo de interés inicial del plan, mayor será la rentabilidad neta después de impuestos del mismo. Tal y como podemos observar, para un tipo de interés inicial dado, la rentabilidad neta del CIALP será mayor cuando el tipo de interés crezca en los años en que permanezca vigente el plan. Dicha rentabilidad será bastante menor si el tanto de interés disminuye anualmente, mientras que si se mantiene constante durante los 5 años de vigencia, la rentabilidad en este caso tomará valores intermedios a la de los dos casos anteriores.

A continuación, comparamos la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP, un depósito a 5 años con pago anual de intereses y una operación de constitución de capitales tradicional, realizándose aportaciones al comienzo de cada año de 5.000 € y manteniendo la inversión durante 5 años. La rentabilidad neta después de impuestos de dichas operaciones se calcula de forma diferente, ya que en cada una de ellas se tributa de una manera distinta:

- CIALP: la inversión se mantiene 5 años, por lo que los rendimientos generados están exentos de tributación y la rentabilidad neta después de impuestos coincide con la efectiva.
- Depósito: se trata de un depósito a 5 años con pago anual de intereses, que suponemos se reinvertirán en el mismo depósito hasta la finalización de la operación. Por tanto, la retención a cuenta del IRPF se aplica al final de cada año, cuando se abonan los intereses.
- Constitución de capitales: se realizan aportaciones de 5.000 € al comienzo de cada año y el abono de intereses se realiza al vencimiento de la operación, transcurridos 5 años. En este momento, se aplicará la retención a cuenta del IRPF a la totalidad de los intereses generados.

La Figura 6.2 muestra la evolución de la rentabilidad neta después de impuestos correspondiente a estas tres operaciones cuando el tipo de interés inicial toma valores entre 0,2% y 10% y, posteriormente, crece un 20% cada año.

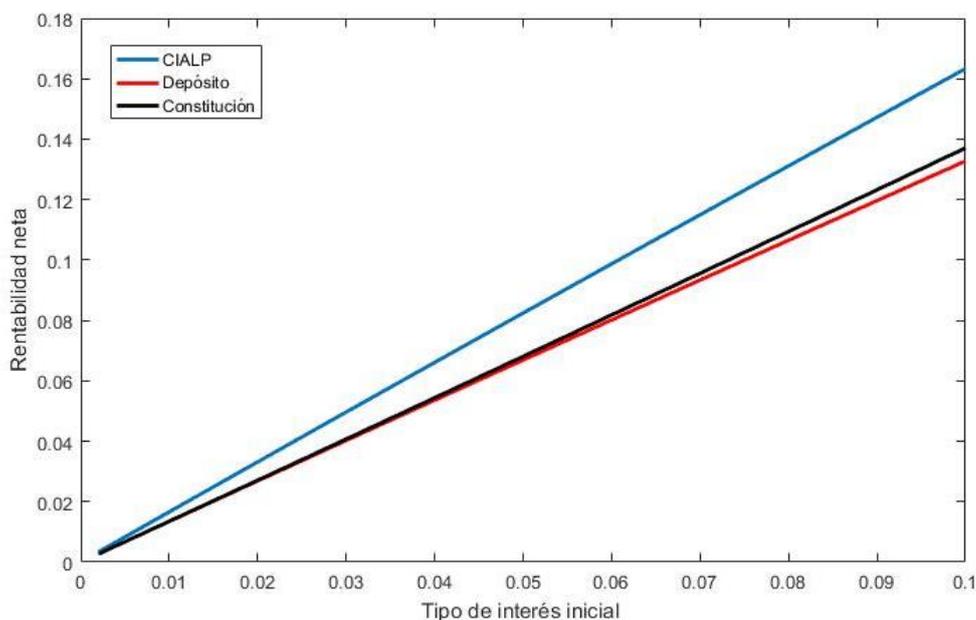


Figura 6.2 Comparación de la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP, un depósito y una operación de constitución de capitales.

Fuente: Elaboración propia.

