

Alain Chiron de la Casinière  
Victoria E. Cachorro Revilla

# LA RADIACIÓN SOLAR

## EN EL SISTEMA TIERRA-ATMÓSFERA



Universidad de Valladolid



LA RADIACIÓN SOLAR  
EN EL SISTEMA TIERRA-ATMÓSFERA



ALAIN CHIRON DE LA CASINIÈRE  
VICTORIA E. CACHORRO REVILLA

# LA RADIACIÓN SOLAR EN EL SISTEMA TIERRA-ATMÓSFERA



EDICIONES  
Universidad  
de  
Valladolid

Este libro es una traducción de la edición original en lengua francesa:

ALAIN CHIRON DE LA CASINIÈRE, *Le Rayonnement solaire dans l'environnement terrestre*, Editions Publibook, Paris, France 2003

IDDN. FR.010.0101476.000.R.P.2003.035.40000

Agradecemos a Editions Publibook su disposición para la versión española

Este libro está sujeto a una licencia "Creative Commons Reconocimiento-No Comercial – Sin Obra derivada" (CC-by-nc-nd).



Alain Chiron de la Casinière

Victoria E. Cachorro Revilla

2008

Diseño de cubierta: EDICIONES UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Motivo de cubierta: Fotografías pertenecientes a GOA (Grupo de Óptica Atmosférica) de la UVA

ISBN: 978-84-8448-484-4

# INDICE

## CAPITULO I: ELEMENTOS DE RADIOMETRIA

1. DEFINICIONES Y RELACIONES GENERALES .....	17
1.1. Repaso de conceptos preliminares .....	17
1.1.1. <i>Las ondas electromagnéticas (oem)</i> .....	17
1.1.2. <i>Los fotones</i> .....	19
1.1.3. <i>La terminología general</i> .....	20
1.1.4. <i>Los ángulos sólidos</i> .....	24
1.2. Las principales magnitudes energéticas .....	24
1.2.1. <i>Flujo emitido por una superficie</i> .....	25
1.2.2. <i>Radiancia de una fuente plana de pequeñas dimensiones</i> .....	26
1.2.3. <i>Intensidad de una fuente puntual o de pequeñas dimensiones</i> .....	27
1.2.4. <i>Exitancia de una fuente plana de pequeñas dimensiones</i> .....	28
1.2.5. <i>Irradiancia de una superficie receptora</i> .....	30
1.3. Otras nociones útiles .....	30
1.3.1. <i>La relación entre radiancia e irradiancia</i> .....	31
1.3.2. <i>El flujo actínico</i> .....	31
1.4. Las magnitudes espectrales .....	33
1.4.1. <i>El flujo</i> .....	33
1.4.2. <i>Las otras magnitudes</i> .....	34
2. CONCEPTOS SOBRE EL CUERPO NEGRO .....	38
2.1. Definiciones y propiedades .....	38
2.2. La distribución espectral de la radiación del cuerpo negro .....	39
2.2.1. <i>El problema teórico</i> .....	39
2.2.2. <i>La relación de Planck</i> .....	40
2.2.3. <i>La ley de desplazamiento de Wien</i> .....	40
2.3. La radiación total del cuerpo negro .....	41
2.3.1. <i>La ley de Stefan-Boltzmann</i> .....	41
2.3.2. <i>El ejemplo del Sol</i> .....	42
3. FACTORES DE ABSORCIÓN, REFLEXIÓN, Y TRANSMISIÓN .....	44
3.1. Los factores espectrales direccionales .....	44
3.1.1. <i>Absorción, reflexión, transmisión</i> .....	44
3.1.2. <i>Factores bidireccionales</i> .....	47
3.1.3. <i>Emisividad, ley de Kirchhoff</i> .....	49
3.2. Los factores totales direccionales .....	50
3.2.1. <i>Absorción, reflexión, transmisión</i> .....	50

3.2.2. Reflexión bidireccional.....	51
3.2.3. Emisividad, Cuerpo Gris.....	52
3.3. Los factores espectrales hemisféricos.....	54
3.3.1. Absorción, reflexión, transmisión.....	51
3.3.2. Reflexión hemisférica-direccional.....	56
3.3.3. Emisividad espectral hemisférica.....	58
3.4. Los factores totales hemisféricos.....	59
3.4.1. Absorción, reflexión, transmisión.....	59
3.4.2. Reflexión hemisférica-direccional.....	61
3.4.3. Emisividad total hemisférica.....	62
3.5. Ejemplos de aplicación en energética solar.....	63
3.5.1. El efecto invernadero radiativo.....	63
3.5.2. Los materiales selectivos calientes y fríos.....	65

## CAPITULO II: LA RADIACION SOLAR Y LA ATMOSFERA

1. NOCIONES DE ASTRONOMIA TERRESTRE Y SOLAR.....	71
1.1. La pareja Tierra-Sol.....	71
1.1.1. La estrella Sol.....	71
1.1.2. La Tierra en el espacio.....	72
1.1.3. La esfera celeste.....	74
1.1.4. La unidad de tiempo físico.....	76
1.1.5. Los años y las estaciones.....	76
1.2. Las referencias locales.....	78
1.2.1. La Referencia Horizontal (RH).....	78
1.2.2. La Referencia Ecuatorial (RE).....	79
1.2.3. Determinación de la declinación.....	81
1.3. Angulo de incidencia de los rayos solares directos.....	83
1.3.1. Angulo de incidencia en la RH.....	83
1.3.2. Angulo de incidencia en la RE.....	84
1.4. Las coordenadas temporales.....	84
1.4.1. La coordenada tiempo sideral local (TSL).....	84
1.4.2. La coordenada tiempo solar verdadero (TSV).....	86
1.4.3. La coordenada tiempo solar medio (TSM).....	89
1.4.4. El tiempo universal (TU).....	90
1.4.5. La coordenada tiempo legal (TL).....	91
1.4.6. Determinación del ángulo horario.....	91
2. LA EXTINCION DE LA RADIACION SOLAR DIRECTA.....	95
2.1. Las nociones generales.....	95
2.1.1. Irradiancia espectral e irradiancia total solar directa.....	95
2.1.2. La atmósfera y sus diversos componentes.....	97
2.1.3. Los procesos de extinción de la radiación solar directa.....	101
2.1.4. La ley de extinción de Beer.....	102
2.1.5. Espesor óptico y masa óptica relativa.....	104
2.2. Las dificultades planteadas por la absorción selectiva.....	107
2.2.1. Coeficiente volumico de absorción y factor de transmisión.....	108
2.2.2. La determinación del coeficiente volumico de absorción selectiva.....	109

2.2.3. <i>El caso particular de una banda con una sola línea de absorción</i> .....	113
2.2.4. <i>Caso general de las bandas estrechas de líneas múltiples</i> .....	114
2.3. La función de fase en la extinción por difusión (dispersión) .....	116
2.3.1. <i>Las hipótesis preliminares</i> .....	116
2.3.2. <i>Definición y propiedades de la función de fase</i> .....	117
3. LOS PROCESOS DE DISPERSIÓN O “SCATTERING” .....	122
3.1. La extinción por dispersión o “scattering” Rayleigh.....	123
3.1.1. <i>El mecanismo de la difusión o “scattering” de una oem polarizada, por una molécula</i> .....	123
3.1.2. <i>Intensidad difundida de una oem incidente polarizada</i> .....	127
3.1.3. <i>Caso general de una oem incidente no polarizada</i> .....	128
3.1.4. <i>La depolarización de la radiación dispersada</i> .....	131
3.1.5. <i>Coefficiente volúmico de difusión y función de fase</i> .....	131
3.2. La extinción por difusión o “scattering” de Mie .....	134
3.2.1. <i>El proceso de difusión o “scattering” por los aerosoles</i> .....	134
3.2.2. <i>Intensidad dispersada por una esfera homogénea, según la teoría de Mie</i> .....	135
3.2.3. <i>Intensidades difundidas por una monodispersión y por una polydispersión</i> .....	139
3.2.4. <i>Coefficiente volúmico de difusión y función de fase</i> .....	140
3.2.5. <i>Los factores de eficacia</i> .....	143

### CAPITULO III: LOS MODELOS DE RADIACIÓN SOLAR

1. LOS MODELOS PARAMETRICOS.....	147
1.1. Las transmitancias espectrales atmosféricas .....	148
1.1.1. <i>La transmitancia espectral de la atmósfera</i> .....	148
1.1.2. <i>Las transmitancias espectrales específicas</i> .....	150
1.1.3. <i>La masa de aire relativa de la atmósfera</i> .....	152
1.1.4. <i>Las transmitancias espectrales de los 5 procesos de la extinción</i> .....	154
1.2. Los modelos de transmitancias espectrales.....	163
1.2.1. <i>El modelo de irradiancia directa</i> .....	163
1.2.2. <i>El factor de turbiedad de Linke</i> .....	164
1.2.3. <i>El modelo de irradiancia difusa para cielo claro de Brine y Iqbal</i> .....	166
1.3. Los modelos de irradiancia total .....	171
1.3.1. <i>Los símbolos utilizados</i> .....	171
1.3.2. <i>El modelo de ASHRAE para cielo claro</i> .....	172
1.3.3. <i>El modelo de Bird-Hulström para cielo claro</i> .....	173
1.3.4. <i>Modelos empíricos de distribución de radiancia del cielo</i> .....	175
1.3.5. <i>Transposición de las irradiancias para cielo claro en las zonas sin relieve</i> .....	176
1.4. Los modelos de insolación horizontal total.....	178
1.4.1. <i>La notación adoptada</i> .....	178
1.4.2. <i>Insolación global horizontal diaria</i> .....	179
1.4.3. <i>Insolación difusa horizontal diaria</i> .....	182
1.4.4. <i>Insolación difusa horizontal horaria</i> .....	182
1.4.5. <i>El efecto de la altitud</i> .....	185

2. LOS CÓDIGOS DE CÁLCULO.....	191
2.1. Los códigos que resuelven la ecuación de transferencia radiativa .....	191
2.1.1. <i>Generalidades</i> .....	191
2.1.2. <i>Balance del intercambio de la radiación solar difusa</i> .....	193
2.1.3. <i>La Ecuación de Transferencia Radiativa (ETR)</i> .....	198
2.1.4. <i>Formulación de la ETR para el cálculo de la radiancia solar UV</i> .....	201
2.1.5. <i>Nota sobre el código de calculo LOWTRAN</i> .....	203
2.2. El método de Monte Carlo .....	204
2.2.1. Las leyes de probabilidad que gobiernan las trayectorias de los fotones .....	205
2.2.2. <i>Los procedimientos prácticos de elección aleatoria</i> .....	209
2.2.3. <i>La elección aleatoria en función de la distribución</i> .....	210
2.2.4. <i>Las funciones de distribución de las magnitudes determinantes</i> .....	213
2.2.5. <i>Los cósenos directores de una dirección de difusión o de reflexión</i> .....	214
 CAPITULO IV: MEDIDA Y ACCIONES DE LA RADIACIÓN SOLAR  	
1. LA INSTRUMENTACIÓN SOLAR .....	221
1.1. Clasificación general .....	221
1.1.1. <i>Las grandes familias de instrumentos</i> .....	221
1.1.2. <i>Las funciones comunes</i> .....	225
1.2. Los dispositivos de captación de radiación .....	227
1.2.1. <i>Dispositivos para la irradiancia global</i> .....	228
1.2.2. <i>Dispositivos para la irradiancia directa y la radiancia</i> .....	228
1.2.3. <i>Dispositivos para la irradiancia difusa</i> .....	230
1.2.4. <i>Dispositivos para el flujo superficial esférico</i> .....	234
1.3. La selección .....	234
1.4. Los detectores .....	235
1.4.1. <i>Los detectores de conversión indirecta</i> .....	236
1.4.2. <i>Los detectores de conversión directa</i> .....	236
1.4.3. <i>Conceptos útiles para la caracterización de los detectores</i> .....	238
2. PRINCIPIOS DE LA CALIBRACIÓN Y DE MEDIDA.....	239
2.1. Los coeficientes de calibración .....	240
2.1.1. <i>El coeficiente de calibración monocromático</i> .....	240
2.1.2. <i>Coefficiente de calibración de un IBE (para la medida de magnitudes espectrales)</i> .....	242
2.1.3. <i>Función aparato de un IBE</i> .....	244
2.1.4. <i>Coefficiente de calibración de un IBA (para la medida de magnitudes totales)</i> .....	246
2.1.5. <i>Influencia de la forma de los espectros sobre las medidas de un IBA</i> .....	248
2.1.6. <i>Visión de conjunto de los métodos corrientes de calibración</i> .....	249
2.2. Algunas dificultades particulares de la radiometría solar.....	251
2.2.1. <i>El error coseno en la medida de las irradiancias por un ICG</i> .....	251
2.2.2. <i>Calibración de la radiancia</i> .....	257
2.3. Ejemplos de resultados de medida .....	263
2.3.1. <i>Medidas piranométricas</i> .....	263

---

2.3.2. <i>Medida de radiación UV</i> .....	264
2.3.3. <i>Espectroradiometría solar</i> .....	265
3. LA ACCION BIOLOGICA Y QUIMICA DE LA RADIACIÓN SOLAR.....	269
3.1. Determinación de los efectos biológicos del sol .....	269
3.1.2. <i>La eficacia luminosa relativa espectral</i> .....	269
3.1.3. <i>El espectro de acción eritémica</i> .....	273
3.2. Determinación de la actividad fotolítica del sol.....	277
3.2.1. <i>Caso simple de un flujo direccional</i> .....	277
3.2.2. <i>El coeficiente de tasa de fotólisis</i> .....	277
NOMENCLATURA .....	283
ÍNDICE ALFABÉTICO DE LOS TÉRMINOS, NOMBRES PROPIOS Y SIGLAS.....	291
LEXICO ( <b>Francés-Inglés; Inglés-Francés</b> ).....	293
SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS .....	297
PUBLICACIONES Y OBRAS DE REFERENCIA.....	309



## PRÓLOGO

### DEL AUTOR A LA VERSIÓN EN ESPAÑOL

Sirvan estas cortas líneas, a modo de prólogo de la edición en lengua española y a cargo de la traductora a esta lengua desde el original francés, para afirmar que esta versión ha sido realizada como un ejercicio necesario.

Deberé pedir disculpas adelantadas por si hubiera en el texto alguna suerte de incorrección o deficiencia en la traducción. Debe tenerse en cuenta que la que esto escribe, además de ser de las llamadas “de ciencias”, por contraposición tradicional a las “de letras”, pertenece a esa generación de españoles en las que el aprendizaje de las lenguas extranjeras era una disciplina que carecía de la menor relevancia. Resulta sorprendente cuanto y cuan insuficientemente han cambiado las cosas en España en los últimos treinta años a este respecto. Por un lado, nuestros jóvenes tienen ahora oportunidades innegables para aprender lenguas extranjeras, en los *currícula vitae* esto no es ya una materia trivial pero, aún queda un enorme trecho por recorrer hasta alcanzar el dominio de lenguas foráneas que es normal en otros países, excluido el ámbito anglosajón naturalmente.

Pero, por otra parte, el francés siempre fue una lengua amigable para nosotros. No así el inglés, idioma en el que debemos movernos obligatoriamente en el campo científico. Además, en todo caso, este tipo de traducciones nunca podrían ser hechas por personas que, dominando perfectamente el francés, carecieran de los sólidos conocimientos específicos y pudieran comprender el rigor científico en el tratamiento de la materia que se expresa sin concesiones en el original del Prof. De la Cassinière.

Este libro llega, sin duda, en el momento oportuno. La frase “cambio climático” está pasando a ser lugar común en boca de todos, no solo de la comunidad científica. Pues bien, siendo la radiación solar la única forma externa de energía del sistema Tierra-Atmósfera, pretender comprender con un mínimo de rigor los fenómenos asociados a dicha frase pasa necesariamente por asimilar los conceptos subyacentes: la radiación solar y su interacción con el medio sobre el que actúa. Conocer, asimilar y manejar estos fundamentos básicos son parte relevante de la formación de cualquier estudiante del área de las ciencias, sobre todo si su vocación le mueve a trabajar en el marco del “medio ambiente”. Este libro constituye un instrumento idóneo por su completitud y rigor. Su traducción al español, es visto, por tanto, como una necesidad dirigida al ámbito académico de habla española que, lo recordamos aquí, abarca naciones con más de 500 millones de personas. Resulta curioso y gratificante que menos de una décima parte de las personas cuya lengua materna es el español, sean

ciudadanos españoles y que, muchas veces, la lengua española alcance en esos países un nivel de corrección y belleza que se está perdiendo o ya se ha perdido de forma irreversible en España.

No ha quedado más remedio, en algunos casos, que añadir una “Nota del Traductor” para aclarar lagunas aún existentes en determinados vocablos o definiciones de uso común en la comunidad científica y que nacen del paso de una lengua a otra. Parece, por otra parte, consagrado el uso en lengua española, sin traducción, de palabras inglesas. Así, es norma aceptada aunque estéticamente chocante, el uso de términos como *scattering*.

Y dicho esto, no queda sino terminar e invitar al lector de habla española a que use este libro como un manual donde siempre podrá encontrar la definición correcta y precisa, llena de rigor, de los conceptos que va a necesitar gracias a la brillante pluma del Prof. Alain De la Cassinière y que esta traductora ha intentado respetar en todo momento. Espero haberlo conseguido.

VICTORIA CACHORRO

*Valladolid, septiembre 2008*

## PRÓLOGO

### DEL AUTOR A LA VERSIÓN ORIGINAL EN FRANCÉS

De la energía radiada por el Sol, nuestro planeta intercepta *cada diez segundos* casi 1750 miles de MegaJulios (más o menos, la energía producida *en un año* por las centrales nucleares de un país como Francia: 477 *TWh* en 2001). Por tanto, esta cantidad de energía gigantesca, denominada idealmente «limpia» y sin la cual no habría sido posible la vida, no pasa sin incidencias sobre nuestro medio ambiente ni sobre nuestra salud. Por ser, en efecto, la causa original de los movimientos atmosféricos, el Sol puede verse como primer responsable de estos fenómenos extremos que son los tornados, las inundaciones, los períodos de sequía, o la desertificación... Son también a tener en cuenta un cierto número de patologías como la oftalmía, las cataratas, el banal «golpe de calor» o los graves cánceres cutáneos; así como la destrucción del fitoplancton -debido principalmente a la radiación ultravioleta- primer eslabón de la cadena alimenticia en los océanos; o aún cabe citar, los picos de contaminación que se dan en nuestros centros urbanos en el buen tiempo, en razón de la disociación molecular que provoca sus radiación sobre diversas especies químicas...

La preocupación sobre el anunciado cambio climático, donde este juego de efectos indeseables toma una amplitud inhabitual, explica el nuevo interés que hoy día se manifiesta sobre la radiación solar en la comunidad internacional. Esta es la razón por la cual parece útil proponer a los estudiantes, a los docentes, a los investigadores, así como a los profesionales en los campos implicados, el presente compendio. En él se ponen en común y se analizan los *conceptos* que permiten describir la radiación solar, construyendo modelos de estimación, así como comprender el funcionamiento de sus instrumentos de medida y evaluar sus principales efectos. El nivel de conocimientos deseables para leer estas páginas, corresponde al del primer ciclo de la Enseñanza Superior, tanto en Francia como en España. La homogeneidad de las notaciones, la precisión aportada en el curso de las definiciones, así como los detalles intencionadamente dados en los desarrollos explicativos, deberían facilitar la comprensión. Así este manual podrá no solamente servir de lectura preliminar a los ingenieros, físicos o químicos deseosos de adquirir conocimientos sobre la radiación solar, pero igualmente podrán sacar provecho los médicos, farmacéuticos y biólogos que se interesen por los efectos del Sol sobre la salud y el medio ambiente.

La obra propuesta esta dividida en cuatro capítulos:

- El primero, esencialmente introductorio, da las nociones necesarias de la radiometría y define las magnitudes específicas con las cuales es indispensable familiarizarse para poder adquirir una buena comprensión de lo que sigue.

- El segundo capítulo refresca nuestros conocimientos en materia de astronomía solar y propone algunos métodos de cálculo de la posición del Sol en el cielo. Describe a su vez, los procesos de interacción que se producen entre los constituyentes de la atmósfera y la radiación solar, procesos que conforman sus características y propiedades a nivel de suelo; en él se analiza, en particular, el fenómeno de la absorción selectiva por los gases y se describe, en la medida de lo posible y de acuerdo con los pre-requisitos demandados, la dispersión de Rayleigh por los moléculas y la dispersión de Mie por los aerosoles.

- El tercer capítulo presenta algunos modelos paramétricos y los llamados códigos de cálculo de la radiación solar. Son abordados tanto modelos empíricos como modelos físicos basados en las leyes de interacción entre los fotones y la atmósfera. La ecuación de transferencia radiativa y el método -llamado «de Monte Carlo»- del lanzamiento aleatorio de fotones, en la que se funda la mayor parte de los códigos de cálculo, son estudiados en detalle.

- Consagrado a la medida en general, el cuarto y último capítulo expone, a partir de las tres funciones de recepción, selección y detección que posee todo instrumento radiométrico solar, los principios de determinación de las diversas magnitudes radiativas. En una segunda parte, se presentan las herramientas de evaluación de la acción biológica y química de la radiación solar, con su aplicación a algunos efectos como la acción eritémica y la fotólisis.

En las últimas páginas de este manual se ha realizado: una nomenclatura general; un índice de términos y siglas utilizadas así como de nombres propios citados, que permite volver a su(s) párrafos(s) de definición o de primera aparición; un léxico Francés-Inglés / Inglés-Francés (NdT: nos ha parecido interesante mantener esta parte de la versión original) de los términos y expresiones específicas; una solución detallada de los ejercicios de asimilación y de problemas que siguen casi cada parte del capítulo; una lista de las publicaciones principales y de las obras de referencia a consultar para profundizar en las nociones abordadas.

ALAIN DE LA CASSINIÈRE

*Grenoble, enero 2003*

# CAPÍTULO I

## ELEMENTOS DE RADIOMETRÍA

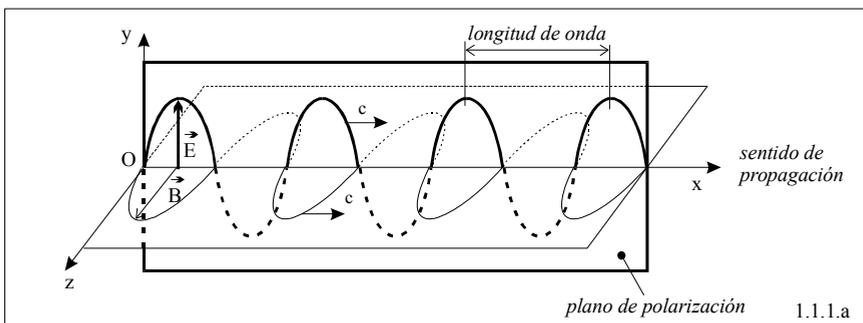
### 1. DEFINICIONES Y RELACIONES GENERALES

Los elementos que vamos a desarrollar aquí hacen referencia a las *magnitudes* y por tanto utilizan la *terminología* particular de la *radiometría*, es decir, de los procedimientos de determinación de la energía que llevan las ondas electromagnéticas; esta primera parte del capítulo I aporta todas las definiciones necesarias y precisas del significado de los términos específicos a utilizar.

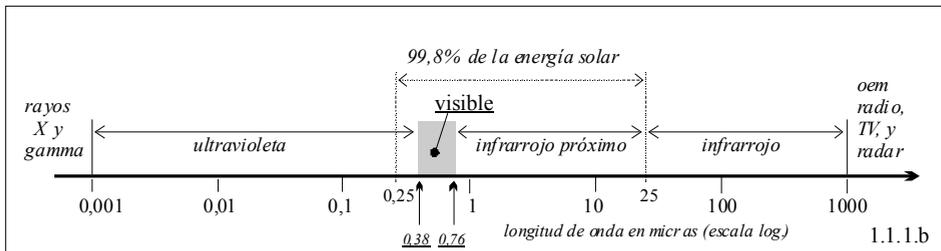
#### 1.1. Repaso de conceptos preliminares

##### 1.1.1. Las ondas electromagnéticas (oem)

Desde los trabajos teóricos de James Clerk Maxwell, publicados en 1864, se sabe que la energía es susceptible de propagarse en el espacio, sin ningún medio material como soporte bajo la forma de ondas, llamadas *ondas electromagnéticas* (oem).



Por medio de estas ondas electromagnéticas, una parte de la energía emitida por el sol puede llegar hasta la Tierra y mantener así la vida que se ha desarrollado. Para los físicos, una oem es un campo eléctrico y un campo magnético sinusoidales perpendiculares entre sí, que se propagan a la misma velocidad  $c$ , según una dirección que es a su vez ortogonal a las direcciones de los vectores que definen ambos campos (ver figura 1.1.1.a). El plano que contiene el campo eléctrico se llama *plano de polarización* de la oem. La velocidad de translación de estas dos sinusoides cruzadas es extremadamente grande y depende de la naturaleza del medio atravesado; es máxima en el vacío con un valor de  $c_0 = 2,99776 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . Las propiedades que manifiestan estas oem cuando interaccionan con el medio atravesado, dependen de la frecuencia  $\nu$  de vibración de sus campos y, por tanto, de su *longitud de onda* en ese medio,  $\lambda = c / \nu$  (definida como la distancia que separa a dos máximos sucesivos del campo). El rango de longitudes de onda de las oem, que el ser humano ha podido descubrir en la naturaleza, es extremadamente amplio (figura 1.1.1.b), ya que alcanza desde los  $10^{-15} \text{ m}$  de los rayos cósmicos, hasta los millones de km de las FBE (“*frecuencias bajas extremas*”).



A modo de ejemplo, las oem de origen solar cubren un rango que alcanza desde el Angström ( $10^{-10} \text{ m}$ ), hasta los 10 km ( $10^4 \text{ m}$ ). Sin embargo, más del 99,8% de la potencia irradiada por este astro está concentrada en una banda estrecha (desde 0,25  $\mu\text{m}$  hasta 25  $\mu\text{m}$ ), y casi el 50% de la banda corresponde únicamente a las oem *visibles*, es decir, [0,38  $\mu\text{m}$  - 0,76  $\mu\text{m}$ ]. Siguiendo los criterios de la *Comisión Internationale de l'Eclairage* (CIE), se distinguen, de forma convencional, las bandas siguientes:

$[0,250 \mu m - 0,280 \mu m]$	UV de tipo C
$[0,280 \mu m - 0,315 \mu m]$	UV de tipo B
$[0,315 \mu m - 0,380 \mu m]$	UV de tipo A
$[0,380 \mu m - 0,439 \mu m]$	Violeta (máximo : $0,412 \mu m$ )
$[0,439 \mu m - 0,498 \mu m]$	Azul (máximo : $0,470 \mu m$ )
$[0,498 \mu m - 0,568 \mu m]$	Verde (máximo : $0,515 \mu m$ )
$[0,568 \mu m - 0,592 \mu m]$	Amarillo (máximo : $0,577 \mu m$ )
$[0,592 \mu m - 0,631 \mu m]$	Anaranjado (máximo : $0,600 \mu m$ )
$[0,631 \mu m - 0,760 \mu m]$	Rojo (máximo : $0,673 \mu m$ )
$[0,760 \mu m - 25,0 \mu m]$	Infrarrojo

### 1.1.2. Los fotones

Desde la teoría del “cuerpo negro” elaborada por Planck, y según los estudios relativos al efecto fotoeléctrico, realizados por Einstein al comienzo del Siglo XX, se sabe que la energía de la oem es transportada por partículas sin masa, llamadas “fotones”. Cada fotón contiene un “quantum” de energía de valor  $w = h\nu$ , siendo  $\nu$  la frecuencia de la oem correspondiente y  $h$  la “Constante de Planck”. En realidad, la representación del campo eléctrico (o el magnético) de una oem de frecuencia fija  $\nu$ , en la forma de una senoide exacta no es sino una simplificación puesto que ninguna oem real podrá tener la longitud infinita que comporta este modelo elemental. En efecto, de la duración necesariamente finita de los procesos de emisión de las oem resulta matemáticamente que una vibración electromagnética dada no puede estar constituida de una sola longitud de onda, sino que debe comprender *todo un rango* extendido en torno a un valor central  $\lambda$ . Este “grupo de ondas” que se desplaza a la velocidad  $c$  y transporta el cuanto de energía  $h\nu = hc/\lambda$ , es considerado como la representación *ondulatoria* del fotón de longitud de onda  $\lambda$ . La trayectoria de un fotón es comúnmente denominada *rayo*.

Las fuentes naturales de las oem son sucesiones de fotones o grupo de ondas cuyos planos de polarización respectivos presentan, por lo general, todas las orientaciones posibles en el espacio. Consideradas globalmente, tales emisiones no pueden por tanto ser calificadas de “polarizadas” ya que este adjetivo debe reservarse para el caso en que todos los grupos de ondas producidos presenten planos de polarización paralelos a un único plano fijo en el espacio (polarización “lineal”).

### 1.1.3. *La terminología general*

Una finalidad importante de la radiometría es permitir la determinación de la *energía* transportada por las oem. A partir de aquí, las diversas magnitudes físicas específicas que se deben introducir -como la *intensidad*, la *radiancia* y la *irradiancia* (sobre las que veremos más adelante definiciones precisas) - son calificadas de *energéticas*. Excepto en iluminación, donde es necesario distinguir estas últimas magnitudes de las magnitudes de la misma forma pero que se refieren únicamente a la percepción visual (ver el § 3.1.2. del capítulo IV), este calificativo puede ser sobreentendido sin riesgo de confusión.

Las magnitudes de la radiometría son calificadas de *totales* si conciernen a las oem correspondiente a un rango extenso  $[\lambda_1, \lambda_2]$  de longitudes de onda diferentes (como el visible, por ejemplo); son calificadas de *monocro-máticas* si este rango es suficientemente estrecho para ser asimilado, teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, a la diferencial matemática  $d\lambda$  (una oem de una sola longitud de onda no puede tener existencia física, como ya hemos mencionado antes). Finalmente, toda magnitud que sea función de  $\lambda$  es calificada de *espectral*.

Emplearemos alternativamente los calificativos de *direcciona*l o *hemisférica* según que la magnitud en cuestión se refiera a una oem que se propaguen en una dirección dada en el espacio, o bien en todo el semiespacio definido por las necesidades de nuestro problema. En el primer caso, se marca habitualmente con una *prima* la letra que simboliza la magnitud, y en el segundo con un pequeño semicírculo  $\cap$  a modo de índice (estos signos distintivos podrán ser omitidos si no hay ambigüedad).

Sabemos que la producción de las oem se debe a una pérdida de excitación energética (de tipo cuántico) de las moléculas y átomos, o de las capas electrónicas de estos últimos. Los sólidos, líquidos o gases, constituidos de moléculas o átomos en estas condiciones son las fuentes de oem denominadas *primarias*. Si las oem así producidas encuentran un material o se propagan en un medio que las desvía o las absorbe, es útil considerar todo elemento de la superficie de incidencia en ese material, o todo elemento de volumen en ese medio, como una fuente *secundaria* de la radiación así modificada. Este procedimiento puede incluso ser utilizado si el medio de propagación no modifica en nada a las oem que le atraviesan. En este caso, cada elemento de volumen puede ser considerado una fuente *repetidora*.

**Observaciones:**

1. Cualquiera que sea la magnitud considerada, la física no puede conocer más que cantidades o variaciones *finitas*, es decir, potencialmente *medibles*. Cuando esas cantidades o variaciones son pequeñas (como en el caso de los rangos muy estrechos de longitudes de onda descritos más arriba) son generalmente asimilados a *diferenciales* matemáticas para poder manipular-as. La *diferencial* de una magnitud es, como es sabido, una parte de ésta supuesta “tan pequeña como se quiera pero nunca nula” o “infinitesimal”; no es, por tanto, ni *finita*, ni *medible*, y la asimilación precedente introduce necesariamente un error del que conviene estudiar hasta que punto es tolerable en el contexto del problema a tratar.
2. La diferencial matemática de una *misma magnitud* puede ser simple o bien múltiple: es doble, triple, etc.... según que resulte del producto de dos, tres, etc... diferenciales *simples*. Sea, por ejemplo, un rectángulo cuyas lados tienen longitudes finitas respectivas  $x$  e  $y$ ; entonces, el crecimiento infinitesimal de su superficie  $S = x y$ , como consecuencia de un crecimiento infinitesimal  $dx$  debido únicamente al lado de longitud  $x$ , se escribe:

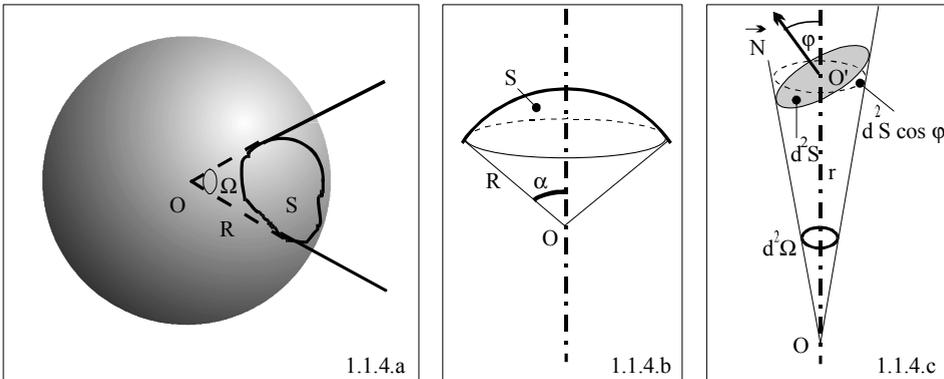
$$dS = y dx \qquad 1.1.3.a$$

por el contrario, el área de un cuadrado elemental de lados  $dx$  y  $dy$ , perteneciente a las superficie  $dS$ , será escrito como

$$d^2S = dx dy \quad 1.1.3.b$$

#### 1.1.4. Los ángulos sólidos

De la misma forma que el ángulo permite medir porciones de un plano con forma de cuña, el ángulo sólido permite la medida de porciones de espacio que presentan la forma de un *cono*. Resulta ser, por tanto, una magnitud auxiliar indispensable para la descripción de los fenómenos de propagación en las tres dimensiones. Podemos definir un cono como la porción de espacio limitada por la superficie engendrada por una semirrecta que parte del centro de una esfera, cuando esta semirrecta sigue el contorno de una curva cerrada contenida en la superficie de la esfera. El centro de la esfera es denominado el *vértice* del cono, y la semirrecta, su *generatriz* (figura 1.1.4.a); si la curva cerrada que sigue esta última resulta ser un *círculo*, el cono es denominado *de revolución* (figura 1.1.4.b).



La medida del ángulo sólido  $\Omega$  que delimita un cono es igual al área  $S$  cortada por este cono sobre una esfera centrada en su vértice, dividida por el radio  $R$  al cuadrado de esta esfera, o sea:

$$\Omega = S/R^2 \quad 1.1.4.a$$

Esta medida se expresa en *estéreo-radianes*, unidad cuyo símbolo es *sr*. Puede demostrarse fácilmente que la medida del ángulo sólido de un cono *de revolución* cuyo eje de simetría subtende un ángulo  $\alpha$  con la generatriz (figura 1.1.4.b) es:

$$\Omega = 2\pi (1 - \cos \alpha) \quad 1.1.4.b$$

Se sigue de lo anterior que el ángulo sólido de un *semi-espacio* vale  $2\pi$  *sr* (valor de  $\Omega$  obtenido cuando el cono se convierte en un plano, es decir para  $\alpha = \pi/2$  *rad*), y que el ángulo sólido de *todo el espacio* es  $4\pi$  *sr* (valor de  $\Omega$  obtenido cuando el cono engloba todo el espacio, es decir, para  $\alpha = \pi$  *rad*).

Se admite que el ángulo sólido de vértice  $O$  que intercepta a la distancia  $OO' = r$ , una superficie plana  $d^2S$ , extremadamente pequeña respecto a  $r$  y cuya perpendicular subtende el ángulo *agudo*  $\varphi$  con  $OO'$ , puede escribirse (ver figura 1.1.4.c):

$$d^2\Omega = \frac{d^2S \cos \varphi}{r^2} \quad 1.1.4.c$$

Esta hipótesis es equivalente a asimilar el elemento de plano  $d^2S \cos \varphi$ , que es la *proyección* de  $d^2S$  sobre un plano ortogonal a  $OO'$ , a un elemento de superficie esférica de radio  $R$ .

### **Observaciones:**

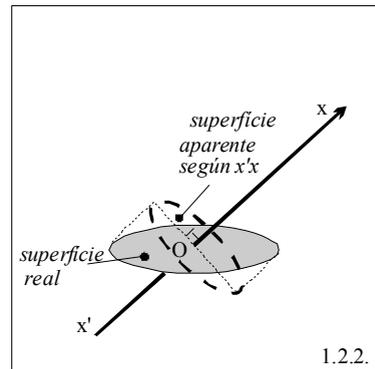
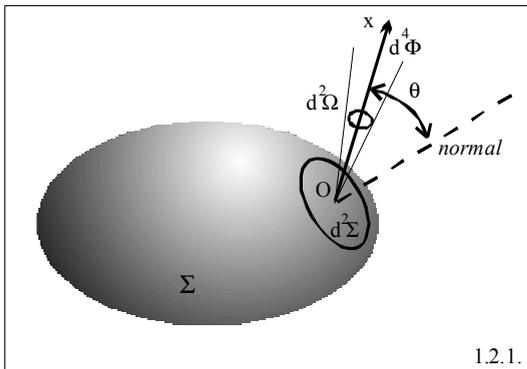
1. Para que la relación diferencial 1.1.4.c sea lo más “elemental” posible, hemos considerado una diferencial de superficie *doble* ( $d^2S$ ). Según las reglas de homogeneidad que rigen la escritura de las igualdades algebraicas, esta elección implica escribir también el elemento de ángulo sólido como una diferencial doble ( $d^2\Omega$ ).
2. En una referencia  $[Oxyz]$  con coordenadas esféricas  $(r, \theta, \psi)$ , el elemento de superficie  $d^2S \cos \varphi$  es igual a  $r^2 \sin \theta d\theta d\psi$ . Por consiguiente, el ángulo sólido elemental se escribe:

$$d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\psi \quad 1.1.4.d$$

## 1.2. Las principales magnitudes energéticas

### 1.2.1. Flujo emitido por una superficie

Llamemos  $\Sigma$  a la superficie *finita y cerrada* de una fuente primaria que emite oem, o bien una superficie *finita y cerrada*, supuesta aislada en el seno de un medio de propagación. Si  $\Sigma$  emite oem que se propagan en todo el espacio libre alrededor de ella ( $4\pi$  sr, a priori), la *energía* que estas oem llevan *por unidad de tiempo*, es denominada *flujo*, magnitud que se expresa en Vatios (W, energía por unidad de tiempo o potencia), y que denotaremos con la letra  $\Phi$ .



Consideremos ahora una porción de superficie perteneciente a  $\Sigma$ , suficientemente pequeña para ser considerada un elemento diferencial  $d^2\Sigma$  (ver figura 1.2.1.). Escribamos  $d^4\Phi$  el flujo de la oem que parte de  $d^2\Sigma$  y que se propaga según la dirección definida por  $O\vec{x}$ , dentro de un pequeño ángulo sólido asimilable al elemento diferencial  $d^2\Omega$ . Ningún esquema puede, evidentemente, dar cuenta del aspecto infinitesimal de estos elementos diferenciales: la figura 1.2.1. debe ser considerada como una representación *simbólica*. Pero es preciso no olvidar que la propia definición de diferencial, permite que la superficie  $d^2\Sigma$  pueda ser tomada «tan pequeña como se quiera», particularidad que le confiere la doble propiedad:

- de hacer el papel de un vértice *puntual* para el ángulo sólido  $d^2\Omega$  (así, contrariamente a lo que pueda sugerir la figura, el flujo  $d^4\Phi$  es emitido por la *totalidad* de este elemento de superficie);
- de ser casi *plana*, lo que le permite irradiar en todo el *semi-espacio* libre la cantidad de flujo:

$$d^2\Phi = \iint_{\cap} d^4\Phi \quad 1.2.1.$$

Debemos notar que la integral sobre el semi-espacio libre en la relación anterior, es *doble* porque el elemento integrante es la diferencial *doble*  $d^2\Omega$  .

### 1.2.2. Radiancia de una fuente plana de pequeñas dimensiones

Consideremos de nuevo la figura 1.2.1., donde  $d^2\Sigma$  emite  $d^4\Phi$  dentro de  $d^2\Omega$  , y donde el ángulo *agudo* entre la dirección de emisión,  $O\vec{x}$  , y la normal a  $d^2\Sigma$  , se denota como  $\theta$  . Por definición, la *radiancia*  $L$  de  $d^2\Sigma$  según  $O\vec{x}$  , es la potencia de la oem que este elemento irradia, en esa dirección, por unidad de ángulo sólido y de superficie *aparente* de la fuente (la superficie *aparente* de una fuente, según una dirección de observación, es la de su proyección ortogonal sobre un plano normal a esa dirección: ver la figura 1.2.2). En consecuencia, la radiancia  $L$  viene dada por:

$$d^4\Phi = L d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \quad 1.2.2.$$

Esta magnitud, que se expresa en  $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$  , es *direccional* por naturaleza. No puede, por consiguiente, haber inconveniente alguno en omitir la prima.

#### **Observaciones:**

1. El hecho de que solo el ángulo  $\theta$  , entre  $O\vec{x}$  y la normal a la superficie  $d^2\Sigma$  aparezca en la relación 1.2.2., no implica que  $L$  sea necesariamente idéntica en todas las direcciones  $O\vec{x}$  que forman el mismo ángulo  $\theta$  con la normal.

2. En el caso particular de que  $L$  sea invariante, cualquiera que sea la dirección  $O\vec{x}$ , en el semi-espacio libre de emisión, se dice que el elemento de la fuente  $d^2\Sigma$  sigue la ley de Lambert (también le denominamos elemento “lambertiano”).

### 1.2.3. Intensidad de una fuente puntual o de pequeñas dimensiones

Sea, ahora,  $d^4\Phi$  el flujo emitido en  $d^2\Omega$  según la dirección  $O\vec{x}$ , por una fuente de oem que sea, o bien puntual, o bien plana de pequeña dimensiones, como la  $d^2\Sigma$  sobre la figura 1.2.1.. Puede definirse la *intensidad* de esa fuente en la dirección  $O\vec{x}$ , como:

$$d^2I = \frac{d^4\Phi}{d^2\Omega} \quad 1.2.3.a$$

Por consiguiente, la intensidad de una fuente infinitesimal es la potencia irradiada por unidad de ángulo sólido, en una dirección dada, expresándose, por tanto, en  $W sr^{-1}$ . Esta nueva magnitud es *direccional* por definición, y el signo prima puede también ser omitido sin riesgo de confusión.

#### **Observaciones:**

1. El interés de la intensidad es que permite tener en cuenta las fuentes (de tamaño pequeño), sin que se tenga que precisar su geometría.
2. La intensidad en la dirección  $O\vec{x}$  de una fuente plana elemental  $d^2\Sigma$  puede también escribirse, según la definición de  $L$ , en la forma:

$$d^2I = L(\theta) d^2\Sigma \cos \theta \quad 1.2.3.b$$

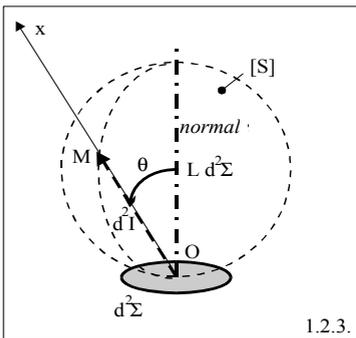
Dibujemos desde  $O$ , y según  $O\vec{x}$ , un vector  $\overrightarrow{OM}$  *indicador* de la intensidad, es decir, cuyo modulo sea el valor de la intensidad  $d^2I$  en esa dirección. Entonces, si  $O\vec{x}$  toma todas las direcciones posibles del semi-espacio libre en el cual emite  $d^2\Sigma$ , el extremo  $M$  del vector  $\overrightarrow{OM}$  describe una superficie  $[S]$  que es

denominada *indicatriz de las intensidades* de  $d^2\Sigma$ . Se muestra fácilmente que, si  $d^2\Sigma$  es *lambertiana* (si, por tanto,  $L$  es la misma cualquiera que sea la dirección  $O\vec{x}$  considerada), su indicatriz de la intensidad es una esfera de diámetro  $L d^2\Sigma$ , que le es tangente en  $O$  (ver la figura 1.2.3.).

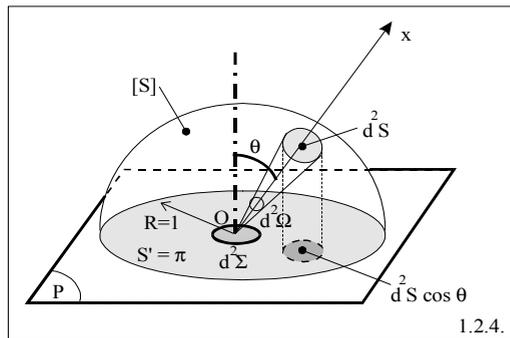
3. Se puede definir también la indicatriz de la intensidad de una fuente *puntual*  $O$  (que emite, de su natural, los  $4\pi sr$  del espacio), a la superficie lugar geométrico de los extremos del vector  $\overrightarrow{OM}$  indicador de la intensidad. Si el modulo de  $\overrightarrow{OM}$  es el mismo cualquiera que sea la dirección considerada, la indicatriz es evidentemente una esfera *centrada sobre*  $O$ , y se dice simplemente que la fuente de emisión es *isótropa*.

**1.2.4. Exitancia de una fuente plana de pequeñas dimensiones**

En § 1.2.1., hemos denotado  $d^2\Phi$  como el flujo irradiado en todo el semi-espacio libre por el elemento de superficie  $d^2\Sigma$  (ver la relación 1.2.1.). La relación entre  $d^2\Phi$  y  $d^2\Sigma$  es, por definición, la *exitancia* o *emitancia*  $M$  de este elemento de fuente. La exitancia, que representa por tanto la potencia irradiada o emitida (emitancia) por unidad de superficie en  $2\pi sr$ , por un elemento de fuente plano, es, por consiguiente una magnitud *hemisférica* que se expresa en  $W m^{-2}$ .



1.2.3.



1.2.4.

Según las definiciones de  $L$  y  $M$ , se puede escribir la relación siguiente:

$$M = \frac{d^2\Phi}{d^2\Sigma} = \iint_{\Omega} L \cos \theta d^2\Omega \quad 1.2.4.a$$

**Observaciones:**

En el caso en el que un elemento de fuente  $d^2\Sigma$  sea *lambertiano*, su exitancia es directamente proporcional a su radiancia y puede ser escrita simplemente como:

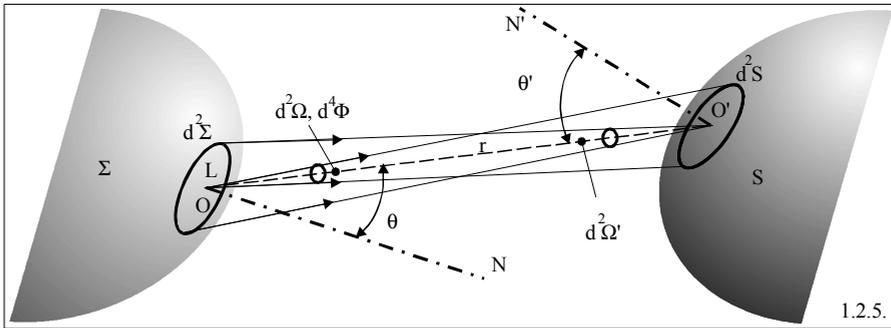
$$M = \pi L \quad 1.2.4.b$$

En efecto. Consideremos la figura 1.2.4., donde  $d^2S$  es el elemento de superficie que intercepta sobre la semiesfera  $[S]$ , de radio *unidad* y centro  $d^2\Sigma$ , el ángulo sólido  $d^2\Omega$ . Del hecho de que el radio de  $[S]$  valga *uno*, se sigue que  $d^2\Omega$  sea numéricamente igual a  $d^2S$ , y que el término  $\cos \theta d^2\Omega$  de la relación 1.2.4.a represente, en definitiva, la proyección ortogonal de  $d^2S$  sobre el plano  $[P]$ . Entonces, puesto que  $L$  es constante cualquiera que sea la dirección considerada, la integración sobre el semi-espacio libre se reduce al producto de  $L$  por la superficie  $S' = \pi$  que corta  $[S]$  sobre  $[P]$ . Puede verse que en la relación 1.2.4.b,  $\pi$  tiene la dimensión de un *ángulo sólido*.

**1.2.5. Irradiancia de una superficie receptora**

Si denominamos  $d^2\Phi$  el flujo de la oem incidente sobre un elemento de la superficie receptora  $d^2S$  que proviene de todo el semi-espacio libre, *la irradiancia* de  $d^2S$  que resulta es, por definición, la magnitud:

$$E = \frac{d^2\Phi}{d^2S} \quad 1.2.5.a$$



Si, ahora, no consideramos más que la parte  $d^4\Phi$  del flujo  $d^2\Phi$ , emitido por el elemento de fuente  $d^2\Sigma$  dentro del ángulo sólido  $d^2\Omega$  que intercepta  $d^2S$  (ver la figura 1.2.5.), la irradiancia de  $d^2S$  no es sino:

$$d^2E = \frac{d^4\Phi}{d^2S} \tag{1.2.5.b}$$

**Observaciones:**

1. Hemos distinguido hasta el presente superficies fuentes y superficies receptoras. Sin embargo, esta distinción no depende más que del punto de vista adoptado puesto que toda superficie en el espacio es a la vez receptora de la radiación ambiente y emisora de su radiación propia (o re-emisora de la radiación recibida, para las fuentes *secundarias* o *repetidoras*). Por esta razón puede introducirse el concepto de *flujo por unidad de superficie* (o *densidad de flujo*) que puede definir alternativamente a la irradiancia o la exitancia, mediante:

$$\varphi = \frac{d^2\Phi}{d^2S} = \frac{d^2\Phi}{d^2\Sigma} \tag{1.2.5.c}$$

2. Un medio de propagación de una oem susceptible de modificar la potencia o la dirección de los flujos que lo atraviesan es llamado *semitransparente*. Si no modifica nada, entonces es llamado *perfectamente transparente*. Además de ser necesariamente una fuente propia, todo elemento de volumen de un medio

puede ser considerado como una fuente secundaria o una fuente repetidora según hemos visto; se sigue de aquí que es posible definir en todo punto interior al volumen (delimitado imaginariamente por un elemento de superficie), una radiancia, una intensidad, una irradiancia, una exitancia...

### 1.3. Otras nociones útiles

#### 1.3.1. La relación entre la radiancia y la irradiancia

Retomemos la figura 1.2.5, donde puede verse que un flujo  $d^4\Phi$  emitido dentro de un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$  por un elemento fuente  $d^2\Sigma$  de radiancia  $L$ , es recibido por un elemento de superficie  $d^2S$  situado a una distancia  $r = OO'$ . La distancia  $r$  se supone extremadamente grande con respecto a las dimensiones de  $d^2\Sigma$  y  $d^2S$  (obviamente esto no puede ser representado en el dibujo). Los ángulos agudos que forman las normales hacia afuera de  $d^2\Sigma$  y  $d^2S$ , con  $OO'$ , son denotados mediante  $\theta$  y  $\theta'$ , y el ángulo sólido bajo el cual puede verse  $d^2\Sigma$  desde  $d^2S$ , se denomina  $d^2\Omega'$ . Entonces, como  $d^2\Omega$  es igual a  $d^2S \cos\theta' / r^2$  (ver 1.1.4.c), es posible escribir la relación 1.2.2. de forma simétrica:

$$d^4\Phi = L \frac{d^2\Sigma d^2S \cos\theta \cos\theta'}{r^2} \quad 1.3.1.a$$

Reemplazando,  $d^2\Sigma \cos\theta / r^2$  por  $d^2\Omega'$ , se obtiene para la irradiancia de  $d^2S$ :

$$d^2E = \frac{d^4\Phi}{d^2S} = L \cos\theta' d^2\Omega' \quad 1.3.1.b$$

relación extremadamente interesante ya que permite una determinación *a distancia* de la radiancia de un elemento fuente  $d^2\Sigma$  (es suficiente para ello medir la irradiancia  $d^2E$  que produce esta fuente sobre una superficie receptora  $d^2S$ , conocer el ángulo  $\theta'$  que

ésta subtende con la normal a  $d^2S$ , así como el ángulo sólido  $d^2\Omega'$  bajo el que puede verse desde  $d^2S$  ).

**Observaciones:**

La razón  $d^2\Sigma d^2S \cos\theta \cos\theta' / r^2$  que aparece en la relación 1.3.1.a es denominada generalmente *extensión o invariante geométrica* del flujo  $d^4\Phi$ . En definitiva, muestra que es *equivalente* considerar este flujo emitido por  $d^2\Sigma$  en dirección a  $d^2S$ , propagándose dentro de  $d^2\Omega$  o bien dentro de  $d^2\Omega'$ . Esta propiedad será más extensamente explotada en las líneas que siguen.

**1.3.2. El flujo actínico**

Los fotones solares, cuando poseen la energía apropiada, son susceptibles de ser absorbidos por ciertas moléculas presentes en la atmósfera. Estas absorciones pueden provocar la ruptura de las moléculas blanco -se habla entonces de *fotodisociación* o de *fotoólisis*- y hacer aparecer de esta manera especies químicas nuevas. El problema que se plantea pues en química de la atmósfera es ser capaz de determinar el número y la energía de los fotones que *convergen*, por unidad de tiempo, hacia tales moléculas. Para este fin ha sido introducida por los químicos una magnitud denominada *flujo actínico* -también llamado *flujo esférico* (convergente) - sobre un punto, como el factor energético que explica la aparición de especies nuevas.

Evidentemente, las moléculas potencialmente fotodisociables por los fotones solares están mezcladas con otras moléculas atmosféricas. No es, por tanto, el flujo convergente hacia un punto meramente geométrico de la atmósfera lo que podrá ser la magnitud apropiada buscada, sino más bien el flujo *incidente sobre* (o *que penetra en*) un *volumen* determinado de aire centrado en ese punto y susceptible de contener las moléculas sensibles. Un tal flujo es fácilmente calculable por medio de la relación 1.3.1.b precedente. En efecto, el flujo incidente según la dirección definida por  $O\vec{x}$ , en

una esfera  $[s]$ , que será “pequeña” pero de tamaño suficiente para contener las especies fotodisociables, es de la forma (ver la figura 1.3.2.a):

$$d^4\Phi = L d^2\Omega' d^2S \quad 1.3.2.a$$

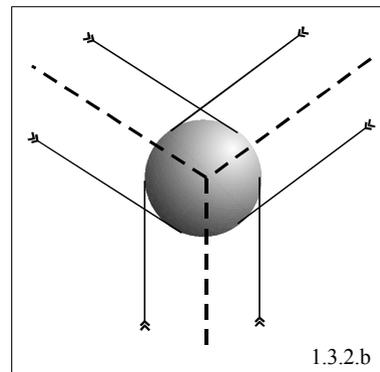
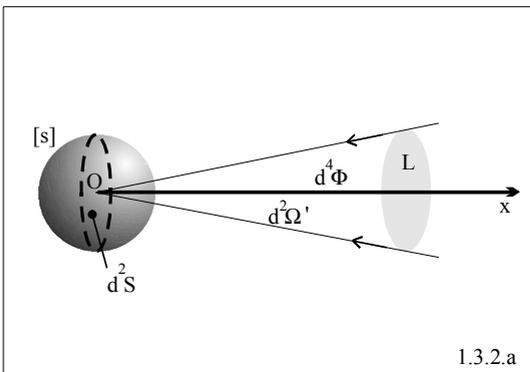
siendo  $d^2S$  la sección ecuatorial de  $[s]$  que es normal a  $O\bar{x}$  (por tanto, tal que  $\theta' = 0$ ), y representando  $L$  la radiancia de la atmósfera según esa dirección. Entonces, como  $d^2S$  tiene el mismo valor cualquiera que sea  $O\bar{x}$ , el flujo incidente sobre  $[s]$  desde todas las direcciones del espacio es:

$$d^2\Phi = d^2S \iint_{4\pi sr} L d^2\Omega' \quad 1.3.2.b$$

Podemos ser eximidos del conocimiento de  $d^2S$ , no considerando sino la relación:

$$\varphi = \frac{d^2\Phi}{d^2S} = \iint_{4\pi sr} L d^2\Omega' \quad 1.3.2.c$$

que, en definitiva, es lo que habitualmente se conoce como *flujo actínico* o *flujo esférico* (convergente) sobre un punto (a pesar de que se trate, según la terminología adoptada aquí, de *una densidad de flujo esférico*). Esta magnitud se expresa en  $W m^{-2}$ .



**Observaciones:**

1. El flujo esférico que penetra en una *esfera de tamaño cualquiera* puede expresarse como 1.3.2.c con la condición de que cada elemento de fuente que emita las oem, que son recibidas por la esfera, esté suficientemente alejado para que sus rayos sean paralelos entre ellos al alcanzar la esfera (ver la figura 1.3.2.b). Es por esto que el *flujo actínico* sobre un punto es a veces asimilado al flujo (pero no a una densidad de flujo) que penetraría en una esfera de *sección ecuatorial unidad* ( $1 \text{ m}^2$ ) centrada en ese punto.
2. El dióxido de nitrógeno, el ozono, el formaldehído y el peróxido de hidrógeno son algunas de las especies químicas más corrientes susceptibles de sufrir fotodisociación (esencialmente bajo los efectos de los rayos UV-B y A).

**1.4. Las magnitudes espectrales**

No hemos considerado hasta ahora más que las magnitudes *totales*, es decir, relativas a las oem conteniendo, a priori, un rango extenso de longitudes de onda (cf § 1.1.2.). Veamos ahora cuales son las convenciones generalmente adoptadas cuando estas magnitudes son relativas a un rango de longitudes de onda muy estrecho asimilable a la diferencial  $d\lambda$ .

**1.4.1. El flujo**

Imaginemos un elemento  $d^2\Sigma$  de fuente plana que emite en todo el semi-espacio el flujo total  $d^2\Phi$  constituido por oem de longitudes de onda comprendidas en un rango extendido  $[\lambda_1, \lambda_2]$ . Según el § 1.1.2., la parte  $d^3\Phi(\lambda)$  de  $d^2\Phi$ , constituida por longitudes de onda de la banda muy estrecha  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$  (incluidas obviamente en la banda ancha), es un flujo monocromático que se expresa también en  $W$  como el flujo total. Se define entonces el flujo *espectral* correspondiente a  $d^3\Phi(\lambda)$ , como:

$$d^2\Phi_\lambda = \frac{d^3\Phi(\lambda)}{d\lambda} \quad 1.4.1.a$$

Siendo las longitudes de onda más energéticas de la radiación solar del orden de algunos centenares de nm, es usual expresar el flujo espectral en  $W\text{ nm}^{-1}$  (para mayores longitudes de onda se utilizan también los  $W\mu\text{m}^{-1}$ ).

Las variaciones de  $d^2\Phi_\lambda$  en función de  $\lambda$ , sobre el rango  $[\lambda_1, \lambda_2]$ , representan el *espectro* del flujo total  $d^2\Phi$ ; la integración en  $\lambda$  de este espectro, sobre este mismo rango permite escribir obviamente  $d^2\Phi$  como:

$$d^2\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d^2\Phi_\lambda d\lambda \quad 1.4.1.b$$

**Observaciones:**

1. Al flujo *total*  $d^4\Phi$  emitido por  $d^2\Sigma$  según la dirección  $O\vec{x}$  (véase la figura 1.2.1.), le corresponde, de la misma manera, el flujo *espectral*  $d^4\Phi_\lambda$  cuya representación en función de  $\lambda$  es el espectro  $d^4\Phi$ .
2. En el rango infrarrojo, al ser muy extenso, se utiliza por lo general el *número de onda*,  $\nu' = 1/\lambda$ , en lugar de la longitud de onda; la relación equivalente a 1.4.1.a se escribe entonces como:

$$d^2\Phi_\nu = \frac{d^3\Phi(\nu)}{d\nu} \quad 1.4.1.c$$

**1.4.2. Las otras magnitudes**

A partir de la definición precedente del flujo *espectral*, se puede introducir también una radiancia, una intensidad, una exitancia, una irradiancia y un flujo *actínico espectrales*, es decir, expresados por unidad de longitud de onda. En efecto, para una banda muy estrecha  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$  sobre la que un elemento de fuente  $d^2\Sigma$  presenta la

radiancia  $dL(\lambda)$  según la dirección  $O\vec{x}$  (ver la figura 1.2.2.), la relación 1.2.2. se escribe:

$$d^5\Phi(\lambda) = dL(\lambda) d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \quad 1.4.2.a$$

dividiendo  $d^5\Phi(\lambda)$  y  $dL(\lambda)$  por  $d\lambda$ , tenemos:

$$d^4\Phi_\lambda = L_\lambda d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \quad 1.4.2.b$$

La magnitud  $L_\lambda = dL(\lambda)/d\lambda$  es entonces la radiancia *espectral* correspondiente, que se expresa en  $W m^{-2} sr^{-1} nm^{-1}$ . El flujo *total* emitido por  $d^2\Sigma$  dentro de  $d^2\Omega$  puede entonces ser escrito como:

$$d^4\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d^4\Phi_\lambda d\lambda = d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_\lambda d\lambda \quad 1.4.2.c$$

lo que, identificando con la relación 1.2.2., permite encontrar que:

$$L = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_\lambda d\lambda \quad 1.4.2.e$$

Mediante un procedimiento análogo, se definen sin dificultad la intensidad, la exitancia, la irradiancia y el flujo actínico *espectrales* que respectivamente son:

$$d^2I_\lambda = d^4\Phi_\lambda / d^2\Omega \quad 1.4.2.f$$

$$M_\lambda = d^2\Phi_\lambda / d^2\Sigma \quad 1.4.2.g$$

$$E_\lambda = d^2\Phi_\lambda / d^2S \quad 1.4.2.h$$

$$\varphi_\lambda = \iint_{4\pi sr} L_\lambda d^2\Omega' \quad 1.4.2.i$$

Estas magnitudes se expresan, la primera en  $W sr^{-1} nm^{-1}$ , las tres últimas en  $W m^{-2} nm^{-1}$ .

**Observaciones:**

1. Toda magnitud espectral representada en función de  $\lambda$  es el *espectro* de la magnitud total de la que deriva; mediante su integración sobre  $\lambda$  se vuelve a obtener obviamente esta magnitud total (como en 1.4.1.b o 1.4.2.e.).
2. Como se habrá podido observar, para transformar una relación entre magnitudes totales en una relación entre magnitudes espectrales, es suficiente indicar con  $\lambda$  las magnitudes totales y añadir “ $nm^{-1}$ ” para expresar correctamente su dimensión.



### *Ejercicios y problemas*

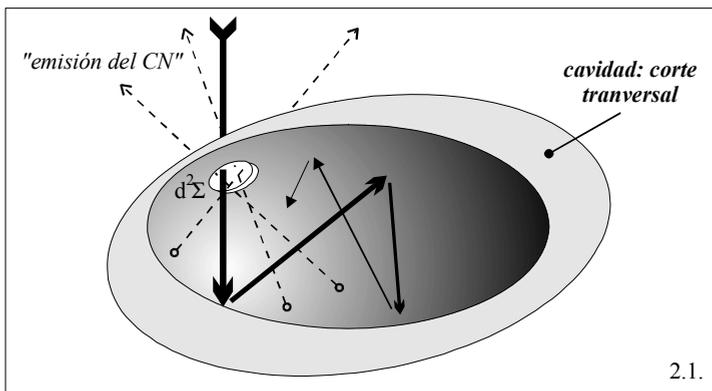
1. Establecer la relación 1.1.4.b. Se recuerda que la superficie de un casquete esférico de espesor  $h$ , que pertenece a una esfera de radio  $R$ , es  $S = 2\pi R h$ .
2. Calcular el ángulo sólido bajo el que puede verse el Sol desde la Tierra, sabiendo que el diámetro aparente de este astro es de  $32'$ .
3. ¿Cual es el ángulo sólido que forman dos semiplanos que se cortan en una recta y subtienden entre ellos un ángulo  $\beta$ ?
4. Sabiendo que la « constante solar » (la irradiancia solar sobre un plano normal a los rayos en las proximidades de la Tierra y fuera de la atmósfera) es  $I_o = 1367 \text{ W m}^{-2}$ , calcular :
  - El flujo energético irradiado por el sol en todo el espacio.
  - La intensidad y la radiancia, en dirección a la Tierra, de esta fuente, si se asimila a un disco plano normal a la dirección Sol-Tierra. Se tomará  $150 \cdot 10^6$  km como distancia entre ambos.
5. Mostrar que la indicatriz de las intensidades de una fuente plana elemental lambertiana es la esfera representada en la figura 1.2.3.
6. Transformar la expresión 1.3.1.b en una relación entre magnitudes espectrales e indicar las nuevas dimensiones de estas magnitudes.

## 2. CONCEPTOS SOBRE EL CUERPO NEGRO

Cualquiera que sea su naturaleza y su forma, *todo cuerpo* por encima de cero Kelvin presenta la propiedad de ser *fente primaria* de oem. Se trata de un fenómeno de origen térmico (debido al movimiento de vibración de los átomos o de vibración-rotación de las moléculas) que se denomina “radiación térmica”. Además de emitir así sus propias oem, todos los materiales reflejan y absorben *parcialmente* (en cantidad variable según su naturaleza y estado) las oem que reciben desde otras fuentes. Desde un punto de vista teórico, es cómodo imaginar un material “ideal” que pueda servir de *referencia* y capaz de absorber *totalmente* todas las oem recibidas cualquiera que sea la longitud de onda y el ángulo de incidencia bajo el que los fotones correspondientes les alcancen: se trata del *cuerpo negro* (CN en abreviatura)

### 2.1. Definición y propiedades

Por definición, el CN no puede ni reflejar ni transmitir radiación, cualquiera que sea ésta; por ello, a temperatura ambiente (donde su emisión propia se hace esencialmente en el infrarrojo, como veremos) presenta visualmente un aspecto oscuro, incluso si está iluminado por una oem en el rango *visible*. Recordemos aquí que un objeto no puede ser *visto* por nuestro ojo más que si emite o refleja fotones en el rango visible que alcancen nuestra retina. Esta propiedad particular explica obviamente el calificativo de “negro” cuando se aplica a este cuerpo.



La *superficie* plana (¡e inmaterial!),  $d^2\Sigma$ , de un agujero «pequeño» practicado en la pared - muy delgada pero opaca para las oem - de una cavidad cerrada en equilibrio termodinámico, es el ejemplo clásico de un elemento de superficie del CN. En efecto, una oem que atraviese  $d^2\Sigma$  y penetre en el interior de la cavidad sufre un gran número de reflexiones sobre su pared interna perdiendo cada vez un poco de su energía; así, cuando encuentra la oportunidad de salir al exterior de la cavidad atravesando  $d^2\Sigma$  en sentido inverso, su energía tiene grandes posibilidades de ser casi nula (figura 2.1).

Como todo material por encima de cero Kelvin, el material de que está constituida la pared *interna* de la cavidad, es de forma natural *fente primaria* de oem; la parte de estas oem *propias* de la cavidad que escapan al exterior por la superficie inmaterial  $d^2\Sigma$  es, por definición, la *emisión* del CN.