La rentabilidad neta después de impuestos de los tres productos analizados aumenta a medida que lo hace el tipo de interés inicial al que se capitalizan las aportaciones realizadas al plan. Como podemos observar, la rentabilidad neta del depósito y la de la operación de constitución de capitales tradicional son prácticamente iguales para tipos de interés hasta el 6%. Posteriormente, para tipos de interés superiores al 6% las diferencias empiezan a crecer. Esto se debe a que en el caso del depósito los intereses, aunque son reinvertidos, están sujetos a retención a cuenta del IRPF al final de cada año, que en este caso suponemos que toma un valor del 19%. Sin embargo, en el caso de la operación de constitución de capitales, los intereses son devengados únicamente al final de los 5 años y será en ese momento cuando estarán sujetos a retención a cuenta del IRPF. Por tanto, solo soportan la carga fiscal a su vencimiento.

En el caso del CIALP, su rentabilidad es bastante superior a la del depósito y la de la operación de constitución, lo que se debe exclusivamente a su exención de impuestos. Por lo tanto, el CIALP es un producto que ofrece mayor rentabilidad que los tradicionales productos de depósito y constitución de capitales. Además, esta diferencia es más evidente a medida que aumentan los tipos de interés.

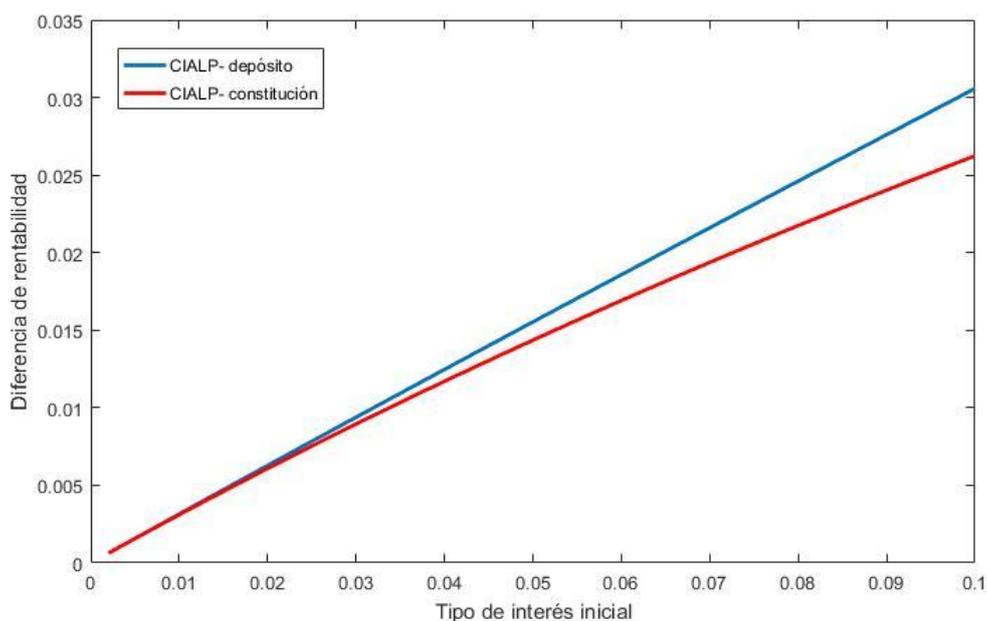


Figura 6.3 Diferencia de rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP con un depósito y una operación de constitución de capitales.

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 6.3 representamos la diferencia entre la rentabilidad después de impuestos del CIALP y el depósito y, a continuación, entre el CIALP y la operación de constitución de capitales. En esta figura observamos que cuanto mayor sea el tipo de interés inicial, mayor será la diferencia existente entre la rentabilidad neta después de impuestos del CIALP y la del depósito, así como con respecto a la operación de constitución de capitales. Por tanto, el CIALP será un producto más atractivo con respecto a los otros dos estudiados cuanto mayor sea el tipo de interés inicial.

Hay que destacar también que, aunque la curva que representa la diferencia de rentabilidad entre el CIALP y la constitución de capitales crece a medida que aumenta el tipo de interés inicial, debido a su ligera concavidad lo hace cada vez a un ritmo menor, lo que significa que si el tipo de interés inicial llega a tomar valores extremadamente altos, la diferencia de rentabilidad entre ambos productos se va a mantener constante.

Por último, analizamos el caso en que el inversor que contrata el CIALP no lo mantiene los 5 años que exige la ley y, por tanto, no se beneficia de las ventajas fiscales que ofrece el producto. En este caso, en el momento de su cancelación, se aplicará una retención a cuenta del IRPF, actualmente del 19%, sobre los rendimientos generados al final del período, debiendo tributar posteriormente como rendimientos del capital mobiliario. Si estos son inferiores a 6.000 €, siguiendo la legislación actualmente vigente, se verán compensados por la retención a cuenta del IRPF practicada.

En la Figura 6.4 se muestra la evolución de la rentabilidad neta después de impuestos de un CIALP y de un depósito cuando ambos se mantienen 2 y 4 años, creciendo el tipo de interés un 20% cada año. En este caso, el tipo de interés inicial oscila entre el 2% y el 10% ya que si partimos de valores más pequeños, gráficamente no se puede apreciar la diferencia entre ambos productos. En esta gráfica tampoco hemos representado la rentabilidad neta después de impuestos de la operación de constitución de capitales porque coincide con la del CIALP, ya que si a un CIALP le quitamos las ventajas fiscales se convierte en una operación de constitución de capitales tradicional.

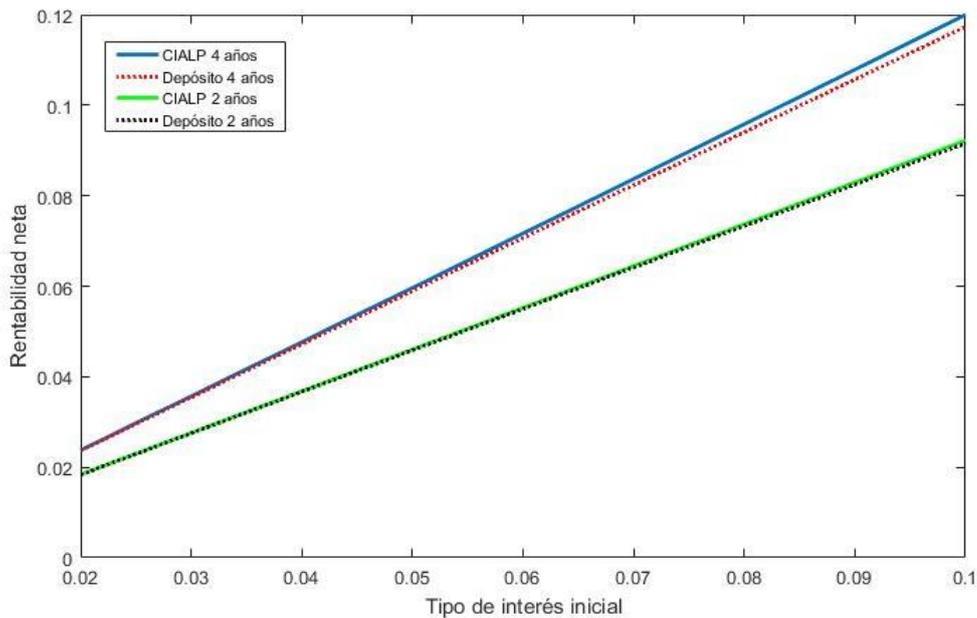


Figura 6.4 Comparación de la rentabilidad de un CIALP y un depósito a 2 y 4 años.

Fuente: Elaboración propia.

La pendiente de todas las curvas representadas es positiva, lo que quiere decir que a medida que el tipo de interés inicial aumenta, la rentabilidad neta después de impuestos de ambos productos es cada vez mayor. Si los fondos aportados al CIALP o al depósito se mantienen durante 4 años, la rentabilidad neta del producto es notablemente mayor que si solo se mantienen 2 años. Es decir, cuanto mayor sea el tiempo que se mantenga la inversión realizada, mayor será la rentabilidad neta después de impuestos de ambos productos. Esto se debe fundamentalmente a que hemos supuesto que el tipo de interés de ambos productos crecía un 20% anual.

En cuanto a las curvas correspondientes al CIALP y al depósito a 4 años, la rentabilidad neta de ambos es casi la misma hasta que los tipos de interés toman valores muy altos, en cuyo caso se empieza a notar diferencia siendo cada vez más rentable el CIALP. Si observamos la curva de rentabilidad de ambos productos cuando se mantienen solo 2 años, no podemos distinguir a simple vista en la gráfica si hay alguna diferencia entre ellas. Esto se debe a la pequeña diferencia que el efecto impositivo supone en ambas operaciones cuando su duración es solo de 2 años.