Se puede estudiar la energía que pueden intercambiar dos cavidades cerradas que se encuentran en el mismo estado de equilibrio por dos orificios enfrentados que se encuentran en sus respectivas paredes. Así, se pueden deducir dos importantes propiedades del CN: por una parte, la radiancia espectral de una fuente CN es independiente de la dirección de emisión (en otras palabras, el CN es una fuente lambertiana); por otra, esta radiancia es una función *universal* de la longitud de onda de las oem emitidas y de la temperatura absoluta del CN.

## 2.2. La distribución espectral de la radiación del cuerpo negro

### 2.2.1. El problema teórico

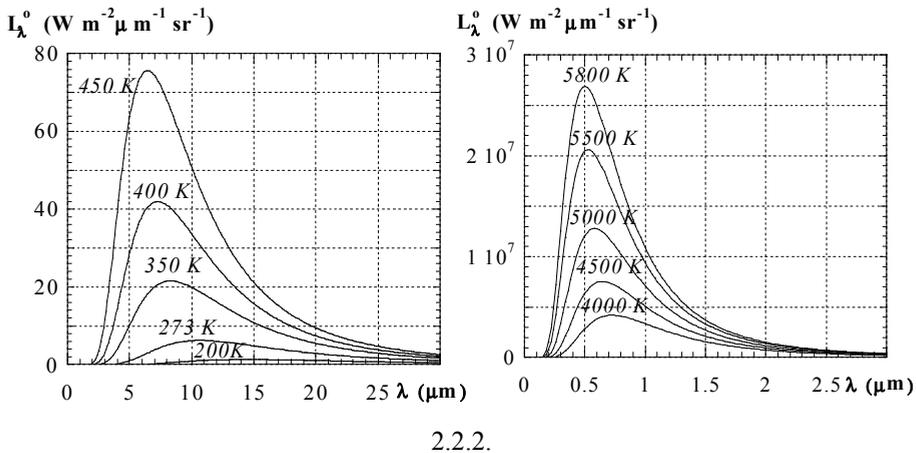
Las leyes de emisión del CN y, en particular, la relación de Planck que expresaremos más adelante, se establecen con la ayuda de la estadística de Bose-Einstein, y razonando sobre las oem en el interior de una cavidad opaca cerrada, vacía y en equilibrio termodinámico (nos remitimos en este caso a un curso de termodinámica).

### 2.2.2. La relación de Planck

La relación de Planck es la expresión de la radiancia espectral de un elemento de superficie del CN, en función de su temperatura absoluta  $T$  y de la longitud de onda  $\lambda$  considerada. Esta relación se escribe (se ha adoptado la costumbre de denotar con un exponente "o" las magnitudes relativas al CN):

$$L_{\lambda}^o = \frac{2h c_o^2 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h c_o}{\lambda k T}\right) - 1} \quad 2.2.2.$$

En esta relación,  $h$  es la constante de Planck, que vale  $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $k$  es la constante de Boltzmann, que es igual a  $1.3805 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  y  $c_o$  es la velocidad de la luz en el vacío, cuyo valor es  $2.99776 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  (véase en la figura 2.2.2., los espectros de la radiancia del CN, para diversos valores de  $T$ ). Siendo el CN, como hemos visto, un emisor lambertiano, la dirección de emisión no debe aparecer en la relación de Planck.



### 2.2.3. La ley del desplazamiento de Wien

Derivando con respecto a  $\lambda$  la relación de Planck, es fácil mostrar que la longitud de onda para la que la radiancia espectral de un elemento de superficie CN, a la temperatura absoluta  $T$ , resulta ser máxima es  $\lambda_M$  tal que ( $T$  en  $K$  y  $\lambda_M$  en  $\mu m$ ):

$$\lambda_M T = 2898 \quad 2.2.3.a$$

Esta radiancia espectral máxima se escribe, por consiguiente:

$$L_{\lambda M}^o = B T^5 \quad 2.2.3.b$$

Con  $B = 4.096 \cdot 10^{-12} (W m^{-2} sr^{-1} \mu m^{-1} K^{-5})$ .

### 2.3. La radiación total del cuerpo negro

#### 2.3.1. La ley de Stefan-Boltzmann

La radiancia total del CN es, por definición de la radiancia espectral:

$$L^o = \int_{\lambda=0}^{\infty} L_{\lambda}^o d\lambda \quad 2.3.1.a$$

Puede ser calculada con la ayuda de la relación de Planck, escribiendo  $x = h c_o / k \lambda T$  y sabiendo que:

$$\int_{x=0}^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad 2.3.1.b$$

Por consiguiente, se obtiene:

$$L^o = \frac{2}{15 h^3} \left( \frac{\pi k T}{c_o} \right)^4 \quad 2.3.1.c$$

Como el CN es lambertiano, se puede escribir a partir de la relación 1.2.4.b:

$$M^o = \pi L^o = \sigma T^4 \quad 2.3.1.d$$

Con  $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ , relación muy conocida y utilizada que da la exitancia *total* de un elemento de superficie de CN, en función de su temperatura absoluta.

### 2.3.2. El ejemplo del Sol

Se puede evaluar la temperatura de la superficie del sol asimilándolo a un CN que presentara la forma de un disco (porción del *plano* de contorno circular). Para ello, coloquémonos en un punto de observación  $P$  situado fuera de la atmósfera en las proximidades de la Tierra. Entonces, si, visto desde  $P$ , este disco solar subtende un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega_s$  con radiancia  $L_s$ , la irradiancia total sobre el plano que contiene a  $P$  y es ortogonal a los rayos directos, debe ser igual a  $L_s d^2\Omega_s$  (véase la relación 1.3.2.a). Para la distancia *media* Tierra-sol, se acostumbra tomar  $L_s d^2\Omega_s = I_o$ , magnitud denominada generalmente *constante solar* puesto que parece permanecer estable en la escala temporal de las décadas (su valor actual se estima en  $1367 \text{ W m}^{-2}$ ). Así, suponiendo que el disco solar irradia como un CN, su temperatura absoluta es, según 2.3.1.d:

$$T_s = \left( \frac{\pi I_o}{\sigma d^2\Omega_s} \right)^{1/4} \quad 2.3.2.$$

lo que proporciona, tomando  $\alpha = 16'$  para el semi-ángulo plano del cono de revolución cuyo ángulo sólido es  $d^2\Omega_s$ , el valor  $T_s = 5776 \text{ K}$ .

#### **Observaciones:**

1. El espectro solar fuera de la atmósfera real presenta numerosas irregularidades (rayas o líneas de Fraunhofer) que convierten en bastante aleatoria la determinación experimental de la longitud de onda máxima. La ley del desplazamiento de Wien (relación 2.2.3.a) sería, en consecuencia, de poca utilidad para determinar  $T_s$ .
2. Se toma por distancia *media* Tierra-sol la longitud  $a$  del semieje de la elipse que la Tierra describe anualmente alrededor del sol (véase el § 1.1.2. en el capítulo II). La longitud de  $a$  es, muy exactamente,  $1.2959789 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ; se toma esta cantidad como unidad de distancia en el sistema solar con el nombre de *unidad astronómica* (cuyo símbolo es UA).



### *Ejercicios y problemas*

1. Calcular el flujo  $\Phi$  emitido por el cuerpo humano asimilado a un CN de superficie  $S=1,5m^2$ , tomando  $T= 300 K$  como la temperatura de la piel. Discúta el resultado encontrado comparándolo con el metabolismo basal (potencia de alrededor de 120 W que disipa bajo forma de calor el cuerpo humano en reposo, como consecuencia exclusivamente de su actividad biológica interna). ¿Cuál es la longitud de onda de su emisión radiativa máxima (esto es, de su radiancia espectral más elevada)?
2. Determinar la temperatura de equilibrio que adoptaría un elemento de superficie plana de CN expuesto, fuera de la atmósfera, a las oem del sol bajo incidencia normal. Se recuerda que la irradiancia solar total normal fuera de la atmósfera, en la proximidades de la Tierra (constante solar) es  $I_o=1367 W m^{-2}$ .
3. Asimilando la Tierra y su atmósfera a un CN esférico de radio R que se encuentra a una temperatura absoluta uniforme T. Determinar T suponiendo que la única energía recibida por nuestro planeta es la aportada por el sol. Se considerará el sol como un disco plano de radiancia  $L= 2,0110^7 W m^{-2} sr^{-1}$  que es visto desde la Tierra bajo un ángulo sólido  $\Omega= 6,80 10^{-5} sr$ .
4. Escribir el balance de los flujos radiativos totales que son intercambiados entre el suelo terrestre, asimilado a una esfera CN de superficie S y temperatura  $T_o$ , y la atmósfera. Esta última se asimila igualmente a una esfera CN de superficie interior  $S' \# S$  y de temperatura  $T_c$ , que rodea a la Tierra ( $T_c$  es generalmente denominada “temperatura equivalente” del cielo).

### 3. FACTORES DE ABSORCIÓN, REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN

Cuando una oem alcanza un material (sólido, líquido o gaseoso), se divide, de una manera general en dos o tres partes: una primera que es reflejada por el material, una segunda que es absorbida dentro de él y, en el caso más complicado una tercera que es transmitida, es decir, que emerge libremente del material después de haberle atravesado.

Si las longitudes de onda de las oem incidentes no son modificadas por la reflexión, la absorción y la transmisión que sufren, es posible definir magnitudes que cuantifican la importancia respectiva de los tres procesos. Llamados *factores de absorción, reflexión o transmisión*, estas magnitudes poseen propiedades cuyas particularidades van a ser examinadas en las líneas siguientes para los casos de un *flujo incidente* espectral direccional, total direccional, espectral hemisférico y total hemisférico. Los factores correspondientes a estos cuatro casos son denominados respectivamente *espectrales direccionales, totales direccionales, espectrales hemisféricos y totales hemisféricos*.

#### 3.1. Los factores espectrales direccionales

##### 3.1.1. *Absorción, reflexión, transmisión*

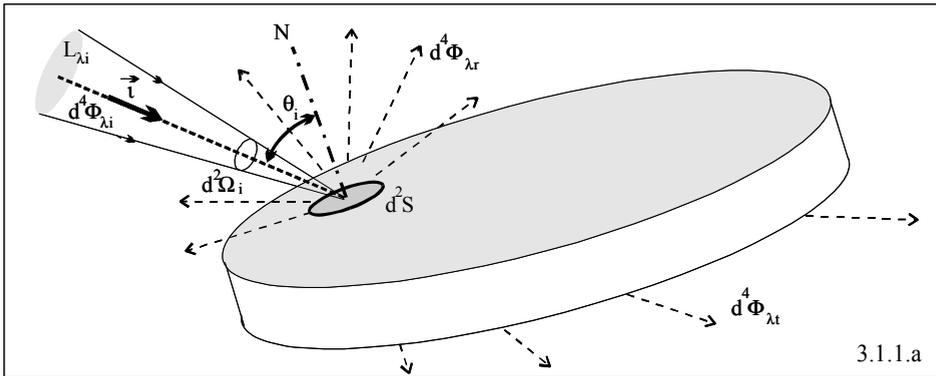
Sea  $d^2S$  un elemento de superficie de un material que recibe el flujo espectral *direccional*  $d^4\Phi_{\lambda i}$  de una oem monocromática de longitud de onda  $\lambda$  (el índice « i » es colocado para recordar que se trata aquí de un flujo incidente). Este flujo se supone que llega según una dirección definida por el vector unitario  $\vec{i}$ , en el sentido indicado precisamente por este vector, bajo el ángulo de incidencia  $\theta_i$  y dentro de un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega_i$  (véase la figura 3.1.1.a). Entonces, la relación 1.3.2.a permite escribir:

$$d^4\Phi_{\lambda i} = L_{\lambda i} d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i \tag{3.1.1.a}$$

siendo  $L_{\lambda i}$  la radiancia espectral de la fuente elemental que emite, según la dirección y el sentido de  $\vec{i}$ , el flujo  $d^4\Phi_{\lambda i}$ .

El balance de la interacción entre  $d^4\Phi_{\lambda i}$  y el material da lugar a una división de este flujo en tres partes diferentes:

- la primera,  $d^4\Phi_{\lambda r}$ , que es reenviada por reflexión hacia el semi-espacio libre de incidencia;
- la segunda,  $d^4\Phi_{\lambda t}$ , que emerge del material después de haberle atravesado;
- la tercera,  $d^4\Phi_{\lambda a}$ , que ha sido absorbida en el interior del material mientras le atravesaba, y, por tanto, ha desaparecido como oem.



3.1.1.a

Se pueden definir, de esta manera, tres magnitudes adimensionales características de la naturaleza del material, de la dirección definida por  $\vec{i}$ , así como de la longitud de onda  $\lambda$  de la oem incidente. Se trata de los factores:

- de reflexión espectral direccional  $\rho'(\lambda) = d^4\Phi_{\lambda r} / d^4\Phi_{\lambda i}$
- de transmisión espectral direccional  $\tau'(\lambda) = d^4\Phi_{\lambda t} / d^4\Phi_{\lambda i}$  3.1.1.b
- de absorción espectral direccional  $\alpha'(\lambda) = d^4\Phi_{\lambda a} / d^4\Phi_{\lambda i}$

Puesto que el principio de conservación de la energía impone que:

$$d^4\Phi_{\lambda i} = d^4\Phi_{\lambda r} + d^4\Phi_{\lambda t} + d^4\Phi_{\lambda a} \quad 3.1.1.c$$

resulta la importante relación:

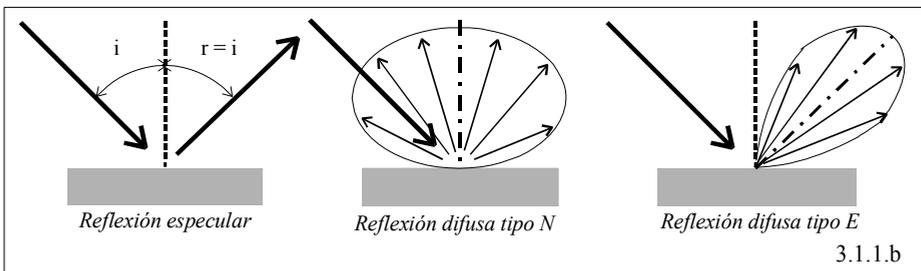
$$\rho'(\lambda) + \tau'(\lambda) + \alpha'(\lambda) = 1 \quad 3.1.1.d$$

**Observaciones:**

1. La « prima » simboliza la naturaleza direccional del flujo *incidente* (los flujos reflejados y transmitidos podrían, según los casos, permanecer como direccionales o bien propagarse dentro de un ángulo sólido más extenso).

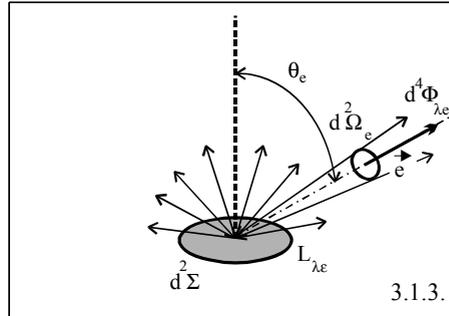
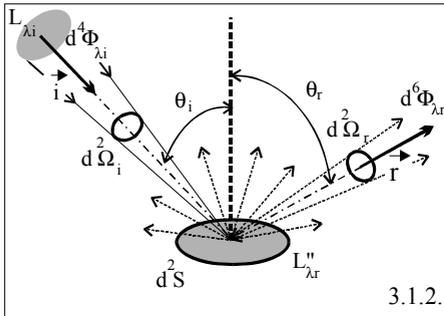
Los objetos opacos son, por definición, aquellos en los que  $\tau'(\lambda) = 0$  .

2. Debemos darnos cuenta de que la reflexión genérica de un flujo direccional que se produce en los  $2\pi sr$  del semi-espacio de incidencia es una combinación, en proporciones variables, de:
  - una reflexión *especular* o *regular* en la que el flujo se refleja según la ley de Descartes (es decir, permanece direccional y presenta un ángulo de reflexión igual al ángulo de incidencia).
  - una reflexión *difusa* que reenvía el flujo incidente en los  $2\pi sr$  con una simetría axial alrededor de la normal (N) al plano receptor, llamada aquí entonces difusa tipo N.
  - una reflexión *difusa* que proporciona un flujo reflejado difuso que presenta una simetría axial alrededor de la dirección de reflexión especular, llamada aquí difusa tipo E (de especular).



### 3.1.2. Factores bidireccionales

Por definición de la reflexión, la parte del flujo direccional  $d^4\Phi_{\lambda i}$  reflejado por un elemento de superficie de un material ocupa únicamente el semi-espacio formado por la dirección de incidencia-reflexión. De una manera general, la *intensidad* que presenta este flujo reflejado no depende más que de la dirección de reflexión. Para determinar las variaciones según esta dirección (dicho de otra manera, para conocer la *indicatriz o función de distribución de esta intensidad*: cf § 1.2.3.), es cómodo considerar el elemento de superficie  $d^2S$  como una fuente *secundaria* cuya radiancia es función de la dirección de re-emisión. Designada como  $L''_{\lambda r}$ , esta radiancia es denominada *bidireccional en reflexión*.



Sea  $d^6\Phi_{\lambda r}$  la parte del flujo incidente  $d^4\Phi_{\lambda i}$  que reenvía la superficie  $d^2S$  dentro del pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega_r$ , según la dirección y el sentido definidos por el vector  $\vec{r}$  (figura 3.1.2.). Entonces, si  $\theta_r$  es el ángulo agudo que subtiende  $\vec{r}$  con la normal hacia fuera de  $d^2S$ , se puede escribir, teniendo en cuenta la relación 1.2.2.:

$$d^6\Phi_{\lambda r} = L''_{\lambda r} d^2S \cos \theta_r d^2\Omega_r \tag{3.1.2.a}$$

Por consiguiente, la intensidad de  $d^2S$  en la dirección  $\vec{r}$ , es tal que:

$$d^4I_{\lambda r} = L''_{\lambda r} d^2S \cos \theta_r \tag{3.1.2.b}$$

Se define entonces el *factor de reflexión espectral bidireccional* de la superficie  $d^2S$ , como la relación entre su *radiancia* bidireccional en reflexión y la *irradiancia* del flujo direccional incidente, o sea:

$$\rho''(\lambda) = \frac{L''_{\lambda r} d^2S}{d^4\Phi_{\lambda i}} \quad 3.1.2.c$$

Esta magnitud, que es función de la dirección  $\vec{i}$  del flujo incidente, de  $\vec{r}$  y de  $\lambda$ , no es, por tanto, adimensional como  $\rho'(\lambda)$ , y se expresa en  $sr^{-1}$ .

Es sencillo establecer la relación que existe entre  $\rho''(\lambda)$  y  $\rho'(\lambda)$ , partiendo de la definición de este último factor. En efecto, puede escribirse:

$$\rho'(\lambda) = \frac{\iint_{\cap r} d^6\Phi_{\lambda r}}{d^4\Phi_{\lambda i}} = \iint_{\cap r} \frac{L''_{\lambda r} d^2S \cos\theta_r d^2\Omega_r}{d^4\Phi_{\lambda i}} = \iint_{\cap r} \rho''(\lambda) \cos\theta_r d^2\Omega_r \quad 3.1.2.d$$

el signo  $\cap r$  simboliza el hecho de que la integración sobre todo el semi-espacio de incidencia no concierne sino a la dirección de  $\vec{r}$  y, por consiguiente, no se aplica sino a las magnitudes función de esta dirección.

### **Observaciones:**

1. A partir de su definición,  $L''_{\lambda r}$  es realmente un *elemento diferencial doble*, pero, no teniendo su integración sobre todas las direcciones del semi-espacio de incidencia sentido físico inmediato, no se expresa generalmente como tal (mediante la notación diferencial).
2. Cuando la reflexión es puramente *especular*, es decir, cuando no existe sino una sola dirección posible de reenvío, el factor  $\rho'(\lambda)$  de las relaciones 3.1.1.b es suficiente para caracterizar el flujo reflejado. Por tanto, no es necesario tener en cuenta el factor bidireccional.
3. Si la reflexión difusa es *isótropa*, es decir, si  $L''_{\lambda r}$  es invariante cualquiera que sea  $\vec{r}$ ,  $d^2S$  es una fuente secundaria *lambertiana*. En este caso,  $\rho''(\lambda)$  es constante y a partir de 3.1.2.d, refiriéndose a § 1.2.4., se obtiene:

$$\rho'(\lambda) = \rho''(\lambda) \iint_{\cap r} \cos \theta_r \, d^2 \Omega_r = \pi \rho''(\lambda) \quad 3.1.2.e$$

Para hacer desaparecer el factor  $\pi$  de la igualdad 3.1.2.e, se toma a veces  $\rho''(\lambda)$  igual a  $\pi L''_{\lambda r} d^2 S / d^4 \Phi_{\lambda i}$  y *sin dimensión* (siendo  $\pi$  un valor de ángulo sólido).

4. El flujo transmitido emerge, por lo general, de una zona amplia de la superficie  $S$  del material. Sin embargo, puede suceder que este flujo salga en su totalidad por un solo elemento,  $d^2 S'$  de esta superficie (en particular si el material es una lámina delgada semitransparente). En este caso, es posible definir un *factor de transmisión espectral bidireccional*, tal que:

$$\tau''(\lambda) = \frac{L''_{\lambda i} d^2 S'}{d^4 \Phi_{\lambda i}} \quad 3.1.2.f$$

siendo entonces  $L''_{\lambda i}$  la radiancia espectral *bidireccional en transmisión* de  $d^2 S'$  según el vector unitario hacia fuera  $\vec{t}$ .

### 3.1.3. Emisividad, ley de Kirchhoff

Consideremos un elemento de fuente  $d^2 \Sigma$  a la temperatura  $T$ , que emite el flujo espectral  $d^4 \Phi_{\lambda e}$  dentro de un ángulo sólido  $d^2 \Omega_e$ , bajo el ángulo  $\theta_e$  y según la dirección y el sentido definidos por el vector unitario  $\vec{e}$  (véase la figura 3.1.3.). La radiancia espectral de  $d^2 \Sigma$  según este vector es,  $L_{\lambda e}$ , tal que:

$$d^4 \Phi_{\lambda e} = L_{\lambda e} d^2 \Sigma \cos \theta_e \, d^2 \Omega_e \quad 3.1.3.a$$

Se define entonces la *emisividad espectral direccional* de  $d^2 \Sigma$  según  $\vec{e}$ , como la función de  $\lambda$ ,  $\vec{e}$  y  $T$  siguiente:

$$\varepsilon'(\lambda) = \frac{L_{\lambda e}}{L_{\lambda}^o} \quad 3.1.3.b$$

siendo  $L_{\lambda}^o$  la radiancia que tendría  $d^2\Sigma$  si fuera un elemento de superficie CN a la misma temperatura  $T$ .

Ahora, si  $\alpha'(\lambda)$  es el factor espectral direccional *de absorción* de  $d^2\Sigma$  según la dirección y sentido definidos por el vector unitario  $\vec{i} = -\vec{e}$ , se observa que:

$$\alpha'(\lambda) = \varepsilon'(\lambda) \quad 3.1.3.c$$

Esta igualdad es un principio de la física conocido como la *ley de Kirchhoff*. Comporta necesariamente que  $\varepsilon'(\lambda) \leq 1$ , y, por tanto, que la radiancia espectral de una fuente real a la temperatura  $T$  deba ser siempre *inferior* a la del CN que tenga la misma temperatura, para cualquier longitud de onda considerada. Esta ley traduce el hecho de que los procesos de emisión y de absorción de las oem *monocromáticas* por los materiales son dos fenómenos de la misma naturaleza, pero inversos el uno del otro.

## 3.2. Los factores totales direccionales

### 3.2.1. Absorción, reflexión, transmisión

A partir de la observación 2 del § 1.4.2., es posible encontrar la magnitud total de la cual proviene una magnitud espectral, simplemente suprimiendo la  $\lambda$  que esta última presenta como índice. Refiriéndonos entonces al § 3.1.1. (así como a la figura 3.1.1.a), puede escribirse, de esta manera, que un flujo *total direccional*  $d^4\Phi_i$ , que se propague según el vector  $\vec{i}$  y que alcance el elemento de superficie  $d^2\Sigma$  de un material bajo incidencia  $\theta_i$  y dentro de un ángulo sólido  $d^2\Omega_i$ , se divide por lo general en:

- $d^4\Phi_r$ , flujo total reenviado por reflexión (en  $2\pi sr$ );
- $d^4\Phi_t$ , flujo total que emerge (eventualmente) del material después de haberle atravesado;
- $d^4\Phi_a$ , flujo total absorbido por el material a lo largo de la trayectoria y que, en consecuencia, ha desaparecido en tanto que oem.

De esta manera, se puede definir tres nuevas magnitudes adimensionales dependiendo de la naturaleza del material y de la dirección definida por  $\vec{i}$ . Se trata de los factores:

- de reflexión total direccional  $\rho' = d^4\Phi_r / d^4\Phi_i$
- de transmisión total direccional  $\tau' = d^4\Phi_t / d^4\Phi_i$  3.2.1.a
- de absorción total direccional  $\alpha' = d^4\Phi_a / d^4\Phi_i$

El principio de conservación de la energía permite establecer inmediatamente que:

$$\rho' + \tau' + \alpha' = 1 \quad 3.2.1.b$$

Por definición los objetos « opacos » son aquellos en que  $\tau' = 0$ .

### **Observación:**

A dos flujos totales direccionales de la misma potencia, incidentes sobre el mismo material bajo un mismo ángulo, pueden corresponder *factores totales diferentes*, si los *espectros* de estos flujos no son idénticos. Es fácil imaginar, por ejemplo, que el valor del flujo *total* transmitido por un material que fuera más transparente para las longitudes de onda más cortas que para las más largas pudiera depender, para el mismo valor del flujo *total* incidente, de los contenidos respectivos en longitudes de onda cortas y largas de este último.

### **3.2.2. Reflexión bidireccional**

Refiriéndonos a las relaciones del § 3.1.1., la transposición de las magnitudes espectrales en magnitudes totales permite atribuir al elemento de la superficie receptora  $d^2S$  (véase la figura 3.1.2.), una radiancia *total bidireccional en reflexión*  $L_r''$ , relacionada con la intensidad reflejada en la dirección  $\vec{r}$  mediante:

$$d^4 I_r = \frac{d^6 \Phi_r}{d^2 \Omega_r} = L_r'' d^2 S \cos \theta_r \quad 3.2.2.a$$

siendo  $d^6 \Phi_r$  la parte de  $d^4 \Phi_i$  reenviada según  $\vec{r}$  dentro del ángulo sólido  $d^2 \Omega_r$ . Entonces, por definición, el *factor de reflexión total bidireccional* según  $\vec{r}$  de  $d^2 S$ , es:

$$\rho'' = \frac{L_r'' d^2 S}{d^4 \Phi_i} \quad 3.2.2.b$$

Esta magnitud, función de  $\vec{i}$ ,  $\vec{r}$  y del espectro de  $d^4 \Phi_i$ , se expresa en  $sr^{-1}$ .

### **Observación:**

Todas las observaciones hechas en § 3.1.2. que conciernen a las magnitudes espectrales son válidas para las magnitudes totales estudiadas aquí. Por tanto, será suficiente referirse a ellas reemplazando los factores espectrales por los factores totales que les correspondan y suprimiendo las  $\lambda$  que se encuentren.

### **3.2.3. Emisividad, Cuerpo Gris**

Refirámonos a la figura 3.1.3 imaginando que el elemento fuente  $d^2 \Sigma$  emite a  $T$ , dentro del ángulo sólido  $d^2 \Omega_e$ , bajo el ángulo  $\theta_e$  y según la dirección y el sentido definidos por el vector unitario  $\vec{e}$ , el flujo total  $d^4 \Phi_e$ . La radiancia total de  $d^2 \Sigma$  según este vector es por tanto,  $L_e$ , tal que:

$$d^4 \Phi_e = L_e d^2 \Sigma \cos \theta_e d^2 \Omega_e \quad 3.2.3.a$$

Se llama, entonces, *emisividad total direccional* de  $d^2 \Sigma$  según  $\vec{e}$  a la magnitud, siempre inferior a la unidad, definida mediante:

$$\epsilon' = \frac{L_e}{L^o} \quad 3.2.3.b$$

Siendo  $L^o$  la radiancia total que tendría  $d^2\Sigma$  si fuera un elemento de superficie CN a la misma temperatura  $T$ .

Sea ahora  $\alpha'$  el factor total direccional de absorción de  $d^2\Sigma$  según la dirección y el sentido definidos por el vector  $\vec{i} = -\vec{e}$ ; sobre el rango  $[\lambda_1, \lambda_2]$  de longitudes de onda puede escribirse:

$$\alpha' = \frac{d^4\Phi_a}{d^4\Phi_i} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d^4\Phi_{\lambda i} d\lambda} \quad 3.2.3.c$$

Ahora bien, sobre este mismo rango, se tiene:

$$\varepsilon' = \frac{L_e}{L^o} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon'(\lambda) L_\lambda^o d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} L_\lambda^o d\lambda} \quad 3.2.3.d$$

$$\text{Por consiguiente, a priori:} \quad \alpha' \neq \varepsilon' \quad 3.2.3.e$$

### **Observación:**

Algunos materiales, denominados *cuerpos grises*, presentan un factor espectral de absorción  $\alpha'(\lambda)$  - y, por tanto, a partir de la ley de Kirchhoff, una emisividad espectral  $\varepsilon'(\lambda)$  - independiente de  $\lambda$  a lo largo de un rango más o menos extenso de longitudes de onda. Supongamos que  $[\lambda_1, \lambda_2]$  sea el rango en cuestión, las relaciones 3.2.3.c y d muestran inmediatamente que, para tales materiales,  $\varepsilon' = \varepsilon'(\lambda)$  y  $\alpha' = \alpha'(\lambda)$ . En este caso particular se tiene, por consiguiente  $\alpha' = \varepsilon'$ .

### 3.3. Los factores espectrales hemisféricos

#### 3.3.1. Absorción, reflexión, transmisión

Hemos visto en el § 3.1.1., que un flujo espectral *direccional*  $d^4\Phi_{\lambda_i}$  que alcance el elemento de la superficie receptora  $d^2S$  de un material, se divide generalmente en tres partes, respectivamente denotadas como  $d^4\Phi_{\lambda_r}$ ,  $d^4\Phi_{\lambda_t}$  y  $d^4\Phi_{\lambda_a}$ . Las dos primeras partes representan los flujos reflejados y transmitidos que no poseen ya en general el carácter direccional del flujo incidente, pero que pueden propagarse dentro de grandes ángulos sólidos ( $2\pi$  sr y más). Por lo que respecta a la última parte, desaparece en tanto que oem. Imaginemos ahora que  $d^2S$  sea sometida, no ya a un flujo espectral *direccional*, sino a un flujo espectral *hemisférico*, es decir, proveniente de todo el semi-espacio libre (véase la figura 3.3.1.). Siempre es posible considerar un flujo, descrito por  $d^2\Phi_{\lambda_i}$ , como la resultante de la *yuxtaposición* de una multitud de flujos direccionales  $d^4\Phi_{\lambda_i}$  provenientes de todas las direcciones  $\vec{i}$  de este semi-espacio libre. Cada uno de estos flujos direccionales, que se suponen emitidos por una fuente elemental de radiancia específica  $L_{\lambda_i}$ , alcanzan  $d^2S$  dentro de un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega_i$  bajo incidencia  $\theta_i$ . Dicho de otra manera:

$$d^2\Phi_{\lambda_i} = \iint_{\Omega} d^4\Phi_{\lambda_i} = \iint_{\Omega} L_{\lambda_i} d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i \quad 3.3.1.a$$

Por supuesto, la adición de los diversos flujos incidentes direccionales  $d^4\Phi_{\lambda_i}$ , implica respectivamente la de los flujos (a priori *no-direccionales*)  $d^4\Phi_{\lambda_r}$ ,  $d^4\Phi_{\lambda_t}$ ,  $d^4\Phi_{\lambda_a}$  que son su consecuencia; estamos, pues, autorizados a escribir que en lo que respecta al flujo hemisférico  $d^2\Phi_{\lambda_i}$ , el material:

- reenvía

$$d^2\Phi_{\lambda r} = \iint_{\cap i} d^4\Phi_{\lambda r} = \iint_{\cap i} \rho'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} = \iint_{\cap i} \rho'(\lambda) L_{\lambda i} d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i$$

- transmite

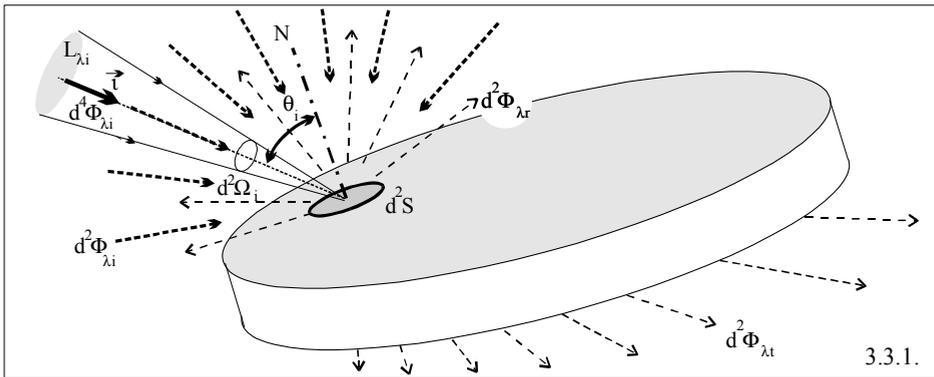
$$d^2\Phi_{\lambda t} = \iint_{\cap i} d^4\Phi_{\lambda t} = \iint_{\cap i} \tau'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} = \iint_{\cap i} \tau'(\lambda) L_{\lambda i} d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i$$

- absorbe

$$d^2\Phi_{\lambda a} = \iint_{\cap i} d^4\Phi_{\lambda a} = \iint_{\cap i} \alpha'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} = \iint_{\cap i} \alpha'(\lambda) L_{\lambda i} d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i$$

3.3.1.b

el signo  $\cap i$  significa que la integración sobre el semi-espacio no se aplica sino a la dirección de incidencia  $\vec{i}$  y, en consecuencia, solamente a las magnitudes que dependen de ella.



3.3.1.

Se pueden aún definir aquí tres magnitudes *adimensionales* características del material, funciones, no solamente de la longitud de onda  $\lambda$  del flujo incidente, sino también de la *distribución espacial* de su intensidad (véase la observación). Se trata de los factores:

- de reflexión espectral hemisférico 
$$\rho(\lambda) = \frac{d^2\Phi_{\lambda r}}{d^2\Phi_{\lambda i}}$$

- de transmisión espectral hemisférico 
$$\tau(\lambda) = \frac{d^2\Phi_{\lambda t}}{d^2\Phi_{\lambda i}} \quad 3.3.1.c$$

- de absorción espectral hemisférico 
$$\alpha(\lambda) = \frac{d^2\Phi_{\lambda a}}{d^2\Phi_{\lambda i}}$$

A partir del principio de conservación de la energía, se tiene necesariamente:

$$\rho(\lambda) + \tau(\lambda) + \alpha(\lambda) = 1 \quad 3.3.1.d$$

**Observación:**

Las relaciones 3.3.1.b explican bien la dependencia de los factores hemisféricos con la *distribución espacial* de la intensidad del flujo incidente. En efecto, si  $\rho'(\lambda)$ ,  $\tau'(\lambda)$ ,  $\alpha'(\lambda)$  son función del ángulo de incidencia, las integrales sobre  $\rho'(\lambda)d^4\Phi_{\lambda i}$ ,  $\tau'(\lambda)d^4\Phi_{\lambda i}$ ,  $\alpha'(\lambda)d^4\Phi_{\lambda i}$  dependerán, para un mismo flujo hemisférico  $d^2\Phi_{\lambda i}$ , de los valores que presente el flujo direccional  $d^4\Phi_{\lambda i}$  según las diversas direcciones en el espacio.

**3.3.2. Reflexión hemisférica-direccional**

En el caso en el que un elemento de superficie  $d^2S$  reenvíe solo hacia el semi-espacio de incidencia la parte  $d^2\Phi_{\lambda r}$  del flujo hemisférico  $d^2\Phi_{\lambda i}$  recibido, puede ser asimilado a una fuente secundaria que emitiera en todas las direcciones  $\vec{r}$  de este semi-espacio. Por ello, presenta según  $\vec{r}$  una radiancia espectral *hemisférica-direccional en reflexión*  $L_{\lambda r}^{\wedge'}$  relacionada con la intensidad reenviada en esa dirección, mediante:

$$d^2I_{\lambda r} = \frac{d^4\Phi'_{\lambda r}}{d^2\Omega_r} = L_{\lambda r}^{\wedge'} d^2S \cos\theta_r \quad 3.3.2.a$$

ya que el flujo *direccional*  $d^4\Phi'_{\lambda r}$  (¡que no debe confundirse con  $d^4\Phi_{\lambda r}$ !) es la parte de  $d^2\Phi_{\lambda i}$  reenviada según  $\vec{r}$  dentro del ángulo sólido  $d^2\Omega_r$ . Por tanto,  $d^4\Phi'_{\lambda r}$  puede ser considerado como la *suma* de los flujos *direccionales*  $d^6\Phi_{\lambda r}$ , reenviados

según  $\vec{r}$ , de los diversos flujos *direccionales* incidentes  $d^4\Phi_{\lambda i}$ . Comparando entre ellas las expresiones 3.1.2.a y 3.3.2.a, se puede, en consecuencia, escribir:

$$L_{\lambda r}^{\cap} = \iint_{\cap i} L_{\lambda r}'' = \iint_{\cap i} \rho''(\lambda) L_{\lambda i} \cos \theta_i d^2\Omega_i \quad 3.3.2.b$$

relaciones en las que las sumas no deben hacerse sino sobre las direcciones de *incidencia*.

Definiremos el factor de reflexión espectral *hemisférico-direccional* según  $\vec{r}$ , del elemento de superficie  $d^2S$ , como:

$$\rho^{\cap}(\lambda) = \frac{\pi L_{\lambda r}^{\cap} d^2S}{d^2\Phi_{\lambda i}} \quad 3.3.2.c$$

magnitud *adimensional* (siendo  $\pi$  un valor de ángulo sólido), función de  $\lambda$  y  $\vec{r}$ .

### **Observaciones:**

1. Contrariamente a la radiancia bidireccional, la radiancia hemisférica-direccional *no* es un elemento diferencial.
2. Si, para el vector reflexión  $\vec{r}$  considerado, el valor de  $\rho''(\lambda)$  es el mismo cualquiera que sea el vector de incidencia  $\vec{i}$ , entonces, de las relaciones 3.3.2.b y c, se tiene que:

$$\rho^{\cap}(\lambda) = \pi \rho''(\lambda) \quad 3.3.2.d$$

expresión simétrica de la relación 3.1.2.e en la que  $\rho''(\lambda)$ , factor direccional-hemisférico, podría ser escrito como  $\rho'^{\cap}(\lambda)$ . Siendo el producto  $\pi \rho''(\lambda)$  adimensional, será preciso que  $\rho'^{\cap}(\lambda)$  lo sea también, lo que justifica la introducción del ángulo sólido  $\pi$  en la definición de este último factor.

3. Si el flujo transmitido emerge en su totalidad por un elemento de superficie  $d^2S'$ , se puede definir el *factor de transmisión espectral hemisférico-direccional* como:

$$\tau^{\prime}(\lambda) = \frac{\pi L^{\prime}_{\lambda} d^2 S}{d^2 \Phi_{\lambda i}} \quad 3.3.2.e$$

### 3.3.3. Emisividad espectral hemisférica

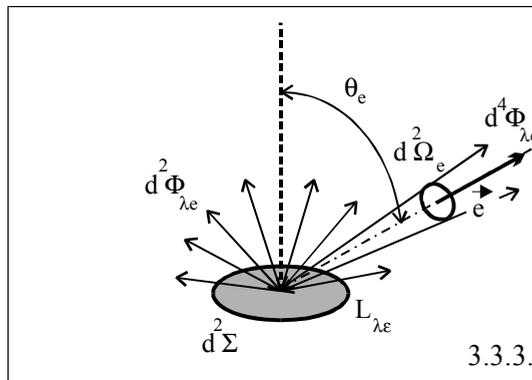
Consideremos ahora un elemento de fuente  $d^2\Sigma$  que emita a la temperatura  $T$ , en el semi-espacio libre, el flujo *hemisférico*  $d^2\Phi_{\lambda e}$ . Su exitancia espectral es, por definición, la función de  $\lambda$  y  $T$  tal que (figura 3.3.3.):

$$M_{\lambda} = \frac{d^2\Phi_{\lambda e}}{d^2\Sigma} \quad 3.3.3.a$$

La *emisividad espectral hemisférica* de  $d^2\Sigma$  es entonces una magnitud siempre  $< 1$ , función de  $\lambda$  et  $T$ , definida mediante:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{M_{\lambda}}{M_{\lambda}^o} \quad 3.3.3.b$$

siendo  $M_{\lambda}^o$  la exitancia espectral que tendría  $d^2\Sigma$  si fuese un elemento del CN a la misma temperatura  $T$ .



Se puede expresar  $\varepsilon(\lambda)$  en función de la emisividad espectral direccional  $\varepsilon'(\lambda)$ , escribiendo (véanse el § 3.1.3. y la figura 3.1.3.):

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\iint_{\cap e} L_{\lambda e} \cos \theta_e d^2 \Omega_e}{\pi L_{\lambda}^o} = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap e} \varepsilon'(\lambda) \cos \theta_e d^2 \Omega_e \quad 3.3.3.c$$

recordamos que el signo  $\cap e$  se refiere a la integración sobre todo el semi-espacio libre, es decir, según todas las direcciones posibles de *emisión*,  $\vec{e}$ .

### **Observación:**

A partir de las relaciones 3.3.1.b, el factor de absorción espectral hemisférico de  $d^2 \Sigma$ , es tal que:

$$\alpha(\lambda) = \frac{\iint_{\cap i} \alpha'(\lambda) d^4 \Phi_{\lambda i}}{\iint_{\cap i} d^4 \Phi_{\lambda i}} \quad 3.3.3.d$$

la expresión 3.3.3.c muestra que, de forma muy general,  $\alpha(\lambda) \neq \varepsilon(\lambda)$

## **3.4. Los factores totales hemisféricos**

### **3.4.1. Absorción, reflexión, transmisión**

Consideremos el elemento de la superficie receptora  $d^2 S$  de un material sometido esta vez a un flujo incidente *total hemisférico* (remitirse a la figura 3.3.1. haciendo abstracción de la  $\lambda$  en el índice). El procedimiento de transformación de las magnitudes espectrales en magnitudes totales permite escribir a partir de las relaciones del § 3.3., que este flujo es tal que:

$$d^2 \Phi_i = \iint_{\cap i} d^4 \Phi_i = \iint_{\cap i} L_i d^2 S \cos \theta_i d^2 \Omega_i \quad 3.4.1.a$$

siendo  $L_i$  la radiancia total de la fuente elemental que emite, desde el semi-espacio libre, el flujo total direccional  $d^4\Phi_i$  incidente sobre  $d^2S$  dentro de  $d^2\Omega_i$ , según la dirección y el sentido definidos por el vector unitario  $\vec{i}$ , y bajo el ángulo  $\theta_i$ .

Si  $d^4\Phi_r$ ,  $d^4\Phi_t$  y  $d^4\Phi_a$  son las partes respectivamente reflejada, transmitida y absorbida del flujo direccional  $d^4\Phi_i$ , las partes respectivamente reflejada, transmitida y absorbida del flujo hemisférico  $d^2\Phi_i$  son tales que:

$$\begin{aligned} d^2\Phi_r &= \iint_{\cap i} d^4\Phi_r = \iint_{\cap i} \rho' d^4\Phi_i = \iint_{\cap i} \rho' L_i d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i \\ d^2\Phi_t &= \iint_{\cap i} d^4\Phi_t = \iint_{\cap i} \tau' d^4\Phi_i = \iint_{\cap i} \tau' L_i d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i \\ d^2\Phi_a &= \iint_{\cap i} d^4\Phi_a = \iint_{\cap i} \alpha' d^4\Phi_i = \iint_{\cap i} \alpha' L_i d^2S \cos\theta_i d^2\Omega_i \end{aligned} \quad 3.4.1.b$$

donde el símbolo  $\cap i$  es para recordar que aquí las sumas están referidas a la dirección de *incidencia*.

Se pueden así definir tres nuevas magnitudes *adimensionales* características de la naturaleza del material, de las *distribuciones espaciales* de la intensidad del flujo incidente y de la forma del *espectro* de este último, o sea los factores:

$$\begin{aligned} \text{- de reflexión total hemisférico} & \quad \rho = \frac{d^2\Phi_r}{d^2\Phi_i} \\ \text{- de transmisión total hemisférico} & \quad \tau = \frac{d^2\Phi_t}{d^2\Phi_i} \\ \text{- de absorción total hemisférico} & \quad \alpha = \frac{d^2\Phi_a}{d^2\Phi_i} \end{aligned} \quad 3.4.1.c$$

que, como consecuencia del principio de conservación de la energía cumplen:

$$\rho + \tau + \alpha = 1 \quad 3.4.1.d$$

### 3.4.2. Reflexión hemisférica-direccional

Cuando el elemento de la superficie receptora  $d^2S$  no reenvía el flujo más que al semi-espacio de incidencia, puede ser asimilado, como en el § 3.3.2., a una fuente secundaria que emite en todas las direcciones  $\vec{r}$  de este semi-espacio. De aquí que este elemento presenta según  $\vec{r}$  una radiancia total *hemisférico-direccional en reflexión*  $L_r^{\wedge'}$  relacionada con la intensidad reenviada en esta dirección mediante:

$$d^2I_r = \frac{d^4\Phi_r'}{d^2\Omega_r} = L_r^{\wedge'} d^2S \cos\theta_r \quad 3.4.2.a$$

siendo el flujo total direccional  $d^4\Phi_r'$  la parte del flujo total hemisférico incidente  $d^2\Phi_i$ , reenviado según  $\vec{r}$  bajo el ángulo  $\theta_r$  y dentro de  $d^2\Omega_r$ . Por tanto, el flujo  $d^4\Phi_r'$  no es sino la *superposición* de los flujos *direccionales*  $d^6\Phi_r$ , producidos por reflexión según  $\vec{r}$  de los flujos direccionales incidentes  $d^4\Phi_i$  (véase el § 3.2.2.); la relación 3.4.2.a permite entonces escribir:

$$L_r^{\wedge'} = \iint_{\wedge_i} L_r'' = \iiint_{\wedge_i} \rho'' L_i \cos\theta_i d^2\Omega_i \quad 3.4.2.b$$

El factor *hemisférico-direccional de reflexión* según  $\vec{r}$  del elemento de superficie  $d^2S$ , se define como:

$$\rho^{\wedge'} = \frac{\pi L_r^{\wedge'} d^2S}{d^2\Phi_i} \quad 3.4.2.c$$

Es adimensional (siendo  $\pi$  el valor de un ángulo sólido) y depende de  $\vec{r}$ , así como de la distribución espacial de la intensidad de  $d^2\Phi_i$  y de la forma del espectro de este flujo.

**Observación:**

Las observaciones hechas en el § 3.3.2. para las magnitudes espectrales son todas transportables a las magnitudes totales presentadas en este párrafo. Por tanto podemos remitirnos a ellas.

**3.4.3. Emisividad total hemisférica**

La *exitancia total hemisférica* de un elemento fuente  $d^2\Sigma$  que emite a la temperatura  $T$ , en el semi-espacio libre, el flujo total hemisférico  $d^2\Phi_e$ , es, por definición, la función de  $T$  siguiente (nos remitimos a la figura 3.3.3. haciendo abstracción de  $\lambda$ ):

$$M = \frac{d^2\Phi_e}{d^2\Sigma} \quad 3.4.3.a$$

La *emisividad total hemisférica* de  $d^2\Sigma$  es entonces una magnitud inferior a 1 y función de  $T$ :

$$\varepsilon = \frac{M}{M^o} \quad 3.4.3.b$$

siendo  $M^o$  la exitancia total de  $d^2\Sigma$ , supuesta esta un elemento de CN a la temperatura  $T$ . Puede verse así que (cf § 3.2.3.):

$$\varepsilon = \frac{\iint_{\cap} L_e \cos \theta_e d^2\Omega_e}{\pi L^o} = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap} \varepsilon' \cos \theta_e d^2\Omega_e \quad 3.4.3.c$$

**Observación:**

El factor total hemisférico *de absorción* de  $d^2\Sigma$ , a partir de las relaciones 3.4.1.b y c, es tal que:

$$\alpha = \frac{\iint_{\cap i} \alpha' d^4 \Phi_i}{\iint_{\cap i} d^4 \Phi_i} \quad 3.4.3.d$$

la expresión 3.4.3.c muestra que, de manera general,  $\alpha \neq \varepsilon$  (incluso en el caso de un cuerpo gris, para el que se sabe que  $\alpha' = \varepsilon'$ ).

### 3.5. Ejemplos de aplicación en energética solar

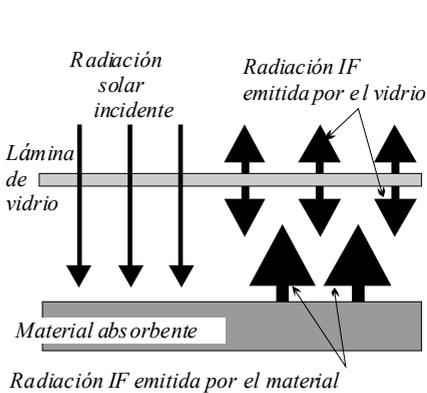
#### 3.5.1. El efecto invernadero radiativo

El efecto invernadero *radiativo* es una consecuencia de las propiedades ópticas del *vidrio*, material del que estaban contruidos antaño todos los invernaderos de cultivo. El vidrio corriente es, en efecto, transparente a las oem de longitud de onda comprendidas entre  $0,3 \mu\text{m}$  y  $3,0 \mu\text{m}$  (aproximadamente) que transportan el 95% de la energía radiativa del sol; absorbe todas las demás oem (en particular las radiaciones infrarrojas que emiten de forma natural por radiación térmica los objetos a temperatura ambiente) y, en consecuencia, se *calienta*.

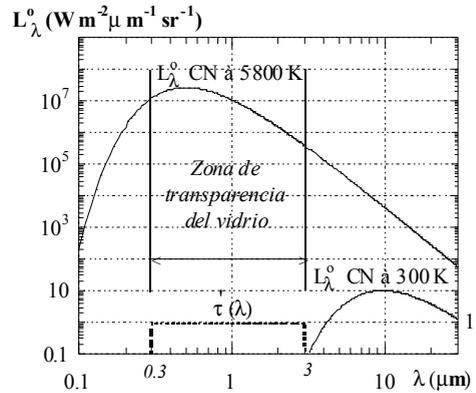
Así, la superficie de vidrio juega pareja al suelo que recubre, el doble papel siguiente (véase la figura 3.5.1.a):

- permite su *calentamiento radiativo* dejando pasar la casi totalidad de las oem solares incidentes;
- *limita sus pérdidas térmicas radiativas* reenviando hacia él, por radiación térmica, una parte de la potencia de las oem de longitud de onda larga que emite el suelo y que él *absorbe* (en ausencia de vidrio, la potencia de las oem sería parcialmente restituida por la atmósfera misma, perdiéndose la otra parte en el espacio extra-atmosférico).

Obviamente, no se debe confundir este efecto puramente radiativo con la limitación de las pérdidas de calor por *convección* (es decir, por intercambio de *corrientes de aire* con la atmósfera) que permite, por otra parte, la presencia de la superficie vidriada.



3.5.1.a



3.5.1.b

Para ilustrar de manera simple estas propiedades selectivas del vidrio, es posible imaginar que una ventana plana, de factor espectral direccional de transmisión  $\tau'(\lambda)$ , sobre la que incide un flujo direccional  $d^4\Phi_{\lambda i}$  emitido ortogonalmente por un elemento de superficie de CN  $d^2\Sigma$ , dentro del ángulo sólido  $d^2\Omega$ . El flujo transmitido por el vidrio es entonces:

$$d^4\Phi_{\lambda t} = \tau'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} = \tau'(\lambda) L_{\lambda}^o d^2\Sigma d^2\Omega \quad 3.5.1.$$

La figura 3.5.1.b muestra que, bajo incidencia nula para la que  $\tau'(\lambda)$  puede tomarse aproximadamente igual a 0,9 sobre el rango 0,3-3,0  $\mu m$ , una parte importante del flujo incidente es transmitido si la fuente está a 5800 K (temperatura aproximada de la superficie del sol asimilada a un CN, según el § 2.3.2.); por el contrario, este flujo es interrumpido en su totalidad si la fuente no está más que a 400 K.

### Observaciones:

1. En el efecto invernadero atmosférico, son esencialmente el dióxido de carbono, el vapor de agua y también el ozono, los que juegan un papel análogo al de vidrio respecto a las oem solares y terrestres, ya que presentan bandas de absorción para las longitudes de onda largas (radiación infrarroja).

2. Los débiles enfriamientos nocturnos, observados generalmente con cielo cubierto, tiene como causa el efecto invernadero producido por la cubierta nubosa (constituida por agua, y, por tanto, que absorbe la radiación infrarroja) y el suelo.

### 3.5.2. Los materiales selectivos calientes y fríos

Existen materiales que tienen un factor *espectral direccional* de absorción  $\alpha'(\lambda)$ , próximo a la unidad para las longitudes de onda *cortas* y casi nulo para las *largas*; otros presentan, por el contrario, la característica inversa. Expuestos a la radiación solar, tales materiales alcanzan una temperatura de equilibrio más elevada en el primer caso que en el segundo (si se hace abstracción de los intercambios térmicos convectivos y conductivos que pueden producirse en el aire).

Con el fin de comprender mejor este efecto radiativo, imaginemos un elemento de superficie  $d^2\Sigma$  de un material (no CN, a priori) expuesto, fuera de la atmósfera, a las oem del sol bajo una incidencia normal. Cuando se alcanza el equilibrio, el flujo absorbido  $d^2\Sigma$  debe igualar al flujo total que emite por radiación térmica en los  $2\pi$  sr del espacio libre. Puede escribirse, por tanto, a partir de las relaciones 3.2.1.a, 3.4.3.b y 2.3.1.d:

$$\alpha' I_o = M = \varepsilon M^o = \varepsilon \sigma T^4 \quad 3.5.2.a$$

En esta expresión,  $I_o$  es la *constante solar* (véase en el § 2.3.2.),  $\alpha'$  es el factor total direccional de absorción de  $d^2\Sigma$  para las longitudes de onda *cortas* (oem solares) y  $\varepsilon$  es su emisividad total hemisférica en las longitudes de onda *largas* (infrarrojas). La temperatura de equilibrio  $T$  de  $d^2\Sigma$  será:

$$T = \left( \frac{\alpha'}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{I_o}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \quad 3.5.2.b$$

Vemos pues que, la razón  $\alpha'/\varepsilon$  es necesariamente más grande en el caso en el que  $d^2\Sigma$  presente valores de  $\alpha'(\lambda)$  - o  $\varepsilon'(\lambda)$  - próximo a 1 para las oem solares y 0 para las infrarrojas, que en el caso en que estos valores fueran a la inversa. Se sigue de

aquí que la temperatura  $T$  alcanzada será más elevada en el primer caso que en el segundo. Cuando la razón  $\alpha'/\varepsilon$  es superior a la unidad, se dice que  $d^2\Sigma$  es un material selectivo *caliente*; cuando es muy inferior a la unidad, se dice que se trata de un material selectivo *frío*. Como ejemplo  $\alpha'/\varepsilon$  es del orden de 5 para la pintura negra y puede subir hasta 20 para el aluminio recubierto por sal de plomo, y a la inversa, esta razón vale alrededor de 0,30 para el yeso y 0,10 para el polvo de MgO.



### ***Ejercicios y problemas***

1. Demostrar que el factor espectral hemisférico de absorción y la emisividad espectral hemisférica de un elemento plano de superficie de un material cualquiera son iguales en los casos siguientes:

La radiación incidente es isótropa

El material es de emisión espectral isótropa.

2. Demostrar que el factor total hemisférico de absorción y la emisividad total hemisférica de un elemento plano de superficie de un material cualquiera son iguales entre ellos en los dos casos siguientes:

La radiación incidente es isótropa y el material es gris;

El material es gris y de emisión total isótropa.

3. Para determinar el factor total bidireccional de reflexión de una pared expuesta a la radiación solar “directa” (radiación proveniente del disco solar), se dispone de un instrumento de medida de irradiancia equipado de un tubo que delimita un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$ , de eje  $\Delta$ , por donde no pueden penetrar sino flujos direccionales propagándose según  $\Delta$ . Se apunta el instrumento hacia la pared, de forma que su eje de visión  $\Delta$  subtienda un ángulo  $r$  con la normal  $N$  a esta pared, y se denota entonces como  $d^2S$  al elemento de superficie de pared que intercepta  $d^2\Omega$ . Sea  $i$  el ángulo que subtenden los rayos solares directos incidentes con  $N$ : determínese el factor de reflexión bidireccional de la pared en la dirección  $\Delta$ , sabiendo que la irradiancia solar directa normal (a los rayos) es  $I$ , y que la irradiancia medida por el instrumento es  $E$  (se desprecia la radiación solar directa

proveniente del cielo o del suelo –a efectos de su difusión o de su reflexión- y que alcanzan también la pared). *Aplicación numérica:*

$$I = 1000 \text{ W m}^{-2}; E = 10 \text{ W m}^{-2}; i = 60^\circ; d^2\Omega = 0,10 \text{ sr}.$$

4. El absorbente de un captador solar es una superficie constituida por un material selectivo caliente (un fluido llamado “caloportador” permite evacuar el flujo de calor que produce la absorción de la radiación por esta superficie). Recubriendo con una superficie protectora transparente  $P$  (de vidrio o de plástico) el absorbente plano  $A$  del captador, se limitan no solamente las pérdidas infrarrojas (por efecto invernadero), sino también se mejora el factor de absorción del captador para las longitudes de onda cortas (rango solar), como veremos.

Sea  $\Phi_b$  el flujo total « directo » del sol (es decir, proveniente del disco solar) que incide sobre la superficie  $P$ , suponiendo que ésta no sea difusora, y posea los factores totales direccionales de transmisión y de reflexión  $\tau'_p$  y  $\rho'_p$  en las longitudes de onda solares. Sea  $\Phi_{bA}$  el flujo directo final absorbido por  $A$  después de que  $\Phi_b$  haya atravesado  $P$  seguido de múltiples reflexiones entre  $A$  y  $P$ . Denotando entonces como  $\alpha'$  y  $\rho'$  los factores totales direccionales de absorción y de reflexión de  $A$  (en las longitudes de onda solares), encuéntrase la expresión del factor de absorción total direccional del captador, es decir:  $\alpha'_e = \Phi_{bA} / \Phi_b$ .

Sea ahora  $\Phi_d$  el flujo « difuso » (es decir, el proveniente del cielo en  $2\pi \text{ sr}$ ) que incide sobre  $P$ . Denotaremos como  $\tau_p$  y  $\rho_p$  los factores totales hemisféricos de transmisión y de reflexión de esta superficie, y  $\alpha$  y  $\rho$  los factores totales hemisféricos de absorción y de reflexión de  $A$  (todos estos factores relativos a las longitudes de onda solares). Si  $\Phi_{dA}$  es el flujo difuso finalmente absorbido, encuéntrase el factor total de absorción “global” del captador, es decir:  $\alpha_e = (\Phi_{bA} + \Phi_{dA}) / (\Phi_b + \Phi_d)$ .

*Aplicación numérica:*

$$\Phi_b = 1000 \text{ W}; \Phi_d = 200 \text{ W}; \tau'_p = 0,95; \alpha' = 0,9; \tau_p = 0,9; \alpha = 0,8;$$

$$\rho' = \rho = 0,1; \rho'_p = 0,9; \rho_p = 0,8.$$

5. Efecto invernadero. Un captador plano de gran superficie está constituido por un absorbente plano  $A$ , dispuesto horizontalmente. Este absorbente es opaco a todas los tipos de oem y tiene un factor total direccional de absorción de las oem del sol ( $\lambda < 3 \mu m$ )  $\alpha'_A = 0,9$ , para la incidencia de los rayos directos considerados. La emisividad total y el factor de absorción total hemisférico de  $A$  en el infrarrojo (tal que  $\lambda > 3 \mu m$ ), son respectivamente  $\varepsilon_A = 0,5$  y  $\alpha_A = 0,9$ .  $A$  está protegido por un vidrio plano  $P$  que es paralelo y por tanto los factores totales direccionales de absorción y de reflexión son  $\alpha'_p = 0,1$  y  $\rho'_p = 0,1$  para las oem solares bajo la incidencia considerada. La emisividad total hemisférica  $\varepsilon_p$  y el factor de absorción total hemisférico  $\alpha_p$  de  $P$  en el infrarrojo ( $\lambda > 3 \mu m$ ), son prácticamente los del CN. Se desprecian las reflexiones múltiples que pudieran producirse entre  $A$  y  $P$  y se admite que la atmósfera situada sobre el captador es asimilable a un CN a  $T_c = 275 K$ , y de extensión infinita.

El captador recibe sobre su superficie una irradiancia solar directa total  $E = 400 W m^{-2}$ . No teniendo en cuenta sino las pérdidas radiativas (suponemos aquí que el absorbente no tiene fluido “caloportador” que evacue una parte de la potencia absorbida), determínense las temperaturas de equilibrio alcanzadas por  $A$  y  $P$  bajo el efecto de esta componente de la radiación solar únicamente. ¿Cuál sería la temperatura de equilibrio de  $A$  en ausencia de cualquier vidrio protector?



## CAPÍTULO II

### LA RADIACIÓN SOLAR Y LA ATMÓSFERA

#### 1. NOCIONES DE ASTRONOMÍA TERRESTRE Y SOLAR

La trayectoria diurna descrita por el sol en el cielo varía de forma muy sensible de un día al siguiente a lo largo de todo el año, incluso en las regiones ecuatoriales donde esta es mínima. Por tanto, tanto para la modelización como para la mayor parte de las medidas de radiación, es muy importante saber localizar en cada instante del día y cada día del año la posición de este astro en la bóveda celeste. Los renglones que siguen recuerdan las razones principales de estos movimientos aparentes y proponen algoritmos que permiten determinar la dirección del sol visto, desde un punto concreto de la superficie de la Tierra, con una precisión excelente.

##### 1.1. La pareja Tierra-Sol

###### 1.1.1. *La estrella Sol*

El Sol es una esfera de plasma (esto es con un grado de ionización alto) donde se producen reacciones termonucleares que transforman núcleos de hidrógeno en núcleos de helio, a razón de  $6 \cdot 10^{11} \text{ kg s}^{-1}$ . Su composición actual, que es de 70% de hidrógeno y 28% de helio (más 2% de otros gases), le aseguraría una duración de vida aproximadamente igual a su edad, que se estima en 4,5 miles de millones de años. El Sol es una estrella de dimensiones relativamente modestas: su diámetro, que sufre

ligeras variaciones periódicas, tiene por valor medio  $1,392 \cdot 10^9 m.$ , y su masa es de  $1,9891 \cdot 10^{30} kg.$  Su *diámetro angular*, es decir, el ángulo bajo el cual es visto uno de sus diámetros desde la Tierra, es en promedio de  $32' 30''.$

Las reacciones termonucleares son acompañadas de emisiones de oem en los  $4\pi sr$  del espacio, cuya potencia total ( $3.826 \cdot 10^{26} W$ ) puede ser considerada estable en la escala del decenio. Se sabe que las longitudes de onda de las radiaciones así emitidas por el sol cubren un rango comprendido entre  $10^{-10} m$  (1 Angström) y  $10^4 m.$  La parte fundamental de la potencia irradiada está comprendida entre  $0.25$  y  $25 \mu m,$  como se ha visto en el capítulo precedente. La parte *visible* de estas oem (banda  $[0,38 \mu m, 0,76 \mu m]$ ) proviene de una capa externa muy delgada de aproximadamente  $500 km$  de espesor, la *fotosfera*, cuya temperatura media es de  $5790 K,$  mientras que la del centro del astro sería del orden de  $15 \cdot 10^6 K.$

Cuando la Tierra se encuentra a una distancia del Sol de  $1 UA$  (es decir, a la distancia *media*), la radiación solar produce sobre un plano orientado perpendicularmente a su dirección de propagación y situado en el límite superior de la atmósfera una irradiancia total  $I_o$  denominada *constante solar* (§ 2.3.2. capítulo I). El valor de esta irradiancia es de  $1367 W m^{-2}.$

### 1.1.2. La Tierra en el espacio

En primera aproximación, la Tierra es un elipsoide de revolución aplastado por los polos. Su diámetro en el ecuador es de  $1.27756 \cdot 10^7 m$  y su masa, que alcanza  $5.97 \cdot 10^{24} kg,$  es suficiente para que una atmósfera gaseosa pueda mantenerse sobre el suelo. En efecto, la velocidad cuadrática media de las moléculas más ligeras ( $H_2$ ) de las que esta constituida es del orden de  $2 km/s$  a las temperaturas normales, o sea, notablemente inferior a los  $11,2 km/s$  requeridos para su *liberación* de la atracción terrestre.

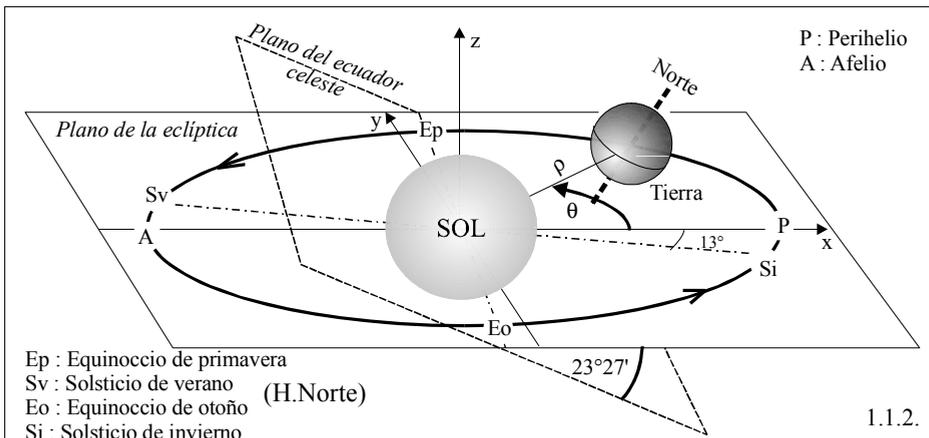
Nuestro planeta gira sobre sí mismo alrededor de un eje que atraviesa su superficie en dos puntos denominados polo Norte y polo Sur geográficos. Desde luego, este eje no está rigurosamente fijo con respecto al suelo terrestre. En efecto, se ha podido poner en evidencia un lento desplazamiento del Norte geográfico que describe

una espiral irregular en el interior de un círculo de 10 m de radio, a razón de una vuelta cada 14 meses aproximadamente.

La trayectoria de la Tierra en el espacio (o, más exactamente, del centro de masas Tierra-Luna) es, en primera aproximación, una elipse de Kepler de la cual uno de sus focos es el Sol. Denominaremos (Oxyz) a una referencia *de Copérnico* (es decir, aquella cuyos tres ejes ortonormales se cortan en el centro de masas O del sistema solar y apuntan hacia tres estrellas fijas). Tomaremos Ox en la dirección del eje mayor de la elipse y Oy paralelo al eje menor (véase la figura 1.1.2). Entonces, en el plano (Oxy), la ecuación en coordenadas polares  $(\rho, \theta)$  de esta elipse puede ser escrita:

$$\rho = a \frac{(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \tag{1.1.2}$$

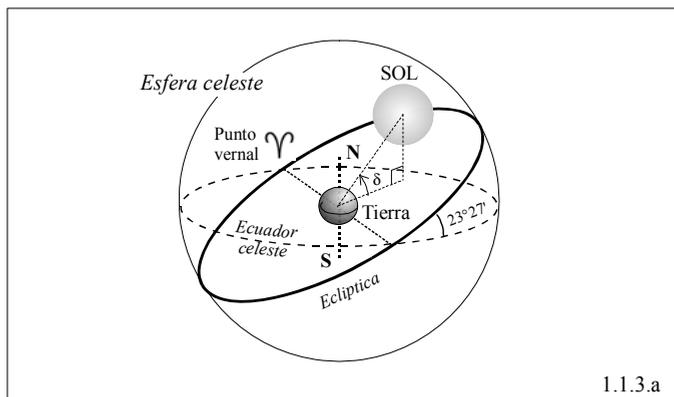
siendo  $a$  la longitud del semieje mayor ( $a = 1 \text{ UA}$  como se ha visto en el § 2.3.2. del capítulo I) y  $e$  la razón de la distancia entre los focos y la longitud del eje mayor (razón denominada *excentricidad*). La órbita terrestre es, de hecho, casi circular;  $e$  es bastante pequeña ya que vale 0,01673. Los dos puntos de la elipse en los que la Tierra está más próxima y más lejana del Sol son los dos extremos del eje mayor. Son denominados respectivamente *perihelio* y *afelio*. Estos dos puntos están a 0,983 UA y a 1,1017 UA del Sol.



Perturbaciones diversas debidas, en particular, a la proximidad de otros planetas del sistema solar hacen que la trayectoria de la Tierra no sea la elipse de Kepler pura representada en la ecuación polar 1.1.2. Le Verrier y Newcomb han calculado tablas que permiten determinar las desviaciones (que pueden cifrarse en decenas de millares de *km*) entre esta órbita ideal y la recorrida realmente.

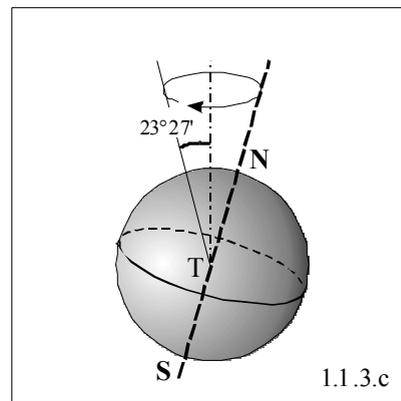
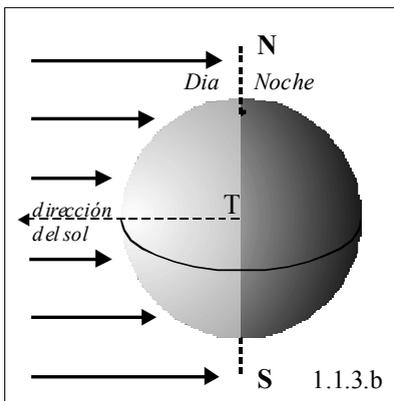
### 1.1.3. La esfera celeste

Debido a la rotación de la Tierra sobre sí misma, el Sol parece efectuar una vuelta diaria alrededor de nuestro planeta. Si se pudieran observar las estrellas a pleno día, se las vería recorrer también a ellas una vuelta alrededor de la Tierra, desplazándose el Sol entre ellas muy lentamente día tras día. A lo largo de un año entero, parece describir el Sol un círculo completo sobre ese fondo de estrellas que rodean a la Tierra. Antaño se imaginaba a estas estrellas fijadas, como otras tantas luminarias, sobre la cara interior de una inmensa esfera centrada en la Tierra: la *esfera celeste* o *esfera de las estrellas fijas* (punto de vista *geocéntrico*). Se suponía que el Sol describía su gran círculo anual sobre esa superficie de la esfera, la *eclíptica* (véase la figura 1.1.3.a), y sobre ella los planetas tenían sus órbitas (el nombre de eclíptica viene del hecho de que los eclipses se producen en los puntos en que la órbita de la Luna corta al gran círculo del Sol). La eclíptica define un plano en el espacio, que finalmente es el que contiene la trayectoria anual que describe la Tierra alrededor del Sol en la concepción *heliocéntrica* del universo, es decir, colocando el Sol en el centro del Universo.



1.1.3.a

El plano del ecuador de la Tierra, supuesto extendido hasta el infinito, corta sobre la esfera celeste un gran círculo denominado *ecuador celeste*, que subtiende un ángulo constante de  $23^{\circ} 26,5'$  con el plano de la eclíptica; este ángulo es la *oblicuidad de la eclíptica*. Cuando el Sol se encuentra en una u otra de las dos intersecciones de la eclíptica y del ecuador celeste, la duración del día iguala al de la noche: son los *equinoccios* (de primavera y otoño). Este fenómeno viene de que, para estas dos posiciones particulares del Sol, el eje de rotación de la Tierra se sitúa ortogonal a la recta que une los centros de los dos astros (figura 1.1.3.b) y emerge, de esta forma, exactamente en la frontera de la zona de sombra y de la zona iluminada. El punto de intersección que corresponde al equinoccio de primavera es el *punto vernal* generalmente denotado por  $\Upsilon$ .



El punto vernal *no está rigurosamente fijado* sobre la esfera celeste sino que se desplaza ligeramente de un año al otro. En efecto, el eje de los polos está afectado por dos movimientos diferentes y no se desplaza de forma completamente paralela a sí mismo a lo largo de la órbita terrestre. Estos dos movimientos son:

- La *precesión-nutación* producida por el momento de las fuerzas que ejercen sobre la Tierra la atracción gravitacional del Sol, de la Luna y de los otros planetas. La precesión consiste en una rotación cónica de  $23^{\circ} 26,5'$  de semi-ángulo del eje de los polos (figura 1.1.3.c), que se efectúa de Este a Oeste con un periodo de 27 725 años. La nutación es también una rotación cónica de este mismo eje, superpuesta a la anterior, pero de amplitud muy pequeña ( $9,2''$ ) y de muy corto periodo (19 años).

- El desplazamiento errático de los polos geográficos con respecto al suelo terrestre que ha sido mencionado en el § 1.1.2.

#### **1.1.4. La unidad de tiempo físico**

Definida antaño a partir de la duración del *año trópico 1900* (se verá más adelante la definición), la unidad legal de tiempo, el segundo, ha debido ser redefinido en 1968 por la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, con el fin de responder a la necesidad de una precisión creciente. Basada en la frecuencia de las oem emitidas como consecuencia de la transición entre orbitales electrónicos que se producen en el seno de los átomos, la nueva definición es la siguiente: el segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de Cesio 133. Esta unidad del Sistema Internacional, denominada *unidad de tiempo físico*, permite por tanto medir un tiempo, que se admite que transcurre regularmente. Se le distingue del segundo de *tiempo de efemérides* que se define a partir de observaciones astronómicas, como era el caso anteriormente cuando el año trópico 1900 servía de referencia (pero, evidentemente, con una precisión mejor).

Para que los *tiempos transcurridos* medidos respectivamente con una u otra de estas dos unidades no diverjan demasiado a largo plazo, el tiempo de efemérides y el tiempo físico son periódicamente realineados uno con otro por medio de una corrección del orden de un segundo, efectuada una vez al año. Estas dos unidades son, por tanto, muy próximas, suficientemente en todo caso para que podamos confundirlas aquí en la escala del año.

#### **1.1.5. Los años y las estaciones**

Entre dos pasos consecutivos del Sol sobre un mismo punto de la *esfera celeste*, se dice que ha transcurrido un año *sidéreo*. El año sidéreo tiene una duración de 365 días, 6 horas, 9 minutos y 10 segundos (un día quiere decir aquí 24 horas de 60 minutos, y un minuto 60 segundos de tiempo físico). El punto vernal ha sido escogido como origen de las *longitudes celestes* que, expresadas en grados de arco, sirven para

referenciar la posición del Sol sobre la eclíptica a lo largo del año. Del hecho de que  $\Upsilon$  se desplace lentamente ( $50,3''$  por año en el sentido retrógrado) con respecto a las estrellas - supuestas fijas - que tapizan la esfera celeste, la longitud celeste no toma, al final del año *sidéreo*, exactamente el valor que tenía al comienzo. Se define entonces el año *tropical* como el tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del Sol por la misma *longitud celeste*. Fue la duración del año tropical 1900 (lapso de tiempo transcurrido entre el primero de enero y el 31 de diciembre de 1900) lo que sirvió antes de 1968 para definir el segundo. Uno de los inconvenientes que hicieron abandonar esta definición es la precisión demasiado pequeña con la que se es capaz de determinar el instante del paso del Sol sobre un punto dado de la esfera celeste. Mencionemos, a título de información, que el tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos de la Tierra por el *perihelio* (punto de su órbita en la que está más cerca del Sol) se denomina año *anomalístico*; su duración es diferente de los otros dos, puesto que el perihelio está también animado de un movimiento lento ( $11,6''$  cada año en el sentido directo) con respecto a las estrellas de la esfera celeste.

Se sabe que las estaciones están gobernadas por las duraciones respectivas del día y de la noche, las cuales dependen del ángulo entre el eje (NS) de rotación de la Tierra y la recta (OT) que une los centros de la Tierra y el Sol (véase la figura 1.1.2). El valor de este ángulo, que es de  $90^\circ$  en los equinoccios, como ya se ha visto, depende de la longitud celeste; por tanto, es lógico que las estaciones sean definidas en referencia a esta última. Así, el principio de la primavera se fija en el instante en que la longitud celeste vale  $0^\circ$ , es decir, en el equinoccio de primavera, hacia el 21 de marzo, por tanto cuando el sol está en el punto vernal. El verano comienza cuando esta longitud es de  $90^\circ$ , hacia el 22 de junio: es el *solsticio de verano* y el día es el más largo en el hemisferio Norte; la Tierra se encuentra entonces casi en su *afelio*, punto de su órbita en el que está más lejos del Sol. Notemos que esta casi coincidencia es perfectamente fortuita, puesto que como el perihelio, el afelio se desplaza poco a poco a lo largo de los años; así, el ángulo entre el eje mayor de la elipse terrestre y la línea que une el Sol y la posición de la Tierra en el solsticio de verano (actualmente  $13^\circ$ ), crece lentamente de un año al siguiente. El equinoccio de otoño tiene lugar hacia el 23 de septiembre, cuando la longitud celeste es de  $180^\circ$ , y el solsticio de invierno en las proximidades del 22 de diciembre para la longitud  $270^\circ$ , cuando la Tierra ha pasado ya por su perihelio. Es de

destacar que la longitud celeste que corresponde al primero de enero a las 0 horas es variable, ya que, por comodidad, el año civil no comporta más que 365 días enteros (cada uno de 24 veces 3600 segundos de tiempo físico), o 366 cuando es bisiesto, en lugar de los 365,24219 del año trópico.

## 1.2. Las referencias locales

Existen varias clases de referencias que permiten determinar la posición del *Sol* en el cielo a partir de un punto  $P$  fijo sobre la superficie de la Tierra. En el marco de nuestro propósito, nos serviremos únicamente de las dos referencias siguientes (llamadas *locales* al estar ligadas a  $P$ ): la referencia *horizontal* (RH) o *acimutal*, y la referencia *ecuatorial* (RE) o *horaria*; estas dos referencias juegan papeles complementarios como veremos. RH y RE están definidas de la forma habitual, es decir, por medio de un conjunto de tres ejes ortonormales que se cortan en el punto origen  $P$ , de un juego de tres vectores unitarios linealmente independientes y, finalmente, de dos coordenadas (dos solamente, ya que no se trata de referenciar sino la *dirección* del Sol).

### 1.2.1. La referencia horizontal (RH)

- Los tres eje de esta referencia son (véase la figura 1.2.1.):

$P\vec{x}$  que es horizontal y apunta hacia el sur geográfico,

$P\vec{y}$  igualmente horizontal, pero apuntando hacia el este,

$P\vec{z}$  que es vertical y apunta hacia el cielo.

- Los vectores unitarios son denominados  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  y  $\vec{k}$ , tienen el mismo sentido y dirección que los tres ejes respectivamente.

- Las dos coordenadas que definen la dirección del Sol son angulares y se denominan:

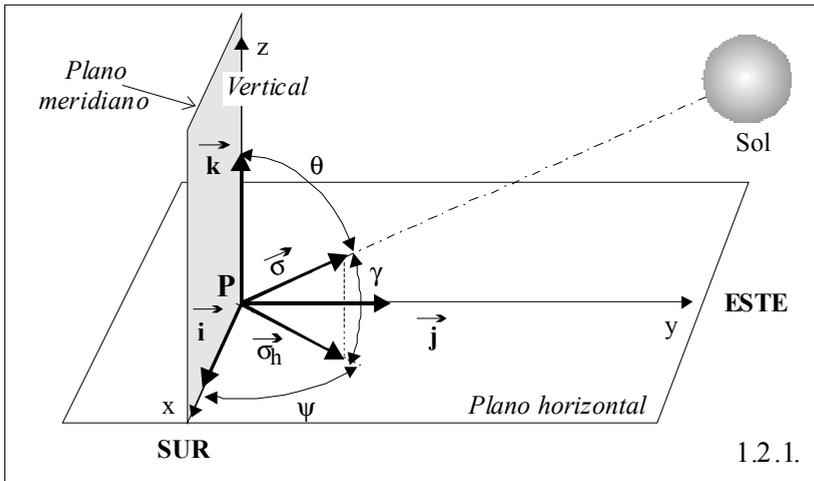
*Azimut*  $\psi = (\vec{i}, \vec{\sigma}_h)$  de origen  $\vec{i}$ ;  $\vec{\sigma}_h$  es la proyección sobre el plano horizontal ( $Pxy$ ) del vector unitario  $\vec{\sigma}$  que apunta hacia el Sol. Convencionalmente  $\psi$  se toma  $< 0$  si  $\vec{\sigma}_h$  apunta hacia el este y  $> 0$  si apunta hacia el oeste;

Ángulo Zenital (solar)  $\theta = (\vec{k}, \vec{\sigma})$  comprendido entre 0 y  $\pi/2$ ; o bien la Altura o Elevación  $\gamma = (\vec{\sigma}_h, \vec{\sigma}) = \pi/2 - \theta$  que es su complementario.

Se tiene, por tanto:

$$\vec{\sigma} = \cos \gamma \cos \psi \vec{i} - \cos \gamma \sin \psi \vec{j} + \sin \gamma \vec{k} \tag{1.2.1}$$

El signo menos del segundo término proviene de la convención del signo para  $\psi$ .



### 1.2.2. La referencia Ecuatorial (RE)

La RE se deduce de RH por una rotación de esta última alrededor del soporte de  $P\vec{y}$ , que lleva a  $P\vec{z}$  a apuntar hacia el norte paralelamente al eje de la Tierra;  $P\vec{x}$  y  $P\vec{y}$  se encuentran, así, en un plano paralelo al plano ecuatorial. El valor de esta rotación es  $\pi/2 - \Lambda$ , siendo el ángulo  $\Lambda$  la latitud del punto  $P$  (es decir, el ángulo entre el plano del ecuador, tomado como origen, y el radio terrestre que termina en  $P$ ).  $\Lambda$  se toma  $> 0$  si  $P$  está en el hemisferio norte, y  $< 0$  si está en el sur.

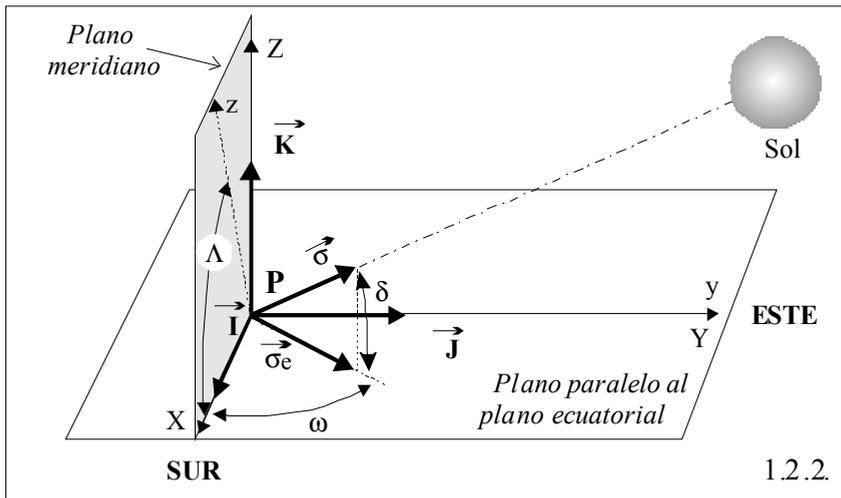
- Los tres ejes de referencia son denotados  $\overrightarrow{PX}$ ,  $\overrightarrow{PY}$  y  $\overrightarrow{PZ}$ .

- Los tres vectores unitarios que son denominados  $\vec{I}$ ,  $\vec{J}$  y  $\vec{K}$ , tienen la misma dirección y sentido que los tres ejes respectivamente.

- La dirección del Sol se define mediante las dos coordenadas angulares siguientes:

el *ángulo horario*  $\omega = (\vec{I}, \vec{\sigma}_e)$  de origen  $\vec{I}$ , siendo  $\vec{\sigma}_e$  la proyección de  $\vec{\sigma}$  sobre el plano  $(PXY)$ ; convencionalmente  $\omega$  se toma  $< 0$  si  $\vec{\sigma}_e$  apunta hacia el este y  $> 0$  si apunta hacia el oeste; cuando el Sol está en el meridiano del lugar  $P$ , está en su *culminación* en el cielo y  $\omega = 0$  : se dice que es el *mediodía solar verdadero*;

la *declinación*  $\delta = (\vec{\sigma}_e, \vec{\sigma})$  de origen  $\vec{\sigma}_e$ , es  $> 0$  cuando  $\vec{\sigma}$  está por encima del plano del ecuador (lo que corresponde al período del 21 de marzo al 23 de septiembre),  $< 0$  cuando  $\vec{\sigma}$  se encuentra por debajo de este plano (o sea, entre el 23 de septiembre y el 21 de marzo), y nula para los equinoccios; esta coordenada, que presenta la particularidad de no variar más que muy ligeramente de un día a otro, está siempre comprendida entre  $- 23^\circ 26,5'$  y  $+ 23^\circ 26,5'$ .



La relación que expresa el vector unitario  $\vec{\sigma}$  en función de las coordenadas de la RE es:

$$\vec{\sigma} = \cos \delta \cos \omega \vec{I} - \cos \delta \sin \omega \vec{J} + \sin \delta \vec{K} \quad 1.2.2.a$$

el signo menos del segundo factor proviene de la convención del signo sobre  $\omega$ .

**Observaciones:**

1. Las relaciones que expresan los vectores  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  en función de los vectores  $\vec{I}$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{K}$ , y a la inversa, pueden ser representadas en forma de tabla:

	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{I}$	$\sin \Lambda$	0	$\cos \Lambda$
$\vec{J}$	0	1	0
$\vec{K}$	$-\cos \Lambda$	0	$\sin \Lambda$

Ejemplos de utilización:  $\vec{i} = \sin \Lambda \vec{I} - \cos \Lambda \vec{K}$ ;  $\vec{K} = -\cos \Lambda \vec{i} + \sin \Lambda \vec{k}$ .

2. Identificando el vector  $\vec{\sigma}$  de la igualdad 1.2.1. con el de la igualdad 1.2.2.a, en la que  $\vec{I}$ ,  $\vec{J}$  y  $\vec{K}$  son reemplazados por sus expresiones respectivas en función de  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  y  $\vec{k}$ , se obtienen inmediatamente las relaciones siguientes entre las coordenadas de las dos referencias:

$$\sin \gamma = \sin \Lambda \sin \delta + \cos \omega \cos \Lambda \cos \delta \tag{1.2.2.b}$$

$$\sin \psi = \cos \delta \frac{\sin \omega}{\cos \gamma} \tag{1.2.2.c}$$

3. Siendo la elevación del Sol  $\gamma$ , y su ángulo cenital  $\theta$ , ángulos complementarios (siempre tomados como positivos y comprendidos entre 0 y  $\pi/2$ ), puede reemplazarse el coseno de uno por el seno del otro e inversamente.

**1.2.3. Determinación de la declinación**

Las relaciones 1.2.2.b y 1.2.2.c muestran que mediante el conocimiento de la latitud  $\Lambda$ , las coordenadas angulares del Sol en la referencia horizontal,  $\gamma$  y  $\psi$ , pueden ser deducidas de las coordenadas angulares en la referencia ecuatorial.

Desgraciadamente, los ángulos  $\delta$  y  $\omega$  definidos en esta primera referencia, son función de la *longitud celeste*, magnitud que resulta difícil de determinar de manera rigurosa. Por esta razón se hace uso generalmente de una magnitud diferente pero bastante próxima de esta última, y mucho más simple de obtener: *el ángulo diario*.

Denotando  $J'$  el *ángulo del día*, este se deduce de otra magnitud llamada *número del día del año*. Se trata de un número entero,  $J$ , al que se ha convenido en adjudicar el valor 1 para la fecha del primero de enero y el valor 365 para el 31 de diciembre (o 366 si el año es bisiesto). La correspondencia entre  $J$  y  $J'$  es entonces la siguiente:

$$J' = 360^\circ J / 365,25 \quad 1.2.3.a$$

expresando  $J'$  en grados de arco.

Se propone a continuación una relación empírica que permite estimar la *declinación del día*,  $\delta$ , a partir de  $J'$ :

$$\sin \delta = 0,3978 \sin[J' - 80,2^\circ + 1,92^\circ \sin(J' - 2,80^\circ)] \quad 1.2.3.b$$

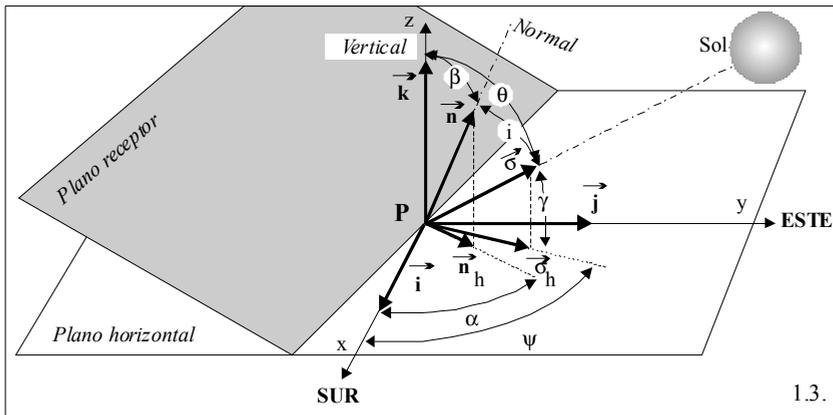
En cuanto al *ángulo horario*  $\omega$ , no depende del ángulo del día sino por intermedio de un término corrector llamado *ecuación del tiempo*, cuyo estudio será abordado más adelante.

### **Observaciones:**

1. De la relación 1.2.3.a, el ángulo del día vale  $80^\circ$  (aproximadamente) en el equinoccio de primavera, es decir, cuando el sol está en el punto vernal;  $J'$  se encuentra entonces siempre retrasado esa misma cantidad, con respecto a la longitud celeste.
2. Por el hecho de que las variaciones de  $J'$  no sigan más que aproximadamente las de la longitud celeste, el retraso entre estas dos magnitudes fluctúa ligeramente a lo largo del año. A pesar de esto, la precisión obtenida para  $\delta$  cuando esta magnitud es calculada por medio de 1.2.3.b, no se aparta de  $\pm 11$  segundos de arco en el peor de los casos.

### 1.3. Ángulo de incidencia de los rayos solares directos

Las radiaciones constituidas por fotones que provienen *directamente* del Sol, es decir, que no han sido nunca “bruscamente desviadas” de su trayectoria desde su emisión (según procesos que serán estudiados más adelante), son denominadas *rayos solares directos*; producen una iluminación *directa* que se denomina *normal* si el plano en que inciden es ortogonal a su trayectoria. La dirección de estos rayos en el nivel del suelo puede ser asimilada a la de  $\vec{\sigma}$ . En muchos casos es importante conocer el *ángulo de incidencia* que forman los *rayos solares directos* con el plano que les recibe. Si se denota  $\vec{n}$  el vector unitario normal que parte del plano receptor *por el lado iluminado*, este ángulo de incidencia es definido como la magnitud positiva  $i = (\vec{n}, \vec{\sigma})$ . Su valor puede ser obtenido determinando el producto escalar  $\vec{n} \cdot \vec{\sigma} = \cos i$  cuya expresión depende de la referencia utilizada (véase la figura 1.3)



#### 1.3.1. Ángulo de incidencia en la RH

Para poder expresar  $\cos i$  en esta referencia, es cómodo introducir:

- el *ángulo azimutal* del plano receptor, que es el ángulo  $\alpha = (\vec{i}, \vec{n}_h)$  de origen  $\vec{i}$ , siendo el vector  $\vec{n}_h$  la proyección de  $\vec{n}$  sobre el plano horizontal ( $Pxy$ );  $\alpha$  se toma  $< 0$  si  $\vec{n}_h$  apunta hacia el este, y  $> 0$  si apunta hacia el oeste;

- la *inclinación* del plano receptor, es el ángulo  $\beta = (\vec{k}, \vec{n})$ .

Puede verse, por consiguiente que:

$$\vec{n} = \cos \alpha \sin \beta \vec{i} - \sin \alpha \sin \beta \vec{j} + \cos \beta \vec{k} \quad 1.3.1.a$$

de donde se deduce fácilmente a partir de la expresión de  $\vec{\sigma}$  dada por 1.2.1., que:

$$\cos i = \sin \beta \cos \gamma \cos(\psi - \alpha) + \cos \beta \sin \gamma \quad 1.3.1.b$$

### 1.3.2. *Angulo de incidencia en la RE*

En esta referencia, puede escribirse la relación:

$$\begin{aligned} \vec{n} &= (\cos \alpha \sin \beta \sin \Lambda + \cos \beta \cos \Lambda) \vec{I} \\ &- \sin \alpha \sin \beta \vec{J} + (\cos \beta \sin \Lambda - \cos \alpha \sin \beta \cos \Lambda) \vec{K} \end{aligned} \quad 1.3.2.a$$

de donde se deduce inmediatamente de acuerdo a la expresión de  $\vec{\sigma}$  dada por 1.2.2.a, que:

$$\begin{aligned} \cos i &= \cos \alpha \sin \beta \sin \Lambda \cos \delta \cos \omega + \cos \beta \cos \Lambda \cos \delta \cos \omega \\ &+ \sin \alpha \sin \beta \cos \delta \sin \omega + \cos \beta \sin \Lambda \sin \delta - \cos \alpha \sin \beta \cos \Lambda \sin \delta \end{aligned} \quad 1.3.2.b$$

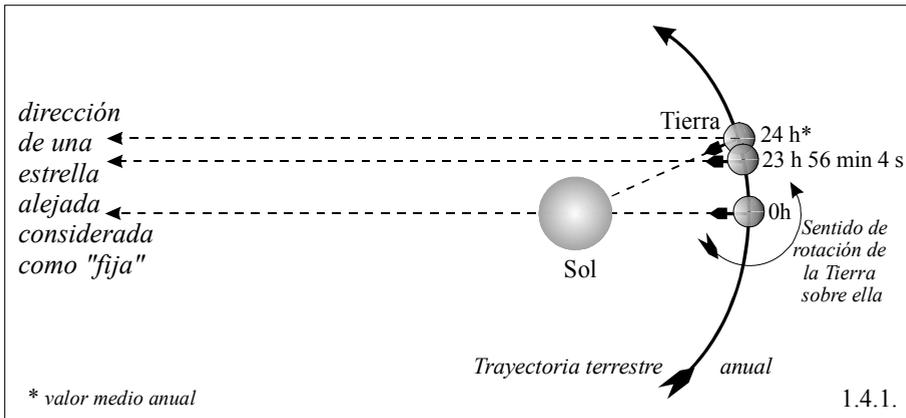
## 1.4. Las coordenadas temporales

Si se desea utilizar el tiempo en tanto que *coordenada*, es decir, poder servirse de él para referenciar un acontecimiento, no es suficiente haberle definido una unidad. Es preciso también haberle elegido un origen. Por razones de orden práctico e histórico, existen varias coordenadas de tiempo que difieren entre ellas, sea por la elección del origen, sea por la de la unidad de medida, o por ambas. Se estudiarán cuatro: el *tiempo sidéreo local*, el *tiempo solar verdadero*, el *tiempo solar medio* y el *tiempo legal*.

### 1.4.1. *La coordenada tiempo sidéreo local (TSL)*

Con respecto a las estrellas «fijas» de la esfera celeste, la Tierra describe una vuelta completa sobre ella misma en 23h 56 *min* 4.09 *s* de tiempo físico (véase la figura

1.4.1). Esta duración, que es denominada *día sidéreo* no es, en rigor, más que un valor medio, puesto que la rotación de la Tierra está afectada de algunas irregularidades menores debidas a los pequeños movimientos del eje Norte-Sur, a los desplazamientos de las masas atmosféricas y sin duda también a movimientos por debajo de la corteza. Se añade aún un frenado secular debido a la disipación progresiva de la energía cinética de rotación (se ha podido evaluar así que la duración del día sidéreo era próxima a las 21 horas hace 500 millones de años).



La coordenada *TSL* es, por definición, el ángulo entre el plano *meri-diano* (es decir, el que contiene el eje norte-sur) del lugar considerado y el plano meridiano del punto vernal, expresado en horas, minutos y segundos a razón de *23h 56min 4.09s* de *TSL* para  $360^\circ$  (por tanto, para una vuelta de la Tierra sobre ella misma, con respecto al punto vernal). Siendo el desplazamiento del punto vernal sobre la esfera de las estrellas fijas muy lento y las irregularidades de rotación de la Tierra sobre ella misma, antes evocadas, relativamente pequeñas, el lapso de *tiempo físico* que transcurre entre dos coincidencias sucesivas de los dos planos meridianos es prácticamente igual a la duración del día sidéreo. Se sigue de aquí que el segundo de *TSL* puede ser confundido con la unidad de tiempo físico y que, con su rotación sobre ella misma, la Tierra constituye un excelente reloj de tiempo físico. Añadamos a esto que, siguiendo la definición precedente, son las 0 horas de *TSL* cada vez que los dos planos meridianos evocados se confunden; estamos, así, autorizados a considerar el origen del *TSL* como *redefinido cotidianamente*. Finalmente, ya que el *TSL* se calcula en referencia al

meridiano del lugar de su determinación, difiere obligatoriamente de un lugar a otro; por tanto es de naturaleza *local*.

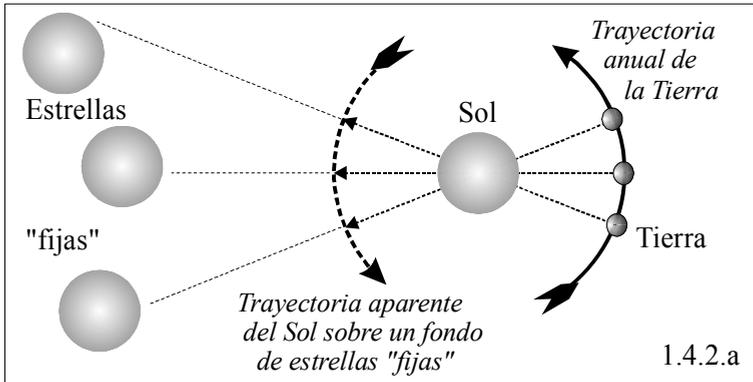
El tiempo sidéreo del meridiano de Greenwich es denominado *Tiempo Sidéreo* simplemente.

### ***Observación:***

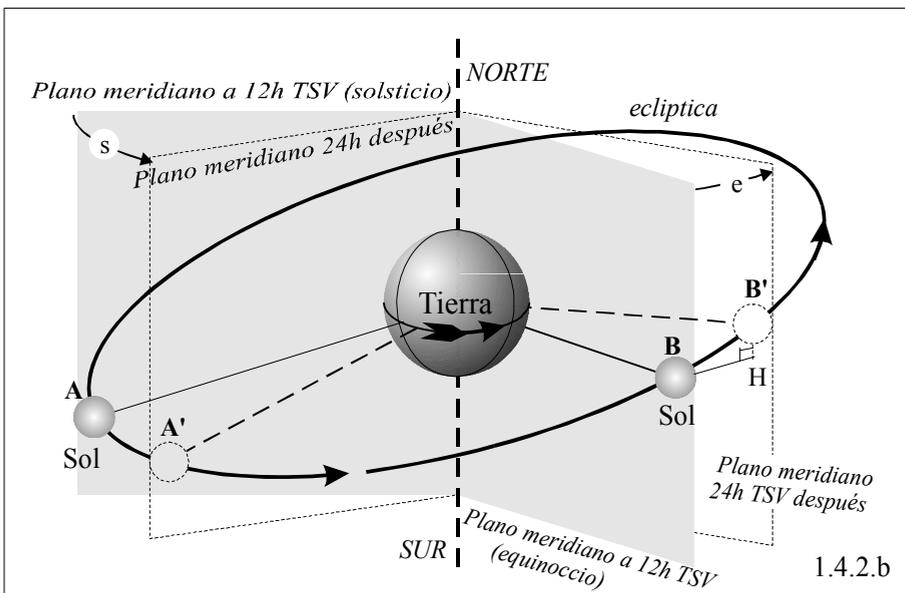
Efectuándose la rotación anual de la Tierra alrededor del Sol en el mismo sentido que su rotación cotidiana alrededor de su eje norte-sur, nuestro planeta da cuenta en un año de una vuelta de menos alrededor de sí mismo *respecto al Sol* que respecto a las estrellas de la esfera celeste. Así, como muestra la figura 1.4.1., el Sol se reencuentra en el plano meridiano de un lugar -simbolizado aquí por una flecha- al cabo de un tiempo necesariamente más largo que toda estrella tomada como referencia fija. Esto explica que la duración del día sidéreo ( $23h\ 56min\ 4.09s$ ) sea siempre inferior a la duración del día solar que, como se verá más tarde, no se separa nunca más de 30 segundos de las 24 horas de tiempo físico.

#### ***1.4.2. La coordenada tiempo solar verdadero (TSV)***

Desde un punto de vista práctico, es mucho más cómodo referirse al plano meridiano del Sol que al del punto vernal, ya que este último no puede ser “materializado” en el cielo por ningún astro en particular. Por esta razón se utiliza frecuentemente, con la denominación *tiempo solar verdadero* (en abreviatura *TSV*), el ángulo que subtiende el plano meridiano del Sol con el plano meridiano del lugar. Como el *TSL*, el *TSV* se expresa en tiempo, pero a razón de  $24h\ 00min\ 00s$  de *TSV* cada  $360^\circ$ . Este tiempo es evidentemente de naturaleza *local* y su origen es tal que, por convención, es exactamente 12 horas *TSV* cada vez que los dos planos meridianos se confunden. Puede decirse, como para el *TSL*, que el origen del *TSV* es *redefinido cotidianamente*. Por el contrario, 24 horas de *TSV* no tienen nunca una duración igual a 24 horas de *tiempo físico*, sino que se aproximan más o menos según el número del día del año.



Este fenómeno es la consecuencia a la vez de la inclinación del eje de rotación de la Tierra sobre el plano de la eclíptica (oblicuidad), y de la variación periódica (según la *ley de las áreas*) de la velocidad de translación de la Tierra a lo largo de su órbita (variación que tiene por corolario una variación periódica de la velocidad aparente del Sol sobre la eclíptica, como visualiza la figura 1.4.2.a.)



Para mejor comprender estos efectos, se ha representado sobre la figura 1.4.2.b, dos posiciones del Sol sobre la eclíptica: una para un día de solsticio (punto  $A$ ) y otra para el día del equinoccio siguiente (punto  $B$ ). Además, se ha supuesto que tanto en  $A$  como en  $B$ , el Sol se encontraba en el plano meridiano del lugar terrestre considerado, es decir, que eran exactamente las 12 horas  $TSV$ .

Denotemos ahora como  $A'$  la posición del Sol sobre la eclíptica a las 12 horas  $TSV$  del día que sigue a su paso por  $A$  (por tanto 24 horas de  $TSV$  después), y como  $B'$  su posición a las 12 horas  $TSV$  del día siguiente a su paso por  $B$ . Siguiendo el párrafo precedente, debido a que el *tiempo físico* puede ser determinado con una excelente precisión por medio del ángulo de rotación de la Tierra sobre ella misma respecto a las estrellas, el tiempo físico transcurrido entre  $A$  y  $A'$  es asimilable al ángulo que ha girado *en la esfera celeste* el meridiano del lugar entre estas dos situaciones. De la figura 1.4.2.b, este ángulo de rotación es de  $360^\circ + s$  ya que, durante el lapso de tiempo en cuestión, el Sol se desplaza de  $A$  a  $A'$  respecto a la *esfera celeste*. De la misma forma, el tiempo físico transcurrido entre las posiciones  $B$  y  $B'$  del Sol es asimilable al ángulo  $360^\circ + e$ . Los lapsos de *tiempo físico* correspondientes a los trayectos  $AA'$  y  $BB'$  (recordemos, ambos contabilizados como 24 horas de  $TSV$ ) no pueden, por tanto, ser iguales más que si  $e=s$ . Así, la figura 1.4.2.b muestra claramente que, en razón de la inclinación del eje de rotación terrestre sobre el plano de la eclíptica, una tal igualdad impondría a los trayectos  $AA'$  (que es casi ortogonal al plano meridiano que contiene a  $A$ ) y  $BB'$  (que no es ya ortogonal al plano meridiano que contiene a  $B$ ) ser de *longitudes diferentes*; es decir, que obligaría al Sol a tener *velocidades aparentes* diferentes en esas dos zonas de la eclíptica, siendo esta diferencia únicamente dependiente del valor de la oblicuidad.

Si la velocidad aparente del Sol varía efectivamente de un punto a otro de la eclíptica, desgraciadamente no es en compensación del efecto de oblicuidad, sino en razón de la *ley de las áreas* a la que está sometida la Tierra sobre su órbita, fenómeno perfectamente independiente del precedente. Resulta de aquí, finalmente, que el valor en tiempo físico de 24 horas de  $TSV$ , *varía a lo largo del año*. Es por lo que se dice, de forma creativa, que el segundo de  $TSV$  es *elástico* con respecto al segundo de tiempo físico.... A pesar de esta originalidad, incómoda a primera vista, la coordenada  $TSV$

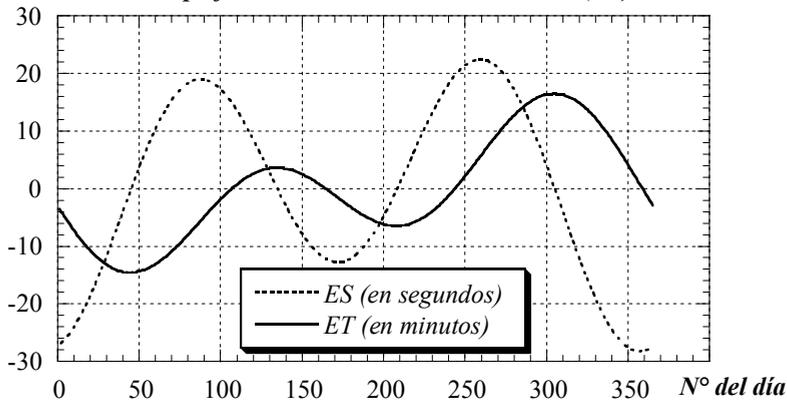
presenta el interés esencial de estar relacionada con el ángulo horario  $\omega$  del Sol, mediante una expresión muy simple:

$$\omega = 15 (TSV - 12) \tag{1.4.2}$$

que permite obtener  $\omega$  en grados de arco, si el  $TSV$  se expresa en horas decimales.

**1.4.3. La coordenada tiempo solar medio (TSM)**

*Ecuación del tiempo(ET) y diferencia con las 24 horas de tiempo físico de la duración del día solar (ES)*



1.4.3.

El “*decalage*” o *diferencia* entre  $TSV$  y el tiempo físico evoluciona a lo largo de la progresión de la Tierra sobre su órbita, oscilando lentamente entre valores positivos y negativos. Se pueden determinar con precisión las variaciones anuales dando un mismo valor a los dos tiempos en un instante dado del año trópico. Denominada *ecuación del tiempo* ( $ET$  en abreviatura), esta diferencia, de la que la figura 1.4.3 muestra la amplitud de sus oscilaciones, puede ser expresada en *horas decimales* (con un error inferior al 5%) en función del ángulo del día, bajo la forma siguiente:

$$ET = -0,128 \sin(J' - 2,80^\circ) - 0,165 \sin(2 J' + 19,70^\circ) \tag{1.4.3.a}$$

El  $TSV$  corregido de este “*decalage*” es el *tiempo solar medio* ( $TSM$ ), y está dado por:

$$TSM = TSV - ET \quad 1.4.3.b$$

El  $TSM$  es aún una coordenada local, pero puede ser considerada como *síncrona* con el tiempo físico, debido al hecho de la corrección aportada por la ecuación del tiempo. Es tal que a las 12 horas  $TSM$  el Sol se encuentra, en promedio a lo largo del año, en el plano meridiano del lugar.

**Observación:**

Entre dos pasos consecutivos del Sol por el plano meridiano de un lugar, transcurren, por definición, 24 h de  $TSV$ . De la relación 1.4.3.b, el  $TSM$  transcurrido correspondiente es entonces igual a  $24 - [ET(J'_{J+1}) - ET(J'_J)]$ , si  $J'_{J+1}$  y  $J'_J$  son los ángulos de los dos días sucesivos considerados. La diferencia  $[ET(J'_J) - ET(J'_{J+1})]$  representa, por tanto, la diferencia con las 24 horas de tiempo físico de la duración del *día solar* al que hace referencia; esta diferencia no sobrepasa nunca los 30 segundos de arco (véase la figura 1.4.3).

**1.4.4. El tiempo universal (TU)**

Todavía impropriamente llamado  $GMT$  (Greenwich Mean Time), el tiempo universal TU (en inglés UT por *Universal Time*), no es sino el  $TSM$  en el *meridiano de Greenwich*. Está relacionado con  $TSM(L)$  (el  $TSM$  de un lugar cualquiera de longitud  $L$ ), por la expresión:

$$TSM(L) = TU + \frac{L}{15} \quad 1.4.4.$$

en la que  $TU$  y  $TSM(L)$  están en horas decimales ( $|L/15|$  siendo igual al lapso de tiempo físico transcurrido entre los pasos sucesivos del Sol por los planos meridianos respectivos de Greenwich y del lugar considerado). La longitud  $L$  se cuenta en grados de arco a partir del meridiano de Greenwich y debe ser tomada positiva hacia el este y negativa hacia el oeste (convención de signos *opuesta* a la adoptada para  $\psi$  y  $\omega$ ).

### 1.4.5. La coordenada tiempo legal (TL)

Llamado también *LMT* por los anglosajones, se trata aún de un tiempo local, pero no en el sentido estricto ya que se define idéntico para grandes zonas de territorio delimitadas legal y soberanamente por cada país.

De hecho, el *TL* es el *TSM* de un meridiano tomado como referencia y que atraviesa, en general, el país o sus proximidades. Su longitud se denota  $L_R$  y se tiene:

$$TL = TU + \frac{L_R}{15} + C \quad 1.4.5.$$

si *TL* y *TU* son expresados en horas decimales, y si  $L_R$  lo está en grados. Se aplican a  $L_R$  las mismas convenciones de signos que para un meridiano normal; a título de ejemplo,  $L_R = + 15^\circ$  en Francia como en España. La constante *C* es la *corrección de hora de verano* que vale 1 durante los seis meses del año en los que la duración del día es más grande (en el hemisferio norte), y 0 el resto del tiempo<sup>i</sup> (NdT: En España son 2 horas en verano y 1 en invierno).

### 1.4.6. Determinación del ángulo horario

De este largo estudio sobre las coordenadas tiempo sobresale el hecho esencial de que el *ángulo horario* del sol en la RE puede ser calculado sin dificultad. En efecto, combinando las relaciones 1.4.2., 1.4.3.a, 1.4.3.b, 1.4.4. y 1.4.5. se establece inmediatamente que:

$$\omega = 15 \left[ \left( TL + \frac{L - L_R}{15} - C + ET \right) - 12 \right] \quad 1.4.6.$$

relación que da acceso al valor de  $\omega$ , mediante el conocimiento del número del día del año, de la hora legal y de la longitud en el lugar considerado.

---

<sup>i</sup> NdT: Nota del Traductor

Como, según 1.2.3.b, el número del día del año permite también obtener la *declinación*, segunda coordenada angular de la RE, es ahora posible determinar la *elevación* y el *acimut* correspondientes del Sol en el TH. Es suficiente para ello, aplicar el conjunto de las dos igualdades 1.2.2.b y c anteriormente establecidas, conocida la latitud del lugar.

***Observación:***

Puede verse que el ángulo horario depende del ángulo del día  $J'$ , como se estableció en 1.2.3., pero solamente por intermedio de la ecuación del tiempo que juega aquí un papel de término corrector.



### *Ejercicios y problemas*

1. ¿Cuál es la altura del Sol en Grenoble (latitud: 45,20°N; longitud: 5,75°E) en el mediodía solar verdadero para el número del día del año  $J = 261$  (mitad de septiembre)? Determinése la hora de tiempo legal a la que corresponde este instante.
2. Determinése el ángulo de incidencia  $i$  de los rayos solares directos (es decir, provenientes del disco solar) a las 10h de TSV en el lugar y día del ejercicio 1, sobre un plano inclinado de ángulo  $\beta = 60^\circ$  con el horizonte y orientado completamente al sur.
3. Para medir permanentemente la irradiancia del Sol (es decir, debida a los rayos provenientes del disco solar), se quiere realizar un dispositivo que permita apuntar hacia este astro el tubo (tubo colimador) de un instrumento. Para ello, el eje de este tubo, caracterizado por el vector unitario  $\vec{\sigma}$  dirigido hacia el Sol, se construye móvil alrededor de un eje que le es secante. Llamado  $\Delta$ , este segundo eje, del que es vector unitario  $\vec{\Delta}$ , subtiende un ángulo  $\beta$  con el plano horizontal. Desde luego, está contenido en el plano meridiano del lugar.  
Encuéntrese la relación que debe haber entre  $\beta$ , la declinación del día  $\delta$ , la latitud del lugar  $\Lambda$  y el ángulo horario  $\omega$ , para que  $\vec{\sigma}$  sea ortogonal a  $\vec{\Delta}$ . Calcúlese  $\beta$  en el solsticio de invierno para las 12h y 16h TSV a la latitud de 45° N.  
Se elige generalmente dejar  $\Delta$  fijo y paralelo al eje de rotación de la Tierra (montura “ecuatorial”); ¿cuanto vale  $\beta$  en este caso? Sea  $\nu$  el ángulo que subtienden los rayos directos del Sol con un plano normal a  $\Delta$ ; ¿A que valor es

igual  $\nu$ ? ¿Qué valores toman en los equinoccios  $\nu$  y el ángulo que forma  $\vec{\sigma}$  (apuntando al Sol) con el plano meridiano del lugar?

4. Imaginemos en el hemisferio norte un cuadrante solar constituido por un soporte plano vertical y orientado completamente al sur. Un vástago rígido rectilíneo, que está fijado a este soporte por una de sus extremidades, está inclinado paralelamente al eje de rotación de la Tierra. ¿Qué tipo de curva describe sobre el soporte la sombra de la extremidad libre de este vástago, a lo largo de una jornada soleada) (la declinación puede ser considerada como constante en ese lapso de tiempo)?

## 2. LA EXTINCIÓN DE LA RADIACIÓN SOLAR DIRECTA

No todos los fotones solares que entran en la alta atmósfera terrestre llegan al suelo; entre los que llegan, un cierto número habrá sufrido varios cambios bruscos de dirección. Los renglones siguientes recopilan los fenómenos que producen una *extinción* parcial o total del flujo solar *directo* a nivel del suelo, por ser responsables de su desaparición o de la desviación brusca de su dirección. En efecto, según la definición dada en el § 1.3., un fotón solar no es *directo* más que si no ha sido nunca desviado brusca y fuertemente de la trayectoria rectilínea que debiera seguir desde su emisión por el Sol. Los principales conceptos que permiten describir estos fenómenos son igualmente presentados aquí. Se trata esencialmente de la ley de extinción de Beer, de la función de distribución de tamaños de las partículas o aerosoles, del espesor óptico, de la masa óptica relativa, de la absorción selectiva y de otros, como la función de fase. Aunque este conjunto de nociones y parámetros pudiera parecer algo heterogéneo, su estudio es indispensable para la comprensión de los modelos de radiación solar que serán estudiados en el capítulo siguiente.

### 2.1. Nociones generales

#### 2.1.1. Irradiancia espectral e irradiancia total solar directa

Se ha visto que en el límite superior de la atmósfera, las oem solares producen, sobre un plano *normal* a los rayos, la irradiancia total “normal”  $I_o$  cuando la distancia Tierra-Sol está 1 *UA*. Como esta distancia varía a lo largo del año, la irradiancia solar total normal real en el límite de la atmósfera, es en general diferente de  $I_o$ ; pero se puede obtener su valor, multiplicando  $I_o$  por un factor corrector de esta distancia, como por ejemplo el presentado a continuación (que está expresado en función del ángulo del día considerado):

$$K_d = 1,000 + 0,03344 \cos(J' - 2,80^\circ) \quad 2.1.1.a$$

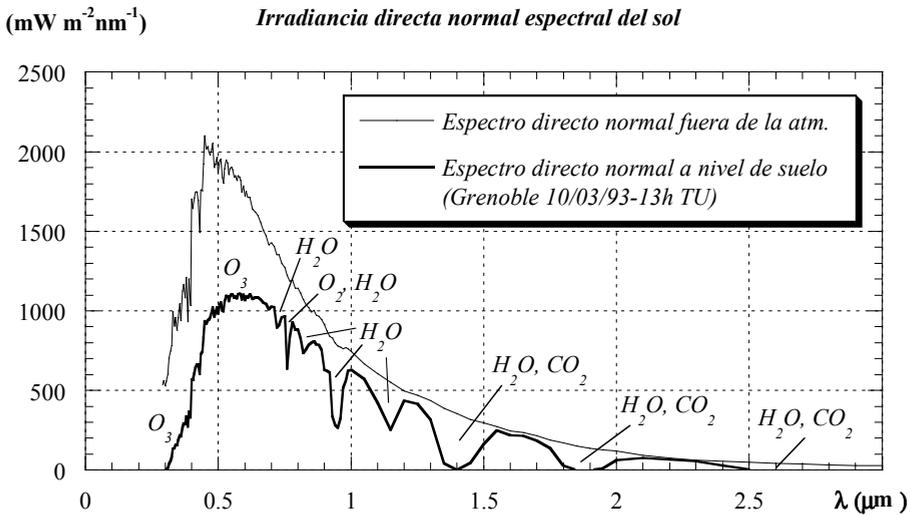
Siendo la excentricidad de la órbita terrestre pequeña, la distancia Tierra-Sol varía poco a lo largo del año y la corrección precedente no supera apenas el 3% en el

peor de los casos. Las expresiones empíricas, como la relación 2.1.1.a, no necesitan por tanto una precisión mayor.

La irradiancia *espectral* normal fuera de la atmósfera,  $I_{o\lambda}$ , está relacionada con  $I_o$  mediante:

$$I_o = \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{o\lambda} d\lambda \tag{2.1.1.b}$$

Las variaciones de  $I_{o\lambda}$  en función de la longitud de onda  $\lambda$  representan como sabemos el espectro de  $I_o$ . Este espectro es para la radiación UV y el infrarrojo, muy próximo al espectro del CN a una temperatura un poco inferior a 5800 K y, para el visible, al espectro del CN a una temperatura un poco superior a este valor.



2.1.1.

Se denota habitualmente como  $I$  a la irradiancia solar *directa* total normal *sobre el suelo*; o sea, según la definición dada en el § 1.3., la irradiancia en ese nivel, sobre un plano normal a la dirección del sol, es la formada por los fotones solares que no han sido nunca “brusca y fuertemente” desviados de su trayectoria desde su emisión. Esta magnitud está relacionada con la irradiancia solar *directa espectral* normal sobre el suelo,  $I_\lambda$ , por:

$$I = \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{\lambda} d\lambda \tag{2.1.1.c}$$

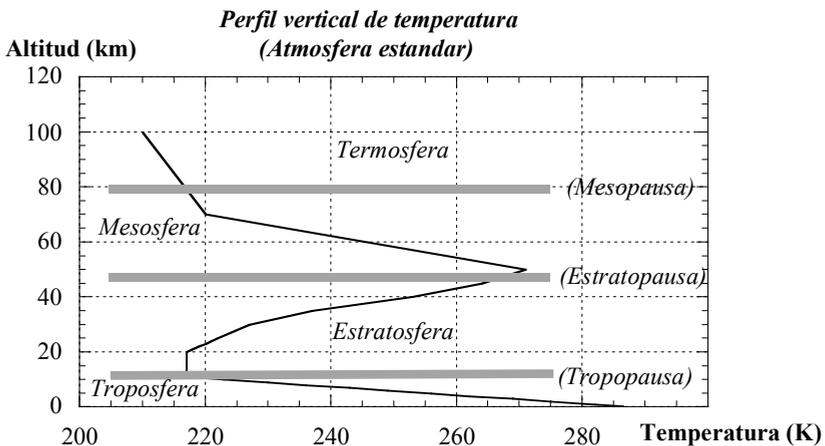
La figura 2.1.1. muestra, a título de ejemplo, una parte del espectro de la irradiancia solar directa normal fuera de la atmósfera, y la parte correspondiente de un espectro de irradiancia solar directa normal registrado en Grenoble, a las 13 horas TU (Tiempo Universal) de un día del mes de marzo.

**Observaciones:**

Los espectros solares en el UV y visible fuera de la atmósfera, así como la constante solar  $I_o$ , son registrados periódicamente por instrumentos sobre satélites, o sobre naves espaciales, en el marco de programas internacionales específicos.

**2.1.2. La atmósfera y sus diversos componentes**

La figura 2.1.2 describe esquemáticamente la estructura general de la atmósfera y muestra el perfil vertical de su temperatura media en el caso de la atmósfera estándar.



2.1.2.

Como la figura 2.1.1 permite constatar, el espectro solar observado a nivel de suelo está muy cambiado frente al espectro que se mide fuera de la atmósfera. Esta variación, que más específicamente designaremos por *extinción o atenuación*, es debida a los diversos procesos de atenuación que sufre la radiación solar directa en el curso de su paso por la atmósfera, como consecuencia de las interacciones que se producen entre los fotones y los constituyentes gaseosos, sólidos o líquidos de esta última.

La tabla que se añade a continuación recapitula la serie de gases que pueden encontrarse en la atmósfera con sus proporciones respectivas en volumen. Para algunos de ellos estas proporciones permanecen estables en el espacio y en el tiempo. Por el contrario, para otros, son función de la altitud y pueden evolucionar, en particular debido a las actividades antrópicas.

<b>Gases en proporciones estables</b>		<b>% en volumen</b>
Nitrógeno	(N <sub>2</sub> )	78,110 ± 0,004
Oxígeno	(O <sub>2</sub> )	20,953 ± 0,001
Argón	(Ar)	0,934 ± 0,001
Neón	(Ne)	(18,18 ± 0,04) 10 <sup>-4</sup>
Helio	(He)	(5,24 ± 0,004) 10 <sup>-4</sup>
Kriptón	(Kr)	(1,14 ± 0,01) 10 <sup>-4</sup>
Xenón	(Xe)	(0,087 ± 0,001) 10 <sup>-4</sup>
Hidrógeno	(H <sub>2</sub> )	0,5 10 <sup>-4</sup>
Óxido de nitrógeno	(N <sub>2</sub> O)	(0,5 ± 0,1) 10 <sup>-4</sup>
<b>Gases en proporciones variables</b>		
Agua	(H <sub>2</sub> O)	de 0 à 7
Anhídrido carbónico	(CO <sub>2</sub> )	de 0,01 a ...
Anhídrido sulfuroso	(SO <sub>2</sub> )	de 0 à 0,001
Ozono	(O <sub>3</sub> )	de 0 à 0,00001
Metano	(CH <sub>4</sub> )	de 0,0002 a ...
Peróxido de nitrógeno	(NO <sub>2</sub> )	trazas

Los gases no son los únicos constituyentes de la atmósfera, ya que numerosos fenómenos producen suspensiones de partículas sólidas o líquidas (de las que algunas son higroscópicas y constituyen núcleos de condensación).

Se trata principalmente de:

- gotas de agua y cristales de hielo que componen las nubes,
- micrometeoritos (caen sobre 40 000 toneladas por año sobre la tierra),
- cenizas volcánicas y gotas de ácido sulfúrico inyectadas a la atmósfera por erupciones como la del Pinatubo en 1991,
- polvo elevado por las tormentas (por ejemplo, la arena del Sahara que puede viajar varios miles de kilómetros llevada por los vientos),
- materias orgánicas tales como los terpenos y pólenes,
- humos de combustión natural (fuegos de bosques o sabanas) o resultantes de incineraciones industriales o urbanas,
- desechos industriales (cementeros de residuos, minas a cielo abierto...),
- cristales de sal en el litoral marino.

Denominados indistintamente *aerosoles*, estas partículas, cristales o gotas que tienen diámetros medios muy diversos, varían esencialmente entre  $0,01 \mu m$  y algunas decenas de  $\mu m$ . En un volumen dado de la atmósfera, los aerosoles presentan a menudo una gran variedad de dimensiones, cuyo conocimiento puede resultar útil. Para ello, se introduce la magnitud  $n(r)$  denominada *función de distribución de tamaño* de los aerosoles: si  $N$  es el número total de partículas que contiene un *volumen unidad* de atmósfera,  $n(r)$  se define como la razón entre  $dN$  y  $dr$ , siendo  $dN$  el número de las partículas que, entre las  $N$ , tienen un radio comprendido entre  $r$  y  $r + dr$ . Siendo  $dN$  evidentemente función de  $r$ , se puede escribir:

$$n(r) = \frac{dN(r)}{dr} \quad 2.1.2.a$$

Los primeros estudios realizados por *Junge* mostraron que  $n(r)$  seguía, en primera aproximación a lo largo de un rango  $[r_1, r_2]$  de valores de  $r$ , una *ley potencial* de la forma:

$$n(r) = \frac{1}{\ln(10)} c r^{-(\nu+1)} \quad 2.1.2.b$$

en la que  $c$  es una constante a determinar, y  $\nu$  es el “parámetro de *Junge*” (cuyo valor está generalmente comprendido entre 2 y 4). En representación gráfica, esta ley es más fácilmente expresable en la forma:

$$\frac{dN(r)}{d(\log r)} = c r^{-\nu} \quad 2.1.2.c$$

Por simplificación, se considera a menudo que  $n(r)$  varía poco con la altitud.

### **Observaciones:**

1. El número  $N$  de aerosoles por unidad de volumen en la atmósfera se denomina *concentración total* de aerosoles. Se admite normalmente que  $N$  sigue, en función de la altitud  $z$ , una ley exponencial de la forma:

$$N(z) = N_o \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \quad 2.1.2.d$$

donde  $H$ , denominado *espesor reducido* o *altura de referencia* de los aerosoles, se define de forma general por:

$$\int_{z=0}^{\infty} N(z) dz = N_o H \quad 2.1.2.e$$

2.  $n(r)$  representa en función de  $r$ , el *espectro* de tamaños de  $N$  (como en § 1.4.1. del capítulo I,  $d^2\Phi_\lambda$  en función de  $\lambda$  era el espectro en longitudes de onda de  $d^2\Phi$ ).
3. Aunque se pueden encontrar aerosoles hasta bastante altura (hasta 10 km y más allá para los más ligeros), estos quedan en su mayor parte concentrados en la capa de los primeros 1000 metros por encima del suelo.

4. Un volumen de atmósfera que no contenga más que partículas de un solo tamaño sería una *monodispersión*; si contiene partículas de tamaños diferentes, es una *polidispersión*.
5. Las partículas atmosféricas tienen no solamente tamaños diferentes, sino también *formas diferentes* que se alejan muy a menudo de la esfera perfecta, lo que puede causar dificultades a la hora de su modelización....

### ***2.1.3. Los procesos de extinción de la radiación solar directa***

La extinción que sufre la radiación solar directa cuando atraviesa la atmósfera, es debida esencialmente a dos fenómenos: *la absorción y la difusión o "scattering"*, que también denominaremos *dispersión o difusión*.

La absorción, que transforma -muy a menudo en energía calorífica- una parte de las oem directas incidentes, toma dos formas distintas:

- La *absorción continua* que es una atenuación que se produce en el curso del camino seguido por los fotones en el *interior* del aerosol. Afecta a todo un rango de longitudes de onda (de donde el calificativo *continua*), pero es generalmente débil y a veces incluso despreciable.
- La *absorción selectiva* que resulta de los choques de los fotones de las oem incidentes con las moléculas y/o átomos de los gases atmosféricos, induciendo así intercambios cuánticos de energía entre ellos. Solo ciertas longitudes de onda específicas son activadas en estas inte-racciones (de ahí el calificativo *selectivas*). Puesto que estas longitudes de onda pertenecen al rango del infrarrojo, su acción se traduce por lo general en una modificación de los niveles de energía de rotación y/o vibración de las moléculas; si pertenecieran a los rangos visible o ultravioleta, serían más bien los niveles de energía de los orbitales electrónicos de los átomos quienes sufrirían estas transiciones.

La *difusión, dispersión, esparcimiento o "scattering"* es el fenómeno por medio del cual la radiación o las oem directas incidentes salen dispersadas, difundidas o esparcidas, en todas las direcciones del espacio, por las moléculas de aire y por los aerosoles sólidos y/o líquidos. En este último caso, puede también combinarse con

reflexiones y refracciones en la interfase entre la partícula y la atmósfera, así como con la difracción. (NdT: Este fenómeno lo designamos también con el término inglés “*scattering*” pues ninguna de las acepciones anteriores representa el término adecuadamente, ni ha ganado en el terreno científico la suficiente aceptación en la Lengua Española. Aunque en Física se ha reconocido el término esparcimiento como el más adecuado (referencia al Vocabulario Científico y Técnico, Espasa Calpe, Madrid 1990), aquí emplearemos frecuentemente el término difusión, al ser este libro una traducción directa del francés, pero en español, dentro de los estudios atmosféricos, los términos más utilizados son dispersión y “*scattering*”. Los términos “dispersión” y difusión no son exclusivos para designar este concepto, pues se utilizan para otros conceptos en Física). Además la difusión o *scattering* conlleva también una absorción cuando el material posee un índice de refracción complejo (caso de *scattering* no-puro), dando lugar a la definición de albedo de *scattering* simple (se verá más adelante)

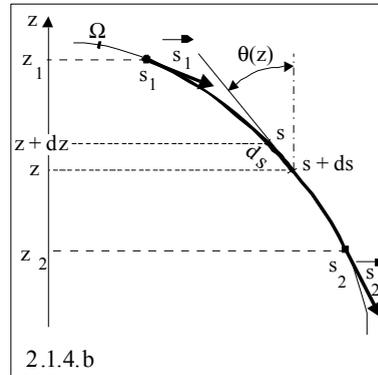
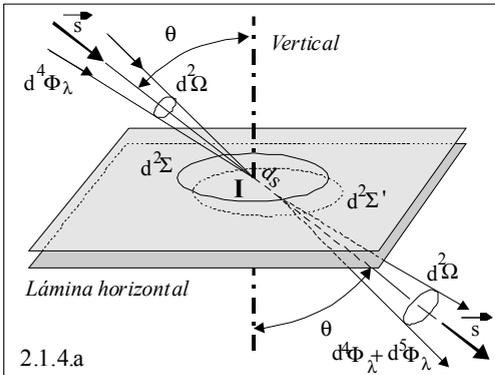
#### 2.1.4. La ley de extinción de Beer

Es posible cuantificar el proceso de extinción de la radiación solar directa (sea esta debida a la absorción, a la difusión o a ambas) gracias a la *ley de extinción de Beer* (igualmente denominada *ley de Bouguer* o *ley de Lambert*) que puede ser expresada de la manera siguiente: La disminución *relativa* de un flujo *directional*, a lo largo de un trayecto infinitesimal durante el paso por una capa de atmósfera homogénea y sin fuentes, es proporcional a la longitud  $ds$  de ese trayecto.

Aplicado a los flujos direccionales espectrales  $d^4\Phi_\lambda$  incidentes con un ángulo sólido  $d^2\Omega$  según la dirección definida por el vector unitario  $\vec{s}$ , en un punto  $I$  de la atmósfera, esta ley permite escribir (véase la figura 2.1.4.a):

$$d^5\Phi_\lambda = -d^4\Phi_\lambda \sigma_e(\lambda) ds \quad 2.1.4.a$$

En esta relación, la razón  $d^5\Phi_\lambda / d^4\Phi_\lambda$  representa la variación relativa del flujo a lo largo de  $ds$ ;  $\sigma_e(\lambda)$  es denominado *coeficiente volumico de extinción* de la atmósfera en el punto  $I$  y se expresa en  $m^{-1}$ .



Con la condición de que el flujo direccional considerado *ni se expanda ni se contraiga y no sufra refracción* a lo largo de  $ds$ , la variación relativa de la radiancia a lo largo del trayecto, reviste una forma idéntica. En efecto, sea  $d^2\Sigma$  el elemento en  $I$  de la superficie de la lámina o capa *horizontal* por donde penetra el flujo  $d^4\Phi_\lambda$ ; puede definirse una radiancia espectral  $L_\lambda(\vec{s})$  según  $\vec{s}$ , escribiendo:

$$d^4\Phi_\lambda = L_\lambda(\vec{s}) d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \tag{2.1.4.b}$$

siendo  $\theta$  el ángulo de incidencia del flujo sobre  $d^2\Sigma$ .

Si no sufre expansión, contracción ni refracción, el flujo direccional transmitido por la lámina emerge en el nivel de un elemento  $d^2\Sigma'$  de superficie igual a  $d^2\Sigma$ , según la misma dirección  $\vec{s}$  que la de incidencia, y dentro de un mismo ángulo sólido  $d^2\Omega$ . Por tanto, se puede escribir:

$$d^4\Phi_\lambda + d^5\Phi_\lambda = [L_\lambda(\vec{s}) + dL_\lambda(\vec{s})] d^2\Sigma \cos\theta d^2\Omega \tag{2.1.4.c}$$

en la cual  $dL_\lambda(\vec{s})$  representa la variación sufrida por la radiancia en el curso de ese trayecto. Combinando entonces las tres relaciones precedentes, se establece sin dificultad que:

$$dL_\lambda(\vec{s}) = -L_\lambda(\vec{s}) \sigma_e(\lambda) ds \tag{2.1.4.d}$$

Finalmente, tomando  $\vec{s} = -\vec{\sigma}$ ,  $d^4\Phi_\lambda$  se convierte en el flujo *directo* del sol ya que, a partir de las convenciones del § 1, es el vector unitario  $\vec{\sigma}$  en la dirección del disco solar. En consecuencia  $d^4\Phi_\lambda / d^2\Sigma \cos\theta$  representa la irradiancia directa normal espectral del sol,  $d^2I_\lambda$ , en  $I$ . Así, si el flujo no sufre expansión, contracción ni refracción,  $d^5\Phi_\lambda / d^2\Sigma \cos\theta$  representa la variación  $d^3I_\lambda$  a lo largo del trayecto  $ds$  y se obtiene, a partir de la relación 2.1.4.a, que:

$$d^3I_\lambda = -d^2I_\lambda \sigma_e(\lambda) ds \quad 2.1.4.e$$

### **Observaciones:**

Se ha visto que el sentido indicado por el vector  $\vec{s} = -\vec{\sigma}$  es aquel en el cual se propagan los rayos *directos* del sol. Dado que existe la posibilidad de confusión (como se verá, por ejemplo, en el capítulo dedicado a la modelización), es cómodo caracterizar particularmente esta dirección denotando con un asterisco al vector  $\vec{s}$ .