En la Figura 6.5 representamos la diferencia en la rentabilidad neta después de impuestos del CIALP y el depósito, tanto si se mantienen durante 2 años como 4 años.

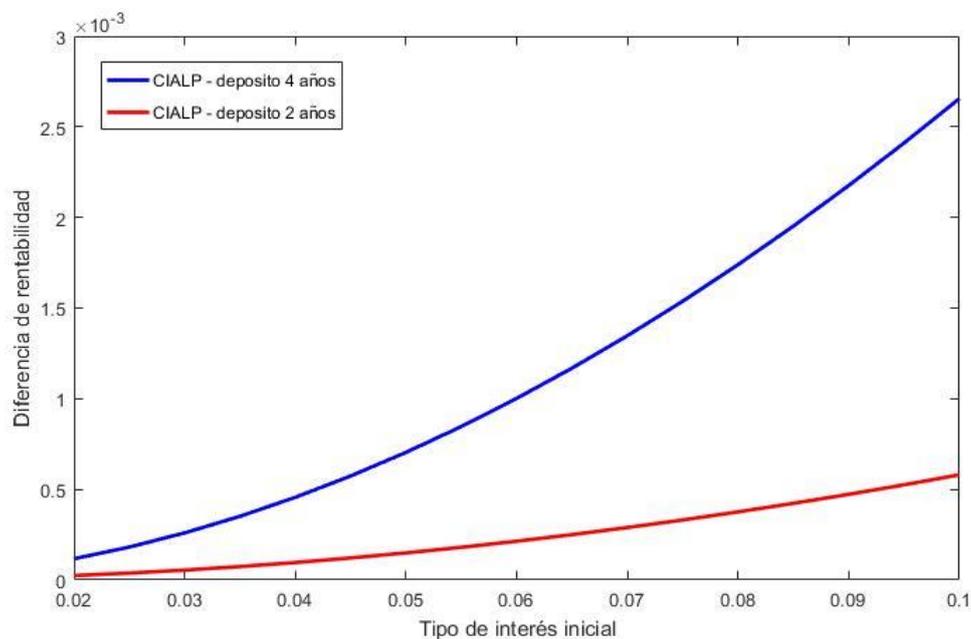


Figura 6.5 Diferencia de rentabilidad de un CIALP y un depósito a 2 y 4 años.

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con lo comentado anteriormente, cuanto mayor es el tipo de interés inicial más diferencia existe entre la rentabilidad de ambos productos, siendo dicha diferencia aún mayor cuanto más tiempo se mantenga el producto, debido a la diferencia existente entre las fechas de devengo de la retención a cuenta del IRPF. Aun así, la magnitud de esa diferencia es muy pequeña, mucho menor que en el caso de que se mantengan 5 años y el cliente se beneficie de las ventajas fiscales que ofrece el CIALP.

Por tanto, la contratación de un CIALP en vez de un depósito a largo plazo o una operación de constitución de capitales es siempre ventajosa para los inversores debido a sus ventajas fiscales. En caso de que no se mantenga la operación durante 5 años, su rentabilidad neta después de impuestos coincidirá con la de una operación tradicional de constitución de capitales, pero seguirá siendo superior a la de un depósito con las mismas características que el CIALP.

7. CONCLUSIONES

Los PALP y, en el caso que nos compete, los CIALP, fueron creados por el Gobierno con la intención de fomentar el ahorro a largo plazo de las familias y los pequeños inversores, sin embargo, no han tenido el éxito esperado.

Se trata de un producto dirigido a inversores con un perfil muy conservador y poco margen de ahorro, que busca generar rendimientos a largo plazo sin asumir prácticamente riesgo, lo que explica la escasa rentabilidad que proporciona.

El atractivo de este instrumento financiero reside en las ventajas fiscales que ofrece, ya que las ganancias obtenidas están exentas de tributación en el IRPF, siempre que la inversión se mantenga un período de 5 años y no se realicen aportaciones anuales de más de 5.000 euros. Si el inversor no mantiene los fondos durante los 5 años que exige la ley, perderá las ventajas fiscales que ofrece el producto, convirtiéndose así en una operación de constitución de capitales tradicional. En este caso, se aplicará una retención a cuenta del IRPF sobre los rendimientos generados hasta el momento de su cancelación, debiendo tributar posteriormente como rendimientos del capital mobiliario.

Actualmente, las entidades de crédito apenas comercializan depósitos y por tanto, tampoco comercializan los CIALP. Esto se debe a que al ser depósitos, los tipos de interés que ofrecen los bancos son muy bajos. Sin embargo, las entidades aseguradoras sí están ofreciendo los SIALP a sus clientes ya que al ser productos basados en seguros, la rentabilidad y las prestaciones que ofrecen son mayores, lo que hace que sean más atractivos tanto para las aseguradoras como para los inversores y por tanto, tengan mejor acogida en el mercado.

Por tanto, hoy en día en nuestro país, dada la situación de los bajos tipos de interés vigentes y las previsiones de que estos se mantengan en los niveles presentes, este producto no está teniendo el éxito que se esperaba. En el caso de que los tipos de interés suban en el futuro hasta alcanzar niveles más atractivos, los CIALP tendrán una buena acogida entre los inversores más conservadores. Además, es importante mantener la inversión durante los 5 años

que establece la ley y aportar la máxima cuantía permitida cada año para poder beneficiarse al máximo de las ventajas fiscales de este producto financiero.

8. BIBLIOGRAFÍA

Alto Nivel (2011): "*Importancia macroeconómica del ahorro*". Disponible en <https://www.altonivel.com.mx/finanzas-personales/ahorro/9033-importancia-macroeconomica-del-ahorro/> [consulta: 20/04/2019].

De Pablo López, A. (2002): *Valoración Financiera*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.

En Naranja (2012): "*¿Sabías que tus ahorros son beneficios para la economía de un país?*". Disponible en <https://www.ennaranja.com/economia-facil/la-importancia-del-ahorro-como-motor-del-crecimiento-de-un-pais/> [consulta: 20/04/2019].

Fernández, D. (2018): "*España: poco ahorro y mal invertido*", El País. Disponible: https://elpais.com/economia/2018/07/20/actualidad/1532097276_256117.html [consulta: 20/04/2019].

Grupo Ingeniería & Educación: "*Ecuaciones no lineales*", Universidad Tecnológica Nacional, Buenos Aires. Disponible en http://www.frsn.utn.edu.ar/GIE/AN/ENL/Metodo_Newton.html [consulta: 13/04/2019].

Instituto Nacional de Estadística (2019): "*Cuentas Trimestrales no Financieras de los Sectores Institucionales: Cuarto trimestre de 2018*". Disponible en <http://www.ine.es/daco/daco42/ctnfsi/ctnfsi0418.pdf> [consulta: 20/04/2019].

Inverco (2018): "*Las Instituciones de Inversión Colectiva y los Fondos de Pensiones*". Disponible en <http://www.inverco.es/archivosdb/c87-ahorro-financiero-de-las-familias-iics-y-fp-2017.pdf> [consulta: 20/04/2019].

Ley 26/2014, de 27 de noviembre, por la que se modifican la Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas, el texto refundido de la Ley del Impuesto sobre la Renta de no Residentes, aprobado por el Real Decreto Legislativo 5/2004, de 5 de marzo, y otras normas tributarias. Boletín Oficial del Estado, núm. 288, de 28 de noviembre de 2014, páginas 96860 a 96938. Disponible en:

https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2014-12327

Ley 35/2006, de 28 de noviembre, del Impuesto sobre la Renta de las Personas Físicas y de modificación parcial de las leyes de los Impuestos sobre Sociedades, sobre la Renta de no Residentes y sobre el Patrimonio. Boletín Oficial del Estado, núm. 285, de 29 de noviembre de 2006. Disponible en:

<https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2006-20764>

Mathews, J.H. y Fink, K.D. (2000): *Métodos Numéricos con Matlab*. Editorial Prentice Hall, Madrid.

Navarro Arribas, E. (2019): *Matemáticas de las operaciones financieras*. Editorial Ediciones Pirámide, Grupo Anaya, Madrid.