### **2.1.5. Espesor óptico y masa óptica relativa**

Consideremos una radiación direccional que se propague según una trayectoria dada en un medio cualquiera. Integrando la relación  $d^5\Phi_\lambda / d^4\Phi_\lambda$  (relación 2.1.4.a) a lo largo de la trayectoria seguida, es fácil establecer que los flujos direccionales espectrales de esta radiación en los dos extremos de un elemento finito  $[s_1s_2]$  están relacionados mediante:

$$d^4\Phi_\lambda(s_2) = d^4\Phi_\lambda(s_1) \exp[-\delta_e(\lambda)], \quad 2.1.5.a$$

escribiendo:

$$\delta_e(\lambda) = \int_{s_1}^{s_2} \sigma_e(\lambda; s) ds \quad 2.1.5.b$$

La igualdad 2.1.5.b define así la magnitud  $\delta_e(\lambda)$  llamada *espesor óptico* de extinción del medio sobre  $[s_1 s_2]$ , siendo  $s_1$  y  $s_2$  las abscisas curvilíneas de origen  $\Omega$  (véase la figura 2.1.4.b), de los dos extremos de este trayecto (no siendo el medio de propagación homogéneo *a priori*, el coeficiente volúmico de extinción aparece como función de la abscisa  $s$ ).

Ahora, si el medio es la atmósfera terrestre y si  $\vec{Oz}$  es un eje vertical *ascendente*, la figura 2.1.4.b muestra que en todo punto de  $[s_1 s_2]$ , se tiene  $ds = -dz / \cos \theta(z)$ , ya que los rayos *directos* del sol siguen una trayectoria descendente por naturaleza. El *espesor óptico de la atmósfera* entre las cotas o puntos  $z_1$  y  $z_2$  de los dos extremos  $s_1$  y  $s_2$  de  $[s_1 s_2]$ , es así, la magnitud *positiva*:

$$\delta_e(\lambda) = \int_{z_2}^{z_1} \frac{\sigma_e(\lambda; z)}{\cos \theta(z)} dz \quad 2.1.5.c$$

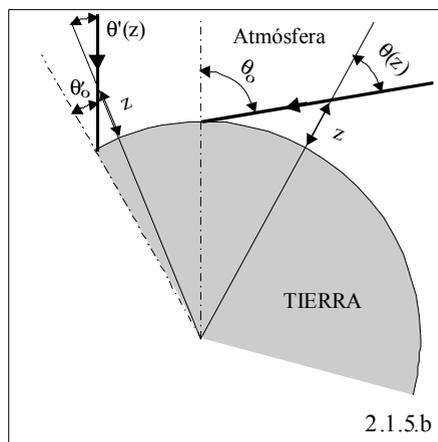
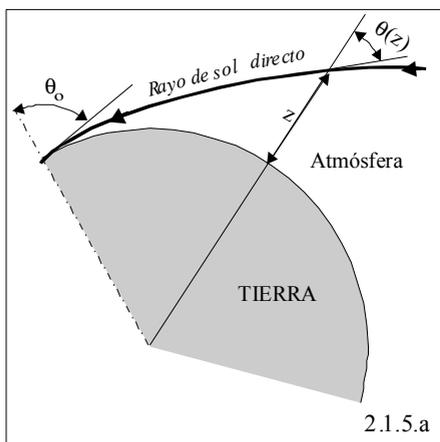
Para una trayecto  $[s_1 s_2]$  *vertical*,  $\delta_e(\lambda)$  se escribe de forma convencional  $\tau_e(\lambda)$ . Esta nueva magnitud característica de la capa de atmósfera, es denominada por algunos autores *profundidad óptica* de extinción (terminología que expresa bien la noción de verticalidad). (NdT: En la comunidad científica española en estudios atmosféricos no se ha hecho distinción entre “espesor” y “profundidad” como tampoco se hace en inglés (“thickness” y “depth” respectivamente), no empleándose esta última y sí la primera, tanto para la dirección vertical como inclinada. Comúnmente se entiende que el espesor óptico de la atmósfera esta definido sobre la vertical, aunque el concepto de espesor óptico es independiente de la dirección. La comunidad Optica utilizaría el término *densidad óptica* para el espesor óptico sobre un medio y en cualquier dirección). Por tanto, es tal que  $\theta(z) = 0$  en todo punto y se define como:

$$\tau_e(\lambda) = \int_{z_2}^{z_1} \sigma_e(\lambda; z) dz \quad 2.1.5.d$$

Se escribe entonces:

$$\frac{\delta_e(\lambda)}{\tau_e(\lambda)} = m_r(\lambda) \quad 2.1.5.e$$

relación que define otra magnitud denominada *masa óptica relativa* o *masa de aire relativa* (NdT: La traducción de la definición original del francés de esta magnitud nos llevaría al nombre de camino óptico relativo. Sin embargo se define el camino óptico (“optical path” o “optical length” en inglés) como el producto del camino físico seguido por el haz de radiación por la densidad de la atmósfera. Así en muchos casos aparece también la definición de *masa óptica* relativa como el cociente entre el camino óptico en una dirección frente a la vertical. Hacemos también aquí mención al hecho de que no se ha introducido un coeficiente de extinción másico, el cual resulta de multiplicar por la densidad al coeficiente volúmico) la cual en general es muy poco dependiente de la longitud de onda. A partir de este hecho, puede ser escrita simplemente como  $m_r$ . La refracción de los rayos debido al aumento de densidad progresiva del aire al aproximarse al suelo es relativamente débil; así los trayectos  $[s_1, s_2]$  son casi rectilíneos. En el caso de la radiación solar directa, es sobre todo el efecto *geométrico* de la esfericidad de la Tierra lo que hace que el ángulo  $\theta$  con la vertical, sea función de la altitud  $z$  (véase la figura 2.1.5.a); pero la importancia de este hecho sobre una trayectoria rectilínea es, como se muestra en la figura 2.1.5.b, tanto más débil cuando el valor en el suelo,  $\theta_o$ , del ángulo  $\theta$ , es más pequeño. Así,  $m_r$  se reduce en la práctica a  $1/\cos\theta_o$  cuando  $\theta_o \leq 70^\circ$ .



La relación 2.1.5.a se convierte entonces en:

$$d^4\Phi_\lambda(s_2) = d^4\Phi_\lambda(s_1) \exp[-\tau_e(\lambda)m_r] \quad 2.1.5.f$$

**Observaciones:**

1. En la extinción, es posible distinguir la absorción de la difusión o “scattering” escribiendo:

$$\sigma_e(\lambda; z) = \sigma_a(\lambda; z) + \sigma_d(\lambda; z) \quad 2.1.5.g$$

donde  $\sigma_a(\lambda; z)$  es el coeficiente volúmico de *absorción* y  $\sigma_d(\lambda; z)$  el coeficiente volúmico de *difusión* o *scattering*.

2. Se escribe:

$$\frac{\sigma_d(\lambda; z)}{\sigma_e(\lambda; z)} = \omega(\lambda; z) \quad 2.1.5.h$$

el coeficiente denominado *albedo para una sola difusión (albedo de “scattering” o dispersión simple*; NdT: Recuerde la aclaración hecha en la definición de *scattering*) cuya utilidad veremos en el capítulo dedicado a los modelos.

3. Si el flujo no sufre ni expansión, ni contracción, ni refracción a lo largo del trayecto  $[s_1, s_2]$ , la radiancia y la irradiancia normal pueden ponerse bajo la forma de la relación 2.1.5.a, o sea:

$$L_\lambda(s_2) = L_\lambda(s_1) \exp[-\delta_e(\lambda)] \quad 2.1.5.i$$

y

$$I_\lambda(s_2) = I_\lambda(s_1) \exp[-\delta_e(\lambda)] \quad 2.1.5.j$$

## 2.2. Las dificultades planteadas por la absorción selectiva

Hemos visto en el párrafo 2.1.3 que en la absorción llamada *selectiva*, sólo algunas longitudes de onda específicas resultaban activas. Este fenómeno se traduce en la presencia, en el espectro del coeficiente volúmico de absorción, de *líneas* o *rayas*

cuya anchura plantea problemas tanto en el nivel de la determinación de este coeficiente, como en el de su utilización práctica en los factores de transmisión.

### 2.2.1. Coeficiente volúmico de absorción y factor de transmisión

Consideremos un gas *homogéneo*, es decir, que posea en todo punto el mismo coeficiente de extinción  $\sigma_e(\lambda)$ . Entonces, si para todas las longitudes de onda de un rango finito dado, el coeficiente de absorción  $\sigma_a(\lambda)$  de este gas es muy superior a su coeficiente de difusión  $\sigma_d(\lambda)$  (hipótesis razonable ya que el gas contiene pocos aerosoles), la relación 2.1.5.a se reduce a:

$$d^4\Phi_{\lambda_t} = d^4\Phi_{\lambda_i} \exp[-\sigma_a(\lambda) \Delta s] \quad 2.2.1.a$$

donde  $d^4\Phi_{\lambda_i}$  y  $d^4\Phi_{\lambda_t}$  son los valores direccionales de partida (flujo *incidente*) y de llegada (flujo *transmitido*) de la trayectoria  $\Delta s$  que se recorre. Se ve enseguida que, a partir de las definiciones dadas en el § 3.1.1. del capítulo I, la función  $\exp[-\sigma_a(\lambda) \Delta s]$  no es sino el *factor espectral direccional de transmisión* del gas sobre el trayecto  $\Delta s$  (el flujo transmitido, es aquí, direccional como el flujo incidente, ya que se desprecia la difusión o scattering).

Como generalmente los instrumentos de radiometría miden *flujos* (o *irradiancias*), la determinación experimental de las variaciones del factor  $\tau'(\lambda)$  en función de la longitud de onda parece *a priori* realizable. Si tal fuera el caso, sería posible conocer al mismo tiempo el coeficiente  $\sigma_a(\lambda)$  y sus variaciones en función de  $\lambda$ , gracias a la relación 2.2.1.a.

En sentido inverso, una vez conocido el coeficiente  $\sigma_a(\lambda)$ , la ecuación:

$$L_{\lambda_t} = L_{\lambda_i} \exp[-\sigma_a(\lambda) \Delta s] \quad 2.2.1.b$$

puede deducirse de la expresión 2.1.5.i (si el flujo no sufre ni expansión, ni contracción ni refracción a lo largo de  $\Delta s$ ), y debe permitir predecir la atenuación de la radiancia de una radiación durante su propagación a través de una capa homogénea de atmósfera, a partir del hecho de la absorción del gas. Esta última relación es, por tanto, de una

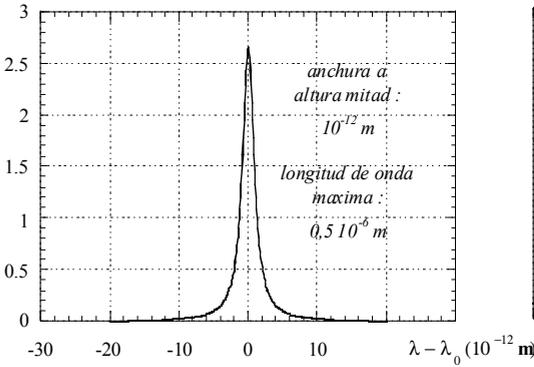
importancia fundamental para el desarrollo de los modelos. Pero veremos que, en el caso de la absorción *selectiva*, la *determinación* de  $\sigma_a(\lambda)$  no es una operación tan simple como la expresión 2.2.1.a pudiera hacer pensar.

### 2.2.2.1. *La determinación del coeficiente volúmico de absorción selectiva*

Los espectros de los flujos de oem emitidos por los átomos y moléculas de los gases se presentan generalmente bajo la forma de series de *rayas o líneas* espectrales de una finura extrema, que podrían hacer creer en la existencia de oem *perfectamente monocromáticas*. Pero, no pudiendo ningún flujo ser rigurosamente monocromático (§ 1.1.1., capítulo I), cada raya posee de hecho una cierta anchura y toma la forma de una estrecha curva en forma de campana, simétrica alrededor de un máximo central: la figura 2.2.2.a muestra el perfil de una línea “natural” tal y como establece una teoría clásica desarrollada por *Lorentz* (véanse la observaciones del § 2.2.3.).

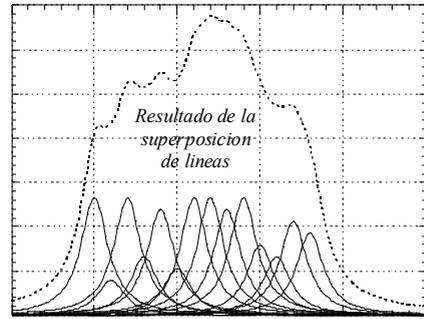
Resultando el proceso de absorción *selectiva* de un mecanismo exactamente inverso al de la emisión, los espectros de los coeficientes volúnicos de absorción *selectiva*,  $\sigma_a(\lambda)$ , presentan también series de rayas muy finas y más o menos juntas. Lo mismo sucede, evidentemente, con el espectro del factor de transmisión  $\tau'(\lambda) = d^4\Phi_{\lambda_t} / d^4\Phi_{\lambda_i}$  sobre un trayecto  $\Delta s$  en un gas absorbente, y también, en consecuencia, para el flujo espectral direccional  $d^4\Phi_{\lambda_t}$  observado al final de ese trayecto. Desgraciadamente las anchuras de las rayas espectrales son la mayor parte de las veces inferiores, *varios órdenes de magnitud*, a la *resolución* de los mejores instrumentos de medida del flujo, es decir, al rango de las más estrechas longitudes de onda que sean capaces de aislar de forma útil (véase, en el capítulo IV dedicado a la instrumentación, el § 2.1.3.). Por tanto, es preciso renunciar a medir directamente  $d^4\Phi_{\lambda_t}$ , al menos en el caso de una absorción selectiva de líneas bien *separadas*, ya que una tal medida implicaría poder aislar bandas de longitud de onda pequeñas con respecto a la anchura de las líneas... Se sigue que la relación 2.2.1.a es generalmente inútil para la determinación por *medida directa* del factor *espectral* de transmisión  $\tau'(\lambda)$ .

$g(\lambda, \lambda_0) \cdot 10^{10}$  Factor de forma de la línea de Lorentz



2.2.2.a

Ejemplo de solapamiento de líneas espectrales



2.2.2.b

En efecto, todo lo que se puede esperar obtener por medida directa es un flujo *total* sobre una banda estrecha  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  que sea capaz de aislar el instrumento utilizado (siendo  $\lambda_c$  su longitud de onda central y  $2\delta\lambda$  su anchura). La única magnitud que queda accesible es, por tanto, el factor *total* direccional de transmisión del trayecto (véase el § 3.2. en el capítulo I), o sea:

$$\tau' = \frac{d^4\Phi_t}{d^4\Phi_i} \tag{2.2.2.a}$$

representando  $d^4\Phi_i$  y  $d^4\Phi_t$  los flujos direccionales *totales* sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , que son, respectivamente, incidente al comienzo y transmitido al final del trayecto.

Por definición del flujo espectral, se puede aún escribir, según la relación 2.2.1.a:

$$\tau' = \frac{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} d^4\Phi_{\lambda_i} d\lambda}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} d^4\Phi_{\lambda_i} d\lambda} = \frac{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} d^4\Phi_{\lambda_i} \exp[-\sigma_a(\lambda)\Delta s] d\lambda}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} d^4\Phi_{\lambda_i} d\lambda} \tag{2.2.2.b}$$

o sea, como si  $d^4\Phi_{\lambda_i}$  fuera casi constante sobre la banda estrecha  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  (condición generalmente cumplida con una lámpara incandescente, es decir casi un CN):

$$\tau' = \frac{1}{2\delta\lambda} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} \exp[-\sigma_a(\lambda)\Delta s] d\lambda \quad 2.2.2.c$$

Resulta así claro que, desde el momento en que una o varias rayas estén presentes sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , la sola determinación de  $\tau'$  no sería suficiente para permitir la reconstitución de las variaciones de  $\sigma_a(\lambda)$  sobre esta banda. Pero, sobre todo, se ve que el valor de  $\tau'$  depende conjuntamente del trayecto  $\Delta s$  y de la forma de la función  $\sigma_a(\lambda)$ . Por consiguiente, la medida de  $\tau'$  hecha en laboratorio para una longitud  $\Delta s$  dada, no permite deducir el valor que pueda tomar este factor para una longitud  $\Delta s$  diferente (en la atmósfera, por ejemplo), salvo si las variaciones de  $\sigma_a(\lambda)$  sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  son ya conocidas....

En conclusión, el recurso a las relaciones 2.2.1.b o 2.2.1.a es un paso obligado para todo *cálculo* de atenuación de la radiancia o del flujo, por absorción selectiva, sobre un trayecto en el gas. Este recurso implica, como acabamos de ver, la determinación fiable de las funciones  $\sigma_a(\lambda)$ . Se han realizado numerosos esfuerzos para desarrollar métodos de determinación de los coeficientes de absorción hasta el momento actual. Estos métodos, de los que veremos un breve resumen en los párrafos siguientes, consisten, por lo general, en adoptar un cierto número de hipótesis *a priori*, concernientes al tipo y forma de las rayas o líneas de absorción sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , y no dejando más indeterminación que la propia medida de  $\tau'$  no pueda resolver.

### **Observaciones:**

1. Hay un caso en el que la relación 2.2.2.c permite una determinación *directa* de  $\sigma_a(\lambda)$ : aquél en el que este coeficiente presenta un agrupamiento tal de sus rayas

que se transforma en una función continua de  $\lambda$ , variando lentamente sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  (véase el ejemplo dado en la figura 2.2.2.b). En estas condiciones, en efecto, el valor casi constante que mantiene  $\sigma_a(\lambda)$  sobre esta banda, puede ser escrito de la forma:

$$\sigma_a = \frac{-1}{\Delta s} \ln(\tau') \quad 2.2.2.d$$

Un fenómeno de este tipo se observa para el *ozono* en el rango UV y en el visible.

2. Por construcción, un instrumento que aisle la banda estrecha  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  atribuye a los flujos espectrales que pertenecen a esta banda un peso que es función de la longitud de onda. Se denota  $f(\lambda)$  este peso y se llama *función instrumental* (véase el § 2.1.3. del capítulo IV). Por tanto, no es  $\tau'$  lo que es medido en realidad, sino la relación:

$$\frac{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} f(\lambda) d^4 \Phi_{\lambda_i} d\lambda}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} f(\lambda) d^4 \Phi_{\lambda_i} d\lambda} \quad 2.2.2.e$$

La reconstrucción de las variaciones de  $\sigma_a(\lambda)$  sobre la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  implica, también la determinación fiable de la función  $f(\lambda)$  (salvo en el caso expuesto en 1.).

3. Si  $\sigma_d(\lambda)$  es despreciable con relación a  $\sigma_a(\lambda)$  sobre el trayecto  $\Delta s$ , la *difusión* o *dispersión* producida en los  $4\pi sr$  por el gas a lo largo de este trayecto es despreciable con relación a la absorción. Además, como el factor direccional total de reflexión  $\rho'$  de la capa de gas de espesor  $\Delta s$ , no tiene en cuenta más que la retrodifusión, este es despreciable frente al factor direccional total de *absorción*  $\alpha'$  de esta capa. Se deduce entonces que, según la relación de conservación 3.2.1.b del capítulo I,  $\alpha' + \tau' = 1$ , y la expresión 2.2.2.c se puede reescribir:

$$\alpha' = \frac{1}{2\delta\lambda} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} \{1 - \exp[-\sigma_a(\lambda) \Delta s]\} d\lambda \quad 2.2.2.f$$

### 2.2.3. El caso particular de una banda con una sola línea espectral de absorción

Se puede definir enteramente una línea de absorción de un gas por medio de las tres magnitudes características siguientes:

- la longitud de onda  $\lambda_o$  que corresponde a su *máximo*;
- su *intensidad*  $S$ , que es el área del espectro de su coeficiente volúmico de absorción, o sea:

$$S = \int_{\lambda=0}^{\infty} \sigma_a(\lambda) d\lambda \quad 2.2.3.a$$

- su *factor de forma* (se dice generalmente su *perfil*), que es simplemente la función:

$$g(\lambda, \lambda_o) = \frac{\sigma_a(\lambda)}{S} \quad 2.2.3.b$$

definición que implica:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} g(\lambda, \lambda_o) d\lambda = 1 \quad 2.2.3.c$$

Si, ahora, no hay más que *una sola* raya de absorción sobre un rango  $\Delta\lambda$  aislado por un instrumento de medida del flujo (se trata de una banda estrecha  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  o de otra elegida voluntariamente más ancha), la expresión 2.2.2.c del factor direccional total de transmisión del gas sobre el trayecto  $\Delta s$ , puede ser escrita de la forma siguiente:

$$\tau' = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\Delta\lambda} \exp[-S g(\lambda, \lambda_o) \Delta s] d\lambda \quad 2.2.3.d$$

Esta relación muestra inmediatamente que la *medida* de  $\tau'$  permite determinar la intensidad  $S$  de la raya, si el *factor de forma*  $g(\lambda, \lambda_o)$  de esta última es conocido *a*

*priori*. En este caso, es posible reconstituir las variaciones de  $\sigma_a(\lambda)$  sobre el rango  $\Delta\lambda$ , utilizando la definición 2.2.3.b.

**Observaciones:**

1. El factor de forma « natural » de una línea de absorción, o factor de forma de Lorentz, puede ser expresado como (véase la figura 2.2.2.a):

$$g(\lambda, \lambda_o) = \frac{\lambda_o^2}{\pi c} \frac{\Gamma}{(\lambda - \lambda_o)^2 + \Gamma^2} \quad 2.2.3.e$$

En esta relación,  $c$  es la velocidad de la luz, y  $\Gamma$  la *semianchura* ó anchura a altura mitad de la raya ( $\Gamma$  es extremadamente pequeña, típicamente  $10^{-5} \text{ \AA}$ , es decir,  $10^{-9} \mu m$ , para  $\lambda = 0,5 \mu m$ ).

2. En la realidad se observan anchuras de líneas considerablemente más grandes que las predichas teóricamente por Lorentz. Este fenómeno es una consecuencia, en particular, del efecto Doppler generado por las grandes velocidades de translación de las moléculas, y también a la disminución de las vidas medias de los estados excitados causados por las múltiples colisiones entre ellas.  $\Gamma$  puede así alcanzar  $10^{-2} \text{ \AA}$  ( $10^{-6} \mu m$ ) para  $\lambda = 0,5 \mu m$ . Es posible explorar la forma de estas líneas ensanchadas por métodos interferométricos que permiten aislar bandas de anchura inferior a  $10^{-5} \text{ \AA}$  (para  $\lambda = 0,5 \mu m$ ).

**2.2.4. Caso general de bandas estrechas con líneas espectrales múltiples**

El caso más general encontrado corresponde al caso donde, sobre una banda estrecha  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  aislada por el instrumento de medida del flujo, existen un número  $L$  de rayas distintas de absorción (número que puede ser extremadamente elevado). O sea, un gas que presenta sobre una tal banda,  $L$  rayas de absorción a las que

corresponderían, si estuvieran aisladas, los  $L$  coeficientes respectivos  $\sigma_{aj}(\lambda)$ . El coeficiente volúmico de absorción del gas sobre este rango es, por consiguiente:

$$\sigma_a(\lambda) = \sum_{j=1}^L \sigma_{aj}(\lambda) \quad 2.2.4.a$$

Entonces, a partir de la relación 2.2.2.c, el factor total direccional de transmisión sobre el trayecto  $\Delta s$ , puede escribirse:

$$\tau' = \frac{1}{2\delta\lambda} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} \exp\left[-\sum_{j=1}^L \sigma_{aj}(\lambda) \Delta s\right] d\lambda \quad 2.2.4.b$$

Más claramente aún que en el caso de una sola raya, puede verse que la medida de  $\tau'$  no puede ser suficiente para determinar los diversos  $\sigma_{aj}(\lambda)$  sin añadir hipótesis complementarias. Estamos por tanto tentados de adoptar un *modelo* - estimación razonable - que fije a priori el número, perfil y distribución de las rayas sobre el intervalo  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ .

Los más “clásicos” entre estos modelos son:

- a) El modelo regular de *Elsasser* que admite sobre el intervalo  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  una serie de rayas de *Lorentz* equidistantes cuyos máximos están espaciados una cantidad  $e$ , y que presentan todas la misma intensidad  $S$  y la misma semianchura  $d\lambda$ . El caso del ozono ( $O_3$ ) donde  $d\lambda$  es muy superior a  $e$ , es un límite de aplicación de este modelo.
- b) Los modelos *aleatorios* que admiten sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  rayas del mismo perfil, pero con valores de intensidades,  $S$ , y de longitudes de onda de máximo,  $\lambda_o$ , distribuidas al azar. Dan buenos resultados para el vapor de agua.

### **Observaciones:**

1. Hay casos relativamente « simples », donde la mecánica cuántica permite *calcular* directamente las líneas una a una y establecer así un modelo *línea-a-*

*línea (raie-par-raie en francés; line-by-line en inglés)* cuando éstas no son demasiado numerosas, evidentemente...

2. En lugar de la longitud de onda  $\lambda$ , se utiliza generalmente el *número de onda*  $\nu'$  como variable; ésta se expresa en  $cm^{-1}$ ,  $\nu'$  está relacionada con  $\lambda$  dada en *nm*, por  $\nu' = 10^7 / \lambda$ .

### 2.3. La función de fase de la extinción por difusión o scattering

#### 2.3.1. Las hipótesis preliminares

La *función de fase* es una magnitud que sirve para describir el reparto o distribución, según las distintas direcciones del espacio, del flujo de las oem dispersado por las moléculas y los aerosoles contenidos en un volumen de atmósfera. Se trata, por tanto, de una herramienta esencial para el estudio de la extinción por *difusión* o “*scattering*”, del flujo de la radiación solar directa.

La definición de esta magnitud necesita establecer un cierto número de hipótesis preliminares. Se considera, de esta manera, un *volumen* sometido a un flujo *directional* y que contiene objetos difusores:

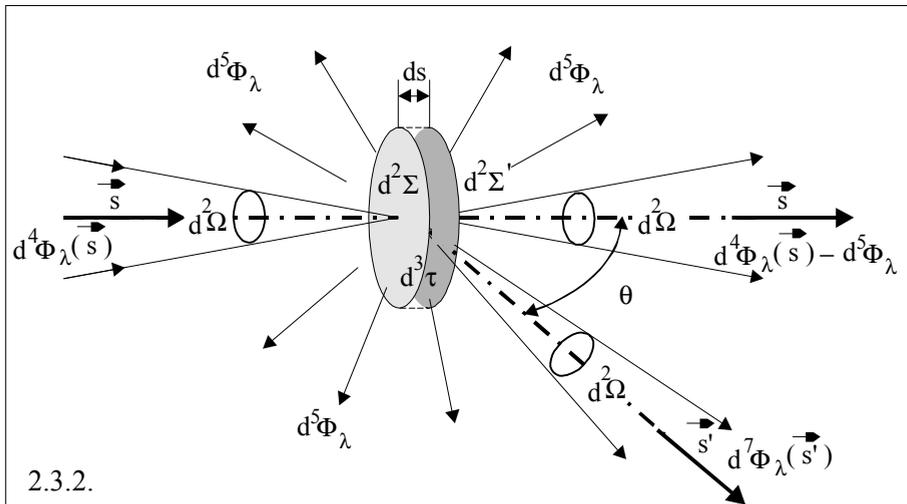
- Bastante *alejados* los unos de los otros para que la difusión o “*scattering*” sobre cada uno se haga independientemente de la de sus vecinos;
- Dispuestos *aleatoriamente* en el volumen, a fin de que no pueda existir una misma relación de fase entre las oem difundidas en ningún punto del espacio (y que, por consiguiente, en ninguna parte pueda constituirse un *campo de interferencias*, como es el caso, por ejemplo, de los fotones de Rayos X cuando son desviados por la peculiar disposición regular de los átomos de un cristal).

Estas dos primeras condiciones, denominadas respectivamente hipótesis de la difusión *independiente* e hipótesis de la difusión *incoherente*, permiten considerar el flujo difundido en una dirección del espacio, como la simple *adición* de los flujos particulares difundidos en esta dirección por cada uno de los objetos difusores del volumen.

Por otra parte, se admite que el volumen en cuestión es suficientemente *pequeño* para que un fotón que haya sido difundido una vez no lo sea una segunda: es la hipótesis de la difusión *simple*.

Supondremos, finalmente, que estamos en el caso en que este volumen solo contiene objetos difusores con *simetría esférica*, de forma que el flujo difundido resultante presente necesariamente una *simetría de rotación* alrededor de la dirección del flujo incidente (se obtendría la misma simetría de rotación con objetos no esféricos en muy gran número, repartidos uniformemente en el volumen y cuya orientación en el espacio fuera aleatoria).

**2.3.2. Definición y propiedades de la función de fase**



Denotemos como  $d^3\tau$  el pequeño volumen de atmósfera de sección recta  $d^2\Sigma$  y de espesor  $ds$ , que contiene los objetos difusores (véase la figura 2.3.2). Se supone que recibe, en  $d^2\Omega$  y según la dirección definida por el vector unitario  $\vec{s}$  normal a su cara de entrada  $d^2\Sigma$ , el flujo direccional espectral  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s})$ .

Los objetos difusores contenidos en  $d^3\tau$  reenvían el flujo *esférico*  $d^5\Phi_\lambda$  (es decir propagándose en los  $4\pi$  sr del espacio), que representa una parte más o menos importante del flujo incidente  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s})$ . Se denota  $d^7\Phi_\lambda(\vec{s}')$  la parte del flujo

esférico  $d^5\Phi_\lambda$  que se propaga en un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$  según la dirección particular  $\vec{s}'$  (se trata, por consiguiente, de un flujo *directional*), siendo, por tanto,  $(\vec{s}, \vec{s}') = \theta$  el ángulo en el que han sido desviados los fotones correspondientes.

La *función de fase* de los objetos difusores contenidos en  $d^3\tau$  es entonces la magnitud  $p(\lambda; \theta)$  definida como la relación de la *intensidad* espectral difundida según  $\vec{s}'$ , y la *intensidad* espectral difundida *en promedio* en los  $4\pi$  sr, o sea (véase el § 1.2.3., capítulo I):

$$p(\lambda; \theta) = \frac{\frac{d^7\Phi_\lambda(\vec{s}')}{d^2\Omega}}{\frac{d^5\Phi_\lambda}{4\pi}} = \frac{4\pi d^7\Phi_\lambda(\vec{s}')}{d^2\Omega d^5\Phi_\lambda} \quad 2.3.2.a$$

Es fácil ver que la representación de  $p(\lambda; \theta)$  en el sistema de coordenadas esféricas de origen  $d^3\tau$ , es una superficie homotética (en la relación  $d^5\Phi_\lambda / 4\pi$ ) a la *indicatriz de las intensidades* del volumen  $d^3\tau$ , considerado éste como fuente secundaria puntual de las oem que difunde (véase el § 1.2.3. en el capítulo I)

No es siempre necesario utilizar la función de fase para tener en cuenta el proceso de difusión. En muchos casos, la utilización del *coeficiente o parámetro de asimetría*, magnitud escalar derivada mucho más simple de manipular, se revela completamente suficiente; su definición es la siguiente:

$$g = \frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\pi} p(\lambda; \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad 2.3.2.b$$

### **Observaciones:**

1. En razón a la simetría de rotación (alrededor de  $\vec{s}$ ) de la difusión, la función de fase se escribe a veces reemplazando la relación  $d^7\Phi_\lambda(\vec{s}') / d^2\Omega$  por la razón del flujo que se propaga en todo el *cono* del semiángulo interior  $\theta$  y anchura angular

$d\theta$ , con el ángulo sólido de este cono (se obtiene el valor de este ángulo sólido,  $2\pi \sin \theta d\theta$ , por simple diferenciación de la relación 1.1.4.b del capítulo I).

2. Si la intensidad difundida por el elemento de volumen es la misma en todas las direcciones,  $d^3\tau$  es denominado difusor *isótropo*, y entonces  $p(\lambda; \theta) = 1$  cualquiera que sea  $\theta$ .
3. La *probabilidad* de que un fotón difundido por  $d^3\tau$ , lo haya sido según  $\vec{s}'$ , es evidentemente la razón del flujo difundido en  $d^2\Omega$  al difundido en los  $4\pi sr$ , o sea :

$$d^2P = \frac{d^7\Phi_\lambda(\vec{s}')}{d^5\Phi_\lambda} = \frac{d^2\Omega}{4\pi} p(\lambda; \theta) \quad 2.3.2.c$$

Para tener la probabilidad de difusión según  $\theta$  solamente, es suficiente con reemplazar  $d^2\Omega$  por  $2\pi \sin \theta d\theta$ , como consecuencia de la primera observación.

4. El término « fase » no hace referencia aquí a la fase de una magnitud periódica, sino a las fases de la luna (es decir a la forma en que su superficie es iluminada) que depende, como es sabido, de la posición relativa de este astro respecto a las del Sol y la Tierra.
5. El parámetro de asimetría  $g$  puede ser descrito como la razón entre el flujo difundido por  $d^3\tau$ , en los  $4\pi sr$ , y la suma algebraica de la *resultante* de los vectores  $[d^7\Phi_\lambda(\vec{s}')] \vec{s}'$ . Del hecho de la simetría de rotación de la difusión alrededor de la dirección de  $\vec{s}$ , la resultante de estos “vectores flujo difundido direccionales” posee necesariamente esta misma dirección.



### ***Ejercicios y problemas***

1. Mostrar que las dos expresiones 2.1.2.b y 2.1.2.c de la ley de Junge, que dan cuenta de la distribución de tamaño de los aerosoles atmosféricos, se deducen la una de la otra.
2. A partir de la definición 2.1.4.a del coeficiente volúmico de extinción, establecer las relaciones 2.1.5.a y 2.1.5.b relativas al espesor óptico de un trayecto finito en la atmósfera.
3. Se puede definir la “sección eficaz” media de extinción de las moléculas atmosféricas como la razón  $\sigma_e / N$ , siendo  $N$  su concentración numérica. Encontrar un significado físico a la masa óptica relativa  $m_r$ , (2.1.5.e) admitiendo que esta sección eficaz media de extinción es la misma en todo punto de la atmósfera.
4. Admitiendo que el efecto de refracción del aire sea despreciable, determinar el ángulo zenital en el suelo de los rayos solares directos (es decir, provenientes del disco solar) que presentan, a un altitud  $z = 100 \text{ km}$ , un ángulo de incidencia  $\theta = 10^\circ$  después  $\theta = 75^\circ$  con las capas atmosféricas. Se recuerda que el radio de la Tierra vale aproximadamente  $R = 6400 \text{ km}$ .
5. El factor de forma de una línea espectral de Lorentz dada en 2.2.3.e, es más a menudo expresado en función de la frecuencia  $\nu = c / \lambda$  y, en este caso, escrito como  $g(\nu - \nu_o) = \gamma / \pi \left[ (\nu - \nu_o)^2 + \gamma^2 \right]$ . Encontrar la expresión 2.2.3.e, sabiendo

que  $\gamma = \delta\nu$  es la anchura a altura mitad de la función  $g(\nu - \nu_o)$  y  $\Gamma = \delta\lambda$  la de la función  $g(\lambda, \lambda_o)$ . Se hará la aproximación  $\lambda \approx \lambda_o$ .

6. La forma de las funciones de fase de los aerosoles puede ser aproximada por la función de “Henye-Greestein” escrita  $(1 - g^2)/(1 - 2g \cos \theta + g^2)^{3/2}$ , siendo aquí  $g$  el coeficiente o parámetro de asimetría. Encontrar la probabilidad de que un fotón difundido, lo sea lateralmente (es decir, bajo un ángulo de  $90^\circ$ ) en una cono de anchura angular  $5^\circ$ , si  $g = 0.8$

### 3. LOS PROCESOS DE DISPERSIÓN O «SCATTERING»

Hemos visto que después de la absorción selectiva, la segunda causa más importante de *extinción* de la radiación directa del sol en la atmósfera es la dispersión (NdT: que indistintamente también denominaremos, difusión, dispersión, “scattering”), fenómeno que tiene como consecuencia la dispersión o distribución en todas las direcciones del espacio, de una parte de las oem provenientes de este astro. Si este fenómeno no existiese, ningún fotón podría proceder de otra dirección que no fuera la del disco solar. El resto del cielo sería una bóveda negra salpicada de estrellas, tal como la ven « en pleno día » los astronautas, desde su nave espacial o su estación orbital, por encima de la capa atmosférica.

La *difusión*, *dispersión* o “*scattering*” se produce según dos procesos que, fundamentalmente, son de la misma naturaleza, pero presentan un nivel de complejidad muy diferente, lo que conduce a hacer un estudio separado de ellos. Se trata de:

- la difusión o “scattering” *Rayleigh* que es la dispersión de los fotones solares en todas las direcciones, provocada por las moléculas de aire;
- la difusión o “scattering” de *Mie* que es también la dispersión de los fotones solares, pero provocada por los aerosoles sólidos o líquidos de tamaño muy superior a las moléculas. Debemos hacer notar que los aerosoles de mayor tamaño pueden reflejar, refractar o difractar los rayos solares; pero se trata de fenómenos de la óptica geométrica que no serán tratados aquí.

Para efectuar estos estudios, se adoptarán dos hipótesis, una la de “scattering” *independiente* y la de “scattering” *incoherente*, tal como fueron definidas en § 2.3.1. Estas hipótesis permiten considerar el flujo dispersado o difundido en una dirección del espacio por un volumen de atmósfera, como una simple suma de los flujos particulares difundidos según esta misma dirección, por cada una de las moléculas y cada uno de los aerosoles contenidos en ese volumen.

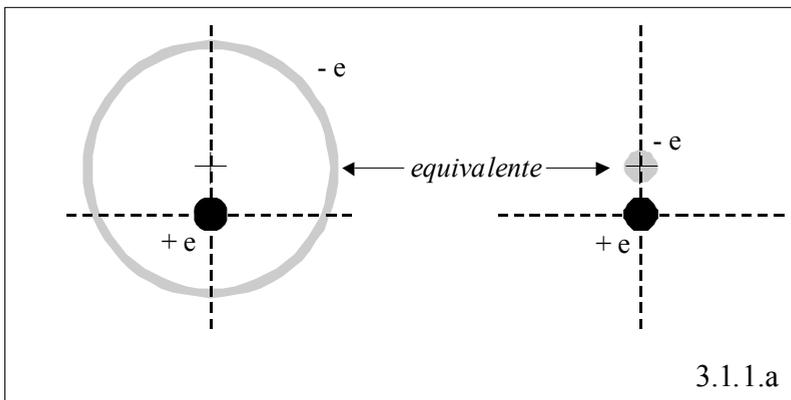
Se admite, además, como en § 2.3.1., que hay *difusión* o “scattering” *simple* en el volumen considerado y que las moléculas y aerosoles presentan con respecto a las oem una *simetría esférica*, que produce un flujo difuso que presenta una *simetría de rotación* alrededor de la dirección del flujo incidente.

### 3.1. La extinción por dispersión o “scattering” Rayleigh

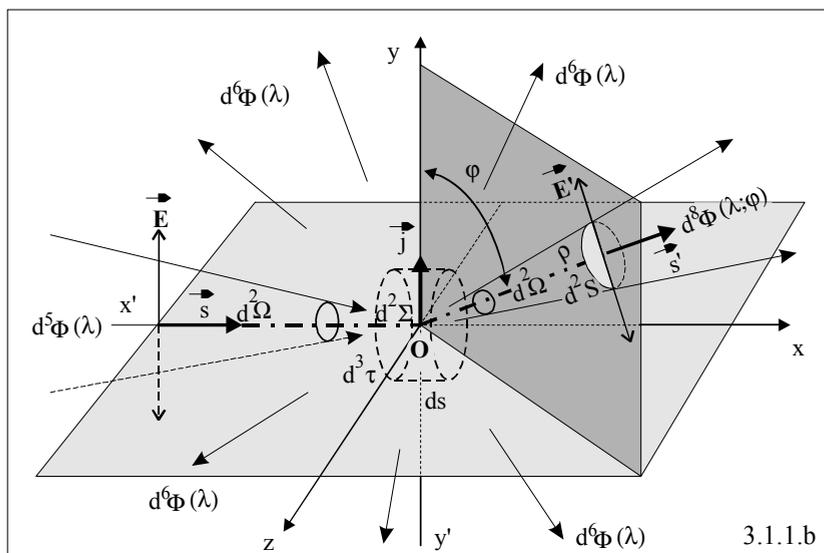
#### 3.1.1. El mecanismo de difusión o “scattering” de una oem polarizada, por una molécula

A fin de explicar los mecanismos de la dispersión de la luz solar por la atmósfera, y por ello encontrar las causas físicas del *color azul* del cielo, Rayleigh recurrió, hacia el final del siglo XIX, a la teoría electromagnética establecida en los trabajos de J. C. Maxwell y confirmados por los de H. Hertz. Se supone, que excitadas por las oem directas del sol, las moléculas de los gases atmosféricos se convierten en fuentes *secundarias* que emiten oem en los  $4\pi$  sr del espacio que las rodea.

Aparte de las hipótesis mencionadas en la introducción, Rayleigh admitía, que eléctricamente, una molécula (objeto neutro) podía ser vista como formada por un núcleo puntual macizo cargado  $+e$ , rodeado por una cáscara esférica muy ligera con carga  $-e$ . Ahora bien, como se sabe, desde el punto de vista de los efectos electrostáticos, una superficie esférica cargada equivale a una misma carga puntual situada en su centro. Se sigue pues que la molécula neutra es finalmente equivalente a un conjunto de *dos puntos confundidos*, con cargas respectivas de signo *opuesto*  $+e$  y  $-e$ , tal como lo simboliza la figura 3.1.1.a.



Un campo eléctrico exterior aplicado a una molécula de Rayleigh, separa las dos cargas puntuales según la dirección del campo, creando por tanto un *dipolo* (figura 3.1.1.a). Como, por hipótesis, esta molécula presenta una simetría esférica, la dirección del espacio de donde proceden las oem aplicadas no tiene influencia sobre las características eléctricas del dipolo creado; por esta razón, este dipolo es generalmente calificado de *isótropo*.



Tomando la figura 3.1.1.b, consideremos un volumen elemental de atmósfera  $d^3\tau$ , de sección recta  $d^2\Sigma$  y de longitud  $ds$ , que contiene sólo una molécula en el vacío. Como es más cómodo de razonar, aquí, con magnitudes monocromáticas que con magnitudes espectrales, se supone que  $d^3\tau$  recibe en el ángulo sólido  $d^2\Omega$ , según el sentido y la dirección definido por el vector unitario  $\vec{s}$  del eje  $\overline{x'Ox}$ , el flujo *direccional monocromático*  $d^5\Phi(\lambda)$  de longitud de onda  $\lambda$  (constituido por el rango  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ ).  $O$  es el centro de  $d^3\tau$ , punto donde se sitúa el núcleo de la molécula considerada y donde se cruzan los tres ejes ortogonales  $\overline{x'Ox}$ ,  $\overline{y'Oy}$ ,  $\overline{z'Oz}$ . Los fotones del flujo  $d^5\Phi(\lambda)$  que llegan sobre  $d^3\tau$  a la velocidad  $c$ , están en principio

*polarizados* según la dirección del vector unitario  $\vec{j}$  del eje  $\overrightarrow{y'Oy}$ . En otros términos, el campo eléctrico  $\vec{E}$ , de las oem correspondientes a este flujo, es paralelo al  $\overrightarrow{y'Oy}$  (véase para recordar, la figura 1.1.1.a del capítulo I). Este campo puede entonces escribirse en  $O$  como:  $\vec{E} = E \cos(\omega t) \vec{j}$  de frecuencia  $\omega = 2\pi c / \lambda$  y amplitud  $E$ .

Las fuerzas aplicadas según  $\overrightarrow{y'Oy}$  sobre los dos puntos a los cuales puede reducirse eléctricamente la molécula, dan lugar a un movimiento oscilatorio alrededor de su centro de inercia; estas se escriben:  $\vec{f}_+ = + e \vec{E}$  y  $\vec{f}_- = - e \vec{E}$ , respectivamente. Pero como ya el núcleo presenta en  $O$  prácticamente toda la masa del dipolo, el único efecto mecánico que produce el paso de las oem, es la oscilación alrededor de  $O$  de la carga puntual equivalente  $-e$ ; este punto realiza el movimiento descrito por la ecuación general:  $y = -C \cos(\omega t - \psi)$ . Como, aquí, la amortiguación es muy débil, el desfase  $\psi$  es casi nulo, y la amplitud  $C$  puede escribirse (ver curso de Mecánica del punto material):

$$C = \frac{e E}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad 3.1.1.a$$

donde  $m$  es la masa de la carga  $-e$ , y  $\omega_o$  la *pulsación propia* de este oscilador (es decir la pulsación que  $m$  realiza cuando oscila libremente, sin excitación forzada ni amortiguada). El campo eléctrico  $\vec{E}$  de las oem incidentes ha transformado la molécula en un dipolo oscilante alrededor de  $O$  según  $\vec{j}$ , con un *momento dipolar*:

$$p = e C = \frac{e^2}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} E \quad 3.1.1.b$$

En electromagnetismo, se muestra que un dipolo oscilante de momento  $p$  y pulsación  $\omega = 2\pi c / \lambda$ , produce en el vacío a una distancia  $\rho$  muy superior a  $\lambda$ , en una dirección que forma el ángulo  $\varphi$  con su eje, un campo eléctrico  $\vec{E}'$  de la misma pulsación o frecuencia y de amplitud:

$$E' = \frac{\omega^2 p \sin \varphi}{4\pi \epsilon_o c^2 \rho} \quad 3.1.1.c$$

En razón de la simetría axial del fenómeno,  $\vec{E}'$  es ortogonal a la dirección definida por  $\varphi$ , y se sitúa en el plano que contiene esta dirección y el dipolo.

Así la molécula crea ella misma, en tanto que fuente *secundaria*, a la distancia  $\rho \gg \lambda$  en la dirección definida por un vector unitario  $\vec{s}'$  tal que  $(\vec{j}, \vec{s}') = \varphi$ , un campo eléctrico de pulsación  $\omega$  y amplitud:

$$E' = \frac{\pi e^2 \sin \varphi}{\epsilon_0 \lambda^2 \rho m(\omega_0^2 - \omega^2)} E \quad 3.1.1.d$$

Téngase en cuenta que la distribución espacial de este campo presenta una simetría axial alrededor de la dirección de  $\vec{j}$ , y una simetría especular en relación al plano  $[xOz]$ .

**Observación:**

Volviendo a las magnitudes radiométricas con las que nosotros habitualmente trabajamos, se debe mencionar que la *irradiancia normal* producida en un punto del vacío por un flujo monocromático direccional, es  $c \epsilon_0 E^2 / 2$ , cuando la amplitud del campo eléctrico correspondiente en ese punto es  $E$ . Este termino representa, en efecto, la norma del *vector de Poynting* en el vacío (véase el curso de electromagnetismo). Podemos escribir por tanto, a la entrada de  $d^3\tau$ :

$$\frac{d^5\Phi(\lambda)}{d^2\Sigma} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E^2 \quad 3.1.1.e$$

igualdad que implica que el campo  $\vec{E}$  es, aquí, un elemento diferencial, al igual que las magnitudes  $\vec{f}_+$ ,  $\vec{f}_-$ ,  $p$  y  $\vec{E}'$ , a las que esta ligado. Para no hacer la notación más pesada (y también porque no es habitual), esta propiedad no ha sido explicitada; bajo este aspecto, la aparente homogeneidad de ciertas relaciones no será por tanto respetada.

### 3.1.2. Intensidad difundida de una oem incidente polarizada

Sea, ahora,  $d^6\Phi(\lambda)$  el flujo esférico monocromático emitido por el dipolo en los  $4\pi$  sr, y  $d^8\Phi(\lambda; \varphi)$  el emitido en el pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$  según la dirección definida por  $\vec{s}'$ . Entonces, si  $E'$  es la amplitud del campo eléctrico observado a una distancia  $\rho \gg \lambda$  en esa dirección, y si  $d^2S$  es el elemento de la superficie que subtiende  $d^2\Omega$  sobre la esfera de radio  $\rho$ , la intensidad monocromática según  $\vec{s}'$  se puede escribir de acuerdo a la relación 3.1.1.e, como:

$$d^6 I(\lambda; \varphi) = \frac{d^8 \Phi(\lambda; \varphi)}{d^2 \Omega} = \frac{d^8 \Phi(\lambda; \varphi)}{d^2 S} \rho^2 = \frac{1}{2} c \epsilon_o E'^2 \rho^2 \quad 3.1.2.a$$

y también según la igualdad 3.1.1.d:

$$d^6 I(\lambda; \varphi) = \frac{c \pi^2 e^4 \sin^2 \varphi}{2 \epsilon_o \lambda^4 [m(\omega_o^2 - \omega^2)]^2} E^2 \quad 3.1.2.b$$

Supongamos, ahora, que el volumen  $d^3\tau$  contiene  $M$  moléculas. Entonces, de acuerdo con el conjunto de hipótesis precedentes, la intensidad difundida según  $\vec{s}'$  se escribe simplemente:

$$d^6 I(\lambda; \varphi) = \frac{c \pi^2 e^4 \sin^2 \varphi}{2 \epsilon_o \lambda^4 [m(\omega_o^2 - \omega^2)]^2} E^2 M \quad 3.1.2.c$$

o bien:

$$d^6 I(\lambda; \varphi) = \frac{c \pi^2 e^4 \sin^2 \varphi}{2 \epsilon_o \lambda^4 [m(\omega_o^2 - \omega^2)]^2} E^2 N d^3 \tau \quad 3.1.2.d$$

siendo  $N$  el número de moléculas por unidad de volumen o *concentración*.

Lorentz y Lorenz mostraron que existía entre la *concentración*  $N$  de un gas y su *índice de refracción*  $m(\lambda)$ , una relación que podía escribirse, cuando esta última era próxima a la unidad (caso para el aire donde  $m(\lambda) \approx 1,0003$ ) como:

$$m(\omega_o^2 - \omega^2) = \frac{N e^2}{\epsilon_o [m(\lambda)^2 - 1]} \quad 3.1.2.e$$

Se sigue pues que la intensidad difundida o dispersada según  $\vec{s}'$  puede reformularse como:

$$d^6 I(\lambda; \varphi) = \frac{1}{\lambda^4} \frac{c \pi^2 \epsilon_o [m(\lambda)^2 - 1]^2 \sin^2 \varphi}{2N} E^2 d^3 \tau \quad 3.1.2.f$$

**Observación:**

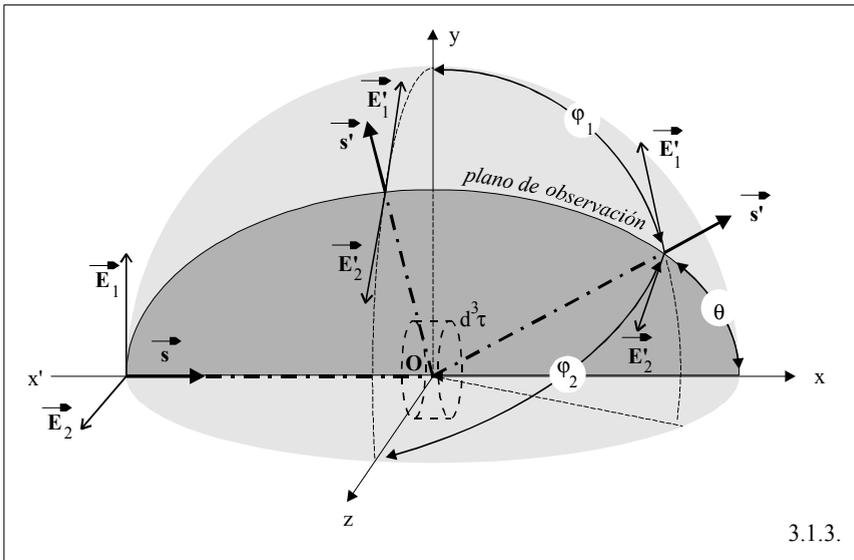
1. La cantidad  $M$  es un número *entero*, pero no necesariamente muy grande, de tal forma que el orden de la diferencial de la intensidad no se vea modificada cuando se pasa de la relación 3.1.2.b a la relación 3.1.2.c.
2. La relación 3.1.2.e muestra que, en el caso de una oem incidente polarizada, la intensidad difundida según el ángulo  $\varphi$  *decrece con  $\lambda^{-4}$* , es decir extremadamente rápido en función de la longitud de onda.

**3.1.3. Caso general de una oem incidente no polarizada**

Las oem *naturales* son generalmente no polarizadas, y se considera clásicamente su campo eléctrico  $\vec{E}$  como la resultante de dos campos ortogonales *polarizados*  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ , de la misma amplitud  $E/\sqrt{2}$  y de la misma frecuencia  $\omega$ , pero sin relación de fase *coherente* entre ellos.

Supongamos que la oem *no polarizada* incidente según  $\vec{s}$  en el volumen elemental  $d^3 \tau$ , esté constituida por dos campos *polarizados e incoherentes*  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$  paralelos a  $\vec{y}'Oy$  y  $\vec{z}'Oz$  respectivamente (ver la figura 3.1.3.). Los campos eléctricos *secundarios*  $\vec{E}'_1$  y  $\vec{E}'_2$  a los cuales ellos dan lugar respectivamente en la dirección que define  $\vec{s}'$ , debido a la transformación en dipolos de las moléculas contenidas en  $d^3 \tau$ ,

son incoherentes entre ellos. De acuerdo a § 3.1.2., los vectores  $\vec{E}'_1$  y  $\vec{E}'_2$  se encuentran, el primero, en el plano  $[\vec{j}, \vec{s}']$  y, el segundo, en el plano  $[\vec{k}, \vec{s}']$ , si  $\vec{k}$  es el vector unitario del eje  $\vec{z}'Oz'$ . En consecuencia, siendo necesariamente ortogonales a  $\vec{s}'$ , estos dos vectores no lo son necesariamente entre sí.



Admitiendo, entonces, que las intensidades de los flujos correspondientes a los dos campos secundarios pueden sumarse, la intensidad del flujo difundido por  $d^3\tau$  según  $\vec{s}'$  debe ser tal que, según la relación 3.1.2.f:

$$d^6 I(\lambda; \varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\lambda^4} \frac{c \pi^2 \epsilon_o [m(\lambda)^2 - 1]^2 (\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2)}{2N} \left( \frac{E}{\sqrt{2}} \right)^2 d^3 \tau \quad 3.1.3.a$$

con  $\varphi_1 = (\vec{j}, \vec{s}')$  y  $\varphi_2 = (\vec{k}, \vec{s}')$ .

Se muestra, en trigonometría del espacio, que existe entre  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y el ángulo  $(\vec{s}, \vec{s}') = \theta$ , la relación siguiente:  $\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1 + \cos^2 \theta$ . En consecuencia, la expresión 3.1.3.a puede escribirse:

$$d^6 I(\lambda; \theta) = \frac{1}{\lambda^4} \frac{c \pi^2 \epsilon_o [m(\lambda)^2 - 1]^2 (1 + \cos^2 \theta)}{4N} E^2 d^3 \tau \quad 3.1.3.b$$

La intensidad dispersada por las moléculas, cuando ellas reciben un flujo direccional de oem no polarizadas, varia por tanto como  $1/\lambda^4$ . Esto significa que el “scattering” por el proceso Rayleigh se produce tanto más fácilmente cuando los fotones incidentes son de más corta longitud de onda. Se sigue pues que los flujos totales dispersados de este modo, se encuentran enriquecidos en oem de corta longitud de onda, en comparación con el flujo total direccional incidente, de donde ellos proceden. Esto explica que la luz procedente de la bóveda del cielo -y por tanto debido a la dispersión que producen las moléculas atmosféricas- tenga una coloración azulada, mientras que la del disco solar que es la fuente, sea blanca fuera de la atmósfera.

### **Observaciones:**

1. La relación 3.1.3.b muestra que la difusión Rayleigh de una oem no polarizada, presenta una simetría axial alrededor del eje  $\overrightarrow{x'Ox}$  (y no de  $\overrightarrow{y'Oy}$  como en el caso polarizado).
2. Cuando  $\vec{s}'$  esta en el plano  $[yOz]$ ,  $\vec{E}'_1$  y  $\vec{E}'_2$  están también en dicho plano y se encuentran *alineados*; dicho de otra manera, el flujo difundido esta *totalmente polarizado* linealmente. En los otros casos, existe una polarización lineal también, pero ésta no es más que parcial.
3. El plano definido por los vectores  $\vec{s}$  y  $\vec{s}'$ , se llama el *plano de observación* o de “scattering”. Ahora, puesto que los flujos de las oem *naturales* incidentes en  $d^3 \tau$  presentan por hipótesis, como todo el contenido de este pequeño volumen, una simetría de rotación alrededor de  $\overrightarrow{x'Ox}$ , es previsible que el flujo difundido presentase también una simetría de rotación alrededor de este mismo eje. Hubiera sido pues suficiente adoptar  $[xOz]$  como plano de observación, con  $\varphi_1 = \pi/2$  y  $\varphi_2 = (\pi/2) - \theta$ , para que la relación 3.1.3.a aparezca inmediatamente bajo la forma 3.1.3.b.

### 3.1.4. La depolarización de la radiación dispersada

Ocurre que las moléculas no son dipolos perfectamente *isótropos* como había postulado inicialmente Rayleigh. La consecuencia es que la dirección de oscilación de los dipolos creados no se alinea rigurosamente con el campo eléctrico de la oem incidente. Así, cuando  $\vec{s}'$  se encuentra en el plano  $[yOz]$ , la componente incoherente ortogonal a  $[yOz]$ ,  $\vec{E}'_2$ , no es nula como en el caso ideal de la isotropía perfecta.

Existe pues, en realidad, una ligera *depolarización* del campo *secundario* resultante  $\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2$  observado para  $\theta = \pi/2$ . Se la caracteriza por medio de un *factor de depolarización*,  $d$ , definido como la razón de las *intensidades* correspondientes a las dos componentes de  $\vec{E}'$  respectivamente paralela y ortogonal al *plano de observación*, cuando  $\theta = \pi/2$ . Esta se escribe:

$$d = \frac{d^6 I(\lambda; \pi/2)_{\parallel}}{d^6 I(\lambda; \pi/2)_{\perp}} \quad 3.1.4.b$$

Se encuentra, pues que por causa de esta depolarización, la intensidad  $d^6 I(\lambda; \theta)$  dada por la relación 3.1.3.b, debe ser *multiplicada* por un factor de corrección:

$$F(d) = \frac{6 + 3d}{6 - 7d} \quad 3.1.4.c$$

El valor de  $F(d)$  para la atmósfera es estimado, según los autores y las condiciones elegidas, entre 1,023 y 1,048.

### 3.1.5. Coeficiente volúmico de difusión y función de fase

Es fácil ver que la ley de Beer enunciada en § 2.1.4.a para los flujos *espectrales*, conserva la misma forma para los flujos *monocromáticos*. En consecuencia, teniendo en cuenta las convenciones de signos implícitamente adoptados en § 3.1.1. y 3.1.2., se puede escribir el flujo monocromático esférico emitido por  $d^3\tau$  en los  $4\pi$  sr, como:

$$d^6\Phi(\lambda) = + d^5\Phi(\lambda) \sigma_e(\lambda) ds \quad 3.1.5.a$$

Ahora bien, según la expresión 3.1.1.e, el flujo monocromático incidente sobre la sección  $d^2\Sigma$  del volumen  $d^3\tau$ , es tal que:

$$d^5\Phi(\lambda) = \frac{1}{2} c \varepsilon_o E^2 d^2\Sigma \quad 3.1.5.b$$

Si  $\sigma_R(\lambda)$  es el coeficiente volumico de extinción correspondiente a la difusión Rayleigh, la ley de Beer relativa a este único proceso puede escribirse bajo la forma siguiente:

$$d^6\Phi(\lambda) = \frac{1}{2} c \varepsilon_o E^2 d^2\Sigma \sigma_R(\lambda) ds \quad 3.1.5.c$$

Nuestro objetivo es determinar el coeficiente  $\sigma_R(\lambda)$ , quedando aún por identificar esta última expresión a la obtenida integrando sobre todo el espacio la intensidad difusa calculada en § 3.1.3., o sea:

$$d^6\Phi(\lambda) = \iint_{4\pi sr} d^6I(\lambda; \theta) d^2\Omega \quad 3.1.5.d$$

que puede también escribirse:

$$d^6\Phi(\lambda) = \int_{\theta=0}^{\pi} d^6I(\lambda; \theta) 2\pi \sin \theta d\theta \quad 3.1.5.e$$

en razón de la simetría axial alrededor de  $\overrightarrow{x'Ox}$ . Reemplazando  $d^6I(\lambda; \theta)$  por su expresión 3.1.3.b corregida de la depolarización, es decir multiplicada por el factor  $F(d)$ , se obtiene:

$$d^6\Phi(\lambda) = \frac{1}{\lambda^4} \frac{c \pi^3 \varepsilon_o [m(\lambda)^2 - 1]^2}{2N} E^2 d^3\tau F(d) \int_{\theta=0}^{\pi} (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \quad 3.1.5.f$$

Entonces, puesto que  $d^2\Sigma ds = d^3\tau$ , la identificación de las relaciones 3.1.5.c y 3.1.5.f conduce inmediatamente a:

$$\sigma_R(\lambda) = \frac{1}{\lambda^4} \frac{8\pi^3}{3N} [m(\lambda)^2 - 1]^2 F(d) \tag{3.1.5.g}$$

Ahora, en lo que respecta a la función de fase Rayleigh, la definición general de § 2.3.2. permite escribir aquí:

$$p_R(\lambda; \theta) = \frac{d^6 I(\lambda; \theta)}{d^6 \Phi(\lambda) / 4\pi} \tag{3.1.5.h}$$

Utilizando entonces la relación 3.1.3.b (multiplicada por el factor  $F(d)$  que corrige la depolarización) y la relación 3.1.5.f, se obtiene una expresión muy simple, *independiente de la longitud de onda*:

$$p_R(\theta) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \theta) \tag{3.1.5.i}$$

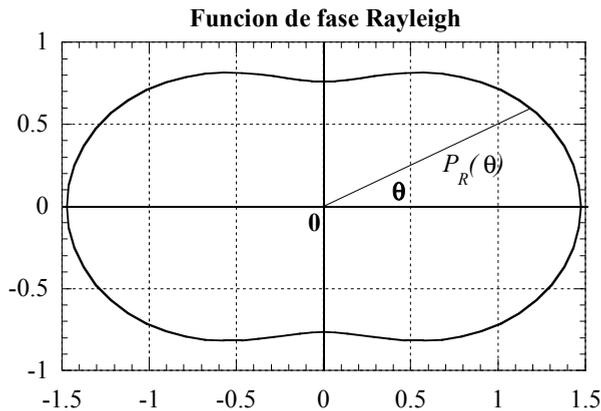
Esta función está aún ligeramente afectada por la depolarización. Se ha podido mostrar que conviene mejor escribir:

$$p_R(\theta) = \frac{3}{2(2+d)} [(1+d) + (1-d)\cos^2 \theta] \tag{3.1.5.j}$$

relación que, dando a  $d$  el valor correspondiente a la atmósfera terrestre, puede aún ser expresada bajo la forma siguiente:

$$p_R(\theta) = 0,7629 (1 + 0,9324 \cos^2 \theta) \tag{3.1.5.k}$$

La figure 3.1.5. da una representación de la función  $p_R(\theta)$ .



3.1.5.

**Observación:**

El factor  $[m^2(\lambda) - 1]^2$  de la expresión 3.1.5.g del coeficiente volúmico de difusión Rayleigh es, si se refiere a la relación 3.1.2.e, proporcional a  $N^2$ . Se sigue que, contrariamente a las apariencias,  $\sigma_R(\lambda)$  es proporcional a  $N$  y no a su inversa.

**3.2. La extinción por “scattering” de Mie****3.2.1. El proceso de difusión o “scattering” por los aerosoles**

Las moléculas atmosféricas no son las únicas partículas susceptibles de producir una difusión según el modelo descrito por Rayleigh. Todo aerosol o partícula de dimensiones pequeñas respecto a la longitud de onda de las oem incidentes (típicamente, de un diámetro inferior a tres milésimas de esta última, como por ejemplo,  $0,01 \mu m$  respecto a  $\lambda > 3 \mu m$ ), puede comportarse como una fuente secundaria *puntual* y, en consecuencia, provocar el mismo proceso.

Las cosas son muy distintas para un objeto de tamaño tal que sus dimensiones no son nada despreciables con respecto a la longitud de onda; en efecto, en este caso, nos vemos obligados a considerarle como un conjunto de fuentes secundarias puntuales distintas (y no como una fuente puntual única), al nivel de las cuales la fase de las oem incidentes no es uniforme, y cuyas emisiones en los  $4\pi sr$  *interfieren* de manera coherente entre ellas. Se concibe fácilmente que el modo según el cual un tal objeto difunde las oem que recibe, depende de su tamaño en relación a la longitud de onda de estas, y de las propiedades ópticas de la materia de la que esta constituida. Es por lo que, restringiéndose al caso « simple » de partículas homogéneas y esféricas, se introducen las dos magnitudes siguientes (que no tenía sentido hacer intervenir en el caso del proceso de Rayleigh):

- el *parámetro de tamaño* o razón de la circunferencia de la esfera (de radio  $r$ ) a la longitud de onda  $\lambda$  de la oem (monocromática) incidente

$$x = \frac{2\pi r}{\lambda} \quad 3.2.1.a$$

- el *índice de refracción complejo* de la esfera, que se puede escribir en la forma:

$$m(\lambda) = m_r(\lambda) - i m_i(\lambda) \quad 3.2.1.b$$

donde la parte imaginaria llamada *índice de absorción*, está ligada al coeficiente de extinción por la absorción (continua)  $\sigma_a(\lambda)$  del material de la esfera, por:

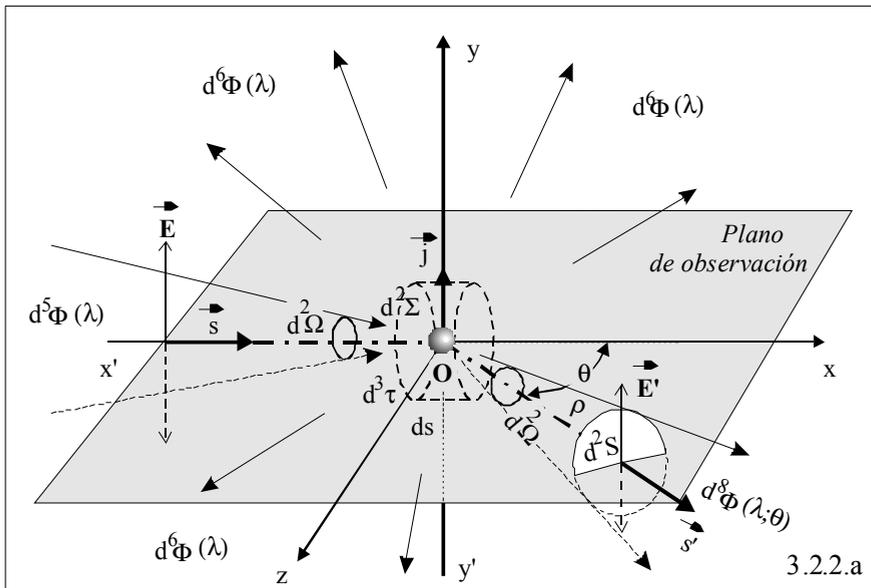
$$m_i(\lambda) = \sigma_a(\lambda) \frac{\lambda}{4\pi} \quad 3.2.1.c$$

El primer estudio exhaustivo del proceso de difusión de las oem por las partículas no puntuales y esféricas, fue realizada por G. Mie en 1908, en el cuadro de las investigaciones fundamentales dirigidas hacia la dispersión de la luz por suspensiones coloidales. El problema teórico planteado por Mie, toma como partida las ecuaciones de Maxwell, con las condiciones iniciales de una onda electromagnética plana incidente sobre una esfera homogénea. Tratada en coordenadas esféricas con condiciones en los límites apropiadas, la resolución analítica de este problema se presenta larga y relativamente pesada. Es por ello que, aquí, solo exponemos las grandes etapas y los resultados esenciales.

### 3.2.2. *Intensidad dispersada por una esfera homogénea, según la teoría de Mie*

Consideremos pues un volumen elemental  $d^3\tau$  de sección recta  $d^2\Sigma$  y de longitud  $ds$ , donde el centro  $O$  es el origen de un sistema de tres ejes ortonormales  $\overrightarrow{x'Ox}$ ,  $\overrightarrow{y'Oy}$ ,  $\overrightarrow{z'Oz}$  como en § 3.1.1., pero que contienen en el vacío una única esfera homogénea de radio  $r$  centrada sobre  $O$  (véase la figura 3.2.2.a). El volumen  $d^3\tau$  recibe, siempre según el vector unitario  $\vec{s}$  del eje  $\overrightarrow{x'Ox}$ , el flujo *directional monocromático*  $d^5\Phi(\lambda)$  de longitud de onda  $\lambda$ , donde los fotones están *polarizados* linealmente. Se ve que  $d^6\Phi(\lambda)$  es la parte de  $d^5\Phi(\lambda)$  difundida por  $d^3\tau$  en los

$4\pi sr$  del espacio, y  $d^8\Phi(\lambda; \theta)$  es la parte de  $d^6\Phi(\lambda)$  que se propaga en un pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$  según la dirección definida por un vector unitario  $\vec{s}'$  tal que  $(\vec{s}, \vec{s}') = \theta$ . En razón de la simetría de rotación alrededor del eje  $\overrightarrow{x'Ox}$  que debe necesariamente presentar el fenómeno para las oem incidentes *naturales* (es decir, no polarizadas a priori), es posible limitarse a un estudio en el plano  $[xOz]$ , tomado así, como un solo plano *de observación* o *de difusión*.



Supongamos que los fotones incidentes estén polarizados según  $\vec{j}$ , vector unitario del eje  $\overrightarrow{y'Oy}$ ; como el campo eléctrico que le corresponde es perpendicular al *plano de observación*  $[xOz]$ , su amplitud es denotada como  $E_{\perp}$ . Al flujo *directional*  $d^8\Phi(\lambda; \theta)_{\perp}$  dispersado en  $[xOz]$  según  $\vec{s}'$ , le corresponde entonces a una distancia  $\rho \gg \lambda$  un campo eléctrico *polarizado* ortogonal a  $[xOz]$ , pues se muestra que la amplitud  $E'_{\perp}$  puede escribirse en función de  $E_{\perp}$  bajo la forma compleja:



eléctrico *polarizado* ortogonal a  $\vec{s}'$  situado también en el plano  $[xOz]$ , cuya amplitud  $E'_{//}$  escrita en forma compleja, es tal que:

$$\tilde{E}'_{//} = \frac{\lambda i}{2\pi \rho} \exp\left(-i \frac{2\pi \rho}{\lambda}\right) S_{//}(\theta) E_{//} \quad 3.2.2.d$$

La intensidad según  $\vec{s}'$  es entonces:

$$d^6 I(\lambda; \theta)_{//} = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 S_{//}(\theta) S_{//}^*(\theta) \frac{c \epsilon_o E_{//}^2}{2} \quad 3.2.2.e$$

donde la función  $S_{//}^*(\theta)$  es la conjugada de la función compleja  $S_{//}(\theta)$ .

Las funciones complejas  $S_{\perp}(\theta)$  et  $S_{//}(\theta)$  se escriben respectivamente:

$$S_{\perp}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \Pi_n) \text{ y } S_{//}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \Pi_n + b_n \tau_n) \quad 3.2.2.f$$

Los términos  $\tau_n$  y  $\Pi_n$  son función únicamente de  $\theta$  por intermedio de *polinomios de Legendre* de orden  $n$  y de argumento  $\cos\theta$ . Los términos  $a_n$  y  $b_n$  dependen de  $m(\lambda)$  y de  $x$ , bien directamente, o por intermedio de *funciones de Bessel* de argumento  $x$  o  $x m(\lambda)$ . Los productos  $S_{\perp}(\theta) S_{\perp}^*(\theta)$  y  $S_{//}(\theta) S_{//}^*(\theta)$  llamados *funciones de distribución de las intensidades*, son denotados respectivamente por  $i_1$  y  $i_2$ .

Para resolver el caso general de una oem *no polarizada* (luz natural) incidente según  $\vec{s}$  en el volumen elemental  $d^3\tau$ , el campo eléctrico  $\vec{E}$  que le corresponde puede ser considerado como la suma de dos campos ortogonales *polarizados*  $\vec{E}_{\perp}$  y  $\vec{E}_{//}$ . Estos dos campos (respectivamente perpendicular y paralelo al plano de observación) se suponen de la misma amplitud  $E/\sqrt{2}$  y la misma frecuencia  $\omega$ , sin presentar una relación de fase *coherente* entre ellos. Admitiendo, entonces, que los dos flujos difundidos correspondientes pueden sumarse, la intensidad difundida resultante según  $\vec{s}'$ , se escribe:

$$d^6 I(\lambda; \theta) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \frac{i_1 + i_2}{2} \frac{c \epsilon_o E^2}{2} \quad 3.2.2.g$$

**Observaciones:**

1. Como en el caso de la difusión Rayleigh, los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{E}'$  son elementos diferenciales que, para simplificar la escritura, no han sido expresados como tales; la homogeneidad *aparente* de ciertas relaciones puede por tanto encontrarse afectada.
2. Varios autores han propuesto valores tabulados de  $i_1, i_2, a_n, b_n, \tau_n$  y  $\Pi_n$  en función de  $\theta, x$  y  $m(\lambda)$ . Sin embargo, los medios informáticos actuales permiten calcular rápidamente no importa qué valor particular de estas funciones, así pues, estas tablas no presentan hoy día el más mínimo interés.

**3.2.3. Intensidades difundidas por una monodispersión y por una polidispersión**

En el caso donde el volumen  $d^3\tau$  no contenga una esfera únicamente, sino  $M = N d^3\tau$  esferas idénticas de radio  $r$ , es decir una *monodispersión* de *concentración*  $N$  (véase las observaciones del § 2.1.2.), las hipótesis de difusión independiente, incoherente y simple inicialmente adoptadas permiten escribir la intensidad difundida según  $\vec{s}'$ , como:

$$d^6 I(\lambda; \theta) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \frac{i_1 + i_2}{2} \frac{c \epsilon_o E^2}{2} N d^3\tau \quad 3.2.3.a$$

Las *polidispersiones*, en cuanto a ellas mismas, pueden siempre ser asimiladas a distribuciones particulares de monodispersiones diferentes. En consecuencia, si el volumen  $d^3\tau$  contiene una *polidispersión* de función de distribución  $n(r)$  para  $r \in [0, +\infty]$ , podemos considerar que contiene un conjunto de monodispersiones de concentraciones respectivas  $dN(r) = n(r) dr$  correspondiente a todos los valores de  $r$

dentro del rango  $[0, +\infty]$ . Admitiendo entonces que la intensidad difusa según  $\vec{s}'$ , resulta de la superposición de las intensidades dispersadas en esta dirección por cada una de las monodispersiones contenidas en el volumen, la relación 3.2.3.a permite escribir inmediatamente para esta *polidispersión*:

$$d^6 I(\lambda; \theta) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 \frac{c \varepsilon_o E^2}{2} d^3 \tau \int_{r=0}^{\infty} \frac{i_1 + i_2}{2} n(r) dr \quad 3.2.3.b$$

**Observaciones:**

1. Las relaciones 3.2.2.c y 3.2.2.e muestran que las intensidades dispersadas que corresponden a los campos incidentes polarizados perpendicular y paralelo al plano de observación, son respectivamente proporcionales a  $i_1$  y  $i_2$ . En el caso de la luz natural, los coeficientes de proporcionalidad son idénticos, lo que permite definir un *grado de polarización* de los flujos direccionales dispersados en las diversas direcciones, como el cociente:

$$P = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} \quad 3.2.3.c$$

2. Las partículas son *esféricas* por hipótesis; ninguna *depolarización* puede por tanto aparecer como la que se observa en el caso de la difusión Rayleigh por las moléculas atmosféricas reales.

**3.2.4. Coeficiente volúmico de dispersión y función de fase**

Cuando el volumen  $d^3 \tau$  contiene una *monodispersión* de concentración  $N$  y de coeficiente volúmico de difusión  $\sigma_d(\lambda; r)$ , un razonamiento idéntico al de § 3.1.5. permite escribir el flujo *esférico* difundido como:

$$d^6 \Phi(\lambda) = \frac{1}{2} c \varepsilon_o E^2 d^2 \Sigma \sigma_d(\lambda; r) ds = \iint_{4\pi sr} d^6 I(\lambda; \theta) d^2 \Omega \quad 3.2.4.a$$

y obtener así, de acuerdo a la relación 3.2.3.a:

$$\sigma_d(\lambda; r) = \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 N \iint_{4\pi sr} \frac{i_1 + i_2}{2} d^2\Omega \quad 3.2.4.b$$

Ahora bien, se puede mostrar que:

$$\iint_{4\pi sr} \frac{i_1 + i_2}{2} d^2\Omega = 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( |a_n|^2 + |b_n|^2 \right) \quad 3.2.4.c$$

En consecuencia:

$$\sigma_d(\lambda; r) = \frac{\lambda^2}{2\pi} N \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( |a_n|^2 + |b_n|^2 \right) \quad 3.2.4.d$$

Se deduce fácilmente que, para una *polidispersión* considerada como la mezcla de monodispersiones de concentraciones respectivas  $dN(r) = n(r) dr$  correspondientes a todos los valores de  $r$  del rango  $[0, +\infty]$  :

$$\sigma_d(\lambda) = \frac{\lambda^2}{2\pi} \int_{r=0}^{\infty} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( |a_n|^2 + |b_n|^2 \right) \right] n(r) dr \quad 3.2.4.e$$

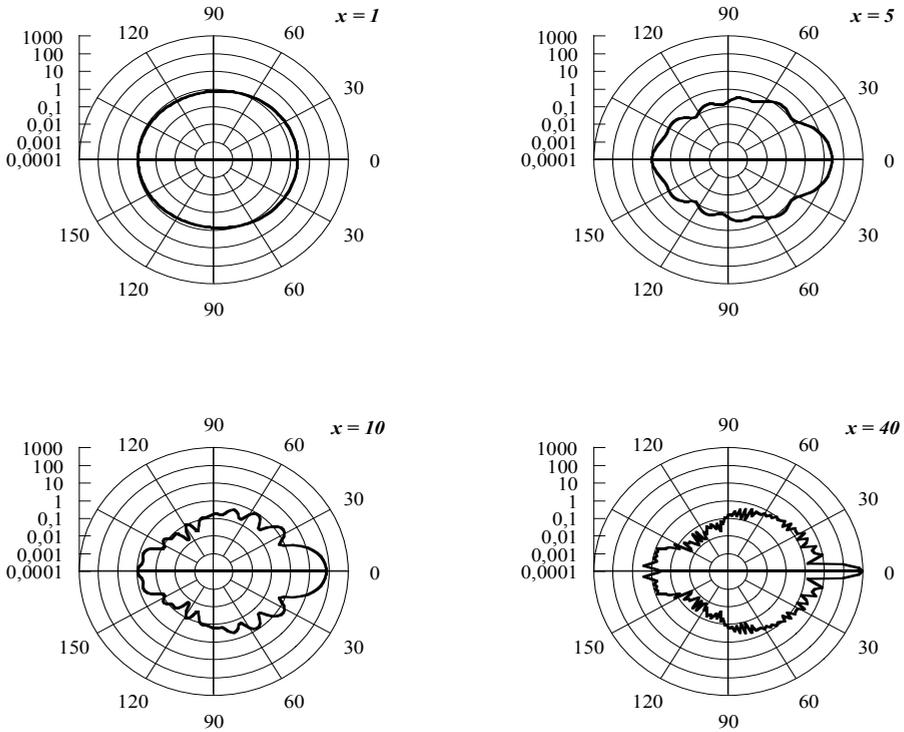
La función de fase de los aerosoles, puede escribirse según la definición dada en § 2.3.2.:

$$p_A(\lambda; \theta; r) = \frac{d^6 I(\lambda; \theta)}{d^6 \Phi(\lambda) / 4\pi} \quad 3.2.4.f$$

relación que las expresiones de la intensidad  $d^6 I(\lambda; \theta)$ , del flujo  $d^6 \Phi(\lambda)$  y del coeficiente volúmico de dispersión  $\sigma_d(\lambda; r)$  dadas respectivamente en 3.2.3.a, 3.2.4.a y 3.2.4.d para una *monodispersión*, permiten transformar inmediatamente en:

$$p_A(\lambda; \theta) = \frac{i_1 + i_2}{\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left( |a_n|^2 + |b_n|^2 \right)} \quad 3.2.4.g$$

La figura 3.2.4. presenta en coordenadas polares logarítmicas, las funciones de fase de “scattering” para las *monodispersiones*, en función de los diversos valores del parámetro de tamaño  $x$  .



La función de fase para una *polidispersión* se establece de la misma manera, es decir, reemplazando la intensidad y el flujo en 3.2.4.f, por las expresiones dadas respectivamente en 3.2.3.b y en 3.2.4.a, con el coeficiente  $\sigma_d(\lambda)$  (explicitado en 3.2.4.e) cambiado por  $\sigma_d(\lambda; r)$ . Se obtiene así:

$$p_A(\lambda; \theta) = \frac{\int_{r=0}^{\infty} (i_1 + i_2) n(r) dr}{\int_{r=0}^{\infty} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \right] n(r) dr} \quad 3.2.4.h$$

- Representación, en coordenadas polares, de  $\log_{10}(p_A) = f(\theta)$  3.2.4.

### 3.2.5. Los factores de eficacia

La relación 3.2.4.b muestra muy claramente que el coeficiente volúmico de dispersión de una *monodispersión* es directamente proporcional a la *concentración*  $N$  de esta última. Se puede extraer de esta dependencia utilizando el cociente  $\sigma_d(\lambda; r)/N$ , que se expresa en  $\text{m}^2$  y se llama *sección eficaz de difusión* o “*scattering*”.

A fin de disponer de una magnitud más fácil de tabular que la sección eficaz de difusión, Mie introdujo el *factor de eficacia de difusión* definido como:

$$Q_d = \frac{\sigma_d(\lambda; r)/N}{\pi r^2} \quad 3.2.5.a$$

que se puede escribir, según la relación 3.2.4.d:

$$Q_d = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad 3.2.5.b$$

Esta magnitud presenta, en efecto, la gran ventaja de no ser más que función de  $x$  y de  $m(\lambda)$ .

Según el mismo principio, se define el *factor de eficacia de extinción*, igualmente función de los dos únicos parámetros  $x$  y  $m(\lambda)$ :

$$Q_e = \frac{\sigma_e(\lambda; r)/N}{\pi r^2} \quad 3.2.5.c$$

y se puede mostrar que:

$$Q_e = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \Re(a_n + b_n) \quad 3.2.5.d$$

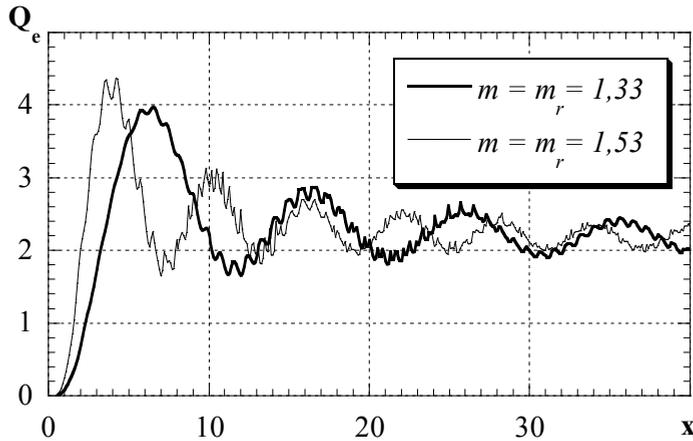
donde la sigla  $\Re(a_n + b_n)$  representa la escritura simbólica de la *parte real* de  $a_n + b_n$ .

La figura 3.2.5. muestra las variaciones del factor  $Q_e$  en función de  $x$ , para diversos valores del índice real  $m_r(\lambda)$  suponiendo que es poco variable con la longitud de onda sobre el rango considerado.

En fin, ya que  $\sigma_e = \sigma_a + \sigma_d$  (véase el § 2.1.5.), se puede introducir también un *factor de eficacia de absorción* definido como  $Q_a = \sigma_a / \pi r^2 N$ , poniendo simplemente:

$$Q_a = Q_e - Q_d \quad 3.2.5.e$$

magnitud que, como las dos precedentes, es sólo función de los parámetros  $x$  y  $m(\lambda)$ .



3.2.5.

**Observaciones:**

1. El conocimiento de las variaciones en función de  $x$ , de los diversos factores de eficacia  $Q = \sigma / \pi r^2 N$ , permite determinar los *coeficientes volúmicos* correspondientes de una *polidispersión* de función de la distribución en tamaño  $n(r)$ , escribiendo:

$$\sigma = \int_{r=0}^{\infty} \pi r^2 Q n(r) dr \quad 3.2.5.f$$

2. La figura 3.2.5. muestra que las oscilaciones de  $Q_e$  tienden a amortiguarse alrededor de un valor límite constante, de 2, a medida que el parámetro  $x$  aumenta; siendo  $Q_a$  generalmente pequeña, el mismo comportamiento sucede con  $Q_d$ . Se

sigue que, según la definición 3.2.5.c, el coeficiente  $\sigma_d(\lambda; r)$  de una monodispersión de esferas de radio  $r$  dado, variará poco con la longitud de onda, a la vez que  $x$  presenta valores elevados. Existe pues, para las oem incidentes sobre la monodispersión, un rango de longitudes de onda cuyo *espectro* sólo es ligeramente modificado por la dispersión de Mie.

Un fenómeno de este tipo se observa con las nubes. En efecto, estando constituidas éstas por gotas de varias  $\mu m$  de diámetro, las masas nubosas presentan, para la luz *blanca* que reciben del sol (rango *visible*  $[0,38 \mu m - 0,76 \mu m]$ ), valores de  $x$  importantes; la luz que difunden tiene, así, casi la misma composición espectral que la incidente, y estas nubes nos aparecen del mismo color es decir blancas (o de un gris tanto más oscuro cuanto menos transmiten parte de los fotones incidentes). Si el sol está rojo, como pasa frecuentemente a la salida o a la puesta, las nubes presentes en el cielo difunden también una luz roja.



### ***Ejercicios y problemas***

1. Determinar las componentes del vector unitario  $\vec{s}'$  de la figura 3.1.3., según los tres vectores unitarios  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  de referencia  $[Oxyz]$ . Deducir que, en la relación 3.1.3.a de la intensidad del flujo difundido, se tiene  $\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1 + \cos^2 \theta$
  
2. Teniendo en cuenta la forma de la función de fase de Rayleigh que da la expresión 3.1.5.i, evaluar cuánto vale el coeficiente de asimetría en este tipo de difusión. Utilizando la misma expresión, determinar la probabilidad para que un fotón difundido por el proceso Rayleigh, esté en un ángulo sólido de revolución de semi-ángulo  $\theta$ . Verificar los valores de esta probabilidad para  $\theta = \pi/2$  y  $\theta = \pi$ .
  
3. Sea una polidispersión sometida a un flujo de oem cuya longitud de onda más pequeña es  $\lambda = 0.314 \mu m$ , el parámetro de tamaño  $x$  de los aerosoles de que esta constituida es siempre  $> 20$ .  
 Determinar el radio de las partículas más pequeñas de esta polidispersión.  
 Encontrar una expresión aproximada del coeficiente volúmico de extinción  $\sigma_e$  de esta polidispersión, admitiendo que su función de distribución en tamaño obedece a una ley de Junge de parámetro  $\nu = 3$ , y que el factor de eficacia de extinción  $Q_e$  es constante para todo  $x > 20$ .

## CAPÍTULO III

### LOS MODELOS DE RADIACIÓN SOLAR

Las medidas de irradiancia solar están poco extendidas y pueden en cierto modo considerarse como excepcionales, y más aún, cuando se trata de medidas espectrales. La razón no es ciertamente una ausencia de interés por parte de la comunidad científica o de los usuarios potenciales, sino más bien de las dificultades particulares que ellas presentan. En la parte § 2.2. del capítulo IV se hace una exposición parcial de las mismas. Por ello, frecuentemente es necesario recurrir a evaluaciones cuantitativas, obtenidas del conocimiento de magnitudes medidas más habitualmente. Estas evaluaciones están basadas en una descripción más o menos esquemática de las interacciones que se producen entre la radiación solar y la atmósfera, y constituyen lo que ha venido en llamarse *modelos*. Se puede clasificar a los *modelos* en dos grandes familias: los *modelos paramétricos* cuyo estudio es abordado en esta primera parte y los llamados *códigos de cálculo* que serán objeto de la parte siguiente.

#### 1. LOS MODELOS PARAMÉTRICOS

Un *modelo paramétrico* no es otra cosa que una relación algebraica explicitando la irradiancia solar, o cualquier otra magnitud ligada a ella, en función de parámetros fácilmente accesibles. En estos modelos, la atmósfera es generalmente considerada como un todo; ella esta dotada de una composición interna convencional, con una elección posible entre varias opciones, cada una describiendo una situación atmosférica típica (atmósfera continental, marítima, urbana, rural...). Desgraciada-

mente, excepto en lo que concierne a la radiación *directa*, no es posible establecer relaciones explícitas de la magnitud deseada, sin hacer hipótesis de simplificación. Los resultados obtenidos por medio de estas relaciones no presentan la garantía de una buena precisión, pero por el contrario, son fáciles de realizar y solo precisan de un tiempo de cálculo pequeño. Estos modelos presentan por tanto un interés importante, cuando se trata, por ejemplo, de calcular las *insolaciones* solares sobre tiempos de duración grandes (energías recibidas por unidad de superficie, durante un intervalo de tiempo determinado), haciendo por tanto uso de series largas de irradiancia determinadas sobre intervalos próximos.

## 1.1. Las transmitancias espectrales de la atmósfera

### 1.1.1. La transmitancia espectral de la atmósfera

Nosotros hemos estudiado en el capítulo anterior las leyes y los conceptos necesarios para una descripción *local* de la extinción de la radiación *directa* del sol. Para determinar, ahora, la extinción debida al paso de la radiación a través de la atmósfera, podemos introducir la noción de *transmitancia espectral* atmosférica  $T(\lambda)$  definida como la relación de la irradiancia solar directa espectral normal, a nivel de suelo y fuera de la atmósfera. Tenemos entonces, según § 2.1.1. capítulo II:

$$I_{\lambda} = K_d I_{o\lambda} T(\lambda) \quad 1.1.1.a$$

Esta transmitancia espectral puede expresarse en función del coeficiente volumínico de extinción o atenuación  $\sigma_e(\lambda; z)$  de la atmósfera. Tenemos, en efecto, que si el flujo de la radiación solar directa no sufre ningún proceso de ensanchamiento, ni contracción, ni refracción, sensible a lo largo del trayecto  $s_1 s_2$ , las irradiancias normales en los dos extremos están ligadas entre ellas por (ver las observaciones en § 2.1.5. capítulo II):

$$I_{\lambda}(s_2) = I_{\lambda}(s_1) \exp[-\delta_e(\lambda)] \quad 1.1.1.b$$

Tomando el punto de abscisa  $s_1$  a una gran altitud (de manera que podemos considerar que está fuera de la atmósfera) y el punto de abscisa  $s_2$  a nivel del suelo, obtenemos la relación:

$$I_\lambda = K_d I_{o\lambda} \exp[-\delta_e(\lambda)], \quad 1.1.1.c$$

siendo  $\delta_e(\lambda)$  el *espesor óptico* de la atmósfera definido como:

$$\delta_e(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \frac{\sigma_e(\lambda; z)}{\cos \theta(z)} dz \quad 1.1.1.d$$

con el origen en  $O$  del eje vertical ascendente,  $O\bar{z}$ , a nivel de suelo. Se sigue, evidentemente que:

$$T(\lambda) = \exp[-\delta_e(\lambda)] \quad 1.1.1.e$$

### **Observaciones:**

1. Según las relaciones 2.1.5.d y 2.1.5.e del capítulo II, el *espesor óptico* total de la atmósfera se define como:

$$\tau_e(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \sigma_e(\lambda; z) dz \quad 1.1.1.f$$

y la *masa óptica relativa* de la radiación directa, como  $m_r = \delta_e(\lambda) / \tau_e(\lambda)$ . La transmitancia atmosférica puede ponerse bajo la forma equivalente:

$$T(\lambda) = \exp[-\tau_e(\lambda) m_r] \quad 1.1.1.g$$

2. La transmitancia  $T(\lambda)$  no puede asimilarse exactamente al factor espectral direccional de transmisión  $\tau'(\lambda)$  de la atmósfera (ver § 3.1.1. del capítulo I), pues el flujo de radiación *directa* que llega al suelo no representa más que una parte del flujo transmitido  $d^4\Phi_\lambda$  (la otra parte es el flujo de la radiación difusa descendente).

### 1.1.2. Las transmitancias espectrales específicas

Es normal agrupar los procesos que causan la atenuación de la radiación solar directa en la atmósfera en 5 procesos diferentes:

- la difusión, dispersión o “scattering” molecular de Rayleigh,
- la difusión, la refracción y la absorción continua por los aerosoles,
- la absorción selectiva por el ozono,
- la absorción selectiva por el vapor de agua (en el estado gaseoso),
- la absorción selectiva por otros gases ( $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $NO_x$ ).

que pueden representarse por 5 coeficientes volúmicos *específicos* de extinción, designados respectivamente por  $\sigma_R(\lambda; z)$ ,  $\sigma_A(\lambda; z)$ ,  $\sigma_O(\lambda; z)$ ,  $\sigma_W(\lambda; z)$ ,  $\sigma_G(\lambda; z)$ .

Estos coeficientes están evidentemente ligados entre ellos por:

$$\sigma_R(\lambda; z) + \sigma_A(\lambda; z) + \sigma_O(\lambda; z) + \sigma_W(\lambda; z) + \sigma_G(\lambda; z) = \sigma_e(\lambda; z) \quad 1.1.2.a$$

expresión que puede condensarse de la manera siguiente (donde el índice  $i$  se identifica sucesivamente con cada uno de los índices específicos  $R$ ,  $A$ ,  $O$ ,  $W$  y  $G$ ):

$$\sum_{i=R}^{i=G} \sigma_i(\lambda; z) = \sigma_e(\lambda; z) \quad 1.1.2.b$$

Introduciendo para cada uno de los 5 procesos, conforme a las definiciones de § 2.1.5. del capítulo II:

- un *espesor óptico sobre la vertical*:

$$\tau_i(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \sigma_i(\lambda; z) dz, \quad 1.1.2.c$$

- un *espesor óptico específico sobre una dirección inclinada*:

$$\delta_i(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \frac{\sigma_i(\lambda; z)}{\cos \theta(z)} dz, \quad 1.1.2.d$$

- una *masa óptica relativa específica*:

$$m_i = \frac{\delta_i(\lambda)}{\tau_i(\lambda)}, \quad 1.1.2.e$$

se sigue entonces:

$$\delta_e(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \frac{\sum_{i=R}^{i=G} \sigma_i(\lambda; z)}{\cos \theta(z)} dz = \sum_{i=R}^{i=G} \int_{z=0}^{\infty} \frac{\sigma_i(\lambda; z)}{\cos \theta(z)} dz = \sum_{i=R}^{i=G} \delta_i(\lambda) = \sum_{i=R}^{i=G} \tau_i(\lambda) m_i \quad 1.1.2.f$$

Por tanto, la expresión 1.1.1.e de la transmitancia de la atmósfera se puede expresar finalmente como el *producto*:

$$T(\lambda) = \prod_{i=R}^{i=G} \exp[-\tau_i(\lambda) m_i] \quad 1.1.2.g$$

en el cual cada exponencial puede ser considerada como una transmitancia *específica*, designada por  $T_i(\lambda)$ , para cada uno de los 5 procesos.

### **Observaciones:**

1. Si el ángulo  $\theta$  de la radiación directa con la vertical es inferior a  $70^\circ$ , todas las masas ópticas específicas se reducen prácticamente a  $1/\cos \theta$  (ver el § 2.1.5. del capítulo II). Además, la refracción puede ser considerada como despreciable, cumpliéndose así una de las condiciones importantes de validez de la relación 1.1.1.b.
2. Las hipótesis de independencia y de no coherencia adoptadas para los procesos de difusión Rayleigh y Mie inducen una proporcionalidad directa entre los *coeficientes volúmicos de scattering o difusión y las concentraciones* como se muestra en el capítulo II, en las relaciones 3.1.5.g (ver la observación del § 3.1.5.) y 3.2.4.b. Admitiendo, entonces, que tal proporcionalidad es verificada cualquiera que sea el proceso de extinción considerado, la masa óptica relativa puede ser escrita:

$$m_i = \frac{\int_{z=0}^{\infty} \frac{N_i(z)}{\cos \theta(z)} dz}{\int_{z=0}^{\infty} N_i(z) dz} \quad 1.1.2.h$$

siendo  $N_i(z)$  la concentración de los objetos activos en el proceso  $i$ . Como estas concentraciones son más comúnmente conocidas que los coeficientes  $\sigma_i(\lambda; z)$ , se utiliza generalmente esta última expresión para determinar  $m_i$ .

3. En la práctica, las masas ópticas relativas dependen poco de  $N_i(z)$ , y por consiguiente, de la presión en el lugar considerado; al contrario los *espesores ópticos* son generalmente sensibles por naturaleza y deben por tanto ser calculados teniendo en cuenta las condiciones atmosféricas locales. Sin embargo, para facilitar la determinación de las transmitancias específicas, normalmente  $\tau_i(\lambda)$  se calcula *en las condiciones estándar* después de multiplicar  $m_i$  por un factor de corrección que es función de la presión. Así se admite reemplazar el producto  $\tau_i(\lambda)m_i$  por el producto  $\tau_i(\lambda)_{estandar}m'_i$ , sin más que:

$$m'_i = \frac{P}{P_s} m_i \approx \left(1 - \frac{z}{10000}\right) m_i \quad 1.1.2.i$$

siendo  $P$  y  $z$  la presión y la altitud del lugar de medida (expresado en metros), y  $P_s$  la presión estándar de valor 101325 Pa (la segunda igualdad de la doble relación anterior es válida para todo  $z$  inferior a 4000 m).

### 1.1.3. La masa de aire relativa de la atmósfera

Nosotros hemos visto que, en la difusión Rayleigh, el coeficiente volúmico de difusión  $\sigma_R(\lambda; z)$  es proporcional a la concentración molecular  $N_R(z)$ . Si *todas* las moléculas atmosféricas son activas en un tal proceso podemos admitir que también hay proporcionalidad entre  $\sigma_R(\lambda; z)$  y la *masa volúmica*  $\mu(z)$  del *aire*. Así, la relación 1.1.2.h puede transformarse en la masa óptica relativa de Rayleigh  $m_R$  :

$$m_R = \frac{\int_{z=0}^{\infty} \frac{\mu(z)}{\cos \theta(z)} dz}{\int_{z=0}^{\infty} \mu(z) dz} \quad 1.1.3.a$$

Bajo esta forma,  $m_R$  se presenta como la razón de la masa de un tubo de aire de sección recta unidad que sigue el trayecto real de los rayos directos, a la masa del tubo de aire de sección recta unidad que sigue la vertical. Por esta razón,  $m_R$  es también llamada *masa de aire relativa de la atmósfera*.

Teniendo en cuenta la esfericidad de la Tierra así como la refracción atmosférica, Kasten mostró que esta masa de aire relativa puede escribirse para una altitud  $z = 0$ :

$$m_R = \frac{1}{\mu_o H} \int_{z=0}^{\infty} \left[ 1 - \left( \frac{R}{R+H} \right)^2 \left( \frac{m_o(\lambda)}{m(\lambda)} \right)^2 \sin^2 \theta_o \right]^{-\frac{1}{2}} \mu(z) dz \quad 1.1.3.b$$

En esta relación  $R$  representa el radio medio de la Tierra;  $\mu_o$  y  $\mu(z)$  son las masas volúmicas del aire, para  $z = 0$  y  $z$  respectivamente;  $H$  es el *espesor reducido* o *factor altura de escala* de la atmósfera;  $m_o(\lambda)$  y  $m(\lambda)$ , son los índices de refracción (real) del aire para  $z = 0$  y  $z$  respectivamente.

Tomando los valores correspondientes de  $m_o(\lambda)$  y  $m(\lambda)$  para  $\lambda = 700 \text{ nm}$ , Kasten ha establecido que, a la altitud cero con la presión estándar  $P_s$ ,  $m_R$  viene dada empíricamente por:

$$m_R = \frac{1}{\sin \gamma + 0,50572 (\gamma + 6,07995^\circ)^{-1,6364}} \quad 1.1.3.c$$

siendo  $\gamma$  el ángulo de elevación del sol expresado en grados (es decir el complementario del ángulo cenital solar medido a nivel de suelo,  $\theta_o$ ).

**Observación:**

El *espesor reducido o factor altura de escala H* es el espesor que tendría la atmósfera si toda ella se encontrase a la misma temperatura y presión que la que tiene a  $z = 0$  ( $H = 7996$  m para las condiciones estándar a una altitud cero).

**1.1.4. Las transmitancias espectrales de los 5 procesos de extinción**

La existencia de transmitancias espectrales específicas, tomando cada una la forma de una función exponencial del producto del espesor óptico y de la masa de aire correspondiente, ha sido puesta de manifiesto en § 1.1.2.. Queda ahora por determinar las expresiones particulares, en las condiciones estándar, para los cinco procesos de extinción que sufre la radiación solar directa al atravesar la atmósfera.

**- Transmitancia Rayleigh**

Después de todo lo visto, la transmitancia atmosférica específica del proceso Rayleigh de atenuación, se escribe:

$$T_R(\lambda) = \exp[-\tau_R(\lambda) m_R] \quad 1.1.4.a$$

con:

$$\tau_R(\lambda) = \int_{z=0}^{\infty} \sigma_R(\lambda; z) dz \quad 1.1.4.b$$

A partir de la expresión del coeficiente volúmico de “scattering” obtenido en § 3.1.5. del capítulo II, se establece entonces que el espesor óptico de Rayleigh puede escribirse numéricamente, para las condiciones estándar:

$$\tau_R(\lambda) = 0,008735 \lambda^{-4,08} \quad 1.1.4.c$$

estando la longitud de onda  $\lambda$  expresada en  $\mu m$ . La figura 1.1.4.a muestra las variaciones de  $T_R(\lambda)$  para una masa de aire relativa  $m_R = 2$ .

### - Transmitancia de los aerosoles

En el caso general de la polidispersión, el coeficiente volúmico de extinción por los aerosoles, es (ver § 3.2.5. del capítulo II):

$$\sigma_A(\lambda) = \int_{r=0}^{\infty} \pi r^2 Q_e n(r) dr \quad 1.1.4.d$$

$Q_e$  es el *factor de eficacia de extinción* de Mie, y  $n(r)$  la *función de distribución de tamaño* de los aerosoles en un punto dado de la atmósfera (ver § 2.1.2. del capítulo II). La utilización de la expresión 1.1.4.d para el cálculo del espesor óptico de aerosoles  $\tau_A(\lambda)$ , aparte de que precisa conocer la naturaleza de los aerosoles y su función de distribución  $n(r)$  en cada punto, también necesita de cálculos muy pesados. Se puede por tanto sustituir, en un esquema menos riguroso, por la relación empírica siguiente propuesta por Angström:

$$\tau_A(\lambda) = \beta_A \lambda^{-\alpha_A} \quad 1.1.4.e$$

$\beta_A$  es un parámetro que varía en función de la cantidad de aerosoles en la atmósfera y se le denomina, cuando  $\lambda$  está expresado en  $\mu m$ , *coeficiente de turbiedad d'Angström* (se tiene que  $\tau_A(\lambda) = \beta_A$  para  $\lambda = 1 \mu m$ ). El parámetro  $\alpha_A$ , se le denomina simplemente *exponente de Angström*, siendo sensible a la distribución de tamaño de los aerosoles y al valor medio de sus tamaños: es próximo a cero cuando las partículas son grandes, y vale casi cuatro cuando son pequeñas (lo que es coherente, ya que, en este caso, el "scattering" producido se aproxima al tipo Rayleigh a través de  $\lambda^{-4}$ ). La transmitancia atmosférica de los aerosoles puede así tomar una forma realmente simple:

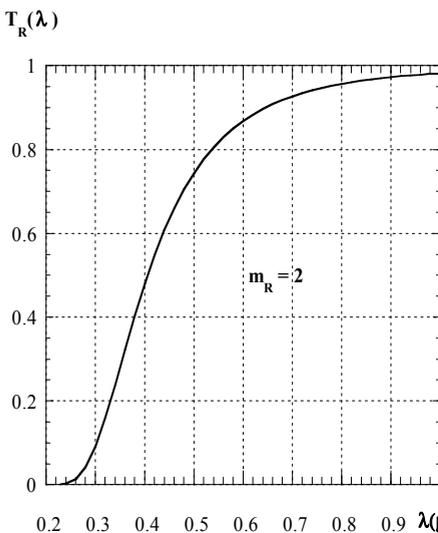
$$T_A(\lambda) = \exp(-\beta_A \lambda^{-\alpha_A} m_A) \quad 1.1.4.f$$

El interés de estos dos parámetros de Angström en tanto que índices de turbiedad de la atmósfera es, desgraciadamente, limitada, ya que estos valores dependen de la pareja de longitudes de onda tomadas para su determinación. La aproximación que constituye la relación 1.1.4.f muestra ya por tanto, una de sus limitaciones.

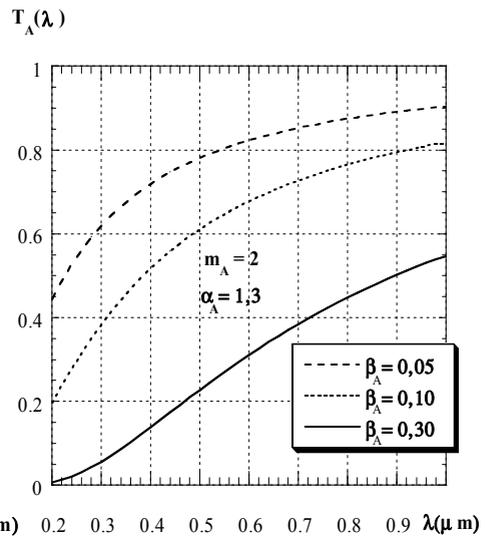
<i>Atmósfera</i>	<i>Vsibilidad (km)</i>	$\beta_A$	$\tau_A(0,55 \mu m)$
<i>Turbiedad baja (lugar rural)</i>	100	0.05	0,11
<i>Turbiedad media (lugar urbano)</i>	25	0.10	0,22
<i>Turbiedad alta (lugar industrial)</i>	5	0.30	0,66

Se observan en la tabla anterior algunos valores típicos de  $\beta_A$  para el espectro visible (donde figuran igualmente los espesores ópticos de aerosoles correspondientes,  $\tau_A(\lambda)$ , a  $0,55 \mu m$ ). La longitud de onda  $\lambda$  está expresada en  $\mu m$  y  $\alpha_A$  es forzosamente igual a 1,3.

La figura 1.1.4.b muestra las variaciones de  $T_A(\lambda)$  para varios valores del coeficiente de turbiedad de Ångström, con un parámetro  $\alpha_A = 1,3$  y una masa de aire relativa  $m_A = 2$ .



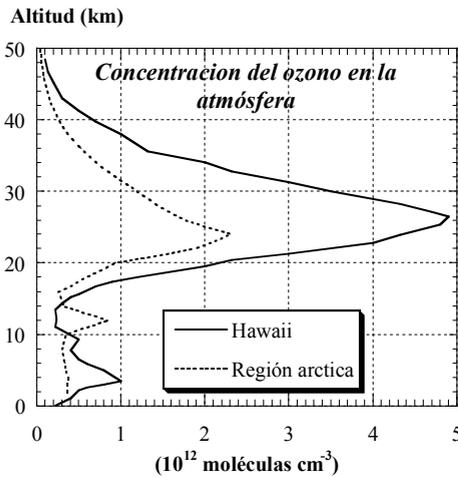
1.1.4.a



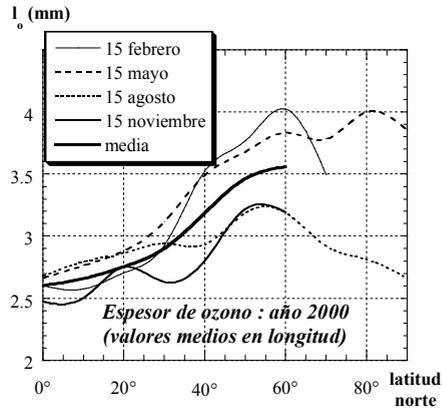
1.1.4.b

**- Transmitancia del ozono estratosférico**

Como se ha visto en el capítulo II, el ozono *estratosférico* natural (no hay que confundirle con el ozono *troposférico* que se produce, hoy día, por las actividades antrópicas) se encuentra situado en la capa de atmósfera entre 10 y 30 km de altitud, con una concentración como la que muestra la figura 1.1.4.c, donde tenemos dos ejemplos de distribución vertical



1.1.4.c



1.1.4.d

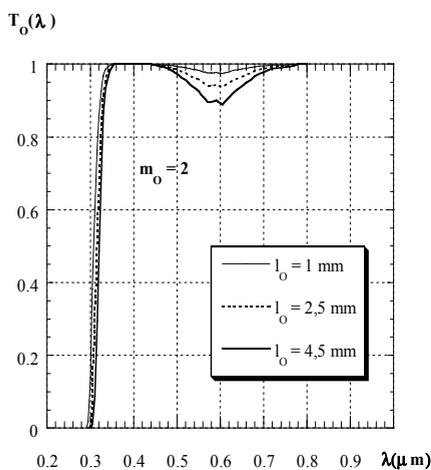
Su *espesor reducido*  $l_0$  (es decir el espesor que presentaría este gas, si todo él se encontrase en las condiciones normales de temperatura y presión) está generalmente comprendido entre 2 y 4,5 mm solamente. Por pequeño que parezca, este espesor es suficiente para absorber la totalidad de la radiación UV-C (250-280 nm) y buena parte de la radiación UV-B (280-315 nm), porque por debajo de 295 nm solamente algunos fotones son capaces de alcanzar el suelo, al menos en las latitudes medias. Las variaciones de  $l_0$  son a la vez temporales y geográficas como lo muestra claramente la figura 1.1.4.d.

Para longitudes de onda corta, las líneas de absorción de este gas son muy próximas, al punto de formar un casi continuo en dos bandas: la de Hartley y la de Huggins en el UV, y la de Chappuis en el visible. Sobre estas bandas es posible

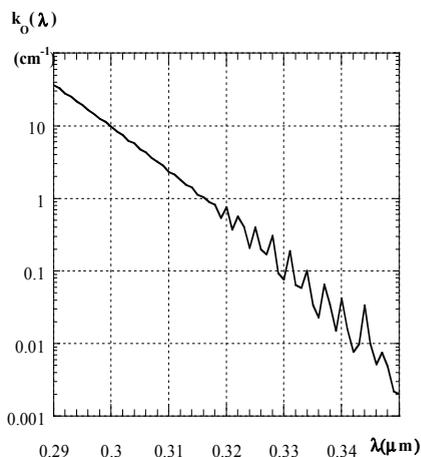
determinar, *en el laboratorio*, un coeficiente volúmico de absorción  $\sigma_o(\lambda)$ , sin las dificultades que presenta la extinción selectiva (ver § 2.2. del capítulo II). En la expresión general de la transmitancia del ozono que se muestra:

$$T_o(\lambda) = \exp[-\tau_o(\lambda)m_o] \quad 1.1.4.g$$

el espesor óptico  $\tau_o(\lambda)$  es directamente proporcional al espesor reducido de la capa, bajo la forma del producto  $k_o(\lambda)l_o$ .



1.1.4.e



1.1.4.f

El factor  $k_o(\lambda)$  se denomina coeficiente másico de absorción del ozono; según la definición general del coeficiente volúmico de absorción, tenemos que:

$$k_o(\lambda) = \frac{1}{l_o} \int_{z=0}^{\infty} \sigma_o(\lambda; z) dz \quad 1.1.4.h$$

Debemos observar, que la cantidad de ozono disminuye notablemente por debajo de 10 km, y que la masa de aire relativa  $m_o$  no puede ser muy sensible a la altitud del lugar de medida (si ésta está a nivel de suelo).

Las figuras 1.1.4.e y 1.1.4.f muestran las variaciones respectivas, en función de la longitud de onda, de la transmitancia del ozono y del coeficiente másico de absorción de este gas en el UV a 226 K.

**- Transmitancia del vapor de agua (gas)**

De la masa total de agua presente (bajo forma gaseosa) en la atmósfera, alrededor de la mitad se encuentra por debajo de los 2000 m, y el 95 % por debajo de 5000 m. El vapor de agua se encuentra por tanto esencialmente en las capas más bajas. El parámetro utilizado normalmente para cuantificar esta masa de agua es la *altura de agua condensable o precipitable*,  $w$ , que es el espesor total que habría a nivel de suelo si ésta condensase en forma líquida. En general  $w$  esta comprendida entre 0,5 y 5 cm. Esta cantidad puede ser evaluada a partir de medidas a nivel de suelo por medio de relaciones empíricas medias, tales como:

- la formula de Hann que liga  $w$  (cm) con la presión parcial de vapor  $p_W$  (en Pa):

$$w = 0,0017 p_W \quad 1.1.4.i$$

- la formula de Leckner que relaciona  $w$  con  $p_W$  y con la temperatura absoluta  $T$  del aire a nivel de suelo (en Kelvin):

$$w = 0,493 \frac{p_W}{T} \quad 1.1.4.j$$

Recordemos que la humedad relativa, expresada en %, es igual a la razón  $100 p_W / p_{sat}$ , siendo la magnitud  $p_{sat}$  la presión *de saturación* del vapor de agua en aire, la cual, a su vez, es posible determinar (en Pa) por medio de la expresión empírico-analítica siguiente:

$$p_{sat} = 101325 10^U \quad \text{con} \quad U = 17,443 - \frac{2795}{T} - 3,868 \log(T) \quad 1.1.4.k$$

Aunque el espectro de absorción del vapor de  $H_2O$  es un espectro de líneas separadas, y necesita, en buena lógica, el empleo de los modelos descritos en § 2.2.4.

del capítulo II, Leckner estableció, por comparación con un modelo riguroso de transmitancias atmosféricas, la relación paramétrica más simple:

$$T_W(\lambda) = \exp \left[ \frac{-0,2385 k_W(\lambda) w m_W}{(1 + 20,07 k_W(\lambda) w m_W)^{0,45}} \right] \quad 1.1.4.1$$

En esta expresión,  $k_W(\lambda)$  es el coeficiente másico de absorción del vapor de agua determinado por Leckner, por medio de la serie de valores de las bandas de absorción en función de la longitud de onda, de la tabla mostrada abajo. Según este autor, la masa de aire relativa  $m_W$  no esta corregida del efecto de la altitud, eventualmente no nula, pero esto no juega ningún papel toda vez que  $w$  es conocida sobre el lugar de medida.

#### - *Transmitancia de otros gases*

Los otros gases activos en la absorción selectiva son esencialmente el oxígeno  $O_2$  y el dióxido de carbono  $CO_2$ . Por el mismo procedimiento que el utilizado para el vapor de agua, y a pesar del hecho de que estos gases presentan también líneas de absorción discretas, Leckner propuso la relación empírica siguiente:

$$T_G(\lambda) = \exp \left[ \frac{-1,41 \tau_G(\lambda) m_R}{(1 + 118,93 \tau_G(\lambda) m_R)^{0,45}} \right] \quad 1.1.4.m$$

Estamos suponiendo que estos dos gases presentan proporciones estables, como el nitrógeno (gas mayoritario en la atmósfera), cualquiera que sea su altitud. Su masa de aire relativa puede representarse por medio de  $m_R$ , la correspondiente a la atenuación Rayleigh. Los valores de  $\tau_G(\lambda)$  determinados por Leckner son mostrados en la tabla siguiente.

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$k_W(\lambda)$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\tau_G(\lambda)$	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$k_W(\lambda)$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\tau_G(\lambda)$	$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$k_W(\lambda)$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$\tau_G(\lambda)$
0,69	0,016		0,93	27		1,85	2200	0,000145
0,70	0,024		0,94	38		1,90	1400	0,0071
0,71	0,0125		0,95	41		1,95	160	2
0,72	1		0,96	26		2,00	2,9	3
0,73	0,87		0,97	3,1		2,10	0,22	0,24
0,74	0,061		0,98	1,48		2,20	0,33	0,00038
0,75	0,001		0,99	0,125		2,30	0,59	0,0011
0,76	0,00001	3	1,00	0,0025		2,40	20,3	0,00017
0,77	0,00001	0,21	1,05	0,00001		2,50	310	0,00014
0,78	0,0006		1,10	3,2		2,60	15000	0,00066
0,79	0,0175		1,15	23		2,70	22000	100
0,80	0,036		1,20	0,016		2,80	8000	150
0,81	0,33		1,25	0,00018	0,0073	2,90	650	0,13
0,82	1,53		1,30	2,9	0,0004	3,00	240	0,0095
0,83	0,66		1,35	200	0,00011	3,10	230	0,001
0,84	0,155		1,40	1100	0,00001	3,20	100	0,8
0,85	0,003		1,45	150	0,064	3,30	120	1,9
0,86	0,00001		1,50	15	0,00063	3,40	19,5	1,3
0,87	0,00001		1,55	0,0017	0,01	3,50	3,6	0,075
0,88	0,0026		1,60	0,00001	0,064	3,60	3,1	0,01
0,89	0,063		1,65	0,01	0,0045	3,70	2,5	0,00195
0,90	2,1		1,70	0,51	0,00001	3,80	1,4	0,004
0,91	1,6		1,75	4	0,00001	3,90	0,17	0,29
0,92	1,25		1,80	130	0,00001	4,00	0,0045	0,025

**Observación:**

1. Consideraciones termodinámicas simples permiten mostrar que la *concentración* de la atmósfera (asimilada a un gas perfecto) varía en función de la altitud  $z$ , como:

$$N_R(z) = N_{Ro} \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \tag{1.1.4.n}$$

siendo  $N_{Ro}$  la concentración a la altitud cero y  $H$  el espesor reducido (o altura de escala) de la atmósfera.

2. El parámetro  $\alpha_A$  es casi nulo para una distribución polidispersa de partículas grandes, y el espesor óptico de aerosoles  $\tau_A(\lambda)$  no puede variar con  $\lambda$  más que de acuerdo a la relación 1.1.4.e. Se puede suponer lo mismo para el coeficiente volúmico de extinción por los aerosoles (fenómeno ya señalado en § 3.2.5. del

capítulo II en el estudio del “scattering” Mie, y que es el origen por ejemplo, del color de las nubes).

3. El espesor reducido  $l_o$  es normalmente expresado en DU (Unidades Dobson), 1 DU vale  $10^{-2} \text{ mm}$ , por definición (Dobson es el nombre del creador del espectrorradiómetro que permitió por primera vez seleccionar un juego de varias longitudes de onda del espectro solar, convirtiéndose en un instrumento estándar para la determinación de los espesores de la capa de ozono).
4. El coeficiente volúmico de absorción del ozono, determinado *en el laboratorio* a través de la medida de los flujos en los extremos de un trayecto  $\Delta s$  compuesto de este gas, supuesto homogéneo (ver la relación 2.2.2.d del capítulo II), no es otro que  $k_o(\lambda)$ . Según 1.1.4.h, se tiene:

$$k_o(\lambda) = \frac{1}{\Delta s} \int_{s=0}^{\Delta s} \sigma_o(\lambda) ds = \sigma_o(\lambda) \quad 1.1.4.o$$

5. Se denomina *sección eficaz de absorción* del ozono, la razón del coeficiente  $\sigma_o(\lambda)$  (determinado generalmente en el laboratorio, como se ha visto), a la *concentración*  $N_o$  de este gas en las condiciones de medida. La definición de esta magnitud, expresada en  $m^2$ , es coherente con la de *sección eficaz de scattering* Mie dada en § 3.2.5. del capítulo II.
6. Los gases del tipo  $NO_x$  producidos en la troposfera por las actividades antrópicas (y cuya existencia no se ha tenido en cuenta en esta presentación) son activos en esta región del UV. Cuando ellos alcanzan una tasa de concentración muy elevada, como la que puede alcanzarse en algunas ciudades, su transmitancia en esta banda del UV llega a ser sensiblemente inferior a la unidad y, por ello, debe ser introducida al lado de las cinco precedentes.

## 1.2. Los modelos de transmitancia espectral

### 1.2.1. El modelo exacto de irradiancia directa

Las relaciones 1.1.1.a y 1.1.2.g, así como las expresiones de las diversas transmitancias específicas que se han establecido en § 1.1.4., permiten escribir inmediatamente que:

$$I_{\lambda} = K_d I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_A(\lambda) T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \quad 1.2.1.a$$

y, según la relación 2.1.1.c del capítulo II, poner:

$$I = K_d \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_A(\lambda) T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) d\lambda \quad 1.2.1.b$$

relación que constituye la base del *modelo paramétrico* (o de transmitancia espectral) de la irradiancia solar *directa espectral normal*, para la primera, y de la irradiancia solar *directa total normal*, para la segunda. La exactitud de estos dos modelos no está limitada más que por la exactitud de las expresiones de los espesores ópticos de las transmitancias específicas, puesto que las relaciones 1.1.1.a y 1.1.2.g son absolutamente rigurosas.

#### **Observaciones:**

1. Las irradiancias solares directas *medidas* a nivel de suelo son siempre ligeramente superiores a los valores que permiten calcular las relaciones 1.2.1.a o b, pues estas expresiones no tienen en cuenta los fotones dispersados en la propia dirección de la radiación directa. Excepto en el caso de muy fuerte concentración de aerosoles, este aporte de radiación difusa a la irradiancia directa se puede despreciar.
2. A menudo se tiene necesidad de considerar la irradiancia solar directa sobre un plano *horizontal*. Esta magnitud se escribe en el caso *espectral*, como:

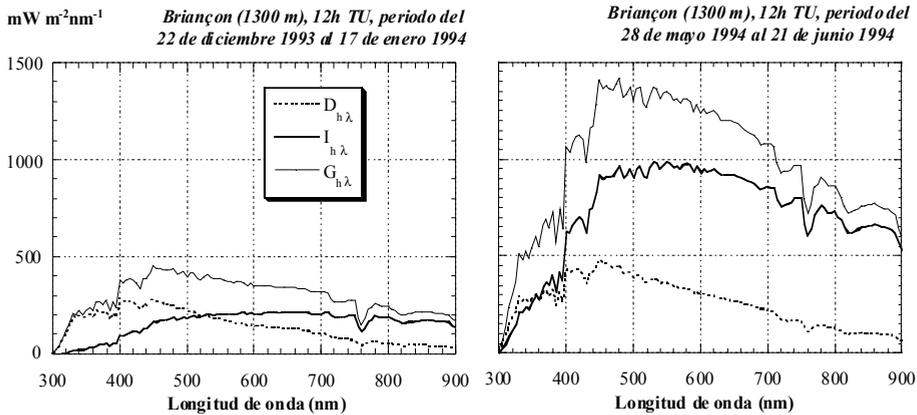
$$I_{h\lambda} = I_{\lambda} \sin \gamma \quad 1.2.1.c$$

y, en el caso *total*, como:

$$I_h = I \sin \gamma \quad 1.2.1.d$$

siendo  $\gamma$  el ángulo de altura del sol visto desde el lugar considerado.

3. A título de ilustración, las figuras 1.2.1. presentan varios espectros de irradiancia solar obtenidos en los Alpes franceses alrededor de los solsticios, a las 12 h del Tiempo Universal (se trata de irradiancias medias *sobre varios días* consecutivos), con la ayuda de un modelo de transmitancias para evaluar  $I_{h\lambda}$ , y  $D_{h\lambda}$ .



1.2.1.

### 1.2.2. El factor de turbiedad de Linke

Los principales constituyentes *variables* de la atmósfera que causan la atenuación de la irradiancia solar directa son, como acabamos de ver, los gases  $O_3$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$  y los aerosoles. Las variaciones habitualmente observadas del espesor óptico de la capa de ozono y del contenido de dióxido de carbono, no modifican prácticamente los valores de la irradiancia solar directa *total*. Se sigue de ello que una atmósfera *pura y seca*, es decir sin aerosoles ni vapor de agua, producirá en cualquier lugar para una misma masa de aire relativa, una irradiancia directa *total* normal casi idéntica. El modelo paramétrico que da esta irradiancia establecida a partir de la relación 1.2.1.b, puede escribirse:

$$I_{ps} = K_d \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_O(\lambda) T_G(\lambda) d\lambda \quad 1.2.2.a$$

La irradiancia  $I_{ps}$  es pues susceptible de jugar un papel de *referencia*, Linke propuso un *factor de turbiedad* de la atmósfera definido de manera equivalente, como:

$$T_L = \frac{\ln\left(K_d \frac{I_o}{I}\right)}{\ln\left(K_d \frac{I_o}{I_{ps}}\right)} \quad 1.2.2.b$$

Este factor será evidentemente igual a la unidad en el caso de una atmósfera perfectamente pura y seca. Ahora bien, podemos poner de manera empírica:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_O(\lambda) T_G(\lambda) d\lambda = I_o \exp(-\tau_R m_R) \quad 1.2.2.c$$

y mediante la expresión 1.2.2.b podemos escribir:

$$I = K_d I_o \exp(-T_L \tau_R m_R) \quad 1.2.2.d$$

El efecto de la absorción por el ozono y por los otros gases puede considerarse despreciable sobre el valor de  $I_{ps}$ , el parámetro  $\tau_R$  es simplemente el llamado espesor óptico *total* de *Rayleigh* de la atmósfera. Esta magnitud total es equiparable con el espesor óptico *spectral* de *Rayleigh*,  $\tau_R(\lambda)$ , definido en 1.1.4.b. En la relación 1.2.2.d,  $T_L$  es un coeficiente multiplicativo de  $\tau_R$ , de modo que este puede ser visto como el número de atmósferas puras y secas que habría que *superponer* para obtener la irradiancia  $I$  observada realmente.

### **Observación:**

4. Como la irradiancia a nivel de suelo,  $I$ , es necesariamente menor que la irradiancia  $I_{ps}$ , el factor de turbiedad de Linke es siempre mayor que uno.
5. Utilizando una expresión aproximada equivalente a la integral de la relación 1.2.2.c, Kasten encontró que el espesor óptico *total* de *Rayleigh* puede escribirse:

$$\tau_R = \frac{1}{0,9 m_R + 9,4} \quad 1.2.2.e$$

Un cálculo más riguroso realizado por Louche, con un espesor reducido de ozono de  $l_O = 3 \text{ mm}$ , da:

$$\tau_R = \frac{1}{6,5567 + 1,7513 m_R - 0,1202 m_R^2 + 0,0065 m_R^3 - 0,000013 m_R^4} \quad 1.2.2.f$$

6. En razón de la referencia adoptada,  $T_L$  tiene en cuenta la *cantidad de vapor de agua* de la atmósfera; entonces, no da -como en el caso del coeficiente de Angström  $\beta_A$ - un índice puro de la cantidad de aerosoles. Por contra, la relación 1.2.2.d muestra que su determinación no necesita más que medidas *totales* (siempre más simples de realizar que las medidas *espectrales* requeridas para  $\beta_A$ ). Podemos decir, sin embargo, que el factor de Linke depende ligeramente de la masa de aire relativa  $m_R$  y por tanto la necesidad de aplicar una corrección.

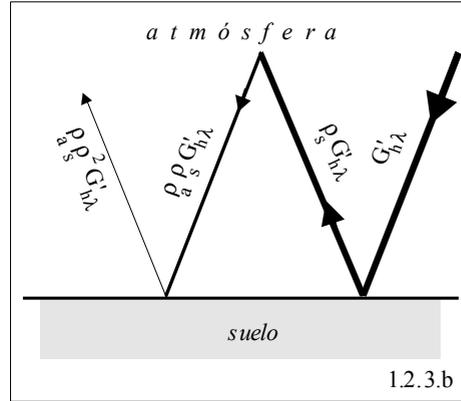
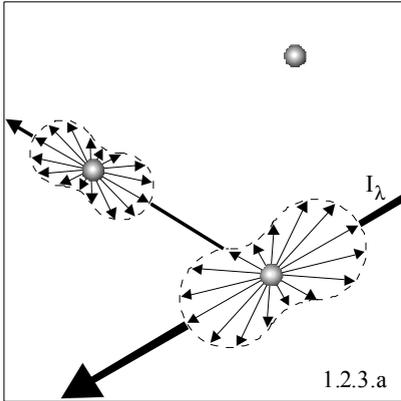
### 1.2.3. El modelo de irradiancia difusa para cielo claro de Brine y Iqbal

Establecer una expresión paramétrica de la irradiancia difusa espectral a nivel de suelo (para cielo claro) es una empresa casi imposible, dado que los fenómenos físicos puestos en juego son muy complicados. Adoptando ciertas hipótesis, Brine y Iqbal pudieron sin embargo proponer unas relaciones que, en compensación de una precisión a veces mediocre, dan una considerable rapidez de cálculo. Los razonamientos que conducen a establecer estas relaciones son presentados a continuación.

Se tiene que la radiación solar difusa incidente sobre una superficie horizontal tiene por origen tres procesos distintos: el “scattering” Rayleigh, el “scattering” por los aerosoles y la resultante de las múltiples reflexiones (difusas) entre el suelo y la atmósfera, por parte de los fotones solares procedentes del suelo después de haber atravesado la atmósfera una primera vez. Aunque cada fotón dispersado es susceptible de haber sufrido los tres procesos, los autores estiman posible distinguir *partes* o contribuciones a la irradiancia difusa espectral a nivel suelo que pueden *ser imputados a la existencia* de cada uno de ellos. La suma de estas contribuciones recogidas sobre

un plano horizontal y denominadas respectivamente  $D_{hR\lambda}$ ,  $D_{hA\lambda}$ ,  $D_{hM\lambda}$ , es la irradiancia solar espectral difusa horizontal buscada, o sea:

$$D_{h\lambda} = D_{hR\lambda} + D_{hA\lambda} + D_{hM\lambda}$$



**- Determinación de la contribución Rayleigh**

Para determinar la parte o contribución de la irradiancia espectral difusa horizontal imputable al proceso Rayleigh,  $D_{hR\lambda}$ , basta tener en cuenta que ante la ausencia de este proceso, la irradiancia espectral *directa* horizontal a nivel de suelo *aumentaría* en:

$$K_d I_{o\lambda} \sin \gamma [1 - T_R(\lambda)] T_A(\lambda) T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \tag{1.2.3.b}$$

siendo  $\gamma$  el ángulo de altura del sol visto desde el suelo. Este aumento ficticio de la irradiancia directa corresponde al flujo directo desaparecido de la capa atmosférica, por el solo hecho de la existencia del proceso Rayleigh. En razón de la simetría central de la función de fase de Rayleigh, este flujo emerge de la atmósfera mitad hacia el espacio exterior, y la otra mitad hacia el suelo (véase la figura 1.2.3.a). Así la contribución Rayleigh a la irradiancia difusa horizontal a nivel de suelo, es tal que:

$$D_{hR\lambda} = \frac{1}{2} K_d I_{o\lambda} \sin \gamma [1 - T_R(\lambda)] T_A(\lambda) T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \tag{1.2.3.c}$$

### - *Determinación de la contribución de los aerosoles*

La parte de la irradiancia difusa imputable a la existencia del proceso de dispersión o scattering por los aerosoles, se obtiene por un razonamiento similar al precedente. Si la atmósfera es *pura* (sin aerosoles), la irradiancia espectral *directa* horizontal a nivel de suelo *aumentará* en:

$$K_d I_{o\lambda} \sin \gamma T_R(\lambda) [1 - T_A(\lambda)] T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \quad 1.2.3.d$$

Este incremento es más importante que el debido únicamente al flujo emergente de la atmósfera por la difusión de aerosoles, puesto que él incluye también lo que estos últimos han absorbido. La parte de extinción puramente dispersada puede ser asimilada a un valor medio, en la atmósfera, del *albedo de dispersión simple*,  $\varpi(\lambda; z)$ , introducido en § 2.1.5. del capítulo II. Designando este valor medio por  $\varpi(\lambda)$ , el incremento de la irradiancia directa a tener en cuenta es:

$$\varpi(\lambda) K_d I_{o\lambda} \sin \gamma T_R(\lambda) [1 - T_A(\lambda)] T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \quad 1.2.3.e$$

La parte de este incremento que representa, en definitiva, la contribución de los aerosoles a la irradiancia difusa a nivel de suelo, puede escribirse:

$$D_{hA\lambda} = F_c \varpi(\lambda) K_d I_{o\lambda} \sin \gamma T_R(\lambda) [1 - T_A(\lambda)] T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \quad 1.2.3.f$$

La magnitud  $F_c$ , denominada *factor de dispersión hacia adelante*, no es igual a 1/2 como en el caso del proceso Rayleigh. La causa es la fuerte asimetría de la dispersión o difusión que revela la importancia del lóbulo hacia adelante de la función de fase de los aerosoles. Esta asimetría que depende del *parámetro de tamaño* (véase § 3.2.1. del capítulo II), complica evidentemente la evaluación de la fracción  $F_c$ .

### - *Determinación de la contribución de las reflexiones múltiples*

Los fotones susceptibles de sufrir las reflexiones múltiples entre el suelo y la atmósfera son los que han alcanzado el suelo por *primera vez* después de ser emitidos por el sol, por tanto los que producen la irradiancia espectral:

$$G'_{h\lambda} = I_{h\lambda} + D_{hR\lambda} + D_{hA\lambda} \quad 1.2.3.g$$

El flujo correspondiente a esta irradiancia « de primer golpe » de los fotones es hemisférico, siendo posible determinar los flujos reflejados alternativamente por el suelo y la atmósfera si los factores espectrales de reflexión *hemisférico-hemisférico* respectivos,  $\rho_s(\lambda)$  y  $\rho_a(\lambda)$ , son conocidos.

Se puede definir para la atmósfera vista desde el espacio, un factor espectral *direccional-hemisférico* de reflexión denotado por  $\rho'_a(\lambda)$ . Este factor, llamado *albedo direccional*, es la razón del flujo solar directo retrodispersado por la atmósfera, por tanto que emerge de ésta hacia el exterior por un elemento  $d^2S$  de superficie horizontal, al flujo espectral solar directo incidente sobre el mismo elemento. Se puede también considerar  $\rho'_a(\lambda)$  como la *exitancia* de  $d^2S$  en tanto que emisor secundario de flujo difuso de Rayleigh y de los aerosoles que dejan la atmósfera hacia el espacio; en otras palabras, es la suma de:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) K_d I_{o\lambda} \sin \gamma [1 - T_R(\lambda)] T_A(\lambda) T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \quad 1.2.3.$$

y

$$(1 - F_c) \varpi(\lambda) K_d I_{o\lambda} \sin \gamma T_R(\lambda) [1 - T_A(\lambda)] T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda),$$

referida a la irradiancia en  $d^2S$  de la radiación solar directa extraterrestre, o sea a:

$$K_d I_{o\lambda} \sin \gamma. \quad 1.2.3.i$$

En consecuencia:

$$\rho'_a(\lambda) = T_O(\lambda) T_W(\lambda) T_G(\lambda) \left\{ \frac{1}{2} [1 - T_R(\lambda)] T_A(\lambda) + (1 - F_c) \varpi(\lambda) T_R(\lambda) [1 - T_A(\lambda)] \right\} \quad 1.2.3.j$$

La ley de reversibilidad de las oem es aplicable en ausencia de polarización, y se puede considerar, despreciando esta última, que el albedo direccional de la atmósfera vista desde el suelo es igual al albedo direccional  $\rho'_a(\lambda)$  que presenta vista desde el espacio. Utilizando las definiciones 3.3.1.a y 3.3.1.b del capítulo I, es posible escribir el factor espectral hemisférico-hemisférico de reflexión de la atmósfera vista desde el suelo, como:

$$\rho_a(\lambda) = \frac{d^2\Phi_{\lambda r}}{d^2\Phi_{\lambda i}} = \frac{\iint \rho'_a(\lambda) L_\lambda d^2S \cos\theta d^2\Omega}{\iint L_\lambda d^2S \cos\theta d^2\Omega} \quad 1.2.3.k$$

Esta magnitud que es llamada también *albedo hemisférico* de la atmósfera, puede escribirse de forma más simple si se admite que la radiancia del cielo,  $L_\lambda$ , es isótropa. En este caso, en efecto, se llega a:

$$\rho_a(\lambda) = \frac{1}{\pi} \iint \rho'_a(\lambda) \cos\theta d^2\Omega \quad 1.2.3.l$$

siendo  $\theta$  el ángulo cenital de la dirección de observación del cielo.

Los factores de reflexión pueden ser considerados ciertamente como razones de irradiancias. Se ve de la figura 1.2.3.b, que la contribución a la irradiancia difusa a nivel de suelo de las reflexiones múltiples entre el suelo y la atmósfera por parte de los fotones que solo han sufrido la primera dispersión, es la suma de:

$$D_{hM\lambda} = \rho_s(\lambda) \rho_a(\lambda) G'_{h\lambda} + \rho_s^2(\lambda) \rho_a^2(\lambda) G'_{h\lambda} + \rho_s^3(\lambda) \rho_a^3(\lambda) G'_{h\lambda} + \dots \quad 1.2.3.m$$

por consiguiente:

$$D_{hM\lambda} = \frac{\rho_s(\lambda) \rho_a(\lambda)}{1 - \rho_s(\lambda) \rho_a(\lambda)} G'_{h\lambda} \quad 1.2.3.n$$

### **Observaciones:**

1. Señalemos, de nuevo, que  $D_{hR\lambda}$ ,  $D_{hA\lambda}$ ,  $D_{hM\lambda}$  no son las irradiancias producidas por la dispersión que provocarían, respectivamente y exclusivamente, las moléculas, los aerosoles y las reflexiones múltiples. Sino las partes de la irradiancia difusa a nivel de suelo *imputables a la existencia* de cada uno de estos tres procesos, lo que es a la vez bastante menos simple y muy diferente.
2. El albedo de la atmósfera es generalmente pequeño, sobre todo si ésta no está muy cargada de aerosoles. Entonces la irradiancia difusa  $D_{hM\lambda}$  debida a las reflexiones múltiples se hace despreciable si el factor  $\rho_s(\lambda)$ , que aún denominamos *albedo hemisférico* del suelo, es también pequeño.

3. Los valores del albedo hemisférico del suelo son muy variables; éstos dependen de su naturaleza, del relieve y también del rango de longitudes de onda consideradas. Así, el albedo medio generalmente observado es de 0,20 en el visible, y únicamente de 0,03 en la región UV; pero puede alcanzar el valor de 0,95 en estas dos regiones si el suelo está cubierto de nieve fresca. En el caso de un suelo de tipo espejo, como una mar en calma, un lago o una superficie de hielo lisa, la reflexión es *especular* y los factores hemisféricos precedentes no son utilizables.
4. Si la radiancia espectral de la bóveda del *cielo*,  $L_\lambda(\theta, \psi)$ , es conocida en todas las direcciones en función de las coordenadas  $(\theta, \psi)$  de un sistema de referencia horizontal, la irradiancia difusa horizontal se obtiene por medio de:

$$D_{h\lambda} = K_d \int\int_{\cap} L_\lambda(\theta, \psi) \cos \theta \, d^2\Omega = K_d \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\psi=0}^{2\pi} L_\lambda(\theta, \psi) \sin \theta \cos \theta \, d\theta \, d\psi \quad 1.2.3.o$$

Esta expresión puede, evidentemente, ser transformada en una relación entre magnitudes *totales*, aplicando el procedimiento explicado en § 1.4.2. del capítulo I.

### 1.3. Los modelos de irradiancia total

Los modelos de irradiancia solar *total* son numerosos. Así, más que hacer una lista exhaustiva, vamos a presentar dos ejemplos, que pueden calificarse como «clásicos», y que se sitúan en los dos extremos, el de la simplicidad y el de la sofisticación.

#### 1.3.1. Los símbolos utilizados

Desde el punto de vista de las magnitudes que nos conciernen y de los símbolos que las designan, es preciso distinguir:

- la irradiancia directa total normal,  $I$ ;
- la irradiancia directa total horizontal,  $I_h = I \sin \gamma = I \cos \theta^*$ ;

- la irradiancia directa total sobre un plano de inclinación  $\beta$ , que recibe los rayos directos bajo un ángulo de incidencia  $i$ ,  $I_\beta = I \cos i$  (véase 1.3.1.b, del capítulo II);
- la irradiancia difusa total debida a los fotones provenientes de la bóveda del cielo, designada por  $D_\beta$  o  $D_h$  según sea observada sobre un plano de inclinación  $\beta$  o sobre un plano horizontal;
- la irradiancia difusa total debida a los fotones procedentes del *suelo* por reflexión (supuesta difusa), designada por  $R_\beta$  o  $R_h$  según sea observada sobre un plano de inclinación  $\beta$  o sobre el plano horizontal (con relieve alrededor, en este último caso);
- la irradiancia *global* total, que se define como  $G_\beta = I_\beta + D_\beta + R_\beta$  o  $G_h = I_h + D_h + R_h$  según sea observada sobre un plano de inclinación  $\beta$  o sobre el plano horizontal.

Todas estas irradiancias se expresan en  $W m^{-2}$ , puesto que *son totales*.

### 1.3.2. El modelo de l'ASHRAE para cielo claro

Destinado a los arquitectos y técnicos en calor de la construcción de edificios en Estados Unidos y concebido por la asociación profesional federal ASHRAE, este modelo empírico retoma la forma exponencial dada por la irradiancia directa en el estudio del factor de turbiedad de Linke (relación 1.2.2.d), así pues:

$$I = A_{as} \exp(-B_{as} m_R) \quad 1.3.2.a$$

Considerada como proporcional a la irradiancia directa, la irradiancia difusa se escribe simplemente:

$$D_h = C_{as} I \quad 1.3.2.b$$

Los valores de los coeficientes  $A_{as}$ ,  $B_{as}$ ,  $C_{as}$  están dados, para cada mes del año, con la altura del agua precipitable  $w$ , en la tabla de abajo. Estos valores están establecidos a partir de las medidas hechas durante varios años sobre el conjunto del

territorio americano. Este modelo rudimentario solo permite estimaciones de irradiancias directas y difusas horizontales, para un cielo claro y una masa óptica dada, en valor medio sobre el mes considerado.

Mes	$A_{as} (W m^{-2})$	$B_{as}$	$C_{as}$	$w$ (cm)
Ene	1230	0,142	0,058	0,795
Feb	1215	0,144	0,060	0,855
Mar	1186	0,156	0,071	1,120
Abr	1136	0,180	0,097	1,778
May	1104	0,196	0,121	2,377
Junio	1088	0,205	0,134	2,760
Julio	1085	0,207	0,136	2,800
Ago	1107	0,201	0,122	2,620
Sep	1151	0,177	0,092	1,823
Oct	1192	0,160	0,073	1,253
Nov	1221	0,149	0,063	0,947
Dic	1233	0,142	0,057	0,795

### 1.3.3. El modelo de Bird-Hulström para cielo claro

Elaborado por Bird y Hulström con la ayuda de los valores de las transmitancias *espectrales* dadas por códigos de cálculo más complejos, la serie de relaciones que constituyen este modelo permite una determinación precisa de las irradiancias totales para cielo claro. Su inconveniente mayor reside en la relativa complejidad de los algoritmos propuestos.

#### - Irradiancia directa total

Los autores admiten que la irradiancia directa total normal es proporcional al producto de cinco transmitancias atmosféricas específicas *totales*, correspondiente a los cinco procesos de extinción respectivos ya presentados en § 1.1.2.. Así:

$$I = 0,9751 K_d I_o T_R T_A T_O T_W T_G \tag{1.3.3.a}$$

Las transmitancias específicas totales tienen como expresiones:

$$T_R = \exp\left[-0,0903 m_R^{0,84} \left(1,0 + m_R - m_R^{1,01}\right)\right]$$

$$T_A = \exp\left[-K_A^{0,873} \left(1,0 + K_A - K_A^{0,7088}\right) m_R^{0,9108}\right]$$

$$\text{con } K_A = 0,2758 K_{A\lambda 1} + 0,35 K_{A\lambda 2}$$

$$\text{y } K_{A\lambda} = \beta_A \lambda^{-\alpha_A}$$

$$\text{para } \lambda_1 = 0,38 \mu\text{m} \text{ y } \lambda_2 = 0,50 \mu\text{m}$$

$$T_O = 1 - 0,1611 l_O m_R (1,0 + 139,48 l_O m_R)^{-0,3035} \\ + 0,002715 l_O m_R (1,0 + 0,044 l_O m_R + 0,0003 l_O^2 m_R^2)^{-1}$$

$$T_W = 1 - 2,4959 w m_R \left[ (1,0 + 79,034 w m_R)^{0,6828} + 6,385 w m_R \right]^{-1}$$

$$T_G = \exp(-0,0127 m_R^{0,26})$$

### - Irradiancia difusa total

La irradiancia difusa total horizontal está constituida por la suma siguiente:

$$D_h = D_{hR} + D_{hA} + D_{hM} \quad 1.3.3.b$$

En esta relación:

$$D_{hR} = \frac{0,79 K_d I_o \sin \gamma T_O T_W T_G 0,5 (1 - T_R) T_{Aa}}{1 - m_R + m_R^{1,02}}$$

es la parte de irradiancia debida a la difusión Rayleigh,  $T_{Aa}$  es la transmitancia relativa

a la absorción por los aerosoles que es igual a  $1 - (1 - \varpi)(1 - m_R + m_R^{1,06})(1 - T_A)$ ;

$$D_{hA} = \frac{0,79 K_d I_o \sin \gamma T_O T_W T_G F_c (1 - T_{Ad}) T_{Aa}}{1 - m_R + m_R^{1,02}}$$

es la parte de la irradiancia debida a la dispersión o “scattering” por los aerosoles, con

$T_{Ad}$  la transmitancia relativa a la dispersión por los aerosoles, tal que  $T_{Ad} = T_A / T_{Aa}$ ;

$$D_{hM} = (I \sin \gamma + D_{hR} + D_{hA}) \frac{\rho_s \rho_a}{1 - \rho_s \rho_a}$$

es la parte de irradiancia dada por la dispersión debida a las reflexiones múltiples entre el suelo y la atmósfera, los fotones « de primera dispersión o dispersión simple »;  $\rho_s$  es el albedo total del suelo y  $\rho_a$  el de la atmósfera supuesto igual a  $0,0685 + (1 - F_c)(1 - T_{Ad})$  con  $m_R = 1,9$ .

#### 1.3.4. Modelos empíricos de distribución de la radiancia del cielo

Si las variaciones de la radiancia del cielo en función de la dirección de observación se pudieran expresar mediante una forma paramétrica rigurosa, no hubiera hecho falta evidentemente desarrollar los modelos de irradiancia difusa (véase la observación 4. de § 1.2.3.). Sin embargo, se establecieron unas relaciones empíricas que, aunque no permiten la reconstrucción de la irradiancia total difusa, intentan describir la anisotropía de la radiancia total del cielo.

Para el caso de un cielo *perfectamente claro*, Kitler ha desarrollado un algoritmo expresado en las coordenadas  $\theta$  y  $\psi$  de un sistema de referencia horizontal, donde la razón de la radiancia en la dirección de interés  $(\theta, \psi)$ , a la radiancia cenital se expresa como:

$$\frac{L(\theta, \psi)}{L(0,0)} = \frac{(0,91 + 10 e^{-3\eta} + 0,45 \cos^2 \eta) \left(1 - e^{-\frac{0,32}{\cos \theta}}\right)}{(0,91 + 10 e^{-3\theta^*} + 0,45 \cos^2 \theta^*) \left(1 - e^{-0,32}\right)} \quad 1.3.4.a$$

expresión en la que  $\eta$  es el ángulo de la dirección  $(\theta^*, \psi^*)$  del sol con la dirección  $(\theta, \psi)$ ; los ángulos  $\theta^*$  y  $\eta$  de las exponenciales deben ser expresados en radianes.

Para un cielo *uniformemente cubierto*, los países europeos recomiendan el uso de la relación siguiente:

$$\frac{L(\theta, \psi)}{L(0,0)} = \frac{1 + 2 \sin \theta}{3} \quad 1.3.4.b$$

### 1.3.5. *Transposición de las irradiancias para cielo claro en las zonas sin relieve*

Según la notación adoptada en § 1.3.1., las irradiancias globales totales sobre un plano horizontal y sobre un plano de inclinación  $\beta$  que recibe los rayos directos del sol bajo un ángulo de incidencia  $i$ , pueden escribirse respectivamente:

$$G_h = I \sin \gamma + D_h + R_h \quad 1.3.5.a$$

y

$$G_\beta = I \cos i + D_\beta + R_\beta \quad 1.3.5.b$$

Generalmente, las irradiancias globales y difusas no son medidas más que sobre el plano *horizontal*. Si se desea conocer los valores sobre un plano de inclinación  $\beta$  (situado en el mismo lugar), no queda otro remedio que hacer uso de las llamadas relaciones, de *transposición* de las irradiancias, capaces de expresar  $D_\beta$  y  $R_\beta$  en función de  $G_h$ ,  $D_h$  y  $R_h$ .

El establecimiento de estas relaciones presenta desgraciadamente grandes dificultades. Las razones esenciales son la anisotropía de la radiancia del cielo y, llegado el caso, a la presencia de un marcado relieve alrededor del lugar. Así pues, generalmente se suele limitar a las condiciones ideales de un suelo *horizontal* y *lambertiano*, y de un cielo perfectamente *claro*. A pesar de estas hipótesis, la mayor parte de los algoritmos propuestos en la literatura se presentan complicados y de una precisión a menudo decepcionante. Es por lo que nosotros nos hemos limitado a presentar aquí expresiones que, a pesar de su simplicidad, son de una eficacia aceptable.

Admitiendo que la radiancia del cielo sea perfectamente *isótropa*, se puede ver sin dificultad que las relaciones de transposición toman la forma siguiente:

$$D_\beta = \frac{1}{2} (1 + \cos \beta) D_h \quad 1.3.5.c$$

y

$$R_\beta = \frac{1}{2} (1 - \cos \beta) \rho_s G_h \quad 1.3.5.d$$

Para tener en cuenta, ahora, la anisotropía de la radiancia del cielo claro, Hay propone considerar la irradiancia difusa horizontal  $D_h$  constituida por dos partes distintas: una,  $D_{hc}$ , que es debida a un flujo *direccional* proveniente de la zona *circumsolar*, y otra,  $D_{hv}$ , debida a un flujo *hemisférico e isótropo* correspondiente al resto de la bóveda del cielo. Para determinar la importancia relativa de las dos componentes, Hay utiliza la razón  $I / K_d I_o$  para expresar empíricamente:

$$D_{hc} = D_h \frac{I}{K_d I_o} \quad \text{y} \quad D_{hv} = D_h \left( 1 - \frac{I}{K_d I_o} \right) \quad 1.3.5.e$$

Así, a una atenuación de la irradiancia directa normal en el suelo, es decir, en definitiva, a un aumento de la difusión atmosférica, corresponde una disminución de la parte *direccional* de la irradiancia,  $D_{hc}$  (el carácter direccional del flujo circumsolar disminuye a medida que el proceso de dispersión se intensifica), y un aumento de la parte *hemisférica* de la irradiancia,

Puesto que la irradiancia horizontal  $D_{hc}$  producida por un flujo direccional de la misma dirección que el sol, su transposición sobre un plano *normal* a los rayos directos es obtenida dividiendo simplemente por  $\sin \gamma$ ; basta entonces, según la relación 1.3.5.b, multiplicar por  $\cos i$  para tener su valor sobre un plano de inclinación  $\beta$  (recibiendo los rayos directos bajo el ángulo de incidencia  $i$ ). La irradiancia  $D_{hv}$  es, en cuanto a sí misma, transportable por medio de la relación 1.3.5.c ya que resulta de un flujo hemisférico e isótropo. Así pues podemos escribir:

$$D_\beta = \frac{\cos i}{\sin \gamma} D_{hc} + \frac{1}{2} (1 + \cos \beta) D_{hv} \quad 1.3.5.f$$

o bien:

$$D_\beta = \left[ \frac{\cos i}{\sin \gamma} \frac{I}{K_d I_o} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{I}{K_d I_o} \right) (1 + \cos \beta) \right] D_h \quad 1.3.5.g$$

**Observaciones:**

1. Todas las ecuaciones de este párrafo son relativas a magnitudes *totales*. Lo anteriormente indicado en § 1.4.2. del capítulo I permite la transformación a relaciones entre magnitudes *espectrales*.
2. La tabla adjunta da algunos valores del albedo total de suelo  $\rho_s$  (en función del ángulo zenital solar,  $\theta^*$ , cuando la reflexión es parcialmente especular como en el caso de superficies de agua):

	<i>Albedo medio (%)</i>	<i>Rango de valores normales (%)</i>
<i>Bosques</i>	15	10 – 20
<i>Cultivos, prados</i>	20	15 – 25
<i>Desierto</i>	30	20 – 40
<i>Nieve</i>	70	45 – 95
<i>Hielos de mar</i>	30	25 – 35
<i>Lagos, mar (cielo claro)</i>		5 ( $\theta^* = 20^\circ$ ), 10 ( $\theta^* = 60^\circ$ ), 60 ( $\theta^* = 80^\circ$ )
<i>(cielo cubierto)</i>		5 ( $\theta^* = 20^\circ$ ), 15 ( $\theta^* = 80^\circ$ )

**1.4. Los modelos de insolación horizontal total**

La *insolación* solar sobre un plano (todavía denominada *fluencia* solar; NdT: esta acepción no es usada en español), no es otra cosa que la *energía* recibida del sol, por unidad de superficie en ese plano, durante un periodo de tiempo determinado. Esta magnitud se expresa pues en  $J m^{-2}$  ó en  $Wh m^{-2}$  ( $1 Wh = 3,6 kJ$ ). Los modelos de insolación que explicamos aquí, son esencialmente algoritmos empíricos que expresan las componentes de la radiación solar en función de variables meteorológicas, o bien ligan estas componentes entre ellas (por ejemplo, la insolación global con la insolación directa, la insolación difusa y la insolación global, etc...). Establecidas sobre la base de estudios estadísticos, estos algoritmos tienen en cuenta, por naturaleza, *todos los estados del cielo* que suceden a lo largo de un periodo dado. El número y la diversidad de estos modelos nos limita aquí, a no detallar más que algunos de los más representativos.

### 1.4.1. *La notación adoptada*

Si la gama de los algoritmos de insolación existentes es muy extendida, la variedad de las notaciones que utilizan tampoco se queda atrás; hasta el punto que la identificación precisa de las magnitudes puestas en juego no es siempre inmediata. En el doble deseo de armonizar estas notaciones y de mejorar su lectura, nosotros hemos adoptado los principios de escritura siguiente:

- las insolaciones son simbolizadas por *dos* mayúsculas sucesivas; la primera indica la *componente* de la radiación (con las mismas letras que para las irradiancias :  $I$  para la directa normal,  $D$  para la difusa del cielo,  $R$  para la reflejada por el suelo,  $G$  para la global); la segunda necesita la *duración* de la insolación considerada ( $H$  para la hora,  $Q$  para el día,  $W$  para la semana,  $M$  para el mes e  $Y$  para el año);
- el doble de las mayúsculas esta indicado, cuando es necesario, de la misma manera que las irradiancias ( $h$  para el plano horizontal,  $\beta$  para el plano inclinado,  $o$  para fuera de la atmósfera, etc...);
- si, además, una magnitud se considera *media mensual*, lleva un trazo simple sobre ella; y trazo doble si es *media anual*.

### 1.4.2. *Insolación global horizontal diaria*

La *duración de la insolación*, es decir el lapso de tiempo diario durante el cual se recibe irradiancia *directa* sobre el suelo, es relevante después de varias decenas de años en un número importante de estaciones meteorológicas. El instrumento de medida estándar, llamado heliógrafo de Campbell-Stokes, esta constituido por una simple bola de cristal que focaliza los rayos directos del sol sobre una banda de papel, que se chamusca si el valor de la irradiancia normal sobrepasa un cierto umbral (del orden de  $120 \text{ W m}^{-2}$ ). A la trayectoria del sol en el cielo corresponde así sobre el papel un trazo continuo ó discontinuo, según que el sol haya brillado de forma permanente o intermitente. La longitud de este trazo semi-quemado da la *duración de la insolación* en el curso del día considerado, magnitud que denotaremos con  $n$  y que cuenta las horas.

El valor máximo posible de  $n$  se determina sin dificultad. Esta dado en horas, en función de la latitud del lugar y de la declinación del día, por la relación siguiente:

$$N = \frac{2|\omega_o|}{15} = \frac{2}{15} |Arc \cos(-tg \Lambda tg \delta)| \quad 1.4.2.a$$

$\omega_o$  es el ángulo horario correspondiente a la salida o puesta de sol, es decir corresponde a su vez a un ángulo de elevación  $\gamma$  nulo del sol (ver § 1.2.2. del capítulo II). La razón  $\sigma = n / N$  es la *fracción diaria de la insolación*.

Se define también el *índice diario de claridad* como la magnitud:

$$K = \frac{GQ_h}{IQ_{ho}} \quad 1.4.2.b$$

Con las convenciones adoptadas,  $GQ_h$  es la insolación global diaria horizontal en el suelo, y  $IQ_{ho}$  la insolación directa diaria horizontal fuera de la atmósfera, cuyo valor se puede calcular por medio de la expresión siguiente ( $\omega_o$  esta expresado en grados):

$$IQ_{ho} = \frac{86400}{\pi} \left\{ K_d I_o \left[ \frac{\pi}{180} (|\omega_o| \sin \Lambda \sin \delta) + \sin|\omega_o| \cos \Lambda \cos \delta \right] \right\} \quad 1.4.2.c$$

Numerosas tentativas se han hecho para relacionar  $n$  ó  $\sigma$ , con la insolación global horizontal diaria. Las mejores correlaciones encontradas, y las más utilizadas, son las regresiones lineales conocidas como de Angström-Black, que expresan el índice diario de claridad  $K$ , en función de  $\sigma$ :

$$K = a + b \sigma \quad 1.4.2.d$$

Para un lugar dado, se determina generalmente una pareja de coeficientes  $a$  y  $b$  por mes, correlacionando linealmente los valores de  $K$  medidos diariamente durante el mes, en función de los valores correspondientes de  $\sigma$ . Las parejas de valores mensuales  $(a, b)$  obtenidos sobre un lugar son tanto más representativos cuanto mayor sea el número de años sobre el que se ha realizado la determinación. Los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$  referidos en tres puntos de latitudes diferentes, son mostrados en el tabla siguiente, a título de ejemplo.

	<i>Beyrouth (Libano)</i>		<i>Carpentras (Francia)</i>		<i>Lisboa (Portugal)</i>	
	a	b	a	b	a	b
enero	0,19	0,54	0,19	0,49	0,26	0,48
febrero	0,21	0,53	0,15	0,56	0,23	0,57
marzo	0,20	0,61	0,19	0,56	0,23	0,59
abril	0,23	0,55	0,18	0,57	0,24	0,55
mayo	0,27	0,48	0,21	0,54	0,23	0,56
junio	0,30	0,44	0,21	0,55	0,23	0,56
julio	0,27	0,55	0,25	0,48	0,29	0,46
agosto	0,31	0,40	0,23	0,49	0,23	0,49
septiembre	0,21	0,50	0,20	0,54	0,25	0,48
octubre	0,20	0,51	0,21	0,49	0,23	0,47
noviembre	0,20	0,55	0,21	0,46	0,23	0,45
diciembre	0,20	0,55	0,19	0,46	0,21	0,50

Es igualmente posible establecer un ajuste lineal entre las *medias mensuales* de los valores de  $K$  y  $\sigma$  :

$$\bar{K} = \frac{\overline{GQ}_h}{\overline{IQ}_{ho}} = A + B \bar{\sigma} \tag{1.4.2.e}$$

Los coeficientes  $A$  y  $B$  correspondientes son, entonces, representativos del año entero.

**Observaciones:**

1. La valor medio de  $N$  sobre un mes que comienza el día número  $J_1$  y termina el día número  $J_2$  (ambos incluidos), es:

$$\bar{N} = \frac{2}{15 (J_2 - J_1 + 1)} \sum_{J_1}^{J_2} |Arc \cos[-tg \Lambda tg \delta(J)]| \tag{1.4.2.f}$$

2. Para obtener  $\overline{IQ}_{ho}$  es preciso calcular los valores de  $IQ_{ho}$  entre el día  $J_1$  del comienzo del mes y  $J_2$  del final del mes:

$$\overline{IQ}_{ho} = \frac{1}{J_2 - J_1 + 1} \sum_{J_1}^{J_2} IQ_{ho}(J) \tag{1.4.2.g}$$

3. Se han realizado numerosos desarrollos y mejoras de las relaciones de Angström-Black.

#### 1.4.3. Insolación difusa horizontal diaria

Varios autores han intentado correlacionar  $GQ_h$ , que es la magnitud más común conocida, con la insolación difusa horizontal diaria  $DQ_h$ , más raramente medida. Así, utilizando el índice diario  $K$  como parámetro de predicción, Ohlman ha podido establecer para Francia los algoritmos siguientes:

$$\frac{DQ_h}{GQ_h} = 0,94 + 1,02 K - 4,75 K^2 + 2,73 K^3 , \quad 1.4.3.a$$

expresión válida si  $0,10 \leq K \leq 0,75$  ;

y:

$$\frac{DQ_h}{GQ_h} = 0,98 , \quad 1.4.3.b$$

razón válida para  $K < 0,10$  .

En lo que se refiere a los valores *medios mensuales* de estas magnitudes, Liu y Jordan establecieron:

$$\frac{\overline{DQ_h}}{\overline{GQ_h}} = 1,39 - 4,027 \overline{K} + 5,531 \overline{K}^2 - 3,108 \overline{K}^3 , \quad 1.4.3.c$$

expresión válida para todo lugar, si  $0,3 \leq \overline{K} \leq 0,7$  .

Para Francia, Perrin de Brichambault propone más simplemente:

$$\frac{\overline{DQ_h}}{\overline{GQ_h}} = 0,96 - 1,02 \overline{K} \quad 1.4.3.d$$

#### 1.4.4. Insolación difusa horizontal horaria

Como para las insolaciones difusas y globales diarias, se han intentado establecer correlaciones entre las insolaciones difusas y globales *horarias*. Tomando como variable principal el *índice horario de claridad*, parámetro definido como la razón:

$$k = \frac{GH_h}{IH_{ho}} \quad 1.4.4.a$$

Reindl ha establecido una serie de algoritmos presentados a continuación, supuestos validos para cualquier punto del planeta, y cuya eficacia crece con el número de predictores utilizados.

**- correlación simple con k:**

Este autor propone, para el intervalo  $0 \leq k \leq 0,3$ , con la condición

$$\frac{DH_h}{GH_h} \leq 1,0 :$$

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,020 - 0,248 k ;$$

y, sin condicionante, para  $0,3 \leq k \leq 0,78$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,45 - 1,67 k ; \quad 1.4.4.b$$

Y, para  $0,78 \leq k$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 0,147 .$$

**- correlación con k y la elevación  $\gamma$  del sol:**

Este autor propone aún, para el intervalo  $0 \leq k \leq 0,3$ , con la condición

$$\frac{DH_h}{GH_h} \leq 1,0 :$$

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,020 - 0,254 k + 0,0123 \sin \gamma ;$$

para  $0,3 \leq k \leq 0,78$ , siempre que se cumpla  $0,1 \leq \frac{DH_h}{GH_h} \leq 0,97$ , y estima entonces:

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,400 - 1,749 k + 0,177 \sin \gamma ; \quad 1.4.4.c$$

Y, para  $0,78 \leq k$ , con la limitación  $0,1 \leq \frac{DH_h}{GH_h}$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 0,486 k - 0,182 \sin \gamma .$$

**- correlación con  $k$ ,  $\gamma$  y otros dos predictores:**

Los dos otros predictores son la temperatura ambiente  $\theta_a$  ( $^{\circ}C$ ) y la humedad relativa  $h_r = p_w / p_{sat}$  (ver § 1.1.4.), el autor recomienda para el intervalo

$0 \leq k \leq 0,3$  con la limitación  $\frac{DH_h}{GH_h} \leq 1,0$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,000 - 0,232 k + 0,0239 \sin \gamma - 0,000628 \theta_a + 0,0195 h_r ;$$

y, para  $0,3 \leq k \leq 0,78$ , con el condicionante  $0,1 \leq \frac{DH_h}{GH_h} \leq 0,97$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 1,329 - 1,716 k + 0,267 \sin \gamma - 0,00357 \theta_a + 0,106 h_r ; \quad 1.4.4.d$$

finalmente, para  $0,78 \leq k$ , con la condición  $0,1 \leq \frac{DH_h}{GH_h}$  :

$$\frac{DH_h}{GH_h} = 0,462 k - 0,256 \sin \gamma + 0,00349 \theta_a + 0,0734 h_r .$$

**Observación:**

En lo que se refiere a las insolaciones horarias en *medias mensuales*, Liu y Jordan propusieron una igualdad muy simple:

$$\frac{\overline{DH}_h}{\overline{DQ}_h} = \frac{\overline{IH}_{ho}}{\overline{IQ}_{ho}} \quad 1.4.4.e$$

donde realizados los cálculos, tenemos:

$$\frac{\overline{DH}_h}{\overline{DQ}_h} = \frac{\pi}{24} (\cos \omega_m - \cos \omega_o) \left( \sin |\omega_o| - \frac{\pi}{180} |\omega_o| \cos \omega_o \right) \quad 1.4.4.f$$

$\omega_o$  está en grados, y  $\omega_m$  representa el ángulo horario en el intermedio de la hora considerada.

#### 1.4.5. El efecto de la altitud

Hay pocos estudios sistemáticos del efecto de la altitud sobre las insolaciones totales. En Grenoble, se ha establecido para las altitudes  $200 \text{ m} < z < 1700 \text{ m}$ , que:

$$\overline{\overline{GQ}_h} = a \ln(z) + b \quad 1.4.5.$$

La insolación global horizontal diaria en media anual  $\overline{\overline{GQ}_h}$  se expresa en  $kWh \text{ m}^{-2}$ , las pares de valores  $(a; b)$  encontrados para dos años consecutivos son respectivamente  $(0,154; 2,54)$  y  $(0,204; 2,48)$ . Estos resultados muestran que el crecimiento medio de la insolación es de más del 10% entre  $200 \text{ m}$  y  $1700 \text{ m}$ .



### ***Ejercicios y problemas***

1. Sobre el rango de longitudes de onda  $[0,310\mu\text{m}-0,330\mu\text{m}]$  las transmitancias espectrales de la atmósfera relativas a la absorción por el vapor de agua y por los otros gases, son iguales a 1 .

Dar la expresión reducida (integrada) de la irradiancia espectral directa normal del sol a nivel de suelo sobre esa banda,  $I_\lambda$  .

Se admite que sobre un rango muy estrecho, los coeficientes de Angström  $\alpha_A$  y  $\beta_A$  son independientes de  $\lambda$  . Para un lugar de altitud cero, explicitar el espesor reducido de la capa de ozono  $l_O$ , las expresiones de las magnitudes  $X$  e  $Y$  que intervienen en la relación lineal siguiente:

$$Y = -\alpha_A X + \ln(\beta_A)$$

El valor de  $l_O$  que permite obtener, sobre la banda estudiada, el par  $(X, Y)$  que mejor cumple la ley lineal anterior, está considerado como el más fiable. Determinar este espesor sabiendo que la mejor correlación lineal ha sido obtenida para  $\alpha_A = 1,029$  y  $\beta_A = 0,149$  . De esta medida, la corrección de la distancia Tierra-sol es  $K_d = 1,015$  y la masa de aire relativa  $m_r = 1,57$  . Para  $\lambda = 0,310 \mu\text{m}$  se tiene entonces,  $I_\lambda = 16 \text{ W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$  con  $I_{o\lambda} = 689 \text{ W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$  y  $k_O(\lambda) = 2,70 \text{ cm}^{-1}$  .

2. Tomando como buena la relación 1.3.2.a recomendada por l'ASHRAE para el cálculo de la irradiancia solar directa normal (total) a nivel de suelo, determinar el factor de turbiedad de Linke (media mensual) en USA, en enero, mayo y

septiembre. Se tomará una masa relativa de Rayleigh  $m_R = 2$ , y un espesor óptico de Rayleigh  $\tau_R$  dado por la relación de Kasten, y se despreciarán las variaciones de la distancia Tierra-Sol ( $K_d \approx 1$ ).

3. Se considera un elemento de superficie  $d^2S$  de suelo horizontal que es alcanzado por el flujo espectral  $d^4\Phi_{\lambda_i}$  emitido por un elemento  $d^2\Sigma$  de la bóveda del cielo, bajo el ángulo de incidencia  $\theta$  y que subtiende un ángulo sólido  $d^2\Omega_i$ . Se supone que esta bóveda es hemisférica de superficie  $\Sigma$  centrada sobre  $d^2S$ , y de radiancia espectral normal  $L_\lambda$  isótropa. Entonces, si  $d^4\Phi_{\lambda_r}$  es el flujo correspondiente reflejado por  $d^2S$  en el semi-espacio libre, el factor espectral direccional de reflexión de  $d^2S$  puede ser definido como  $\rho'_s(\lambda) = d^4\Phi_{\lambda_r} / d^4\Phi_{\lambda_i}$ .

Sea, ahora,  $d^2\Phi_{\lambda_i}$  el flujo recibido por  $d^2S$  proveniente de toda la bóveda  $\Sigma$ , y  $d^2\Phi_{\lambda_r}$  el flujo correspondiente reflejado por  $d^2S$  en el semi-espacio libre. Expresar  $\rho_s(\lambda) = d^2\Phi_{\lambda_r} / d^2\Phi_{\lambda_i}$ , factor espectral hemisférico de reflexión de  $d^2S$ , en función de  $\rho'_s(\lambda)$ .

Determinar los valores de las transmitancias específicas de Rayleigh  $T_R(\lambda)$  y de aerosoles  $T_A(\lambda)$ , para la longitud de onda de  $860 \text{ nm}$  y masa óptica relativa  $m_R \approx m_A = 2$ , en un lugar donde los coeficientes de Angström valen respectivamente  $\alpha_A = 1,3$  y  $\beta_A = 0,10$ . Utilizando la expresión 1.2.3.j, calcular el albedo direccional de la atmósfera  $\rho'_a(\lambda)$  en las condiciones precedentes, sabiendo que a la longitud de onda elegida ningún gas atmosférico es activo desde el punto de vista de la absorción selectiva. Se tomará un albedo de difusión simple  $\varpi(\lambda) = 0,80$  y un coeficiente de difusión hacia adelante de  $F_c = 0,75$ .

La elevación del sol se ha denotado por  $\gamma$ , encontrar la expresión del factor espectral direccional de transmisión de la atmósfera  $\tau'_a(\lambda)$  en función de la

transmitancia espectral  $T(\lambda)$  de esta última, que se asimilará a una lámina de caras planas y paralelas.

Admitiendo que el valor del albedo hemisférico de la atmósfera  $\rho_a(\lambda)$  es muy poco diferente de  $\rho'_a(\lambda)$  obtenido para  $m_R \approx m_A = 2$ , calcular  $\tau'_a(\lambda)$  a  $860 \text{ nm}$  en las condiciones de la segunda cuestión. A esta longitud de onda la irradiancia solar directa normal fuera de la atmósfera  $I_{o\lambda}$  vale  $1000 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1}$ . Se desprecian las variaciones de la distancia Tierra-Sol, y se toma para el albedo direccional del suelo  $\rho'_s(\lambda) = 0,20$ , para cualquier dirección del flujo incidente.

Deducir el factor espectral direccional de absorción de la atmósfera  $\alpha'_a(\lambda)$ , y su emisividad espectral direccional  $\varepsilon'_a(\lambda)$ .

4. La densidad de flujo esférico espectral  $\varphi_\lambda$  en un punto de la atmósfera (también llamado *flujo actínico* espectral), es utilizado en química atmosférica como el factor explicativo de reacciones sobre diversas moléculas. Es muy difícil de medir directamente pero puede ser reconstruido por un modelo a partir de medidas locales de irradiancias solares directas y difusas. Nosotros nos proponemos, aquí, establecer una relación analítica entre  $\varphi_\lambda$  y sus irradiancias, sobre la base de modelos de transmitancias espectrales (para aligerar la escritura, se omitirá la letra  $\lambda$ , bien en índice o entre paréntesis).

Reformular las expresiones propuestas por Brine e Iqbal (§ 1.2.3.) para las partes  $D_{hR}$  y  $D_{hA}$  de la irradiancia espectral difusa debidas al scattering Rayleigh y por aerosoles, explicitando la irradiancia espectral directa normal  $I$ , así como, la transmitancia espectral Rayleigh  $T_R$  y la de aerosoles  $T_A$ .

Suponiendo el suelo como un plano horizontal uniforme e infinito presentando una radiancia espectral isótropa  $K_d L_s$  desde el punto  $P$  de la atmósfera donde se quiere determinar  $\varphi$ ,  $K_d$  es la corrección de la distancia Tierra-Sol; la bóveda del cielo vista desde  $P$  ocupa todo un semi-espacio, y posee una radiancia espectral  $K_d L_c$  igualmente isótropa; si  $K_d L^*$  y  $d^2 \Omega^*$  representan la radiancia espectral

del disco solar y el ángulo sólido bajo el cual es visto desde  $P$ . Mostrar que se puede escribir  $\varphi = K_d (L^* d^2 \Omega^* + 2\pi L_c + 2\pi L_s)$ ; encontrar también las expresiones de  $K_d L^* d^2 \Omega^*$ ,  $K_d L_c$  y  $K_d L_s$ , en función de la irradiancia solar espectral directa normal  $I$ , de la irradiancia espectral difusa horizontal  $D_h$  y de la exitancia espectral  $M$  del suelo (según el caso).

Según Brine e Iqbal, los fotones susceptibles de sufrir reflexiones múltiples entre el suelo y la atmósfera, son aquellos « de primera dispersión » que producen la irradiancia espectral a nivel de suelo:  $G'_h = I \sin \gamma + D_{hr} + D_{ha}$ . Determinar en función de  $G'_h$ , así como de  $\rho_s$  y  $\rho_a$  los albedos hemisféricos del suelo y de la atmósfera, la irradiancia horizontal « inversa »  $D_{hm\uparrow}$  producida a nivel de  $P$  por los fotones reflejados por el suelo, debido a estas reflexiones múltiples.

¿ A qué magnitud es igual  $D_{hm\uparrow}$ ? Establecer la expresión de  $K_d L_s$  en función de  $I$ ,  $\sin \gamma$ ,  $\rho_s$ ,  $\rho_a$ , del coeficiente de difusión hacia adelante  $F_c$ , del albedo de dispersión simple  $\varpi$ , así como de  $T_R$  y  $T_A$ .

Calcular  $\varphi$  para las condiciones del ejercicio 3, y comparar su valor con el correspondiente de la irradiancia espectral global horizontal.

5. Establecer las dos expresiones 1.3.5.c y 1.3.5.d que ligan las irradiancias difusas del cielo y del suelo para un plano inclinado, y la irradiancia difusa horizontal o la irradiancia global horizontal.
6. Encontrar la expresión de la duración máxima de la insolación  $N$  dada en 1.4.2.a.
7. Establecer la expresión 1.4.2.c de la insolación (total) directa diaria horizontal fuera de la atmósfera, sabiendo que si  $\gamma$  es la altura del sol, se tiene :

$$IQ_{ho} = \int_{TSV\ salida}^{TSV\ puesta} K_d I_o \sin \gamma d(TSV)$$

*Aplicación numérica:* calcular  $I_{Q_{ho}}$  en el ecuador para los equinoccios.

8. Un captador solar plano inclinado de  $\beta = 20^\circ$  sobre la horizontal, esta orientado perfectamente hacia el sur. Determinar el valor de la irradiancia solar total global  $G_\beta$  que se recibe cuando la altura del sol es  $\gamma = 50^\circ$  y su azimut es  $\psi = -65^\circ$ , las irradiancias solares totales global y difusa horizontales medidas en el suelo valen respectivamente  $G_h = 550 \text{ W m}^{-2}$  y  $D_h = 200 \text{ W m}^{-2}$ . El albedo del suelo es estimado igual a 0,2 .

## 2. LOS CÓDIGOS DE CÁLCULO

La razón de ser de estos “códigos” o programas de cálculo procede de la necesidad de conseguir una calidad en las estimaciones de las irradiancias solares, las cuales no pueden ser alcanzadas por los modelos paramétricos (salvo para la irradiancia directa) presentados en la primera parte. El deseo era mejorar la precisión dirigida a aplicar las leyes de la absorción y difusión estudiadas en el capítulo II, no globalmente para toda la atmósfera sino *localmente*, es decir capa por capa. La complejidad que introduce el tener en cuenta los fenómenos locales, impone recurrir a la resolución numérica. Los tiempos de cálculo que exigen los códigos son pues muy superiores a los requeridos por los modelos paramétricos. Sin embargo, el creciente desarrollo y potencialidad de las herramientas informáticas disponibles actualmente tienden a atenuar estos inconvenientes.

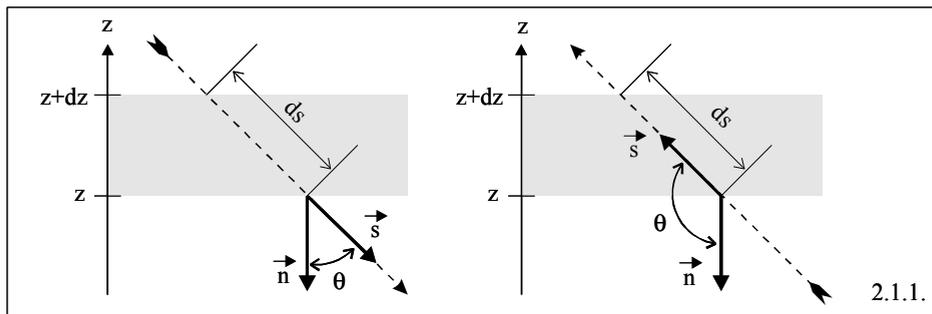
Se puede clasificar los códigos de cálculo en dos grandes categorías: aquellos que resuelven la *ecuación de transferencia radiativa* (ETR) en la atmósfera, y los que utilizan un método aleatorio de *lanzar* fotones, el llamado método *de Monte Carlo*. Los conceptos son radicalmente diferentes y los usos a los cuales son generalmente aplicados también; esto hace que al final estas dos categorías sean mucho más complementarias que concurrentes.

### 2.1. Los códigos que resuelven la ecuación de transferencia radiativa

#### 2.1.1. Generalidades

La ecuación de transferencia o intercambio radiativo (abreviada-mente, ETR) es una ecuación diferencial que describe la evolución de la radiancia de los flujos difusos según las diferentes direcciones del espacio, teniendo en cuenta las propiedades del medio de propagación; se imponen como condiciones límite para su solución las radiancias de la fuentes, primarias o secundarias, que son exteriores al medio. Aunque aplicable en numerosos campos, no se conocen soluciones puramente analíticas. En el caso de flujos solares que son los de nuestro interés, la atmósfera es considerada como un medio semitransparente (véase el § 1.2.5., del

capítulo I) en el cual no se propagan más que radiaciones de *corta longitud de onda*, y por tanto no comportan fuentes primarias (necesariamente infrarrojas). Con el fin de comprender mejor los mecanismos físicos regidos por la ETR, nosotros nos proponemos establecer esta ecuación a partir de consideraciones radiométricas que nos son habituales, en las condiciones de régimen *permanente*.



Para simplificar, la atmósfera se supondrá formada por una superposición de capas homogéneas *horizontales* planas de extensión infinita (modelo denominado atmósfera «plano-paralela»). Bastará por tanto estudiar la evolución que sigue la *radiancia espectral* de los flujos solares al atravesar la capa atmosférica comprendida entre las alturas  $z$  y  $z + dz$ . Hasta el momento, las relaciones entre los flujos y las radiancias son tales que, como indican a través de 1.2.2. y 1.3.1.a del capítulo I, se admite implícitamente que los ángulos entre el flujo y las normales a las superficies son inferiores a  $\pi/2$ ; por tanto los cosenos de estos ángulos son siempre *positivos*. Ahora bien, ya que la propagación de los flujos solares es susceptible de realizarse en todas las direcciones del espacio y que es por tanto necesaria la definición de un *origen común* para todos los ángulos de incidencia sobre las capas horizontales de la atmósfera, pueden aparecer por tanto cosenos *negativos*. Para que las radiancias de los flujos queden, sin embargo, como magnitudes *positivas* definidas en el capítulo I, convendremos por tanto en no considerar en las relaciones entre el flujo y las radiancias (¡y en estas relaciones solamente!), más que el *valor absoluto* de los cosenos.

Eligiendo el vector unitario vertical *descendente*  $\vec{n}$  como origen de los ángulos de incidencia de los flujos, la abscisa curvilínea de los fotones de un flujo direccional que atraviese una lámina atmosférica de espesor algebraico  $dz$ , se

incrementa en la cantidad infinitesimal  $ds$  (positiva) como muestra la figura 2.1.1., tal que se cumple:

$$dz = - ds \cos|\vec{n}, \vec{s}| \quad 2.1.1.a$$

donde  $\vec{s}$  es el vector unitario indicando la dirección y el sentido de progresión del flujo (en esta última relación  $\cos|\vec{n}, \vec{s}|$  guarda, evidentemente, su signo algebraico).

**Observación:**

Un cierto número de magnitudes que intervienen en el establecimiento de la ETR son, a priori, función de la longitud de onda  $\lambda$  (es el caso en particular, de los flujos, la radiancia, el coeficiente de extinción, la función de fase, el espesor óptico...); con el fin de aligerar la escritura, esta variable no se explicitará en lo que sigue.

**2.1.2. Balance del intercambio de la radiación solar difusa**

La variación de la radiancia que sufre el flujo *difuso direccional* al atravesar una capa delgada de la atmósfera es debida, no solamente a su *extinción* por la difusión (o scattering) y absorción (parciales) en la capa, sino también a la *difusión* por la misma capa, en la dirección considerada, de la radiación directa del sol y de la radiación difusa procedente del resto del espacio. El establecimiento del balance de transferencia o intercambio radiativo para la radiación solar difusa puede así descomponerse en dos etapas, cuyo detalle es explicado a continuación.

**- Extinción del flujo difuso direccional**

Sea  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s}; z)$  el flujo direccional espectral *difuso* dentro del pequeño ángulo sólido  $d^2\Omega$  según la dirección y el sentido definido por el vector unitario  $\vec{s}$ , que forma con la lámina horizontal de la atmósfera de altitud  $z$  y de espesor  $dz$ , el ángulo de incidencia  $|\vec{n}, \vec{s}| = \theta$  (véase la figura 2.1.2.). Si  $d^2\Sigma$  es el área del elemento

de la superficie de la lámina que recibe el flujo  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s}; z)$ , la radiancia espectral  $L_\lambda(\vec{s}; z)$  a la *entrada* de esta lámina, en la dirección y sentido considerados, es tal que:

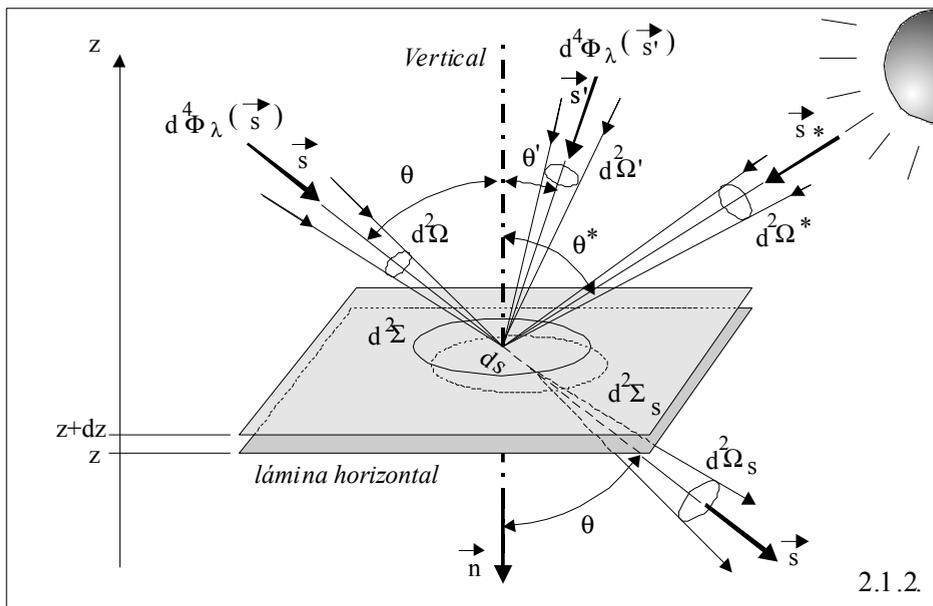
$$d^4\Phi_\lambda(\vec{s}; z) = L_\lambda(\vec{s}; z) d^2\Sigma |\cos\theta| d^2\Omega \quad 2.1.2.a$$

Admitiendo que la dirección del flujo se *conserva* sobre el trayecto  $ds$  seguido al atravesar la capa, la radiancia correspondiente en la *salida* es, según la ley de Beer (relación 2.1.4.d del capítulo II):

$$L_\lambda(\vec{s}; z) + dL_\lambda(\vec{s}; z)|_e \quad \text{con} \quad dL_\lambda(\vec{s}; z)|_e = -L_\lambda(\vec{s}; z) \sigma_e(z) ds \quad 2.1.2.b$$

siendo  $\sigma_e(z)$ , el coeficiente volúmico de extinción de la atmósfera a la altitud  $z$ .

Las convenciones adoptadas para las relaciones 2.1.2.a y 2.1.2.b son válidas para todo flujo incidente, que proviene del semi-espacio por encima de la lámina de la atmósfera, o del semi-espacio que se encuentra por debajo. En el primer caso se tiene  $|\vec{n}, \vec{s}| < \pi/2$ , así pues  $\cos\theta > 0$ , y en el segundo  $\pi/2 < |\vec{n}, \vec{s}| \leq \pi$ , por tanto  $\cos\theta < 0$ .



**- Aporte del flujo difuso re-difundido**

Sea  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s}'; z)$  el flujo incidente en la lámina dentro del ángulo sólido  $d^2\Omega'$ , que se propaga según otra dirección de los  $4\pi sr$  del espacio, en el sentido definido por el vector unitario  $\vec{s}'$  que forma con  $\vec{n}$  el ángulo  $|\vec{n}, \vec{s}'| = \theta'$ . Al ser la radiancia una magnitud direccional, este flujo no puede evidentemente producir una radiancia según  $\vec{s}$  que se sumaría a la radiancia  $L_\lambda(\vec{s}; z)$ , observada a la entrada de la lámina. Por el contrario, al atravesarla, una parte  $d^5\Phi_\lambda(z)|_d$  de  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s}'; z)$  es difundida en los  $4\pi sr$ . Se sigue por tanto que la radiancia según  $\vec{s}$  a la salida de lámina, se encuentra reforzada por la cantidad  $d^3L_\lambda(\vec{s}; z)|_d$  tal que:

$$d^7\Phi_\lambda(\vec{s}; z)|_d = d^3L_\lambda(\vec{s}; z)|_d d^2\Sigma_s |\cos\theta| d^2\Omega_s, \quad 2.1.2.c$$

siendo  $d^2\Sigma_s$  el área del elemento de superficie de la lámina por donde emerge el flujo  $d^7\Phi_\lambda(\vec{s}; z)|_d$  que representa la parte difundida según  $\vec{s}$ , en  $d^2\Omega_s$ , de  $d^5\Phi_\lambda(z)|_d$ . Los elementos  $d^2\Sigma_s$  y  $d^2\Omega_s$  pueden ser tomados respectivamente iguales a  $d^2\Sigma$  y  $d^2\Omega$  sin inconveniente.

El flujo  $d^4\Phi_\lambda(\vec{s}'; z)$  es también el origen de  $L_\lambda(\vec{s}'; z)$ , radiancia según  $\vec{s}'$  a la entrada de la lámina que esta ligada a este flujo por:

$$d^4\Phi_\lambda(\vec{s}'; z) = L_\lambda(\vec{s}'; z) d^2\Sigma |\cos\theta'| d^2\Omega' \quad 2.1.2.d$$

Entonces, si  $dL_\lambda(\vec{s}'; z)|_d$  es la variación de  $L_\lambda(\vec{s}'; z)$  observada según  $\vec{s}'$  a la salida de la lámina, a causa de la pérdida del flujo  $d^5\Phi_\lambda(z)|_d$  dispersado sobre el trayecto  $ds'$ , se puede escribir:

$$d^4\Phi_\lambda(\vec{s}'; z) - d^5\Phi_\lambda(z)|_d = [L_\lambda(\vec{s}'; z) + dL_\lambda(\vec{s}'; z)|_d] d^2\Sigma |\cos\theta'| d^2\Omega' \quad 2.1.2.e$$

o bien:

$$d^5 \Phi_\lambda(z) \Big|_d = -dL_\lambda(\vec{s}'; z) \Big|_d d^2 \Sigma |\cos \theta'| d^2 \Omega' . \quad 2.1.2.f$$

Ahora bien, de acuerdo a la ley de Beer:

$$dL_\lambda(\vec{s}'; z) \Big|_d = -L_\lambda(\vec{s}'; z) \sigma_d(z) ds' ; \quad 2.1.2.g$$

se sigue que:

$$d^5 \Phi_\lambda(z) \Big|_d = L_\lambda(\vec{s}'; z) \sigma_d(z) ds' d^2 \Sigma |\cos \theta'| d^2 \Omega' . \quad 2.1.2.h$$

Ahora, remplazando en la función de fase (para el ángulo  $|\vec{s}', \vec{s}|$  siempre positivo):

$$p(\vec{s}', \vec{s}; z) = \frac{4\pi d^7 \Phi_\lambda(\vec{s}; z) \Big|_d}{d^2 \Omega d^5 \Phi_\lambda(z) \Big|_d} \quad 2.1.2.i$$

los flujos  $d^7 \Phi_\lambda(\vec{s}; z) \Big|_d$  y  $d^5 \Phi_\lambda(z) \Big|_d$  por sus expresiones dadas respectivamente en 2.1.2.c y 2.1.2.h, los cosenos en valor absoluto introducidos por la necesidad de no tener radiancias negativas, se *eliminan*. En efecto, como para  $ds$  en la relación 2.1.1.a, se tiene siempre que:

$$dz = -ds' \cos |\vec{n}, \vec{s}'| , \quad 2.1.2.j$$

y, por tanto, para la misma capa de atmósfera,  $|-dz| = ds' |\cos \theta'| = ds |\cos \theta|$ , obtenemos con 2.1.2.i:

$$d^3 L_\lambda(\vec{s}; z) \Big|_d = \frac{1}{4\pi} \sigma_d(z) ds L_\lambda(\vec{s}'; z) p(\vec{s}', \vec{s}; z) d^2 \Omega' \quad 2.1.2.k$$

El aumento total de radiancia producida según  $\vec{s}$  a la *salida* de la capa, por los flujos difusos provenientes de todas las direcciones  $\vec{s}'$ , es la suma de  $d^3 L_\lambda(\vec{s}; z) \Big|_d$  tal que:

$$dL_\lambda(\vec{s}; z) \Big|_d = \frac{1}{4\pi} \sigma_d(z) ds \iint_{4\pi sr} L_\lambda(\vec{s}'; z) p(\vec{s}', \vec{s}; z) d^2 \Omega' \quad 2.1.2.l$$

que representa la contribución según  $\vec{s}$  de la radiación difusa incidente en la capa correspondiente a los  $4\pi sr$  del espacio, y difundida una segunda vez por ella.

### - Balance para la radiación difusa

En consecuencia, no teniendo en cuenta más que la radiación *difusa* incidente en la capa atmosférica comprendida entre  $z$  y  $z + dz$ , la variación que sufre la radiancia al atravesar esta capa, según la dirección y el sentido indicados por  $\vec{s}$ , es:

$$dL_\lambda(\vec{s}; z)|_D = dL_\lambda(\vec{s}; z)|_e + dL_\lambda(\vec{s}; z)|_d . \quad 2.1.2.m$$

Como podemos poner  $\sigma_d(z) = \overline{\omega}(z) \sigma_e(z)$ , según la definición 2.1.5.h (capítulo II) del *albedo de difusión o dispersión simple*  $\overline{\omega}(z)$ , tenemos que:

$$dL_\lambda(\vec{s}; z)|_D = -\sigma_e(z) \left[ L_\lambda(\vec{s}; z) - \frac{\overline{\omega}(z)}{4\pi} \iint_{4\pi sr} L_\lambda(\vec{s}'; z) p(\vec{s}', \vec{s}; z) d^2\Omega' \right] ds \quad 2.1.2.n$$

### - Contribución de la radiación solar directa

Consideremos, ahora, los rayos *directos* del sol según la dirección y sentido definidos por el vector unitario  $\vec{s}^*$ , que son incidentes en la lámina o capa de la atmósfera en  $d^2\Omega^*$  y bajo el ángulo  $|\vec{n}, \vec{s}^*| = \theta^*(z)$ . Si  $L_\lambda(\vec{s}^*; z)$  es la radiancia del disco solar visto desde la altitud  $z$ , un razonamiento análogo al seguido para obtener la relación 2.1.2.k, permite escribir que la parte del flujo directo dispersado por la capa en  $d^2\Omega$  según  $\vec{s}$ , aumenta  $dL_\lambda(\vec{s}; z)|_D$  en:

$$dL_\lambda(\vec{s}; z)|_I = \frac{1}{4\pi} \sigma_d(z) ds L_\lambda(\vec{s}^*; z) p(\vec{s}^*, \vec{s}; z) d^2\Omega^* \quad 2.1.2.o$$

Ahora bien, utilizando las relaciones 2.1.5.c y 2.1.5.i del capítulo II, se tiene:

$$L_\lambda(\vec{s}^*; z) = L_{o\lambda} \exp\left(-\int_z^\infty \frac{\sigma_e(z')}{\cos\theta^*(z')} dz'\right) \quad 2.1.2.p$$

donde  $L_{o\lambda}$  es la radiancia del disco solar fuera de la atmósfera. Entonces, remarcando que  $L_{o\lambda} d^2\Omega^*$  no es más que la irradiancia solar normal espectral fuera de la atmósfera,  $I_{o\lambda}$ , la relación 2.1.2.o se transforma en:

$$dL_{\lambda}(\bar{s}; z)|_I = \frac{\varpi(z)}{4\pi} \sigma_e(z) ds I_{o\lambda} p(\bar{s}^*, \bar{s}; z) \exp\left(-\int_z^{\infty} \frac{\sigma_e(z')}{\cos\theta^*(z')} dz'\right) \quad 2.1.2.q$$

### 2.1.3. La ecuación de transferencia radiativa

En balance, la variación que sufre la radiancia al atravesar la capa de la atmósfera comprendida entre  $z$  y  $z + dz$ , según la dirección y el sentido indicado por  $\bar{s}$ , es:

$$dL_{\lambda}(\bar{s}; z) = dL_{\lambda}(\bar{s}; z)|_D + dL_{\lambda}(\bar{s}; z)|_I \quad 2.1.3.a$$

Entonces, si se cambia  $ds$  por  $-dz/\cos\theta$ :

$$\begin{aligned} dL_{\lambda}(\bar{s}; z) = & \sigma_e(z) \{ L_{\lambda}(\bar{s}; z) \cdots \\ & \cdots - \frac{\varpi(z)}{4\pi} \left[ I_{o\lambda} p(\bar{s}^*, \bar{s}; z) \exp\left(-\int_z^{\infty} \frac{\sigma_e(z')}{\cos\theta^*(z')} dz'\right) \cdots \right. \\ & \left. \cdots + \iint_{4\pi sr} L_{\lambda}(\bar{s}'; z) p(\bar{s}', \bar{s}; z) d^2\Omega' \right] \} \frac{dz}{\cos\theta} \end{aligned} \quad 2.1.3.b$$

Introduciendo los acimuts  $\psi$ ,  $\psi'$  y  $\psi^*$  correspondientes a las direcciones  $\bar{s}$ ,  $\bar{s}'$  y  $\bar{s}^*$ , enteramente definidos por los pares respectivos de coordenadas de la referencia horizontal  $(\theta, \psi)$ ,  $(\theta', \psi')$  y  $[\theta^*(z), \psi^*]$ , es posible simplificar la escritura de la ecuación 2.1.3.b, por una parte admitiendo que  $\theta^*(z)$  es constante (e igual a  $\theta^*$ ) cualquiera que sea  $z$ , y de otra parte poniendo  $\sigma_e(z) dz = d\tau$ ,  $\cos\theta = \mu$ ,  $\cos\theta' = \mu'$  y  $\cos\theta^* = \mu^*$ . Así, la integral:

$$-\int_z^{\infty} \frac{\sigma_e(z')}{\cos \theta^*(z')} dz'$$

se reduce a  $-\tau/\mu^*$  por la definición del *espesor óptico*  $\tau$  (véase 2.1.5.d del capítulo II), y el ángulo sólido  $d^2\Omega'$ , igual a  $\sin\theta' d\theta' d\psi'$ , se vuelve en  $-d\mu' d\psi'$ . Lo que permite describir 2.1.3.b bajo la forma:

$$\begin{aligned} \frac{\mu dL_\lambda(\mu, \psi; z)}{d\tau} &= L_\lambda(\mu, \psi; z) \cdots \\ &\cdots - \frac{\varpi(z)}{4\pi} \left[ I_{o\lambda} p(\mu^*, \psi^*, \mu, \psi; z) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu^*}\right) \cdots \right. \\ &\left. \cdots + \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} L_\lambda(\mu', \psi'; z) p(\mu', \psi', \mu, \psi; z) d\mu' d\psi' \right] \end{aligned} \quad 2.1.3.c$$

El primer término del miembro de la derecha corresponde a la extinción sufrida por el flujo difuso direccional considerado, al atravesar la capa atmosférica. Los dos términos entre corchetes corresponden, a los aportes por difusión en la dirección dada, de la radiación directa y de la radiación difusa esférica respectivamente (fenómeno denominado « difusión o scattering múltiple »).

Existen numerosos métodos de resolución (numérica) de la ecuación 2.1.3.b o 2.1.3.c, que permiten obtener la radiancia espectral en todas las altitudes y según todas las direcciones. Entre los más utilizados podemos citar:

- el método de *ordenadas discretas* que consiste en discretizar los  $4\pi$  sr del espacio, para una altitud  $z$  dada, en  $2n$  ángulos sólidos definiendo  $2n$  direcciones medias para las cuales se buscan los  $2n$  valores posibles de la radiancia; se tiene entonces que resolver un sistema de  $2n$  ecuaciones diferenciales lineales establecidas sobre la base de la relación 2.1.3.c.
- El método de los *ordenes sucesivos de difusión* que consiste en ir sumando, a la radiancia obtenida al resolver la ETR en *difusión simple* (es decir, sin la integral doble de los aportes por difusión de la radiación difusa hemisférica), la sucesión de los términos de corrección

correspondientes a tener en cuenta respectivamente, la segunda difusión, después la tercera, la cuarta etc...

- el método denominado *de dos flujos* que consiste en transformar 2.1.3.c o sea la integración sobre el espacio, para poder trabajar directamente con las irradiancias (o densidades de flujo); esta transformación que no puede ser más que una aproximación, nos lleva a un sistema de dos ecuaciones diferenciales correspondiente a los flujos descendente y ascendente, respectivamente.

### **Observaciones:**

1. La ETR no es más que la ecuación que rige la evolución de la radiancia de la radiación *difusa*, de una capa delgada de atmósfera sobre otra.
2. Los ángulos  $\theta$  y  $\theta'$  no varían más que entre  $0$  y  $\pi$ , y pueden ser remplazados en tanto que variables de la ecuación 2.1.1.c, por  $\mu$  y  $\mu'$  respectivamente. El dominio de la variación correspondiente de estas nuevas variables es  $[+1, -1]$ , y los bordes (y por tanto el signo) de la integral en  $\mu'$  se han invertido.
3. Para resolver la ETR, se puede imponer las condiciones en los límites, siguientes:
  - Para todo  $\bar{s}$  descendente diferente de  $\bar{s}^*$ ,  $L_\lambda = 0$  en el límite superior de la atmósfera;
  - Para todo  $\bar{s}$  ascendente,  $L_\lambda = \rho_s(\lambda) G_{h\lambda} / \pi$  a nivel de suelo, equiparando este último a una fuente secundaria lambertiana de albedo  $\rho_s(\lambda)$ .
4. Se deben tomar precauciones en el infrarrojo debido a la absorción selectiva, en general, bajo la forma de espectros de líneas o rayas separadas (véase § 2.2 del capítulo II).

### 2.1.4. Formulación de la ETR para el cálculo de la radiancia solar UV

Los procesos de interacción de la radiación solar-atmósfera activos en la banda de la región UV, se limitan, como sabemos, a la absorción selectiva por el ozono, a la difusión Rayleigh y a la difusión, con absorción continua, por los aerosoles. A título de ejemplo, nos proponemos adaptar la ecuación 2.1.3.b para esta banda, explicitando los coeficientes de extinción y las funciones de fase relativas a estos procesos. A fin de aligerar la escritura, las variables  $z$  y  $\vec{s}$  que aparecen hasta ahora se omitirán. Utilizando, entonces, los mismos índices distintivos que los de § 1.1.2., el coeficiente de extinción total se escribe como la suma:

$$\sigma_e = \sigma_O + \sigma_R + \sigma_A \quad 2.1.4.a$$

con  $\varpi_O = 0$ , ya que el ozono no produce más que absorción;

$\varpi_R = 1$ , ya que el proceso de extinción Rayleigh se reduce a difusión pura;

$\varpi_A = \sigma_{dA} / \sigma_A$ , si se descompone  $\sigma_A$  en la suma  $\sigma_{aA} + \sigma_{dA}$  de un coeficiente de extinción por absorción y otro por difusión.

Según las relaciones 2.1.2.n, 2.1.2.o y 2.1.2.p, las variaciones  $dL_\lambda|_D$  y  $dL_\lambda|_I$  sufridas por la radiancia según  $\vec{s}$  al atravesar una capa de atmósfera a la altitud  $z$  y de espesor  $dz$ , pueden formularse, admitiendo que los efectos de los tres procesos se *suman*:

$$dL_\lambda|_D = \left[ -\sigma_O L_\lambda - \sigma_R \left( L_\lambda - \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi sr} L_\lambda p_R(\vec{s}') d^2\Omega' \right) - \sigma_A \left( L_\lambda - \frac{\varpi_A}{4\pi} \iint_{4\pi sr} L_\lambda p_A(\vec{s}') d^2\Omega' \right) \right] ds$$

y

$$dL_\lambda|_I = \frac{1}{4\pi} [\sigma_R p_R(\vec{s}^*) + \sigma_{dA} p_A(\vec{s}^*)] ds L_\lambda(\vec{s}^*) d^2\Omega^* \quad 2.1.4.b$$

con:

$$L_\lambda(\vec{s}^*) = L_{o\lambda} \exp\left(-\int_z^\infty \frac{\sigma_e}{\cos\theta^*} dz'\right) \quad \text{y} \quad ds = -\frac{dz}{\cos\theta};$$

$p_R$  y  $p_A$  representan, respectivamente, las funciones de fase de Rayleigh y de aerosoles.

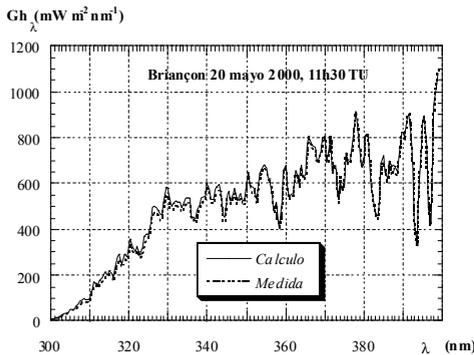
Resulta, en el balance, que la variación total de radiancia puede ponerse en la forma:

$$\begin{aligned}
 dL_\lambda &= \sigma_e \left\{ L_\lambda \dots \right. \\
 &\dots - \frac{1}{4\pi} \left[ I_{o\lambda} \frac{\sigma_R p_R(\vec{s}^*) + \sigma_{dA} p_A(\vec{s}^*)}{\sigma_e} \exp\left(-\int_z^\infty \frac{\sigma_e}{\cos\theta^*} dz'\right) \dots \right. \\
 &\left. \left. \dots + \iint_{4\pi sr} L_\lambda \frac{\sigma_R p_R(\vec{s}') + \sigma_A \varpi_A p_A(\vec{s}')}{\sigma_e} d^2\Omega' \right] \right\} \frac{dz}{\cos\theta}
 \end{aligned} \tag{2.1.4.c}$$

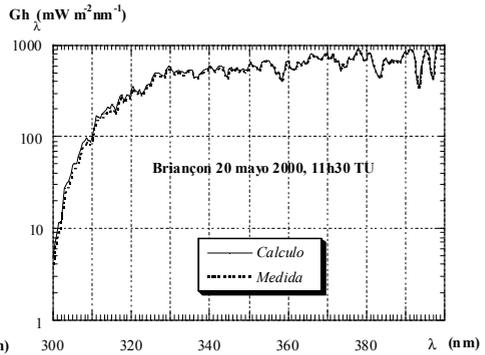
de donde se deduce fácilmente que, en la relación 2.1.3.b, los productos  $\varpi p(\vec{s}^*)$  y  $\varpi p(\vec{s}')$ , deben ser respectivamente identificados con:

$$\frac{\sigma_R p_R(\vec{s}^*) + \sigma_{dA} p_A(\vec{s}^*)}{\sigma_e} \quad \text{y} \quad \frac{\sigma_R p_R(\vec{s}') + \sigma_{dA} p_A(\vec{s}')}{\sigma_e} \tag{2.1.4.d}$$

Las gráficas 2.1.4.a y 2.1.4.b presentan espectros de irradiancia global medidos y calculados (para las condiciones de medida), con un paso de 0,5 nm en la región del UV. La parte difusa del espectro calculado ha sido obtenida mediante la resolución de la ETR.



2.1.4.a



2.1.4.b

### 2.1.5. Nota sobre el código de cálculo LOWTRAN

Se ha expuesto brevemente, en el parágrafo 2.2. del capítulo II, los problemas que aparecían en la determinación experimental de los coeficientes volúmicos de absorción de los gases, cuando se presentaban líneas de absorción separadas. Estas líneas tenían, en efecto, una anchura muy inferior a la *resolución* de los instrumentos utilizados para la medida de los factores de transmisión (véase el parágrafo 2.1.3. del capítulo IV), recurriéndose entonces a los *modelos de banda* elaborados a partir de hipótesis relativas a su perfil, a su intensidad y a su distribución. El código LOWTRAN desarrollado por el Laboratorio de Geofísica de la Armada del Aire de los Estados Unidos (Air Force Geophysics Laboratory (OPI), Hanscom AFB, Massachusetts 01731, USA), es un algoritmo que, sobre la base de estos modelos de banda, calcula la transmitancia de la atmósfera entre los extremos de un trayecto cualquiera (no excediendo la centena de km de longitud). La absorción selectiva es debida obviamente a los gases activos para las longitudes de onda larga como el oxígeno, el vapor de agua, el dióxido de carbono... Este código es pues particularmente útil en espectroscopía infrarroja. Mejorado regularmente (varias versiones), LOWTRAN determina, también, la radiancia del cielo en todas las direcciones y tiene en cuenta, para ello, la atenuación por difusión Rayleigh y difusión Mie. Las transmitancias y las radiancias pueden ser obtenidas sobre una rango muy extenso de longitudes de onda que van desde  $0,25 \mu m$  a  $28,5 \mu m$ ; estas son promediadas sobre un intervalo de *número de onda* de  $20 \text{ cm}^{-1}$  (o sea sobre  $0,125 \text{ nm}$  en  $0,25 \mu m$ , y sobre  $1600 \text{ nm}$  en  $28,5 \mu m$ ), con un paso de  $5 \text{ cm}^{-1}$  (o sea de  $0,03 \text{ nm}$  en  $0,25 \mu m$ , y de  $400 \text{ nm}$  en  $28,5 \mu m$ ). Para efectuar estos cálculos, el LOWTRAN dispone de una vasta biblioteca de modelos de atmósfera, de modelos de aerosoles, de niebla, de nubes, y de lluvia.

#### **Observación:**

Tomando la diferencial de la relación  $\nu' = 10^7 / \lambda$  entre el *número de onda*  $\nu'$  (expresado en  $\text{cm}^{-1}$ ) y la longitud de onda  $\lambda$  (expresada en  $\text{nm}$ ), ya dada en § 2.2.4.

del capítulo II, se obtiene la aproximación  $\delta\lambda \approx 10^{-7} \lambda^2 \delta\nu'$  que liga entre ellas las *variaciones* finitas,  $\delta\nu'$  y  $\delta\lambda$ , de estas dos magnitudes respectivas. Esta expresión permite establecer cómodamente una correspondencia entre los *intervalos* de número de onda (en  $cm^{-1}$ ) y los intervalos de longitud de onda (en  $nm$ ), suponiendo que estos no sean demasiado largos.

## 2.2. El método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo está basado en la concepción probabilista del comportamiento de los fotones solares en la atmósfera. El método implica, como veremos más tarde, el uso de números aleatorios como los obtenidos en el juego de la ruleta de un casino, de ahí proviene el nombre de « Monte Carlo » villa símbolo de los juegos de azar. Se supone, en efecto, que los acontecimientos que determinan la forma de una trayectoria de un fotón, a saber las *desviaciones* y las *absorciones* (causadas, las unas y las otras, bien por moléculas, aerosoles, o bien por el suelo) se producen siempre de manera aleatoria. Así el flujo solar que penetra en la capa atmosférica, puede ser visto como un haz paralelo de una miríada de fotones cuyos trayectos particulares se *individualizan* progresivamente, al azar de estos eventos. Si todas estas trayectorias particulares fuesen perfectamente conocidas, sería posible determinar, en todo punto de la atmósfera, las magnitudes energéticas que nos interesan, es decir el flujo, la radiancia, la intensidad, la irradiancia... (sabiendo, desde luego, que un fotón de velocidad  $c$  y de longitud de onda  $\lambda$  porta la *energía*  $h c / \lambda$ ).

El *cálculo* de la trayectoria de un fotón *ficticio* en una atmósfera dada no presenta dificultades en principio, toda vez que son bien conocidas las *leyes de azar* que rigen los acontecimientos determinantes de su recorrido. Se postula, entonces, que el conjunto de las trayectorias descritas por un gran número de fotones *reales* monocromáticos, con la misma velocidad en un haz de rayos paralelos, puede ser representado correctamente - es lo que se llama *simulación* - por el conjunto de las trayectorias *calculadas* de un único fotón *ficticio* de la misma longitud de onda, lanzado virtualmente un gran número de veces en las mismas condiciones que los fotones reales. La experiencia muestra sin embargo que, para obtener un valor fiable del flujo espectral

direccionales en un punto dado de la atmósfera, el número de lanzamientos ficticios de fotones a realizar es de varios centenares de miles. A pesar de la mejora constante en la eficacia de los micro-ordenadores, los tiempos de cálculo requeridos por el método de Monte Carlo, siguen siendo importantes.

**Observaciones:**

1. Es posible reducir el número de lanzamientos ficticios utilizando la ley del *retorno inverso* de la luz, que permite hacer jugar al lugar de observación el papel de emisor de fotones útiles, y al sol el de receptor.
2. Dado que las velocidades de los fotones son extremadamente grandes con respecto a las distancias a recorrer y al tiempo que se precisa para cualquier modificación significativa del estado de la atmósfera, los flujos ficticios calculados pueden ser vistos como obtenidos una vez establecido el *régimen estacionario*.

**2.2.1. Las leyes de probabilidad que gobiernan las trayectorias de los fotones**

Antes de desaparecer, debido a su *absorción* o a su reenvío hacia el espacio exterior, un fotón solar habrá descrito una trayectoria compuesta de un único segmento de recta, o bien de varios segmentos conformando una *línea quebrada*. En este último caso, cada segmento corresponde a una *desviación* que puede ser debida, bien a una *difusión* (como la estudiada en el parágrafo 3. del capítulo II) por una molécula o por un aerosol, bien a una *reflexión* en la superficie del suelo.

Así las *magnitudes* y los *procesos* que es preciso conocer para que la trayectoria de un fotón sea enteramente determinada, pueden resumirse finalmente en:

1. La *longitud* de cada trayecto rectilíneo, entre un punto de desviación (o el punto de entrada en la atmósfera) y el punto de desviación siguiente (o de absorción final);
2. La ocurrencia, sea de una *difusión*, o de una *absorción*, al final de cada trayecto rectilíneo *que no alcanza el suelo*;
3. Los *dos ángulos* que hacen referencia, en el espacio, a la desviación que sufre en el caso de un proceso de “scattering” al final de un trayecto rectilíneo;

4. La ocurrencia, sea de una *reflexión*, o de una *absorción*, al final de los trayectos rectilíneos *que terminan en el suelo*;
5. Los *dos ángulos* que hacen referencia a la dirección de vuelta, en el caso de *reflexión* en el suelo.

Puesto que el método de Monte Carlo admite, en principio, un comportamiento aleatorio de los fotones sobre su trayectoria, los valores de las magnitudes y el desencadenamiento de los procesos arriba descritos deben resultar del azar. Pero, en cada caso, se trata de un azar « organizado » en una *ley de probabilidad* que es posible conocer y expresar en función de parámetros que nos son familiares, como lo muestran los desarrollos siguientes:

1. *Probabilidad de una longitud  $s$  de un trayecto rectilíneo (sin llegar al suelo)*: la relación 2.1.5.a del capítulo II, escrita aquí como  $d^4\Phi_\lambda(s_s) = d^4\Phi_\lambda(s_e) \exp[-\delta_e(\lambda)]$ , expresa el flujo espectral direccional que emerge por la salida  $s_s$  de una porción *finita* de un trayecto  $[s_e s_s]$ , en función del flujo espectral direccional que penetró por la entrada  $s_e$ . Expresa, también, el número  $N_1$  de fotones que salen (cada segundo) por  $s_s$ , relativa al número  $N$ , que entra (cada segundo) por  $s_e$ . Se puede decir que  $N_1$  representa finalmente el número de fotones que, de entre los  $N$ , recorren una distancia al menos igual a la longitud  $s$  de  $[s_e s_s]$ . Admitiendo entonces, que la atmósfera tiene sobre  $[s_e s_s]$  un coeficiente volúmico de extinción  $\sigma_e$  *homogéneo*, y por tanto un espesor óptico que se puede reducir a  $\delta_e = \sigma_e s$  según la relación 2.1.5.b del capítulo II, la igualdad 2.1.5.a permite escribir:

$$N_1 = N \exp[-\delta_e] = N \exp[-\sigma_e s] \quad 2.2.1.a$$

Así, el número  $dN_1$  de fotones que, entre los  $N$ , pueden recorrer una distancia entre  $s$  y  $s + ds$ , es:

$$dN_1 = |-\sigma_e N \exp[-\sigma_e s] ds| = \sigma_e N \exp[-\sigma_e s] ds \quad 2.2.1.b$$

y la *probabilidad* de que un fotón recorra una distancia entre  $s$  y  $s + ds$ , se escribirá:

$$dP_1 = \frac{dN_1}{N} = \sigma_e \exp[-\sigma_e s] ds \quad 2.2.1.c$$

2. *Probabilidad de la ocurrencia de una difusión (dispersión)*: el albedo de “scattering” simple,  $\varpi$ , definido como la razón de los coeficientes volúmicos de difusión (scattering) y de extinción de la atmósfera en un punto, es también la razón del *flujo dispersado* a la suma de los *flujos dispersados* y *absorbidos* en ese punto (ver la observación 2. del § 2.1.5. y la definición 2.1.4.a del coeficiente volúmico de extinción, del capítulo II). En consecuencia, la *probabilidad* de que un fotón, *llegado al final de su trayecto rectilíneo* (y destinado a sufrir, sin escapatoria posible, una *absorción* o bien una *difusión*), sea *difundido*, es:

$$P_2 = \varpi ; \quad 2.2.1.d$$

la *probabilidad* de que sea *absorbido* es, evidentemente, el valor complementario  $1 - \varpi$ .

3. *Probabilidad de los ángulos ( $\theta, \psi$ ) de una difusión*: según la observación 3. de § 2.3.2., capítulo II, la *probabilidad* de que un fotón dispersado en un punto por una molécula o una partícula, haya sido desviado de su dirección inicial en un ángulo comprendido entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$ , es:

$$dP_3 = \frac{1}{2} p(\theta) \sin \theta d\theta \quad 2.2.1.e$$

donde  $p(\theta)$  es la *función de fase* de la partícula activa. El pseudo acimut  $\psi$  de esta difusión (« pseudo » ya que se determina en una referencia no necesariamente horizontal: ver, más tarde, las figuras 2.2.5.a y b) puede considerarse, en cuanto a sí mismo, como *equiprobable* de 0 a  $2\pi$ ; es decir tiene *igual probabilidad* de tomar cualquier valor sobre el intervalo  $[0, 2\pi]$ .

4. *Probabilidad de ocurrencia de una reflexión:* el albedo del suelo,  $\rho_s$ , es la razón del flujo reflejado por el suelo al flujo incidente, la *probabilidad* de que un fotón que llega al suelo se *refleje*, es, simplemente :

$$P_4 = \rho_s ; \quad 2.2.1.f$$

la probabilidad de que sea *absorbido* es, entonces,  $1 - \rho_s$  .

5. *Probabilidad de una dirección  $(\theta_r, \psi_r)$  de reflexión:* en el caso simple donde el suelo es una superficie horizontal *lambertiana* con una simetría axial alrededor de la vertical, la *probabilidad* de que un fotón sea *reflejado*, según un ángulo comprendido entre  $\theta_r$  y  $\theta_r + d\theta_r$ , es, de acuerdo a la relación 3.1.2.a del capítulo I:

$$\begin{aligned} dP_5 &= \frac{\iint_{[\theta_r, \theta_r + d\theta_r]} d^6 \Phi_{\lambda_r} L''_{\lambda_r} d^2 S \cos \theta_r \iint d^2 \Omega_r}{\iint_{\cap} d^6 \Phi_{\lambda_r} L''_{\lambda_r} d^2 S \iint_{\cap} \cos \theta_r d^2 \Omega_r} = \dots \\ &\dots \frac{L''_{\lambda_r} d^2 S \cos \theta_r 2\pi \sin \theta_r d\theta_r}{L''_{\lambda_r} d^2 S \pi} = 2 \cos \theta_r \sin \theta_r d\theta_r \quad 2.2.1.g \end{aligned}$$

El acimut  $\psi_r$  de esta reflexión, en cuanto a si mismo, puede ser considerado como *equiprobable* de 0 a  $2\pi$  en razón de la supuesta simetría axial del suelo.

### **Observación:**

Las relaciones anteriores muestran que ni los valores de las magnitudes determinantes (salvo los ángulos  $\psi$  y  $\psi_r$ ), ni los diversos procesos posibles, son *equiprobables*. En efecto, la probabilidad de que aparezca un valor dado de  $s$ ,  $\theta$  o de  $\theta_r$  es una función más o menos simple de este mismo valor; igualmente, la probabilidad de que una desviación (por difusión o reflexión) se produzca en lugar de una absorción es, a priori, diferente del 50%...

### 2.2.2. Los procedimientos prácticos de elección aleatoria

Para obtener que en cada etapa de una trayectoria, los valores de las magnitudes y la naturaleza de los procesos que van a determinar los sucesos del recorrido sean escogidos « al azar » como lo requiere el método de Monte Carlo, hace falta disponer de medios que permitan lo que se denomina « echar a suertes ». Las únicas tiradas aleatorias a las cuales se puede proceder en la práctica, son los de números *equiprobables*, comprendidos entre 0 y 1, susceptibles de ser generados por micro-ordenadores. El problema es pues establecer entre estos números y los valores de las magnitudes o la naturaleza de los procesos a definir, correspondencias que respeten las leyes de probabilidad establecidas en el párrafo precedente. Las soluciones que pueden ser aportadas a este problema, aparentemente complicado de resolver, depende esencialmente del número de elecciones aleatorias.

#### - Método de elección aleatorio entre dos procesos

El procedimiento que permite hacer corresponder a los valores de los números equiprobables generados por un micro-ordenador, la elección de un proceso entre dos posibles, como la *difusión* o la *absorción* por ejemplo, es remarcablemente simple. En efecto, generados en gran cantidad, estos números equiprobables deben, propiamente, estar repartidos *uniformemente* entre 0 y 1; se encuentra pues necesariamente la *parte*  $P$  entre 0 y  $P$  (con  $0 \leq P \leq 1$ , evidentemente). En consecuencia, si al fotón que llega al extremo final de un trayecto se le asigna uno de estos números, y si se conviene en que este fotón sea *difundido* por una molécula, o un aerosol, cuando el número de tiradas generado sea inferior o igual a la probabilidad  $P_2$ , se obtendrá que, de  $N$  fotones que llegan al final de la trayectoria (con  $N$  muy grande), la parte  $P_2 = \varpi$  habrá sido dispersada como se deseaba.

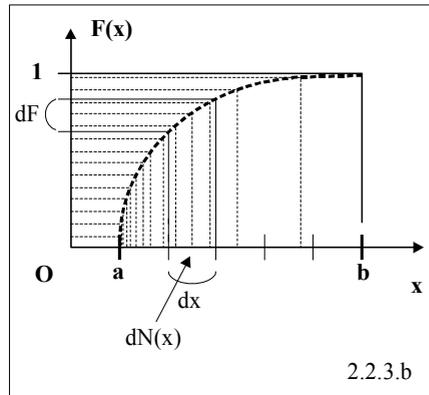
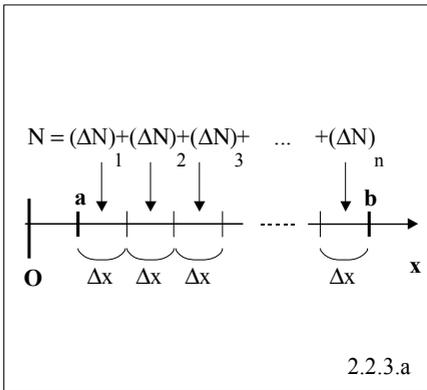
El mismo procedimiento puede ser aplicado a los fotones que presenten la probabilidad  $P_4 = \rho_s$  de ser *reflejados* por el suelo.

**- Método de elección aleatoria del valor de una magnitud continua**

Los valores posibles de las *magnitudes continuas*  $s$ ,  $\theta$ , y  $\theta_r$ , son un número infinito y se distribuyen sobre los intervalos respectivos  $[0, \infty]$ ,  $[0, \pi]$ , y  $[0, \pi/2]$ . El procedimiento que permite una elección aleatoria a partir de números equiprobables que genera un micro-ordenador, hace referencia a las *funciones de distribución* de estas magnitudes. La definición y algunas propiedades elementales de estas funciones particulares, son presentadas en el párrafo siguiente. Hacemos notar que el recurso de las funciones de distribución es superfluo para los ángulos equiprobables  $\psi$  y  $\psi_r$ , puesto que todo número equiprobable sobre el intervalo  $[0,1]$  puede ser considerado como la razón a  $2\pi$  de una u otra de estas magnitudes.

**2.2.3. La elección aleatoria de la función de distribución**

Para comprender la noción de función de distribución, imaginemos un fenómeno físico que produce un resultado medible, cuyo valor está siempre comprendido entre los dos números reales  $a$  y  $b$ , que parece ser aleatorio.



Repetiendo entonces  $N$  veces la experiencia, se recogen  $N$  resultados bajo la forma de  $N$  números reales, que se pueden dibujar sobre el eje  $O\bar{x}$  de un gráfico (ver la figura 2.2.3.a). Después de haber dividido el intervalo  $[a, b]$  de  $O\bar{x}$  en  $n$  intervalos de

la misma anchura  $\Delta x = (b - a) / n$ , se tiene así  $(\Delta N)_1$  números entre  $a$  y  $a + \Delta x$ ,  $(\Delta N)_2$  entre  $a + \Delta x$  y  $a + 2\Delta x$ , ...,  $(\Delta N)_i$  entre  $a + (i - 1)\Delta x$  y  $a + i\Delta x$ , ..., y finalmente  $(\Delta N)_n$  entre  $a + (n - 1)\Delta x$  y  $b$ . Si  $N$  es muy grande y si podemos asegurar que toda la serie de  $N$  experiencias termina siempre en la misma distribución sobre  $[a, b]$ , la *probabilidad* de que este fenómeno produzca un número real comprendido entre  $a + (i - 1)\Delta x$  y  $a + i\Delta x$  (para todo  $i \in [1, n]$ ) es, como se sabe, la razón  $(\Delta N)_i / N$ . En consecuencia, la probabilidad de obtener un número real entre  $a$  y  $a + i\Delta x$ , o la probabilidad *acumulada* sobre este intervalo, es la suma:

$$\sum_{j=1}^i \frac{(\Delta N)_j}{N}, \tag{2.2.3.a}$$

y se define la *densidad de probabilidad* sobre uno cualquiera de los intervalos  $[a + (i - 1)\Delta x, a + i\Delta x]$ , como:

$$\frac{1}{\Delta x} \frac{(\Delta N)_i}{N}. \tag{2.2.3.b}$$

Si suponemos ahora que podemos asimilar la anchura del intervalo  $\Delta x$  a un elemento diferencial  $dx$ , la *probabilidad* definida antes nos lleva a la *probabilidad* de obtener un número real comprendido entre  $x$  y  $x + dx$  (sobre el intervalo  $[a, b]$  de los valores posibles de  $x$ ), o bien la razón:

$$\frac{dN(x)}{N}, \tag{2.2.3.c}$$

Si  $dN(x)$  es la cantidad de valores obtenidos en este intervalo. La probabilidad *acumulada* se escribe entonces:

$$\int_{x'=a}^{x'=x} \frac{dN(x')}{N} \quad \text{o bien} \quad \int_{x'=a}^{x'=x} dF(x') = F(x) - F(a), \tag{2.2.3.d}$$

si se pone  $dN(x) / N = dF(x)$ . Finalmente, la *densidad de probabilidad* es:

$$\frac{1}{dx} \frac{dN(x)}{N} = \frac{dF(x)}{dx} = f(x) \tag{2.2.3.e}$$

En el caso particular en el que todo número real producido por el fenómeno es *equiprobable*, la densidad  $f(x)$  es evidentemente constante sobre el intervalo  $[a, b]$ . A la inversa, si  $f(x)$  es una constante sobre  $[a, b]$ , todos los números reales de este intervalo son *equiprobables*.

La llamada *función de distribución*,  $F(x)$ , posee entonces dos propiedades muy importantes:

- la primera es la de tener un mínimo nulo (pues la probabilidad acumulada va desde un mínimo, necesariamente igual a *cero*, para  $x = a$ ), y un máximo igual a la unidad (para  $x = b$ );

- la segunda es la de presentar, una *densidad de probabilidad* de sus propios valores, *constante* sobre el dominio  $[0,1]$  de sus variaciones (ver la figura 2.2.3.b). En efecto, a los  $dN(x)$  números reales obtenidos entre  $x$  y  $x + dx$ , corresponden  $dN(x)$  valores de la función de distribución, que están comprendidos entre  $F(x)$  y  $F(x + dx) = F(x) + dF(x)$ . La probabilidad de que esta función tome un valor sobre el intervalo  $[F(x), F(x) + dF(x)]$  es pues, también,  $dN(x)/N$ . Se sigue entonces que su *densidad de probabilidad sobre este mismo intervalo* se escribe como:

$$\frac{1}{dF(x)} \frac{dN(x)}{N} \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{dF(x)/dx} \frac{1}{dx} \frac{dN(x)}{N} = \frac{f(x)}{f(x)} = 1 \quad 2.2.3.f$$

Se puede pues concluir, que a toda magnitud cuyo valor esta regido por una ley de probabilidad estable, se le puede asociar una *función de distribución* que presenta la particularidad de tener sus propios valores *equiprobables* y distribuidos sobre el intervalo  $[0,1]$ . *Inversamente*,  $N$  números aleatorios tales que generados por un micro-ordenador (es decir equiprobables y comprendidos entre 0 y 1) pueden ser asimilados, si  $N$  es muy grande, a  $N$  valores de la *función de distribución* de una magnitud aleatoria cualquiera que ésta sea; si esta función es conocida, estos  $N$  valores permiten calcular  $N$  valores *aleatorios* de esa magnitud, de acuerdo con la ley de probabilidad que la rige.

**Observación:**

Dado que  $dN(x)$  es un infinitésimo, las probabilidades  $dN(x)/N$  no son evidentemente evaluables. Solo  $F(x)$  y  $f(x)$  pueden ser numéricamente determinadas.

**2.2.4. Las funciones de distribución de las magnitudes determinantes**

Las leyes de probabilidad que gobiernan  $s$ ,  $\theta$  y  $\theta_r$  fueron ya establecidas en § 2.2.1., y por tanto la definición dada en 2.2.3.d permite determinar inmediatamente las funciones de distribución de estas tres magnitudes. En efecto, para obtener  $F_1(s)$  función de distribución relativa de la longitud  $s$  de un trayecto rectilíneo, basta escribir que:

$$\int_{s'=0}^s dP_1 = F_1(s) - F_1(0) = F_1(s) \quad \text{y}$$

$$F_1(s) = \int_{s'=0}^s \sigma_e \exp[-\sigma_e s'] ds' = 1 - \exp[-\sigma_e s] \quad 2.2.4.a$$

Igualmente para determinar  $F_3(\theta)$ , función de distribución del ángulo  $\theta$  de dispersión por una molécula o un aerosol, podemos escribir:

$$\int_{\theta'=0}^{\theta} dP_3 = F_3(\theta) \quad \text{con} \quad F_3(\theta) = \frac{1}{2} \int_{\theta'=0}^{\theta} p(\theta') \sin \theta' d\theta' \quad 2.2.4.b$$

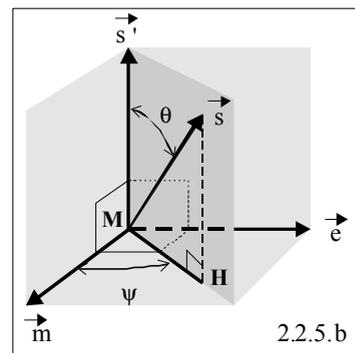
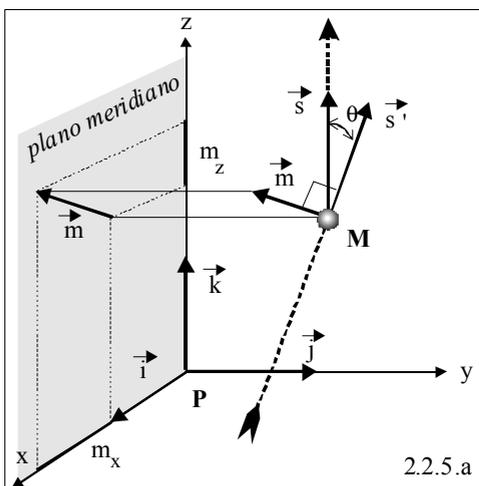
Finalmente, para obtener la función de distribución del ángulo  $\theta_r$  de una reflexión sobre un suelo horizontal y *lambertiano*, que presenta una simetría de rotación alrededor de la vertical, escribiremos:

$$\int_{\theta_r'=0}^{\theta_r} dP_5 = F_5(\theta_r) \quad \text{con} \quad F_5(\theta_r) = \int_{\theta_r'=0}^{\theta_r} 2 \cos \theta_r' \sin \theta_r' d\theta_r' = \sin^2 \theta_r \quad 2.2.4.c$$

Los valores *aleatorios* de  $s$ ,  $\theta$  y  $\theta_r$  pueden así ser obtenidos muy fácilmente, igualando sus funciones de distribución respectivas a números equiprobables, sacados al azar entre 0 y 1 .

### 2.2.5. Los cosenos directores de una dirección de dispersión o de reflexión

Para establecer *completamente* la trayectoria de un fotón (o fotones) en la atmósfera, no basta conocer los métodos de elección aleatoria de las magnitudes y de los procesos determinantes, tal y como han sido detallados en § 2.2.2., 2.2.3. y 2.2.4.. Se necesita, además, determinar la serie de *coordenadas* -en una referencia fija- de los puntos sucesivos de cambio de dirección sufridos por el fotón desde el comienzo de su recorrido. Las coordenadas pueden ser calculadas, de una en una, a medida que las tiradas aleatorias efectuadas dan las longitudes o las porciones de trayecto rectilíneos, y las parejas de ángulos  $(\theta, \psi)$  de las dispersiones que son la causa de estos cambios (la dispersión es el único proceso de desviación previsto por el momento). Pero para ello es necesario disponer de relaciones que permitan deducir los *cosenos directores* relativos a la nueva dirección tomada, a partir de los cosenos directores de la dirección precedente. En las líneas que siguen, se propone precisamente, establecer tales relaciones.



Sea  $M$  un punto de coordenadas conocidas donde se produce la difusión o dispersión de un fotón, y sea  $\vec{s}'$  el vector unitario indicando la dirección y el sentido del camino rectilíneo seguido hasta  $M$  por este fotón. Sea  $\vec{s}$ , con  $(\vec{s}', \vec{s}) = \theta$ , el vector unitario del nuevo trayecto rectilíneo seguido por el fotón a partir de  $M$  (figura 2.2.5.a). Entonces, en la referencia horizontal  $[Pxyz]$  de vectores unitarios  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , donde  $[Pxz]$  es el *plano meridiano* del lugar considerado y  $P\vec{z}$  es su vertical (véase § 1.2.1. del capítulo II), se puede escribir:

$$\vec{s}' = a' \vec{i} + b' \vec{j} + c' \vec{k} \quad \text{y} \quad \vec{s} = a \vec{i} + b \vec{j} + c \vec{k} \quad 2.2.5.a$$

$a', b', c'$  y  $a, b, c$  son, por definición, los *cosenos directores* respectivos de  $\vec{s}'$  y  $\vec{s}$  en  $[Pxyz]$ . Tomemos, ahora, una referencia temporal que tenga por centro  $M$ , y por conjunto de vectores unitarios, un trio  $(\vec{m}, \vec{e}, \vec{s}')$  dispuesto en triedro trirectángulo directo (figura 2.2.5.b); el vector unitario  $\vec{m}$  tomado paralelo al plano  $[Pxz]$  (figura 2.2.5.a), es elegido en sentido tal que  $|\vec{m}, \vec{i}| < \pi/2$ . Entonces, si  $\psi$  es el ángulo (pseudo acimut) de  $\vec{m}$  con el plano  $[\vec{s}', \vec{s}]$ , se tiene:

$$\vec{s} = \sin \theta \cos \psi \vec{m} + \sin \theta \sin \psi \vec{e} + \cos \theta \vec{s}' \quad 2.2.5.b$$

Determinemos, ahora, las coordenadas  $m_x, m_y, m_z$  de  $\vec{m}$ , y las  $e_x, e_y, e_z$  de  $\vec{e}$ , en la referencia  $[Pxyz]$ :

- Como el vector  $\vec{m}$  es unitario y paralelo a  $[Pxz]$  por hipótesis, se tiene  $m_y = 0$  y entonces  $m_x^2 + m_z^2 = 1$ . Como la terna  $(\vec{m}, \vec{e}, \vec{s}')$  define un trirectángulo, se puede escribir  $\vec{m} \cdot \vec{s}' = 0$ , y por tanto  $m_x a' + m_z c' = 0$ . En consecuencia, como  $|\vec{m}, \vec{i}| < \pi/2$ , la componente  $m_x$  es positiva y tal que:

$$m_x = \frac{|c'|}{\sqrt{a'^2 + c'^2}} \quad \text{de donde} \quad m_z = \frac{-a'|c'|}{c' \sqrt{a'^2 + c'^2}} \quad 2.2.5.c$$

- Como el trio  $(\vec{m}, \vec{e}, \vec{s}')$  es directo, se tiene pues que  $\vec{s}' \wedge \vec{m} = \vec{e}$ , de donde:

$$e_x = b' m_z \quad e_y = c' m_x - a' m_z \quad e_z = -b' m_x \quad 2.2.5.d$$

Remplazando  $\vec{m}$  por  $m_x \vec{i} + m_y \vec{j} + m_z \vec{k}$  y  $\vec{e}$  por  $e_x \vec{i} + e_y \vec{j} + e_z \vec{k}$ , en la relación 2.2.5.b, e identificando la expresión de  $\vec{s}$  así obtenida a la dada en 2.2.5.a, se obtiene:

$$a = \frac{|c'|}{\sqrt{a'^2 + c'^2}} \sin \theta \cos \psi - \frac{a' b' |c'|}{c' \sqrt{a'^2 + c'^2}} \sin \theta \sin \psi + a' \cos \theta$$

$$b = \left( \frac{c' |c'|}{\sqrt{a'^2 + c'^2}} + \frac{a'^2 |c'|}{c' \sqrt{a'^2 + c'^2}} \right) \sin \theta \sin \psi + b' \cos \theta \quad 2.2.5.e$$

$$c = -\frac{a' |c'|}{c' \sqrt{a'^2 + c'^2}} \sin \theta \cos \psi - \frac{b' |c'|}{\sqrt{a'^2 + c'^2}} \sin \theta \sin \psi + c' \cos \theta$$

**Observaciones:**

1. Como necesariamente  $a'^2 + b'^2 + c'^2 = 1$ , se tiene  $a'^2 + c'^2 = 1 - b'^2$ . Entonces, poniendo  $\cos \theta = \mu$ , o bien  $\sin \theta = \sqrt{1 - \mu^2}$  ya que  $0 < \theta < \pi$ , las tres relaciones precedentes pueden escribirse:

$$a = a' \mu + \frac{|c'|}{c'} (c' \cos \psi - a' b' \sin \psi) \sqrt{\frac{1 - \mu^2}{1 - b'^2}}$$

$$b = b' \mu + \frac{|c'|}{c'} (1 - b'^2) \sin \psi \sqrt{\frac{1 - \mu^2}{1 - b'^2}}$$

2.2.5.f

$$c = c' \mu - \frac{|c'|}{c'} (a' \cos \psi + b' c' \sin \psi) \sqrt{\frac{1 - \mu^2}{1 - b'^2}}$$

2. Si  $s$  es la longitud del nuevo trayecto rectilíneo partiendo de  $M$  según  $\vec{s}$ , y si  $(x, y, z)$  son las coordenadas de  $M$  en  $[Oxyz]$ , las coordenadas del extremo de este nuevo segmento son, evidentemente  $x + a s, y + b s, z + c s$ .
3. Las relaciones 2.2.5.e y 2.2.5.f son aún válidas para la *reflexión* de un fotón sobre un suelo horizontal. Pero, la desviación  $\theta_r$  se cuenta generalmente a partir de la vertical que sube del lugar, es  $\vec{k}$  quien reemplaza a  $\vec{s}'$ . Se tiene así  $a' = b' = 0$  y  $c' = 1$ .



### *Ejercicios y problemas*

1. Se quiere evaluar la anisotropía de la radiancia UV del cielo producida por los aerosoles troposféricos. Para ello se supone que los aerosoles forman por encima del suelo una capa homogénea de espesor constante  $h$  (alrededor de  $1000\text{ m}$ ), en la cual la dispersión Rayleigh y la re-dispersión pueden ser despreciadas. Por encima de esta capa se sitúa la atmósfera pura, y por debajo el albedo del suelo es casi nulo. A partir de la formulación 2.1.3.b de la ETR, se pide establecer una expresión (aproximada) de la radiancia del cielo vista desde el suelo,  $L_\lambda(\theta, \psi)$ , en la dirección del vector unitario  $-\bar{s}$  definido por los ángulos  $(\theta, \psi)$  de coordenadas horizontales, en función de la radiancia espectral del cielo vista desde la cima de la capa de aerosoles,  $L_\lambda(\theta, \psi; h)$ . Para ello, se puede asimilar  $dL_\lambda$  a la diferencia  $L_\lambda(\theta, \psi) - L_\lambda(\theta, \psi; h)$ ,  $dz$  a  $h$  y tomar para la función de fase de los aerosoles la relación de Henyey-Greenstein (véase el ejercicio 6. de § 2. capítulo II); en tanto que sea posible, se explicitarán los ángulos  $\theta$  y  $\psi$  de la dirección de interés, así como ángulo cenital  $\theta^*$  y el acimut  $\psi^*$  del sol.
  
2. Se propone establecer la trayectoria de un fotón ficticio en la atmósfera, utilizando números aleatorios equiprobables comprendidos entre 0 y 1. Un fotón ficticio (de  $\lambda = 0,5\ \mu\text{m}$ ) es lanzado verticalmente desde un suelo horizontal de altitud nula, a partir del origen  $P$  de un referencia horizontal  $[Pxyz]$ . Para simplificar, se admite que la atmósfera por encima del suelo no produce más que difusión Rayleigh y absorción selectiva. El primer número aleatorio de la tirada es 0,020; determinar las coordenadas cartesianas en  $[Pxyz]$  del punto terminal  $A$  del primer segmento

rectilíneo  $PA$  de la trayectoria del fotón, sabiendo que el coeficiente volúmico de extinción medio sobre este recorrido es  $\sigma_e = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ . Si el segundo número aleatorio de la tirada es 0,768 y el albedo para una dispersión simple de la atmósfera vale  $\varpi = 0,95$  en  $A$ , decir porqué el proceso sufrido en este punto es una dispersión. Encontrar los dos ángulos  $\theta$  (inclinación sobre la dirección precedente) y  $\psi$  (pseudo acimut) de esta dispersión, si el número de la primera tirada es 0,297, y el de la segunda 0,250. ¿Cuáles son los cosenos directores de la nueva dirección tomada? Determinar la longitud del segundo segmento  $AB$ , si el coeficiente volúmico de extinción medio sobre este trayecto estimado es  $10^{-5} \text{ m}^{-1}$  y el número aleatorio es 0,113. Calcular las coordenadas de  $B$  y decir cuál es el proceso sufrido por el fotón en este punto donde  $\varpi$  puede ser tomado igual a 0,90, si el número aleatorio de la tirada es 0,923.



## CAPÍTULO IV

### MEDIDA Y ACCIONES DE LA RADIACIÓN SOLAR

#### 1. LA INSTRUMENTACIÓN SOLAR

Con la excepción de los *piranómetros*, instrumentos tradicionalmente utilizados para medir la irradiancia *solar* (sobre todo el rango solar, o únicamente en la región visible o bien, sobre la banda UV), no existen más que un restringido número de ejemplares de los diversos tipos de « radiómetros solares » actualmente en servicio. Estudiados, cada uno, para un uso particular, estos instrumentos presentan una variedad de concepciones demasiado extensa como para permitir un censo exhaustivo. Funcionan todos, sin embargo, según unos principios generales comunes, cuya descripción y estudio son el objeto de las dos primeras partes de este capítulo. En la tercera y última parte, se introducen los conceptos que permiten cuantificar algunas de las acciones que la radiación solar es susceptible de producir a nivel biológico y químico. Es, en efecto, sobre la base de estos conceptos, como se puede desarrollar una instrumentación para la determinación específica de estas acciones tan diversas.

#### 1.1. Clasificación general

##### 1.1.1. *Las grandes familias de instrumentos*

De la radiación solar que recibe, un aparato radiométrico no toma más que un rango o banda de longitudes de onda más o menos extensa, banda que él trata, al final,

como un *todo indisociable*. Según que el instrumento en cuestión vaya a determinar una magnitud *total* o una magnitud *espectral* -es decir, en este último caso, el de una radiación *monocromática*- la banda a considerar será *ancha* o tan *estrecha* como sea posible. Generalmente concebidos para permitir una exploración fina de los *espectros* de radiación, los instrumentos de banda *estrecha* son también de un nivel de complejidad muy superior a los otros. Sobre la base de estas constataciones, los sistemas existentes pueden ser clasificados, primeramente, en dos grandes categorías: los *instrumentos de banda estrecha* (IBE) y los *instrumentos de banda ancha* (IBA). Para los primeros, la anchura de las bandas seleccionadas puede ir desde la fracción de *nm* a la decena de *nm*; para los segundos, ésta puede ser desde algunas decenas a varios miles de *nm* (NdT: Es corriente usar la terminología de “banda ancha”, no así hablar de instrumentos de “banda estrecha”, siendo estos últimos designados instrumentos espectrales).

Las magnitudes *totales* o *espectrales* que determinan los instrumentos radiométricos son también, necesariamente, *direccionales* (irradiancia directa, radiancia, intensidad...), *hemisféricas* (irradiancia global y difusa...), o incluso *esféricas* (flujo superficial esférico...). Es por ello interesante introducir un segundo criterio, relativo a la distribución angular de la radiación incidente, complementario del precedente, distinguiendo los *instrumentos de campo angular pequeño* (ICP) que miden el primer tipo de magnitudes, de los de *campo angular grande* (ICG) que miden las otras magnitudes (globales).

La tabla adjunta presenta los instrumentos más frecuentes, clasificados según los dos criterios cruzados así definidos:

	<b>IBA</b> <i>Banda utilizada</i>	<b>IBE</b>
<b>ICG</b>	- Piranómetro solar (300 – 3000 nm) UV (A y/o B)	- Radiómetro global de filtros - Espectrorradiómetro global - Actinómetro
	- Difusómetro solar (300 – 3000 nm)	- Espectrorradiómetro difuso
	- Iluminancímetro o luxómetro visible (fotometría)	
<b>ICP</b>	- Pirheliometro solar (300 – 3000 nm)	- Radiómetro para rad. directa de filtros - Espectrorradiómetro rad. directa - Ozonómetro
	- Luminancímetro (mide luminancia, fotometría)	

Estos diversos instrumentos, cuyos modos particulares de funcionamiento serán descritos y analizados más tarde, son asignados respectivamente a los siguientes usos:

- Los *piranómetros* sirven para medir irradiancias solares totales *globales*. Si están equipados de un dispositivo de ocultación de los rayos *directos* (anillo, banda o disco), solo miden la irradiancia solar total *difusa* y son, por tanto, llamados *difusómetros*. Si el piranómetro comporta un filtro óptico que le da la misma sensibilidad que el ojo humano en el rango de longitudes de onda visibles, es un *iluminancímetro* (del nombre de la magnitud fotométrica *iluminancia*, cuya unidad es el *lux*) cuando está instalado al exterior en una posición fija, o bien se le denomina *luxómetro* cuando hace medidas puntuales de control (la mayor parte del tiempo, en el interior): veremos mas tarde (§3.1.2., capítulo IV) que, al lado de las magnitudes energéticas tal como definidas en el §1.2. del capítulo I, existen otras calificadas de “luminosas” que se refieren, justamente, a la sensaciones luminosas proporcionadas por nuestros ojos. Si el filtro seleccionado es una banda UV, el piranómetro puede llamarse *radiómetro UV* o *UV-metro*. En ciertos instrumentos, como el conocido como *Robertson y Berger*, esta selección reproduce -mas o

menos fielmente- el espectro de sensibilidad de la piel al sol, y se denominan biómetros.

- Un *pirheliómetro* delimita un ángulo sólido reducido que permite, enfocando el sol, determinar selectivamente la irradiancia solar *directa normal*.
- Un *luminancímetro* delimita, como el instrumento precedente, un pequeño ángulo sólido y mide la luminancia de las porciones de fuentes *extensas* que él intercepta; esta denominación esta habitualmente reservada a los aparatos que, como los luxómetros, seleccionan un espectro de longitudes de onda en el *visible (fotometría)*. (NdT: Por tanto no debería confundirse con un instrumento que mide la magnitud *radiancia*, pero no es así, utilizándose ese término de luminancímetro para ambas magnitudes, ya que no hay otro nombre específico asignado (podría usarse el de “radiancímetro”, pero ese nombre no existe), tomando la palabra fotómetro o radiómetro de manera genérica. Todo ello se debe a que originariamente se tomó el nombre del idioma francés, donde “luminance” designa la magnitud radiancia, pero en la literatura científica española se ha tomado la palabra radiancia para la magnitud energética o radiométrica y luminancia para la equivalente magnitud fotométrica).
- El término *radiómetro de filtros*, o *fotómetro (solar)* designa un piranómetro o bien un pirheliómetro, que selecciona únicamente bandas estrechas y *fijas*, del espectro solar. Ambos determinan irradiancias *globales* o *directas, espectrales*. Los *ozonómetros* son pues radiómetros que miden la radiación directa operando específicamente en las bandas UV (generalmente de Hartley y Huggins) para determinar los espesores de la capa de ozono; el más antiguo conocido y más utilizado de estos instrumentos es el ozonómetro de *Dobson* (un ejemplar esta en servicio continuo en el Observatorio de Haute Provence, en Francia, así como en la estación del INTA - Instituto Nacional de Técnicas Espaciales - en Huelva, España) que no utiliza filtros, sino que está equipado de un prisma de dispersión (es ciertamente un espectrorradiómetro), y varias rendijas, que seleccionan una banda muy estrecha de longitudes de onda (0.5 nm). (NdT: De manera general, también pueden medir la radiancia si para ello delimitan un pequeño ángulo sólido para la captación de la radiación).

- Un *espectrorradiómetro* selecciona una banda muy estrecha de longitudes de onda, donde es posible modificar, a voluntad, la posición sobre un amplio rango del espectro solar. Estos instrumentos están generalmente equipados de *redes* (a veces de prismas) para dispersar las longitudes de onda de las oem que se analizan. Como los radiómetros, miden las irradiancias espectrales que, según su modo de recepción de los flujos, pueden ser globales, directas o difusas.
- Les *actinómetros* miden la *densidad de flujo esférico total* o espectral (principalmente sobre bandas en el UV). Este tipo de instrumento, cuyo dispositivo para coleccionar la radiación es difícil de desarrollar, no existe más que en estado de prototipo.

### **Observación:**

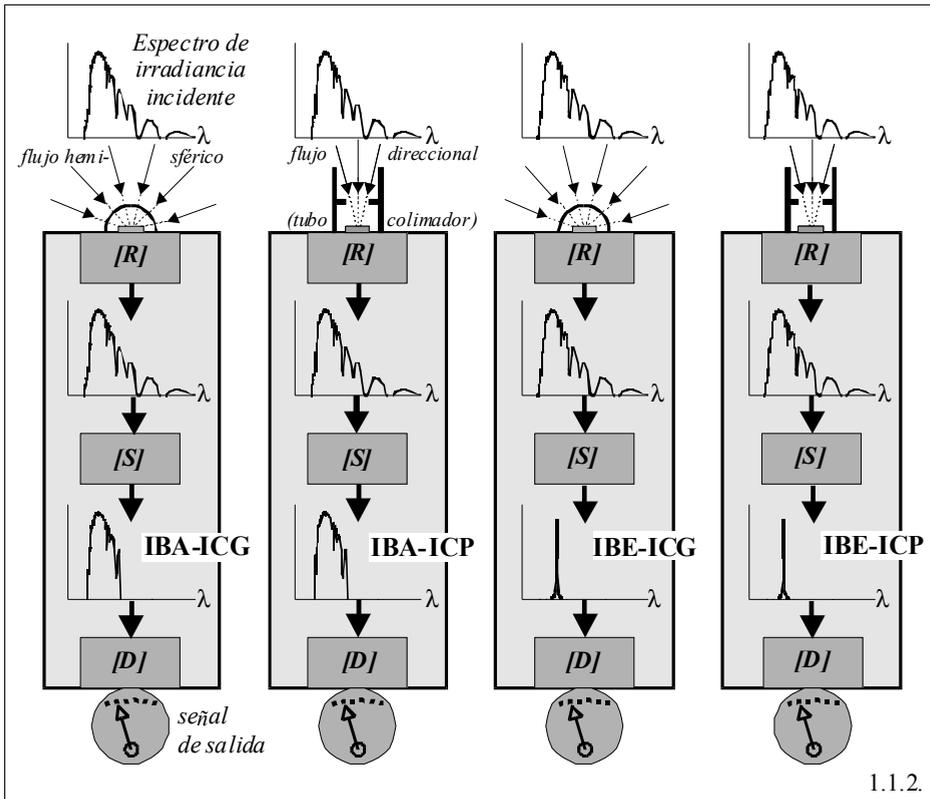
Existen también otros dispositivos de medida de la radiación. En particular, los instrumentos capaces de medir la llamada radiación de onda larga (radiación atmosférica o terrestre), tal como el *pirradiómetro* que integra las irradiancias globales espectrales entre 0,3 y 50  $\mu\text{m}$  (es decir, muy por detrás de la banda solar efectiva); o el *pirgeómetro* que, solo integra las irradiancias globales espectrales de longitudes de onda mayores de 3  $\mu\text{m}$ . Como no se trata de los rangos espectrales de radiación *solar* propiamente dicho, el estudio de estos dispositivos especiales no es abordado aquí.

### **1.1.2. Las funciones comunes**

La primera finalidad de los instrumentos de radiometría solar, es la de convertir en *señal eléctrica* la lluvia de fotones que reciben. Fundamentalmente, estos detectan *flujos*, a partir de los cuales pueden ser determinadas, sobre la base de las definiciones que han sido dadas en § 1.2. del capítulo I, las *magnitudes* deseadas (irradiancia, radiancia, intensidad, densidad de flujo esférico...).

Para jugar asimismo el papel de convertidor, estos instrumentos deben de cumplir con tres *funciones* específicas llamadas *recepción*, *selección*, *detección*. Denotadas, respectivamente  $[R]$ ,  $[S]$ , y  $[D]$ , estas tres funciones convencionales bastan para

describir el funcionamiento de cualquier radiómetro solar. La ejecución de cada una de ellas, no es necesariamente realizada por una componente única, bien identificada, en el interior de un instrumento; por el contrario, no es raro que un mismo elemento de un instrumento contribuya a la ejecución, parcial o total, de varias de estas funciones. Estas funciones, simbolizadas por el esquema 1.1.2. teniendo en cuenta la categoría a la cual pertenece el instrumento, pueden ser definidas como sigue:



- $[R]$  *colecta, capta* o recoge la radiación solar incidente para introducirla en el instrumento. En esta operación, las *potencias* de los diversos flujos monocromáticos de que consta la radiación, *no se degradan*. Bien entendido, el proceso de captación o recepción depende de la *naturaleza* de la magnitud a determinar (irradiancia, radiancia, intensidad, flujo superficial esférico...) y, si ha lugar, de su *componente* (global, difusa, o directa).

- $[S]$  *degrada* -de forma desigual según su longitud de onda- la potencia de los flujos monocromáticos introducidos por  $[R]$ . Esta degradación o modificación alcanza, en la práctica, a la *selección* de un rango más o menos amplio de longitudes de onda, de estos flujos. Generalmente,  $[S]$  resulta de los efectos que se producen en todas las etapas del tratamiento de la radiación en el instrumento, desde su captación en el exterior hasta su conversión final en señal.
- $[D]$  *convierte globalmente* en una señal eléctrica *única*, la banda de los flujos monocromáticos degradados por  $[S]$ . Esta señal puede ser considerada como una *suma* de las señales parciales que produciría, aisladamente, cada uno de los flujos monocromáticos pertenecientes a la banda seleccionada. Todo flujo monocromático de la *misma potencia*, es convertido por  $[D]$  en una señal parcial de la *misma intensidad*, cualquiera que sea su longitud de onda (ya que, según nuestras convenciones, es la función  $[S]$  quien toma en cuenta la eventual sensibilidad en longitud de onda de los dispositivos de detección).

## 1.2. Los dispositivos de captación de radiación

La función  $[R]$  de los instrumentos de radiometría solar esta asegurada por lo que puede llamarse *dispositivo de captación* o recepción de la radiación. Dependiendo del tipo de material de que están constituidos -o bien del procedimiento puesto en marcha- estos son más o menos sensibles a la longitud de onda. Estos dispositivos siempre modulan en función de  $\lambda$  la potencia del flujo monocromático que ellos introducen en el instrumento. Participan pues necesariamente, en la función  $[S]$ .

Los modos de operación de los *dispositivos de captación* dependen de la magnitud a determinar. Se pueden clasificar en cuatro principales correspondientes a la medida respectiva de la irradiancia global, de la irradiancia directa (o de la radiancia), de la irradiancia difusa, y de la densidad de flujo esférico. Presentamos por tanto, sus particularidades.

### 1.2.1. *Dispositivos de irradiancia global*

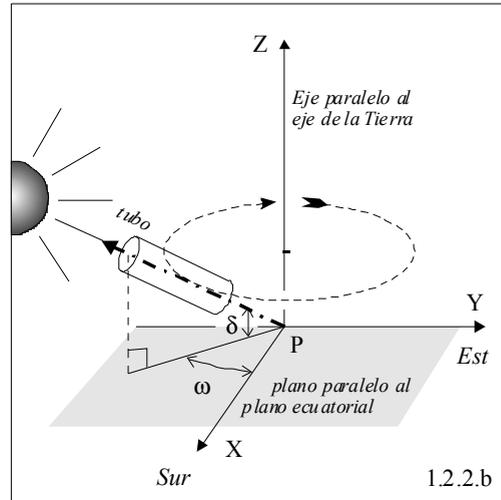
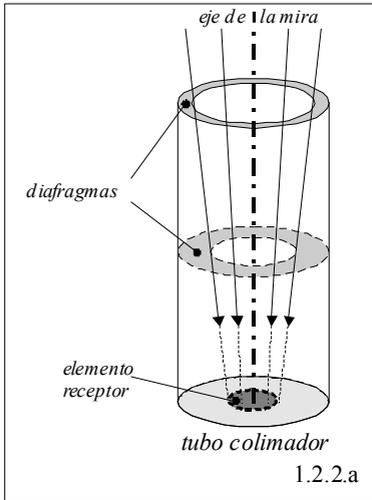
La irradiancia solar *global* de un plano receptor es, por definición, la irradiancia que se produce sobre este plano de la radiación procedente de todo el semi-espacio libre superior. Se puede pues considerar como la suma de las irradiancias producidas por cada uno de los flujos *direccionales* de que esta constituido el flujo *hemisférico* que alcanza este plano. Estos flujos direccionales son generalmente de potencia muy desigual según su zona de procedencia, por tanto el instrumento que los capte no dará una señal verdaderamente *representativa* de la irradiancia global, a no ser que el dispositivo de captación asegure una mezcla interior, sin privilegiar una dirección respecto de otra. Las propiedades del factor de transmisión de este dispositivo, son pues extremadamente importantes y condicionan, como lo muestra el estudio desarrollado más adelante en § 2.2.1., la calidad final de las medidas efectuadas. El *elemento receptor* de un dispositivo de captación puede ser, una lamina *difusora* o *difusor* (generalmente de PTFE), o bien una *esfera integrante* (esfera cuyo interior es de un material difusor lambertiano). Una parte de la mezcla de los flujos que produce este elemento receptor es entonces dirigida hacia el dispositivo de detección del instrumento, para su conversión en señal. En algunos casos, se llega a que el elemento receptor sea, como para ciertos piranómetros, una pintura (negra) absorbente que asegura una transformación intermedia del flujo radiativo, en un flujo de calor.

### 1.2.2. *Dispositivos de irradiancia directa y de radiancia*

La medida de la irradiancia *directa del sol*, o la dada por la radiación correspondiente a una zona reducida del cielo, supone un dispositivo de captación que solo admite el flujo *directional* procedente de la fuente donde se apunta. Esta selección puede ser obtenida, simplemente, con la ayuda de un tubo conteniendo los diafragmas que definen un cono de espacio de muy pequeña apertura, y cuyo eje es la dirección del punto de mira (véase la figura 1.2.2.a). Al fondo de este tubo, llamado *tubo colimador* (NdT: es más correcto ópticamente hablar de limitador de campo, pero es más común utilizar tubo colimador), se encuentra el elemento receptor del flujo a medir. La relación 1.3.1.b del capítulo I permite determinar la radiancia de la fuente observada, cuando son

conocidos, a la vez, la irradiancia creada por esta última a nivel del elemento receptor, y el ángulo sólido que delimita el tubo colimador. Como las dimensiones de las fuentes son pequeñas, se puede generalmente librarse de homogeneizar el flujo incidente por medio de una lámina difusora o de una esfera integrante, como para las medidas de irradiancia global. Por el contrario, los medidores de radiancia pueden DAR, a nivel de calibración, problemas que serán examinados en § 2.2.2.

Una medida *automatizada* de las irradiancias solares directas, supone que el dispositivo de captación esté equipado de un mecanismo que permita orientar el colimador en la dirección requerida. Un mecanismo tal necesita, así mismo, de un sistema de apunte al sol cuando el ángulo de apertura del colimador es muy pequeño. Si la exigencia de precisión es menor, se puede simplemente *pilotar* conociendo, de instante en instante, el ángulo horario  $\omega$  y la declinación  $\delta$  del sol en la referencia ecuatorial  $[PXYZ]$  (ver § 1.2.2. del capítulo II). En este último caso, se recurre frecuentemente a una cinemática en *montura ecuatorial* que permite a la dirección de apunte del colimador ajustarse a la del sol, por un movimiento de rotación alrededor del eje  $\overrightarrow{PZ}$ , y de una inclinación sobre el plano  $[\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PY}]$  (figura 1.2.2.b). El interés que presenta esta montura reside en el hecho de que, según las relaciones 1.2.3.b y 1.4.6. del capítulo II,  $\delta$  no cambia prácticamente en el curso de un día, y  $\omega$  varía casi *linealmente* en función del tiempo legal. El movimiento del colimador se reduce pues - al menos sobre 24 horas- a una rotación *uniforme* de su eje de visión, alrededor de  $\overrightarrow{PZ}$  (la duración exacta de una vuelta es ligeramente diferente de las 24 horas de tiempo físico, por la dependencia, como se sabe, del valor dado por la ecuación del tiempo en el día considerado).

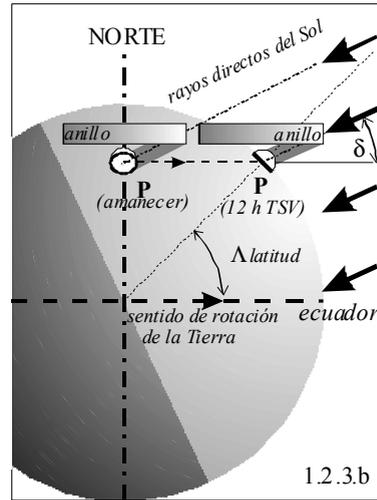
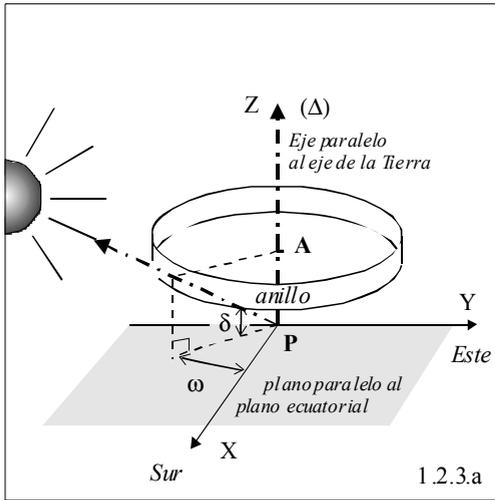


### 1.2.3. Dispositivos de medida de la irradiancia difusa

La irradiancia solar *difusa* puede ser obtenida por diferencia entre la irradiancia solar global y la irradiancia solar directa, ya que estas dos magnitudes son medidas. Se puede también determinar, directamente, por medio de un instrumento de medida de la irradiancia solar *global* que oculta el flujo directo proyectando una *sombra* sobre el elemento receptor de su dispositivo de captación. Los tres principales procedimientos de ocultación descritos aquí abajo, explotan la simplicidad aparente del movimiento diurno del sol en la referencia ecuatorial.

El más antiguo de los sistemas utilizados para proyectar, de manera continua, una sombra en un punto donde debe ser instalado el elemento receptor del dispositivo de captación, es una lámina anular opaca de pequeña anchura, llamada simplemente *anillo*. El eje ( $\Delta$ ) de este anillo es paralelo al eje de la Tierra y pasa por el punto a « sombread ». Se confunde así con el eje  $\overrightarrow{PZ}$  de la referencia *ecuatorial*  $[PXYZ]$  cuyo origen  $P$  será elegido en ese punto. Las figuras 1.2.3.a y 1.2.3.b muestran que  $P$  puede quedar así en sombra si su distancia al centro A del anillo, dividida por el radio de este último, queda próxima a la tangente de la declinación  $\delta$ . Un ligero deslizamiento de ( $\Delta$ ) a lo largo de  $\overrightarrow{PZ}$  realizado de poco en poco, permite mantener a  $P$  sobre la sombra

dada por el anillo a medida que  $\delta$  varía. El lapso de tiempo entre dos cambios consecutivos de  $(\Delta)$  depende de la anchura del anillo: es típicamente de 2 a 3 días en los equinoccios donde la declinación cambia rápidamente, y de 8 a 15

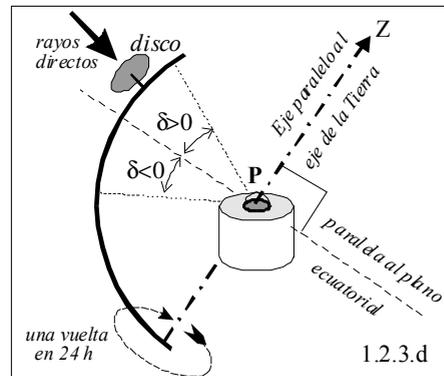
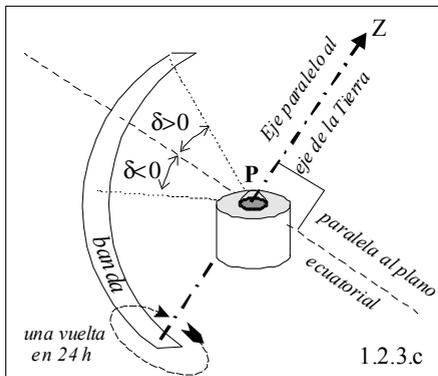


en los solsticios donde esta pasa por un extremo. La principal ventaja de este sistema reside, evidentemente, en el hecho de que no requiere ninguna motorización e implica un mantenimiento poco exigente. Como además, el anillo enmascara también al elemento receptor una cantidad no despreciable de radiación *difusa*, nos lleva a realizar una corrección sobre la irradiancia medida que, según la estación y la latitud, puede alcanzar un 15%. Es posible evaluar la parte que falta de irradiancia difusa medida, admitiendo que la radiancia del cielo es *isótropa* (hipótesis que ocasiona, evidentemente, una incertidumbre residual difícil de evaluar). Para un anillo de radio  $r$  y de anchura  $e$ , esta parte es:

$$S = \frac{2e \cos^3 \delta}{\pi r} (|\omega_o| \sin \Lambda \sin \delta + \sin|\omega_o| \cos \Lambda \cos \delta) \tag{1.2.3.a}$$

siendo  $\omega_o$  el ángulo horario del sol al amanecer o al anochecer, y  $\Lambda$  la latitud del lugar.

El segundo procedimiento utiliza un *arco* de banda anular de muy poca anchura, dispuesto no paralelo al plano ecuatorial, como el anillo del sistema anterior, sino paralelo al plano del *meridiano solar* (plano que contiene al eje de la Tierra y el sol). Para mantener una sombra permanente en su centro  $P$ , este arco debe realizar alrededor de uno de sus diámetros que se confunde con el eje  $\overrightarrow{PZ}$  de la referencia ecuatorial  $[PXYZ]$  (ver figura 1.2.3.c), una vuelta en 24 horas de tiempo físico (más o menos el “decalage” o retraso que introduce la ecuación del tiempo en el día considerado). Este dispositivo presenta, evidentemente, el inconveniente de necesitar una motorización; pero ésta es muy simple. Eligiendo correctamente la longitud del arco, es posible minimizar la parte de radiación *difusa* que enmascara, asegurando una sombra permanente sobre el elemento receptor instalado en  $P$  (lo que suprime el condicionante de un ajuste periódico). En este caso, la parte que falta de la radiación difusa es tanto más pequeña cuanto más bajo esté el sol sobre el horizonte, es decir, cuanto más elevada sea la latitud del lugar. La corrección de irradiancia con un arco de banda de meridiano, es menos importante que con el anillo.



El último sistema de ocultación de la radiación solar directa consiste en un *disco* plano que enmascara el cielo al elemento receptor, en la dirección del sol (ver la figura 1.2.3.d). Este disco puede deslizarse a lo largo de un brazo delgado, curvado en arco de círculo de centro en  $P$ , dispuesto de la misma manera y teniendo la misma cinemática que el arco de banda precedente. La posición del disco sobre el brazo debe

ser reajustada periódicamente a fin de que su sombra quede siempre proyectada en  $P$  donde se encuentra el elemento receptor. Para cielo claro, la corrección de irradiancia por la ocultación de radiación difusa por el disco, es inferior al 1% cuando el semi-ángulo de apertura del cono de vértice  $P$  que define este último, no sobrepasa  $3^\circ$ .

#### **1.2.4. Dispositivos para la medida de la densidad de flujo esférico**

La determinación de la densidad de flujos esféricos es un problema técnicamente más difícil de resolver que el de las irradiancias. Según § 1.3.2. del capítulo I, se trata de realizar, antes de la conversión, un mezcla interior de los flujos que han penetrado en un *volumen esférico* de muy pequeñas dimensiones, y cuyas fuentes (de potencias desiguales) están diseminadas en todas las direcciones del espacio.

Existen hoy día dos procedimientos que no han superado la fase experimental. El primero consiste en orientar regularmente, en todas las direcciones del espacio, entradas de *fibras ópticas* idénticas, perteneciendo, todas a ellas, a un mismo haz. Cada fibra posee un *cono de aceptación* limitada (cono de revolución por el que los rayos incidentes pueden penetrar). Cada entrada de fibra del haz juega el papel de elemento receptor *direccional*. Los flujos son colectados, de esta manera, de todas las direcciones, después son transmitidos hacia el otro extremo del haz donde pueden ser mezclados con comodidad. El segundo de estos procedimientos no permite tener en cuenta más que los flujos provenientes de un semi-espacio; el receptor se presenta entonces como una semiesfera en cuyo interior los flujos direccionales recogidos son, en primer lugar, compensados en proporción a la degradación sufrida en su introducción, después, son mezclados entre ellos.

### **1.3. La selección**

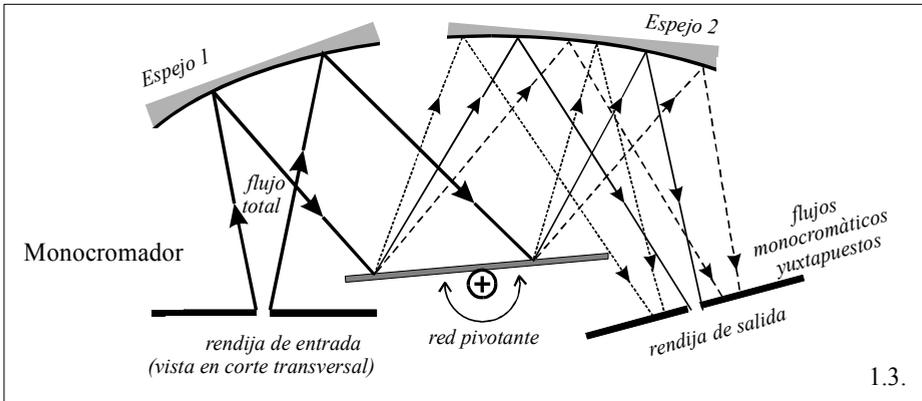
Como se ha mencionado ya, es generalmente el instrumento en su conjunto el que crea la función  $[S]$  de *selección*. Sin embargo, hay casos en los que la parte de esta función que delimita el rango de longitudes de onda aceptados está esencialmente determinado por un elemento preciso identificable, presente por necesidad o bien

introducido voluntariamente. Por ejemplo, para un piranómetro, en el que la detección se efectúa mediante una transformación en calor del flujo radiante, son las cúpulas de vidrio, encargadas de limitar los intercambios convectivos del elemento receptor con la atmósfera, las que cortan las banda aceptada por el instrumento (de 0,3 hasta 3,0  $\mu m$  aproximadamente). Por el contrario, para algunos piranómetros UV y para los luxómetros o luminancímetros, el corte en longitud de onda se asegura mediante filtros especiales instalados para ello.

Entre los IBE conviene distinguir los radiómetros de filtro de los espectrorradiómetros: en efecto, aunque ambos seleccionan bandas pasantes estrechas (véase el § 2.1.3.), los primeros usan filtros que, de forma natural, cortan rangos invariablemente fijados en longitud de onda. Por el contrario, con los segundos es posible cambiar *el contenido* en longitudes de onda del rango cortado (por ejemplo, es posible seleccionar a voluntad el rango 310-315 nm, o el rango 315-320 nm, o el rango 320-325 nm, etc...); llamada *resolución espectral* del instrumento, la anchura de estos rangos también puede escogerse (es de 5 nm en el ejemplo precedente); los espectrorradiómetros son diseñados para ello.

La resolución espectral de un *espectrorradiómetro* es controlada por las anchuras de dos *rendijas*, dispuestas respectivamente en la entrada y la salida de un *monocromador*, dispositivo que asegura la dispersión en longitudes de onda de los flujos introducidos por la función  $[R]$ . Justo detrás de la rendija de entrada de un monocromador, se encuentra un elemento óptico que transforma en haces paralelos los rayos que provienen de cada punto de la rendija (generalmente un espejo); estos haces paralelos alcanzan, a continuación, un elemento *dispersor* (prisma o red) cuyo papel consiste en desviar según un ángulo *función de la longitud de onda*, los rayos que inciden sobre él. Un último elemento óptico focaliza sobre un plano receptor los rayos desviados (generalmente un segundo espejo), que forman, de esta manera, una serie de imágenes paralelas y monocromáticas de la rendija de entrada: estas imágenes son producidas por la serie de flujos monocromáticos respectivos que constituyen la radiación dispersada. La rendija de salida es una abertura recortada en el plano receptor, paralelamente a las imágenes; deja pasar un conjunto de imágenes de la rendija de

entrada sobre un rango de longitudes de onda cuya extensión es controlada mediante su anchura (véase la figura 1.3)



1.3.

Cuando la rendija de entrada es fija, mediante una rotación continua de la red o prisma, se puede hacer desfilarse las imágenes de la rendija de entrada, en longitudes de onda crecientes o decrecientes según el sentido de rotación. El dispositivo de detección, colocado inmediatamente detrás, desempeña el papel de la función  $[D]$ , recogiendo todos los flujos así transmitidos para convertirlos en una señal única.

#### 1.4. Los detectores

El papel de la función  $[D]$  lo desempeña el dispositivo de detección del instrumento - más comúnmente llamado *detector* - que transforma en señal eléctrica la radiación que le llega. Los detectores reales son por lo general sensibles a la longitud de onda; es decir, la intensidad de la señal que proporcionan cuando reciben separadamente flujos monocromáticos de la *misma potencia*, depende de la longitud de onda de estos. Como se tiene en consideración mediante la función  $[S]$  (como se define en § 1.1.2.), todas las pérdidas de potencia sufridas por los flujos monocromáticos que atraviesan un instrumento, los detectores reales participan a la vez de las dos funciones  $[D]$  y  $[S]$ . La conversión en señal eléctrica operada por  $[D]$  puede ser *indirecta*, es decir, producida mediante una transformación energética *intermedia* de los flujos de fotones incidentes. Si éste no es el caso, la conversión es *directa*, obviamente.

### **1.4.1. Los detectores de conversión indirecta**

Los dos procedimientos de conversión indirecta más frecuentemente encontrados, hacen uso de una transformación intermedia de la potencia de la radiación incidente, en un flujo de *calor* en un caso, y en un flujo de *fotones secundarios* en el otro.

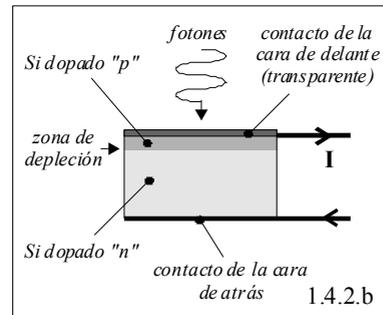
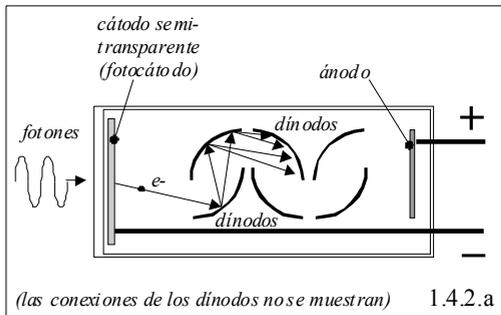
Aunque es muy antiguo, el primer modo es aún utilizado en algunos piranómetros absolutos de precisión. El principio general es sencillo: la radiación a medir es absorbida totalmente por un elemento receptor opaco que la convierte en *flujo de calor*. La intensidad de este flujo de calor puede ser calculada conociendo la diferencia de temperaturas entre dos puntos del trayecto a lo largo del cual esta se transmite en el instrumento. El principio de conservación de la energía impone que, en *régimen estacionario* (es decir, sin ningún proceso de acumulación de calor en el instrumento), las potencias de los flujos de radiación absorbida y de calor producido sean constantemente iguales entre ellas; así, la *diferencia de temperatura* precedente resulta ser proporcional al flujo radiante incidente; por tanto, su medida puede servir para la determinación de este último.

El segundo modo se encuentra sobre todo en los instrumentos de medida de las radiaciones de muy corta longitud de onda - como la UVB por ejemplo - para las que los detectores de conversión directa usuales no son suficientemente sensibles. Para que una señal pueda ser recogida, los fotones incidentes son transformados en fotones *secundarios* de longitud de onda superior, al menos igual a las de la radiación UVA o visible. Esta transformación fotónica intermedia se asegura mediante sustancias *fluorescentes* (es decir, cuya emisión se detiene cuando cesa la excitación mediante los fotones incidentes) análogas a las que se encuentran en el interior de los tubos fluorescentes comerciales.

### **1.4.2. Los detectores de conversión directa**

Los detectores de conversión directa son principalmente de dos tipos: las células fotoemisivas (o fotomultiplicadores), y las uniones de semiconductores (o fotodiodos).

Las células fotoemisivas son ampollas selladas que contienen, en vacío y de forma esquemática, un cátodo semitransparente (-) y un ánodo (+), entre los que se disponen varios electrodos intermedios sucesivos o *dínodos*. La diferencia de potencial aplicada entre el cátodo y los electrodos siguientes va creciendo de dínodo en dínodo hasta el ánodo, donde alcanza normalmente 1000 voltios (véase la figura 1.3.2.a). Un fotón exterior que penetra en la ampolla y sea absorbido por el cátodo, “libera” un electrón de un átomo de este electrodo, transmitiéndole, además, una energía adicional. Si ésta es suficiente para extraer el electrón del cátodo, éste último es acelerado hacia el primer dínodo bajo el efecto del campo eléctrico local. El choque producido por la llegada del electrón sobre el primer dínodo extrae varios electrones que, acelerados a su vez por el campo eléctrico local, van a chocar contra el dínodo siguiente, extrayendo, de esta forma, varios electrones cada uno..... y así sucesivamente, de dínodo en dínodo, hasta el ánodo donde llega finalmente una “avalancha” de electrones que provoca una cantidad *medible* de corriente. Las células fotoemisivas presentan el gran interés de ser muy sensibles en las zona del UV y del visible; pero el rango de longitudes de onda que son susceptibles de detectar no se extiende más allá de los 1000 nm. Por otra parte, las altas tensiones que necesitan para su funcionamiento entorpecen considerablemente su utilización en caso de medidas efectuadas al exterior.



Las uniones de semiconductores tienen sensibilidades de varios órdenes de magnitud inferior a las de las células fotoemisivas. En contrapartida, funcionan en baja tensión (algunos voltios) y permiten la conversión, sea cual sea el flujo monocromático, de una gran variedad de longitudes de onda. Pero el rango de conversión de un *mismo fotodiodo* es, a menudo, restringido; sus límites dependen de los materiales que cons-

tituyen la unión (son, por ejemplo de  $0,25 \mu\text{m}$  a  $1,1 \mu\text{m}$  para el silicio, y de  $1 \mu\text{m}$  a  $4,5 \mu\text{m}$  para el seleniuro de plomo). Los fotodiodos se presentan de forma clásica como un ensamblaje –precisamente denominado *unión*– de dos materiales semiconductores dopados, respectivamente de los tipos *n* y *p* (véase la figura 1.4.2.b). Este ensamblaje tiene por efecto instalar en la zona de contacto (zona de *depleción*), un campo eléctrico intenso (*barrera de potencial*). Las uniones utilizadas en radiometría solar trabajan esencialmente en modo *fotovoltaico*; es decir, convirtiendo directamente en *corriente eléctrica* una parte del flujo de fotones recibidos. En este modo, la energía aportada por la absorción de un fotón incidente permite “liberar” un electrón de valencia del material y, a la vez, crear un “hueco” móvil (equivalente a una carga elemental positiva). Los portadores de cargas negativas y positivas así liberados que se difunden hasta la zona de depleción (portadores *minoritarios*), son brutalmente acelerados por el campo eléctrico de esta zona y alcanzan las conexiones instaladas en los bornes de la unión. La corriente eléctrica que resulta en el circuito donde está insertada ésta última, es proporcional a la iluminación de la radiación incidente en la unión.

En algunos espectrorradiómetros, la red o el prisma dispersor son fijos y el plano receptor no contiene rendija de salida: se reemplaza por una *matriz de diodos*, es decir, por un conjunto de diodos en bandas yuxtapuestas, paralelas a las imágenes monocromáticas contiguas de la rendija de entrada. La estrechez de cada banda permite recibir (y convertir en señal) un rango estrecho de las longitudes de onda dispersadas. Además de su sencillez mecánica, este dispositivo presenta la ventaja de permitir un tratamiento *simultáneo* de todas las irradiancias espectrales que comporta un mismo espectro (con una *resolución* - véase el § 2.1.3. - que depende, evidentemente, de la anchura de los diodos).

### 1.4.3. Conceptos útiles para la caracterización de los detectores

Un cierto número de conceptos han sido desarrollados para permitir una evaluación de las posibilidades de los detectores de fotones. Entre ellos, los que interesan más concretamente a la radiometría solar, se deberá tener en cuenta:

- *El rendimiento cuántico*, que es la relación entre el número de cargas elementales detectadas y el número de fotones incidentes para producirlas;
- *El rango de linealidad*, es el rango de potencias del flujo de la radiación incidente a lo largo del cual la intensidad de la señal producida permanece lineal en función de esta potencia;
- *El ruido*, que es una variación aleatoria, inevitablemente presente, de toda señal medida (no es perceptible, en general, más que cuando los instrumentos son utilizados al límite); se pueden citar varias causas, que son principalmente:
  - la naturaleza de partícula de la radiación a medir (los fotones incidentes llegan en una sucesión necesariamente aleatoria que produce fluctuaciones de la señal);
  - La agitación térmica (superpuesta al movimiento de conjunto de los portadores de la señal de carga bajo el efecto del campo eléctrico o de un gradiente de su densidad), perturba la regularidad de su recolección y, así, hace fluctuar la intensidad o el potencial eléctricos recogidos;
  - En los fotodiodos únicamente, la creación-recombinación *espontánea* de los portadores de carga (la energía de agitación térmica puede liberar aleatoriamente portadores, y los portadores libres pueden recombinarse aleatoriamente con otros de signo opuesto);

Se caracteriza el ruido de un detector por la *potencia equivalente del ruido*, definido como el flujo de la radiación incidente que produciría una señal igual a la dispersión cuadrática media de la señal recogida suponiendo excitación constante.

## 2. PRINCIPIOS DE CALIBRACIÓN Y DE MEDIDA

Para que un instrumento dé la *medida* de una magnitud radiométrica, es preciso que ésta pueda deducirse de la *señal* que recoge el flujo correspondiente. El *coeficiente de calibración*, también llamado *respuesta*, definido como la razón de la magnitud a la señal, es el que permite tal operación. Para determinar el valor de este coeficiente, se compara simplemente a la señal de la magnitud correspondiente, cuando el valor de ésta es conocida, es decir, cuando es creada por una fuente de radiación de antemano

*calibrada*. Desafortunadamente, esta manera habitual de proceder no permite alcanzar, sino de manera aproximada, los resultados esperados. El problema incumbe principalmente a la función  $[S]$  cuya acción depende, propiamente, de la longitud de onda.

## 2.1. Los coeficientes de calibración

### 2.1.1. El coeficiente de calibración monocromático

Sabemos que la anchura  $d\lambda$  del intervalo de longitudes de onda que define un flujo denominado *monocromático*, es equivalente a una diferencial matemática (ver el § 1.1.3. del capítulo I). Esta anchura puede ser considerada tan *pequeña* como se quiera, y el flujo seleccionado por un instrumento de radiometría solar (bien sea IBA o IBE), puede siempre ser visto como una superposición de flujos *monocromáticos* de longitudes de onda distintas, en número *tan grande* como se quiera.

Sea un IBA o un IBE, destinado a la medida de una magnitud  $X$  (irradiancia, radiancia...), que no recibe mas que un flujo *monocromático* de longitud de onda  $\lambda$  (perteneciente a la banda, ancha o estrecha, que su función  $[S]$  puede seleccionar). El valor de la magnitud  $X$  a medir que es producida por un tal flujo, puede escribirse  $dX(\lambda)$ .

La función  $[S]$  de este instrumento tenía por efecto degradar o modificar las potencias de los flujos monocromáticos incidentes, y su función  $[D]$  la de convertir en señal estas potencias modificadas (ver § 1.1.2.). De lo que resulta que la acción de  $[S]$  puede ser vista como el cambio de  $dX(\lambda)$  en  $dX'(\lambda) < dX(\lambda)$ , y ésta de  $[D]$  como la de transformar  $dX'(\lambda)$  en la magnitud eléctrica  $dV(\lambda)$ . Así, se puede poner, por una parte:

$$dX'(\lambda) = S dX(\lambda) \quad 2.1.1.a$$

y por otra:

$$dX'(\lambda) = a dV(\lambda) \quad 2.1.1.b$$

En estas relaciones, el factor  $S$  - que es necesariamente inferior a la unidad - debe ser denominado como la función  $S(\lambda)$  ya que  $[S]$  modifica, más o menos según la longitud de onda (a priori), a los flujos monocromáticos de la misma potencia. El factor  $a$ , por el contrario, queda *constante* sobre la banda que puede seleccionar  $[S]$  ya que, propiamente,  $[D]$  convierte en una *misma* señal todo flujo monocromático de la *misma* potencia, cualquiera que sea la longitud de onda  $\lambda$ .

Según la definición de las magnitudes espectrales, es posible escribir  $dX(\lambda) = X_\lambda d\lambda$ ,  $dX'(\lambda) = X'_\lambda d\lambda$  y  $dV(\lambda) = V_\lambda d\lambda$ . Dividiendo por  $d\lambda$  las igualdades 2.1.1.a y 2.1.1.b se obtiene:

$$X'_\lambda(\lambda) = S(\lambda) X_\lambda(\lambda) \quad 2.1.1.c$$

y:

$$X'_\lambda(\lambda) = a V_\lambda(\lambda) \quad 2.1.1.d$$

De donde resulta que:

$$X_\lambda(\lambda) = \frac{a}{S(\lambda)} V_\lambda(\lambda) \quad 2.1.1.e$$

Si la fuente emisora del flujo monocromático incidente es una *fente calibrada* (un láser calibrado en potencia, por ejemplo), produce el valor espectral *conocido*  $X_\lambda^e(\lambda)$  de la magnitud  $X$ . Se puede entonces determinar el *coeficiente de calibración monocromático* -o *respuesta espectral*- del instrumento a la longitud de onda  $\lambda$ , definiendole como la razón de  $X_\lambda^e(\lambda)$  a la señal  $V_\lambda^e(\lambda)$  correspondiente; esta razón es igual a  $a/S(\lambda)$ , según la relación 2.1.1.e. Así, el valor espectral  $X_\lambda^i(\lambda)$  de la magnitud  $X$  producida por un flujo incidente monocromático de longitud de onda  $\lambda$ , que será de potencia *desconocida*, puede ser calculado multiplicando el coeficiente  $a/S(\lambda)$  obtenido por la señal  $V_\lambda^i(\lambda)$  que da el instrumento.

Para determinar, ahora, los coeficientes de calibrado monocromático de un IBE o de un IBA, a todas las longitudes de onda que selecciona la función  $[S]$ , será necesario disponer de una *fente calibrada* capaz de emitir un flujo *monocromático* cuya longitud de onda sea ajustable, sucesivamente, a todas las del rango transmitidas

por esta función. Como tales fuentes no están disponibles, se recurre a fuentes calibradas en flujo, no monocromático sino *total*, con un rango extenso y *continuo* de longitudes de onda (rango que es próximo, en general, al que emite un CN). Esta manera de proceder -la única utilizable actualmente- no da desgraciadamente acceso al juego de los coeficientes monocromáticos  $a/S(\lambda)$  buscados, como lo muestran los párrafos siguientes.

**Observaciones:**

1. La magnitud  $V_\lambda(\lambda)$  es la señal *espectral* del instrumento, es decir la razón en  $d\lambda$  de la señal  $dV(\lambda)$  llamada, aquí, señal «propia», ya que está expresada en Voltios o en Amperios.
2. Si el instrumento es un ICG, le relación de  $X_\lambda^e(\lambda)$  a  $V_\lambda^e(\lambda)$  puede también depender, como se verá en § 2.2.1., de la *distribución espacial (RS)* del flujo incidente, es decir, de la manera de cómo está distribuida la *intensidad* de este flujo según las diversas direcciones del espacio vistas desde el dispositivo de captación.

**2.1.2. Coeficiente de calibración de un IBE (para la medida de magnitudes espectrales)**

Consideremos un flujo *total* incidente sobre un IBE cuya función  $[S]$  selecciona el conjunto de los flujos *monocromáticos* perteneciente al *rango estrecho* de longitudes de onda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , de centro  $\lambda_c$  (a pesar de que la banda del instrumento sea “estrecha”, el número de estos flujos seleccionados puede ser tan elevado como se quiera, como ya se señaló anteriormente). Si este instrumento está destinado a la medida de la magnitud  $X$ , a cada uno de los flujo monocromáticos del rango  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  corresponde un valor  $X_\lambda(\lambda)$  de  $X$  que la función  $[S]$  transforma, según el párrafo 2.1.1., en  $X'_\lambda(\lambda) = S(\lambda) X_\lambda(\lambda)$ . Por definición, la función  $[D]$  tiene entonces en cuenta la *suma* de estas nuevas magnitudes, o sea:

$$\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} X'_\lambda(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda, \quad 2.1.2.a$$

que ella transforma *globalmente* en una señal propia *total* denotada como  $\delta V(\lambda_c)$ . Admitiendo que a toda  $X'_\lambda(\lambda)$  le corresponda una señal espectral  $V_\lambda(\lambda)$ , esta señal propia total puede expresarse como:

$$\delta V(\lambda_c) = \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} V_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.2.b$$

además, según 2.1.1.d:

$$\delta V(\lambda_c) = \frac{1}{a} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} X'_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.2.c$$

(puesto que se supone que el factor  $a$  queda constante sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ ), igualdad que la relación 2.1.2.a permite reescribir:

$$\delta V(\lambda_c) = \frac{1}{a} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.2.d$$

Ahora bien, si la fuente de emisión del flujo total incidente es una *fente de calibración*, produce unos valores espectrales  $X_\lambda^e(\lambda)$  de la magnitud  $X$ , que son *conocidos* en todas las longitudes de onda. Es entonces también posible determinar un *coeficiente de calibración* del instrumento, definido como la razón de  $X_\lambda^e(\lambda_c)$  a la señal propia total dada  $\delta V^e(\lambda_c)$ , tal que:

$$K(\lambda_c) = \frac{X_\lambda^e(\lambda_c)}{\delta V^e(\lambda_c)} \quad 2.1.2.e$$

Según la relación 2.1.2.d, este coeficiente puede ser escrito:

$$K(\lambda_c) = \frac{a X_\lambda^e(\lambda_c)}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) X_\lambda^e(\lambda) d\lambda} \quad 2.1.2.f$$

Puesto que los flujos totales de las fuentes de calibración presentan espectros continuos suavemente variables en función de  $\lambda$ , los valores de  $X_{\lambda}^e(\lambda)$  sobre la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  de longitudes de onda seleccionadas por el instrumento, pueden ser tomadas iguales a  $X_{\lambda}^e(\lambda_c)$  cuando este rango es suficientemente estrecho. En este caso, el *coeficiente de calibración* se reduce a:

$$K(\lambda_c) = \frac{a}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) d\lambda} \quad 2.1.2.g$$

expresión que muestra que el conocimiento de  $K(\lambda_c)$  no es suficiente para determinar los coeficientes monocromáticos  $a/S(\lambda)$  indispensables para la medida de magnitudes rigurosamente *espectrales* (salvo si la acción de  $[S]$  no depende de  $\lambda$ , y por consiguiente la función  $S(\lambda)$  queda constante sobre la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ ).

**Observaciones:**

1. Los coeficientes  $K(\lambda)$  no tienen la misma *dimensión* que los coeficientes *monocromáticos*  $a/S(\lambda)$ , ya que las señales  $\mathcal{D}V(\lambda)$  son *naturales* mientras que las señales  $V_{\lambda}(\lambda)$  son *espectrales* (es decir, referidas a la unidad de longitud de onda y, de esta forma, expresadas en *Voltios por nm* o en *Amperios por nm*).
2. Si el IBE es un ICG, puede ser necesario tener en cuenta, en la expresión del coeficiente de calibración, la repartición espacial del flujo que llega al instrumento.

**2.1.3. La función aparato de un IBE**

Una vez conocido el coeficiente de calibración  $K(\lambda_c)$  de un IBE seleccionando la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , es habitual asimilar el *producto* de  $K(\lambda_c)$

por la señal natural total  $\delta V^i(\lambda_c)$  que da este instrumento bajo el efecto de un flujo incidente total *desconocido*, al valor espectral  $X_\lambda^i(\lambda_c)$  de la magnitud  $X$  creada por este flujo. Ahora bien, según la relación 2.1.2.d:

$$\delta V^i(\lambda_c) = \frac{1}{a} \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) X_\lambda^i(\lambda) d\lambda \quad 2.1.3.a$$

En consecuencia, cuando la validez de la expresión 2.1.2.g se verifica, el producto  $K(\lambda_c) \delta V^i(\lambda_c)$  se escribe:

$$K(\lambda_c) \delta V^i(\lambda_c) = \frac{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) X_\lambda^i(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) d\lambda} \quad 2.1.3.b$$

relación que es aún posible poner en la forma:

$$K(\lambda_c) \delta V^i(\lambda_c) = \int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} f(\lambda) X_\lambda^i(\lambda) d\lambda \quad 2.1.3.c$$

si se define  $f(\lambda)$ , llamada *función aparato*, como la razón:

$$f(\lambda) = \frac{S(\lambda)}{\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} S(\lambda) d\lambda} \quad 2.1.3.d$$

Así, en lugar de ser igual a  $X_\lambda^i(\lambda_c)$  como se esperaba, el producto de la señal natural por el coeficiente de calibración representa la integral del producto de  $X_\lambda^i(\lambda)$  por  $f(\lambda)$ , sobre la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$  que selecciona el instrumento (es decir, la *convolución* de  $X_\lambda^i(\lambda)$  por  $f(\lambda)$  sobre esta banda). Si la acción de  $[S]$  no depende de  $\lambda$ , o si  $S(\lambda)$  es constante,  $K(\lambda_c) \delta V^i(\lambda_c)$  será el *valor medio* de  $X_\lambda^i(\lambda)$  sobre  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ .

**Observaciones:**

1. Según su definición, una *función aparato* es necesariamente tal que 
$$\int_{\lambda_c - \delta\lambda}^{\lambda_c + \delta\lambda} f(\lambda) = 1 .$$
2. Los IBE de tipo *spectrorradiómetro* ofrecen, por propiedad, la posibilidad de elegir el valor de  $\lambda_c$  sobre un rango largo de longitudes de onda. Es cómodo transformar, por un cambio de origen de las abscisas, la función aparato  $f(\lambda)$  en una función  $s(\lambda - \lambda_c)$  llamada *función rendija* (del hecho que las anchuras de las rendijas delimitan el valor de  $\delta\lambda$ ), que se puede determinar con la ayuda de una fuente *monocromática* (láser).
3. Se llama *banda pasante* de un IBE, a la anchura que  $f(\lambda)$  presenta a la mitad de la altura de su máximo (NdT: El término banda pasante no es empleado en español aunque se entiende su significado, es la llamada *anchura a altura mitad* que define la resolución del instrumento dada por esta característica de la función aparato; también se usa el término inglés *Full Width at Half Maximum, FWHM*). La función aparato de un IBE es a menudo asimilada a un *triángulo* isósceles de base  $2\delta\lambda$  y de anchura  $\delta\lambda$ , con  $f(\lambda_c) = 1/\delta\lambda$ . La *resolución* de un IBE es la más pequeña anchura que se puede seleccionar (cuando es posible modificarla).
4. Según la relación 2.1.3.c, la medida de una magnitud espectral por un IBE no permite obtener mas que la *convolución* de esta magnitud por la función aparato correspondiente. Se puede comparar correctamente el valor de una medida espectral a la dada por un modelo, si esta última es el resultado de la convolución con esta misma función.

**2.1.4. Coeficiente de calibración de un IBA (para la medida de magnitudes totales)**

Consideremos, ahora, un IBA destinado a la medida del valor *total* de una magnitud  $X$ , sobre el intervalo *espectral*  $[\lambda_1, \lambda_2]$  que puede seleccionar. Cuando este instrumento recibe un flujo incidente *total*, su función  $[S]$  transforma en

$X'_\lambda(\lambda) = S(\lambda) X_\lambda(\lambda)$ , a cada uno de los valores  $X_\lambda(\lambda)$  que produce este flujo sobre  $[\lambda_1, \lambda_2]$  (ver el párrafo 2.1.1.). Su función  $[D]$  tiene en cuenta la suma:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X'_\lambda(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.4.a$$

que transforma, globalmente, en una señal natural  $V$ . Admitiendo, entonces, que a todo  $X'_\lambda(\lambda)$  corresponde una señal espectral  $V_\lambda(\lambda)$ ,  $V$  puede escribirse como:

$$V = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.4.b$$

y se obtiene, según las relaciones 2.1.1.d y 2.1.4.a:

$$V = \frac{1}{a} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X'_\lambda(\lambda) d\lambda = \frac{1}{a} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 2.1.4.c$$

Si la fuente del flujo incidente es una fuente de calibración, ella produce los valores espectrales  $X_\lambda^e(\lambda)$  de  $X$ , *conocidos* para todas las longitudes de onda. Se sigue que la magnitud total medida por el IBE, es:

$$X^e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_\lambda^e(\lambda) d\lambda \quad 2.1.4.d$$

la cual también *conocida*. Entonces, definiendo el *coeficiente de calibración real*  $K$  del instrumento como la razón de  $X^e$  a la señal natural  $V^e$  que da, la igualdad 2.1.4.c permite escribir:

$$K = \frac{X^e}{V^e} = \frac{a \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_\lambda^e(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_\lambda^e(\lambda) d\lambda} \quad 2.1.4.e$$

Sobre la banda  $[\lambda_1, \lambda_2]$ , la función  $X_\lambda^e(\lambda)$  no es generalmente *constante*. Lo que implica, según la relación precedente, que  $K$  depende de la *forma* del espectro de la

fuente de calibración. Este no será evidentemente el caso si la acción de  $[S]$  no depende de  $\lambda$  y, por tanto, si  $S(\lambda)$  queda constante sobre  $[\lambda_1, \lambda_2]$ .

**Observación:**

Si el IBA es un ICG puede ser necesario tener en cuenta, en la expresión del coeficiente de calibración, la repartición espacial del flujo incidente en el instrumento.

**2.1.5. Influencia de la forma de los espectros sobre las medidas de un IBA**

Una vez determinado el coeficiente de calibración  $K$ , se admite que su producto por la señal natural total  $V^i$  que da el instrumento precedente bajo el efecto de un flujo incidente total *desconocido*, es igual a la magnitud total  $X^i$  producido sobre la banda  $[\lambda_1, \lambda_2]$  por este flujo. Según 2.1.4.c, se tiene:

$$V^i = \frac{1}{a} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_{\lambda}^i(\lambda) d\lambda \quad 2.1.5.a$$

La igualdad 2.1.4.e permite poner el producto  $K V^i$  bajo la forma:

$$K V^i = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}^e(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_{\lambda}^e(\lambda) d\lambda} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_{\lambda}^i(\lambda) d\lambda \quad 2.1.5.b$$

que no equivale a:

$$X^i = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}^i(\lambda) d\lambda \quad 2.1.5.c$$

como sería deseable. La relación 2.1.5.b muestra, que el resultado del producto  $K V^i$  depende de la *forma* del espectro de la fuente desconocida. La consecuencia es que, si dos flujos desconocidos crean los valores espectrales  $X_{\lambda}^i{}'(\lambda)$  y  $X_{\lambda}^i{}''(\lambda)$  diferentes, pero tales que:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}^{i'}(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}^{i''}(\lambda) d\lambda \quad 2.1.5.d$$

ya que producen la *misma* magnitud total  $X^i$ , éstos no dan un mismo producto  $K V^i$  salvo que por fortuna, se tenga también:

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_{\lambda}^{i'}(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) X_{\lambda}^{i''}(\lambda) d\lambda \quad 2.1.5.e$$

Este inconveniente desaparece cuando la acción de  $[S]$  no depende de  $\lambda$ , es decir cuando  $S(\lambda)$  es constante sobre  $[\lambda_1, \lambda_2]$ , ya que en este caso el producto 2.1.5.b se vuelve igual a:

$$K V^i = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}^i(\lambda) d\lambda = X^i \quad 2.1.5.f$$

**Observación:**

La eventual sensibilidad de los IBA a la forma de los espectros, puede ser compensada aplicando una corrección a su coeficiente de calibración. Este es el caso de los UVB-metros o los biómetros cuya respuesta varía con la cantidad de ozono atmosférico, ya que este influye sensiblemente sobre la forma de los espectros de irradiancia solar para las longitudes de onda cortas.

**2.1.6. Visión de conjunto de los métodos corrientes de calibración**

Los métodos utilizados para determinar los *coeficientes de calibración*, difieren según la anchura de la banda que seleccionan los instrumentos, y según la apertura del haz que colectan; no podemos dar, aquí, más que una visión de conjunto. Estos diversos procedimientos, cuya manipulación aparece a menudo delicada, utilizan un conjunto diverso de fuentes: desde el propio sol a fuentes artificiales calibradas por el mismo fabricante o por un centro reconocido de radiometría. Estas fuentes de calibración, son generalmente simples lámparas de filamento (de tipo «halógeno», es

decir rellenas de un gas inerte conteniendo yodo ó bromo) que tienen la particularidad de emitir una radiación de espectro *continuo* y próximo al del CN a la misma temperatura. Si es artificial, la fuente debe estar colocada a la distancia del instrumento recomendada por el fabricante y para la que éste ha dado, con una precisión de uno o algunos %, los valores de irradiancia *espectral* producidos normalmente por la radiación emitida. Si el instrumento es del tipo ICG, puede ser interesante estudiar la respuesta bajo otros ángulos de incidencia que el de incidencia nula, a fin de determinar la eventual sensibilidad a la repartición espacial (RS) de la intensidad (ver, en particular, el § 2.2.1., relativo al error coseno).

El sol, en sí mismo, puede ser utilizado para una calibración *comparativa*. Este método, muy simple, consiste en comparar las señales producidas por el instrumento a calibrar, con las dadas simultáneamente por un segundo instrumento, ya calibrado, instalado sobre el mismo sitio. En lugar del sol se puede emplear una lámpara de xenón cuyo espectro de radiación se asemeje, sobre un largo rango de longitudes de onda, al que emite este astro.

La irradiancia producida fuera de la atmósfera por el sol es bien conocida, es teóricamente posible proceder a una calibración indirecta del IBE de tipo ICP (radiómetros de filtros y espectralradiómetros para medir radiación *directa*), efectuando una serie de medidas durante el curso de un día de cielo claro donde la atmósfera esté estable. El principio de este método, denominado *recta de Langley* o *método de Langley*, se expone aquí abajo.

Según las tres relaciones 1.1.1.a, 1.1.2.f y 1.1.2.g del capítulo III, la irradiancia solar *directa* normal espectral puede ponerse en la forma:

$$I_{\lambda}(\lambda) = K_d I_{o\lambda}(\lambda) T(\lambda) = K_d I_{o\lambda}(\lambda) \exp \left[ - \sum_{i=R}^{i=G} \tau_i(\lambda) m_i \right] \quad 2.1.6.a$$

donde es posible escribir, si el ángulo cenital del sol  $\theta^*$  no es muy grande, para que las masas ópticas relativas específicas se puedan remplazar por  $m = 1 / \cos \theta^*$  :

$$\ln [I_{\lambda}(\lambda)] = \ln [K_d I_{o\lambda}(\lambda)] - m \sum_{i=R}^{i=G} \tau_i(\lambda) \quad 2.1.6.b$$

Sea, entonces, un IBE seleccionando la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ . Según la relación 2.1.2.e, el valor espectral « calibrado »  $I_\lambda(\lambda_c)$  puede ser remplazado por  $K(\lambda_c)\delta V(\lambda_c)$ , producto del *coeficiente de calibrado* por la señal natural que da el instrumento, y se obtiene:

$$\ln[\delta V(\lambda_c)] = \ln\left[\frac{K_d I_{o\lambda}(\lambda_c)}{K(\lambda_c)}\right] - m \sum_{i=R}^{i=G} \tau_i(\lambda_c) \quad 2.1.6.c$$

Así, suponiendo que los contenidos de los diversos componentes de la atmósfera queden constantes durante el curso del día de medida y, de esta manera, que los espesores ópticos  $\tau_i(\lambda_c)$  mantengan cada uno su valor inicial,  $\ln[\delta V(\lambda_c)]$  variará *linealmente* en función de  $m$ . Conociendo  $I_{o\lambda}(\lambda_c)$ , se puede extraer entonces  $K(\lambda_c)$  de la ordenada en el origen de la recta obtenida.

### **Observación:**

El método de la recta de Langley se puede también usar para determinar la irradiancia solar directa normal espectral fuera de la atmósfera,  $I_{o\lambda}(\lambda)$ , cuando el coeficiente  $K(\lambda)$  es ya conocido por otros medios. El valor de su pendiente permite también, eligiendo una longitud de onda apropiada, determinar el espesor óptico de los aerosoles sin que sea necesario conocer  $I_{o\lambda}(\lambda)$  ni  $K(\lambda)$ .

## **2.2. Algunas dificultades particulares de la radiometría solar**

### **2.2.1. El error coseno en la medida de las irradiancias por un ICG**

Los flujos incidentes sobre los instrumentos de medida de las *irradiancias* solares provienen, cuando se trata de un ICG, de todas las direcciones del semi-espacio libre. Se observa, entonces, que una *misma irradiancia* del dispositivo de entrada del instrumento, puede corresponder a la emisión por  $[D]$  de señales, cuyo valor depende de la *repartición espacial (RS)* del flujo incidente, es decir, de su *distribución* en

*intensidad* según las diversas direcciones del semi-espacio libre. Así, por ejemplo, dos irradiancias globales horizontales *iguales* observadas para dos elevaciones del sol *diferentes*, es decir por tanto dos *distribuciones* diferentes del flujo incidente, pueden dar lugar a la emisión de dos señales *diferentes* por el instrumento. Es posible corregir en parte este fenómeno, llamado *error coseno*, trabajando la geometría del *elemento receptor* del dispositivo de entrada o colector. Se puede igualmente efectuar correcciones sobre las señales recogidas, según un método cuyos principios generales exponemos aquí.

El elemento receptor de un instrumento de medida de la *irradiancia* solar, se presenta generalmente como una superficie (de pequeña área) que tiene una *simetría axial*. En tal caso los flujos direccionales que recibe este elemento, pueden ser referenciados en el espacio por medio de los ángulos respectivos que forman con este eje de simetría, o ángulos de incidencia.

#### **- Corrección relativa direccional del error coseno**

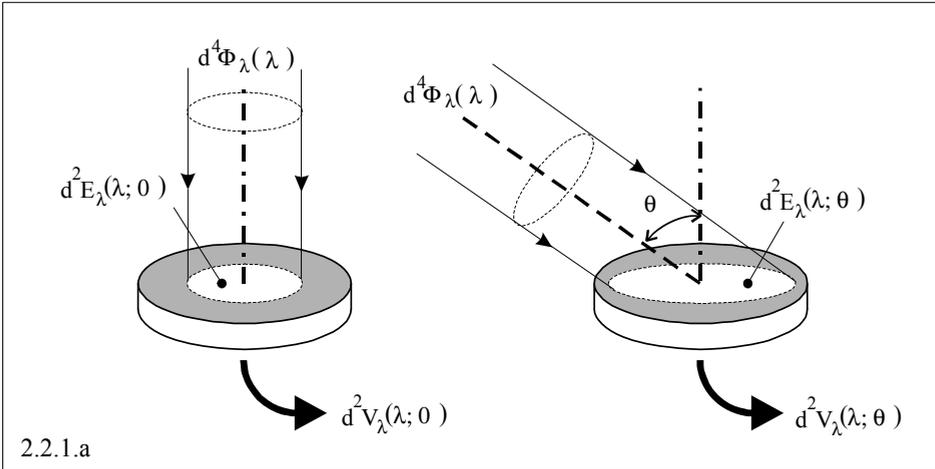
Sea un haz *directional* de un flujo *monocromático* de longitud de onda  $\lambda$ , incidente bajo el ángulo  $\theta$  sobre el elemento receptor de un instrumento de medida de irradiancias (elemento representado plano, sobre la figura 2.2.1.a); y sea  $d^2E_\lambda(\lambda; \theta)$  la irradiancia *spectral* que produce sobre este elemento. Bajo incidencia nula, este mismo flujo produce entonces la irradiancia  $d^2E_\lambda(\lambda; 0)$ , tal que:

$$d^2E_\lambda(\lambda; \theta) = d^2E_\lambda(\lambda; 0) \cos \theta \quad 2.2.1.a$$

Se dirá que el instrumento sigue *la ley del coseno* (*instrumento coseno perfecto*, IPC), si las señales *spectrales*  $d^2V_\lambda(\lambda; \theta)$  y  $d^2V_\lambda(\lambda; 0)$  que da bajo el efecto de estas dos irradiancias respectivas, están en las *mismas proporciones*, o sea si:

$$d^2V_\lambda(\lambda; \theta) = d^2V_\lambda(\lambda; 0) \cos \theta \quad 2.2.1.b$$

En este caso, la razón  $d^2E_\lambda(\lambda;\theta)/d^2V_\lambda(\lambda;\theta)$  que, según la relación 2.1.1.e, es el *coeficiente de calibración monocromática* del instrumento, no depende de  $\theta$  y puede, así, ser igual a  $a/S(\lambda)$ .



Consideremos, ahora, un IPC que da la señal  $V_\lambda(\lambda)$  bajo el efecto de un flujo monocromático *hemisférico* que produce la irradiancia espectral  $E_\lambda(\lambda)$ . Este flujo incidente es asimilable a una yuxtaposición de flujos *direccionales*, cada uno en el origen de una irradiancia  $d^2E_\lambda(\lambda;\theta)$  y de una señal  $d^2V_\lambda(\lambda;\theta)=[S(\lambda)/a]d^2E_\lambda(\lambda;\theta)$  particular, cuyo  $E_\lambda(\lambda)$  y  $V_\lambda(\lambda)$  representan las *sumas* respectivas. Se sigue que  $V_\lambda(\lambda)$  es necesariamente igual a  $[S(\lambda)/a]E_\lambda(\lambda)$  y, que en consecuencia, toda distribución de flujo direccional produciendo una *misma* irradiancia  $E_\lambda(\lambda)$ , da lugar, como es deseable, a una *misma* señal  $V_\lambda(\lambda)$ .

Como desgraciadamente, ningún instrumento de medida de la irradiancia es IPC a priori, se debe considerar el coeficiente de calibración monocromático como la función  $a/S(\lambda;\theta)$  de  $\theta$  y escribir:

$$\frac{d^2E_\lambda(\lambda;\theta)}{d^2V_\lambda(\lambda;\theta)} = \frac{a}{S(\lambda;\theta)} \quad \text{y} \quad \frac{d^2E_\lambda(\lambda;0)}{d^2V_\lambda(\lambda;0)} = \frac{a}{S(\lambda;0)} \quad 2.2.1.c$$

Entonces, poniendo:

$$c(\lambda; \theta) = \frac{S(\lambda; \theta)}{S(\lambda; 0)} \quad 2.2.1.d$$

se obtiene para la razón de las dos relaciones 2.2.1.c:

$$\frac{d^2 E_\lambda(\lambda; \theta)}{d^2 E_\lambda(\lambda; 0)} = \frac{1}{c(\lambda; \theta)} \frac{d^2 V_\lambda(\lambda; \theta)}{d^2 V_\lambda(\lambda; 0)} \quad 2.2.1.e$$

Entonces, si las irradiancias  $d^2 E_\lambda(\lambda; \theta)$  y  $d^2 E_\lambda(\lambda; 0)$  son producidas por dos flujos idénticos (y verifican pues la relación 2.2.1.a), tenemos:

$$d^2 V_\lambda(\lambda; \theta) = c(\lambda; \theta) d^2 V_\lambda(\lambda; 0) \cos \theta \quad 2.2.1.f$$

El coeficiente  $c(\lambda; \theta)$  aparece, así, como un factor que corrige la separación entre  $d^2 V_\lambda(\lambda; \theta)$  y  $d^2 V_\lambda(\lambda; 0) \cos \theta$ . Por ello, es llamada, *corrección relativa direccional* del error coseno. Si el instrumento es un IPC se tiene, obviamente,  $c(\lambda; \theta) = 1$ .

Las relaciones 2.2.1.c y d permiten establecer inmediatamente, que:

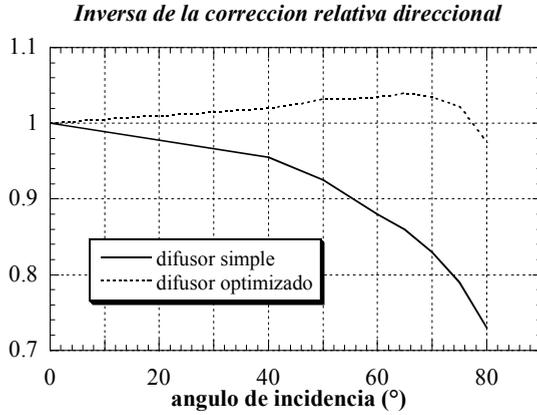
$$d^2 E_\lambda(\lambda; \theta) = \frac{a}{c(\lambda; \theta) S(\lambda; 0)} d^2 V_\lambda(\lambda; \theta) \quad 2.2.1.g$$

expresión que se puede utilizar para corregir las medidas de irradiancia *solar espectral directa* sobre el plano horizontal,  $I_{h\lambda}(\lambda; \theta^*)$ , transponiendola de la manera siguiente:

$$I_{h\lambda}(\lambda; \theta^*) = \frac{a}{c(\lambda; \theta^*) S(\lambda; 0)} V_{l\lambda}(\lambda; \theta^*) \quad 2.2.1.h$$

siendo  $V_{l\lambda}(\lambda; \theta^*)$  la señal espectral correspondiente.

La figura 2.2.1.b presenta para dos radiómetros diferentes las variaciones de la inversa de la corrección relativa direccional para cortas longitudes de onda, o sea  $1/c(\lambda; \theta)$ , en función del ángulo  $\theta$  de incidencia del flujo.



2.2.1.b

El dispositivo de entrada del primer instrumento comporta un difusor constituido de una simple lámina de caras paralelas de teflón; mientras que en el segundo, la geometría del difusor ha sido trabajada a fin de minimizar cuanto es posible  $c(\lambda; \theta)$  para los grandes ángulos de incidencia.

**- Corrección relativa hemisférica del error coseno**

Cuando el flujo incidente es *hemisférico*, la corrección a aplicar es menos simple. Si tomamos el caso de la radiación difusa del cielo, escribiendo  $d^2D_{h\lambda}(\lambda; \theta, \psi)$  como la irradiancia espectral horizontal producida por el haz de flujo proveniente de la dirección  $(\theta, \psi)$  (en las coordenadas de la referencia horizontal), y  $d^2V_\lambda(\lambda; \theta, \psi)$  la señal espectral correspondiente dada por el instrumento, se tiene según la relación 2.2.1.:

$$d^2D_{h\lambda}(\lambda; \theta, \psi) = \frac{a}{c(\lambda; \theta)S(\lambda; 0)} d^2V_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \tag{2.2.1.j}$$

con:

$$d^2D_{h\lambda}(\lambda; \theta, \psi) = K_d L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \cos \theta d^2\Omega \quad \text{y} \quad d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\psi \tag{2.2.1.k}$$

$L_\lambda(\lambda; \theta, \psi)$  es la radiancia espectral del cielo en la dirección  $(\theta, \psi)$ , para una distancia media Tierra-Sol. La relación 2.2.1.j permite pues escribir:

$$K_d L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) c(\lambda; \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi = \frac{a}{S(\lambda; 0)} d^2 V_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \quad 2.2.1.l$$

Integrando, entonces, sobre toda la bóveda del cielo (con un horizonte sin obstáculos), se obtiene:

$$K_d \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) c(\lambda; \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi = \frac{a}{S(\lambda; 0)} V_{D\lambda}(\lambda) \quad 2.2.1.m$$

$V_{D\lambda}(\lambda)$  es la señal *espectral* correspondiente a la totalidad de la irradiancia espectral difusa recogida en el plano horizontal. Sea  $D_{h\lambda}(\lambda)$ , que es por definición y según la relación 2.2.1.k, tal que:

$$D_{h\lambda}(\lambda) = \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} d^2 D_{h\lambda}(\lambda; \theta, \psi) = K_d \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi \quad 2.2.1.n$$

Finalmente, la división miembro a miembro de esta última expresión por la igualdad 2.2.1.m da:

$$D_{h\lambda}(\lambda) = \frac{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) c(\lambda; \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta d\psi} \frac{a}{S(\lambda; 0)} V_{D\lambda}(\lambda) \quad 2.2.1.o$$

La razón de las integrales dobles es la *corrección relativa hemisférica* del error coseno. Dado que depende de la distribución espacial (RS) del flujo incidente, esta razón se denota como  $C(\lambda; RS)$ , lo que permite escribir 2.2.1.o como:

$$D_{h\lambda}(\lambda) = C(\lambda; RS) \frac{a}{S(\lambda; 0)} V_{D\lambda}(\lambda) \quad 2.2.1.p$$

Si el instrumento es un IPC,  $C(\lambda; RS) = 1$  según lo que precede.

**Observación:**

1. Admitiendo que la radiancia del cielo es *isótropa*, es decir que es la misma cualquiera que sea la dirección  $(\theta, \psi)$  considerada, la relación 2.2.1.o se simplifica y  $C(\lambda; RS)$  se reduce a :

$$C(\lambda) = \frac{1}{2 \int_{\theta=0}^{\pi/2} c(\lambda; \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta} \tag{2.2.1.q}$$

2. Hay que aplicar dos correcciones a la irradiancia *global horizontal*, lo que se puede escribir:

$$G_{h\lambda}(\lambda) = I_{h\lambda}(\lambda) + D_{h\lambda}(\lambda) = \frac{a}{S(\lambda; 0)} \left[ \frac{V_{I\lambda}(\lambda; \theta^*)}{c(\lambda; \theta^*)} + C(\lambda; RS) V_{D\lambda}(\lambda) \right] \tag{2.2.1.r}$$

Si el instrumento de medida es un IBE, seleccionando la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , se asimila generalmente el factor  $a/S(\lambda; 0)$  al coeficiente de calibración bajo incidencia nula  $K(\lambda_c; 0)$ , y la corrección relativa direccional  $c(\lambda; \theta)$  a la razón de  $K(\lambda_c; 0)$  a  $K(\lambda_c; \theta)$ , coeficiente de calibración para la incidencia  $\theta$ .

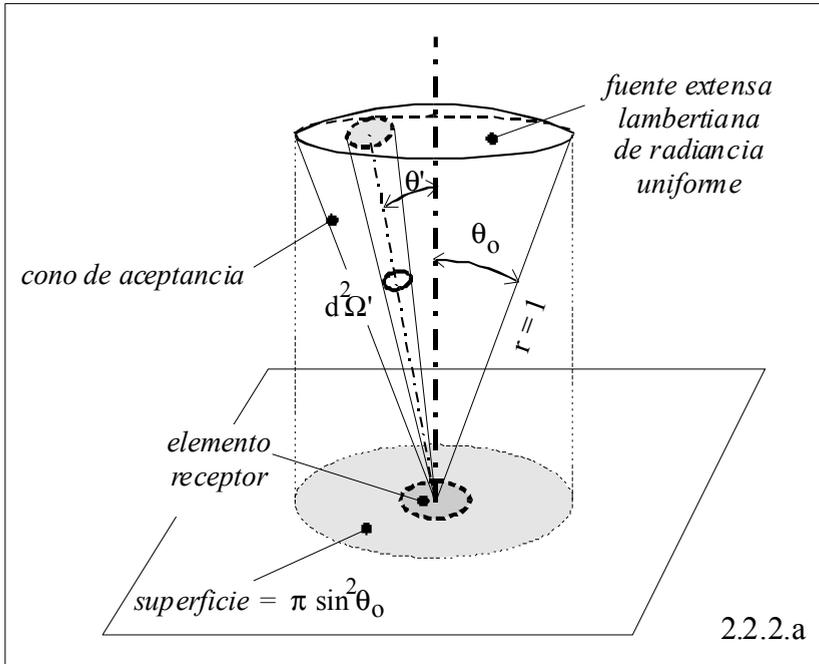
3. Las correcciones relativas direccional y hemisférica para las irradiancias *totales*, pueden ser obtenidas por transformación de las relaciones espectrales 2.2.1.h y 2.2.1.o en relaciones *totales*, según el procedimiento indicado en § 1.4.2. del capítulo I. En este caso, las dos correcciones se escriben simplemente  $c(\theta)$  y  $C$ .

**2.2.2. Calibración de los sistemas medidores de radiancia**

Hemos visto, en § 1.2.2., que un luminancímetro estaba generalmente provisto de un *tubo colimador*, dispositivo que delimita un cono de aceptación (de revolución) por donde el flujo de la fuente a medir debe penetrar antes de alcanzar el elemento receptor del instrumento. Así, la irradiancia espectral  $E_\lambda(\lambda)$  que una fuente lambertiana extensa de radiancia uniforme  $L_\lambda(\lambda)$  crea a nivel del elemento receptor,

asimilado al punto vértice del cono de aceptación, puede escribirse en aplicación de la relación 1.3.1.b del capítulo I (ver la figura 2.2.2.a):

$$E_{\lambda}(\lambda) = \iint_{\text{cono}} d^2 E_{\lambda}(\lambda) = \iint_{\text{cono}} L_{\lambda}(\lambda) \cos \theta' d^2 \Omega' = L_{\lambda}(\lambda) \iint_{\text{cono}} \cos \theta' d^2 \Omega' \quad 2.2.2.a$$

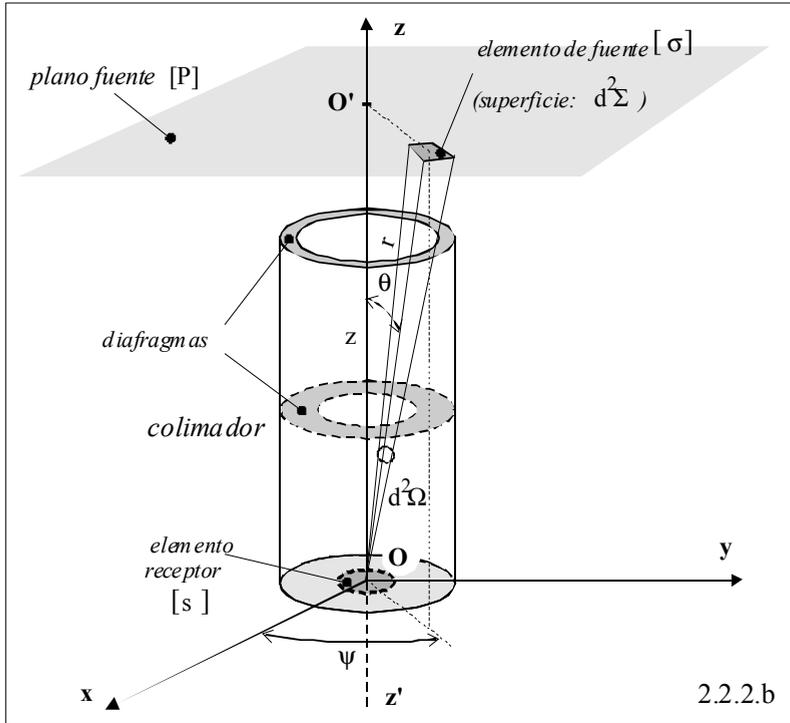


Entonces, si  $\theta_0$  es el semi-ángulo del cono de aceptación, que es conocido, el razonamiento utilizado para demostrar la igualdad 1.2.4.b del capítulo I, conduce inmediatamente a:

$$E_{\lambda}(\lambda) = L_{\lambda}(\lambda) \pi \sin^2 \theta_0 \quad 2.2.2.b$$

expresión que permite obtener muy fácilmente la radiancia  $L_{\lambda}(\lambda)$  cuando el instrumento ha sido previamente calibrado en *irradiancia*. Desgraciadamente, en numerosos casos, el elemento receptor no es asimilable a un *punto* frente a las dimensiones del tubo colimador, lo que vuelve imposible toda definición de un cono de aceptación. Así, a falta de poder tomar un valor preciso para  $\theta_0$ , la igualdad 2.2.2.b no es aplicable. Esta dificultad puede sin embargo ser solventada utilizando el método de calibración descrito a continuación (ver la figura 2.2.2.b) donde el elemento receptor

[*s*] de centro *O*, es supuesto plano y simétrico alrededor del eje  $z'Oz$  de apunte del colimador.



**- Expresión del coeficiente monocromático direccional**

Admitimos, aquí, que la fuente vista o apuntada por el instrumento es *monocromática* de longitud de onda  $\lambda$ , que es extensa y toma la forma de un plano [*P*] situado a la distancia  $OO' = z$  de *O* y paralela a la pareja de ejes [ $x'x, y'y$ ]. En *ausencia* del colimador, la irradiancia espectral producida en [*s*] por un elemento [ $\sigma$ ] de [*P*] que se encuentra a la distancia *r* de *O*, en la dirección definida por el par de ángulos ( $\theta, \psi$ ), puede escribirse según la relación 1.3.1.b del capítulo I:

$$d^2 E_\lambda(\lambda; \theta, \psi) = L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \cos \theta d^2 \Omega \tag{2.2.2.c}$$

En esta expresión,  $L_\lambda(\lambda; \theta, \psi)$  representa la radiancia espectral de  $[\sigma]$  vista desde  $[s]$ , y  $d^2\Omega$  es el ángulo sólido del extremo  $O$  delimitada por el contorno de  $[\sigma]$ . Este ángulo sólido, es tal que  $d^2\Omega = d^2\Sigma \cos\theta / r^2$  (si designamos a  $d^2\Sigma$  el área de  $[\sigma]$ ), y se cumple  $d^2\Sigma \cos^3\theta / z^2$  ya que  $r^2 = z^2 / \cos^2\theta$ . La irradiancia anterior se convierte por tanto en:

$$d^2E_\lambda(\lambda; \theta, \psi) = L_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \frac{\cos^4\theta d^2\Sigma}{z^2} \quad 2.2.2.d$$

Sea, ahora,  $d^2V_\lambda(\lambda; \theta, \psi)$  la señal espectral que da el instrumento *completo*, es decir equipado del colimador, bajo el efecto del flujo emitido por  $[\sigma]$ . Estamos por tanto en condiciones de poner, ya que la fuente es monocromática (ver el § 2.1.1.) y el dispositivo que colecta la radiación es simétrico respecto de su eje (simetría axial):

$$d^2E_\lambda(\lambda; \theta, \psi) = \frac{a}{S(\lambda; \theta)} d^2V_\lambda(\lambda; \theta, \psi) \quad 2.2.2.e$$

expresión en la cual  $a/S(\lambda; \theta)$  puede ser visto como el coeficiente de calibración monocromático *direccional* del sistema medidor de radiancia *que sería utilizado para la medida de las irradiancias*. Este coeficiente depende de  $\theta$  (incluso si el elemento receptor es « perfectamente coseno ») ya que para valores grandes de este ángulo, el tubo colimado intercepta parcialmente o totalmente el flujo recibido por  $[s]$  y emitido por  $[\sigma]$ . Comparando, entonces, las dos igualdades precedentes, se obtiene inmediatamente:

$$\frac{a}{S(\lambda; \theta)} = \frac{L_\lambda(\lambda; \theta, \psi)}{d^2V_\lambda(\lambda; \theta, \psi)} \frac{\cos^4\theta d^2\Sigma}{z^2} \quad 2.2.2.f$$

### ***-Determinación del coeficiente monocromático direccional***

Si el elemento  $[\sigma]$  en el plano  $[P]$  es una fuente monocromática extensa pero de pequeño tamaño, *calibrada*, la irradiancia  $d^2E_\lambda^e(\lambda; 0)$  que produce sobre  $[s]$  para

$\theta = 0$  (cuando se encuentra sobre el eje  $z'z$ , a la distancia  $z$ ), es conocida. Si, además, esta fuente es *lambertiana* de radiancia espectral  $L_\lambda^e(\lambda)$ , las relaciones 2.2.2.d y f pueden escribirse respectivamente:

$$d^2E_\lambda^e(\lambda;0) = L_\lambda^e(\lambda) \frac{d^2\Sigma}{z^2} \quad \text{y} \quad \frac{a}{S(\lambda;\theta)} = \frac{L_\lambda^e(\lambda)}{d^2V_\lambda^e(\lambda;\theta)} \frac{\cos^4 \theta d^2\Sigma}{z^2} \quad 2.2.2.g$$

$d^2V_\lambda^e(\lambda;\theta)$  es la señal espectral dada por el instrumento completo, cuando la fuente  $[\sigma]$  esta calibrada en una dirección definida por el ángulo  $\theta$ . En este caso, el coeficiente monocromático direccional puede ser reformulado como:

$$\frac{a}{S(\lambda;\theta)} = \frac{d^2E_\lambda^e(\lambda;0)}{d^2V_\lambda^e(\lambda;\theta)} \cos^4 \theta \quad 2.2.2.h$$

### - Definición del coeficiente de calibración del sistema medidor de radiancia

Finalmente, si el plano  $[P]$  es una fuente extensa *desconocida*, de radiancia  $L_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi)$ , la señal dada por el instrumento completo bajo el efecto del flujo emitido por el elemento  $[\sigma]$  de dirección  $(\theta,\psi)$ , es  $d^2V_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi)$  tal que, según la igualdad 2.2.2.f:

$$\frac{a}{S(\lambda;\theta)} d^2V_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi) = L_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi) \frac{\cos^4 \theta d^2\Sigma}{z^2} \quad 2.2.2.i$$

Se obtiene, así, remplazando el coeficiente direccional por su expresión 3.3.2.h:

$$d^2V_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi) = \frac{d^2\Sigma}{z^2} \frac{d^2V_\lambda^e(\lambda;\theta)}{d^2E_\lambda^e(\lambda;0)} L_\lambda^i(\lambda;\theta,\psi) \quad 2.2.2.j$$

Ahora bien, en la hipótesis de que la radiancia de la fuente desconocida presenta el *mismo valor*  $L_\lambda^i(\lambda)$  sobre toda la superficie  $\Sigma$  del plano  $[P]$  que intercepta el ángulo sólido delimitado por el tubo colimador, la señal total dada por el instrumento es:

$$V_{\lambda}^i(\lambda) = \iint_{\Sigma} d^2V_{\lambda}^i(\lambda; \theta, \psi) = \frac{L_{\lambda}^i(\lambda)}{z^2 d^2E_{\lambda}^e(\lambda; 0)} \iint_{\Sigma} d^2V_{\lambda}^e(\lambda; \theta) d^2\Sigma \quad 2.2.2.k$$

y se tiene:

$$L_{\lambda}^i(\lambda) = \left[ \frac{z^2 d^2E_{\lambda}^e(\lambda; 0)}{\iint_{\Sigma} d^2V_{\lambda}^e(\lambda; \theta) d^2\Sigma} \right] V_{\lambda}^i(\lambda) \quad 2.2.2.l$$

El término entre corchetes representa el *coeficiente de calibración monocromático* del sistema medidor de radiancia.

### **Observaciones:**

Para proceder a una calibración con una lámpara de incandescencia calibrada, el filamento debe ser colocado en el plano  $[P]$  donde es asimilado a un elemento fuente cualquiera  $[\sigma]$  de superficie  $d^2\Sigma$ , supuesta lambertiana y de radiancia espectral  $L_{\lambda}^e(\lambda)$ . Si el instrumento es un IBE seleccionando la banda  $[\lambda_c - \delta\lambda, \lambda_c + \delta\lambda]$ , la relación 2.2.2.l puede ser escrita como:

$$L_{\lambda}^i(\lambda_c) = \left[ \frac{z^2 d^2E_{\lambda}^e(\lambda_c; 0)}{\iint_{\Sigma} \delta^2V^e(\lambda_c; \theta) d^2\Sigma} \right] \delta V^i(\lambda_c) \quad 2.2.2.m$$

En esta expresión  $\delta^2V^e(\lambda_c; \theta)$  representa la señal natural dada por el instrumento completo, cuando el filamento de la lámpara calibrada se encuentra en la dirección definida por el ángulo  $\theta$ ;  $\delta V^i(\lambda_c)$  es la señal natural dada por el instrumento completo correspondiente a la medida de radiancia de una fuente extensa desconocida.

En razón de la simetría axial del dispositivo de entrada de la luz, la calibración del sistema medidor de radiancia puede reducirse a la medida de las señales naturales

dadas por el instrumento, cuando el filamento de la lámpara calibrada es desplazado punto a punto en el plano  $[P]$ , *linealmente* desde  $O'$ . Entonces, si  $e$  es la separación constante entre dos puntos consecutivos de medida, y si  $\delta^2 V^e(\lambda_c; j)$  es la señal natural recogida cuando la lámpara se encuentra en el punto  $j$  (siendo  $j = 0$  correspondiente al punto  $O'$ ), se puede mostrar que:

$$\iint_{\Sigma} \delta^2 V^e(\lambda_c; \theta) d^2 \Sigma \cong \frac{\pi e^2}{4} \left[ \delta^2 V^e(\lambda_c; 0) + \sum_{j=1}^{\infty} 8j \delta^2 V^e(\lambda_c; j) \right] \quad 2.2.2.n$$

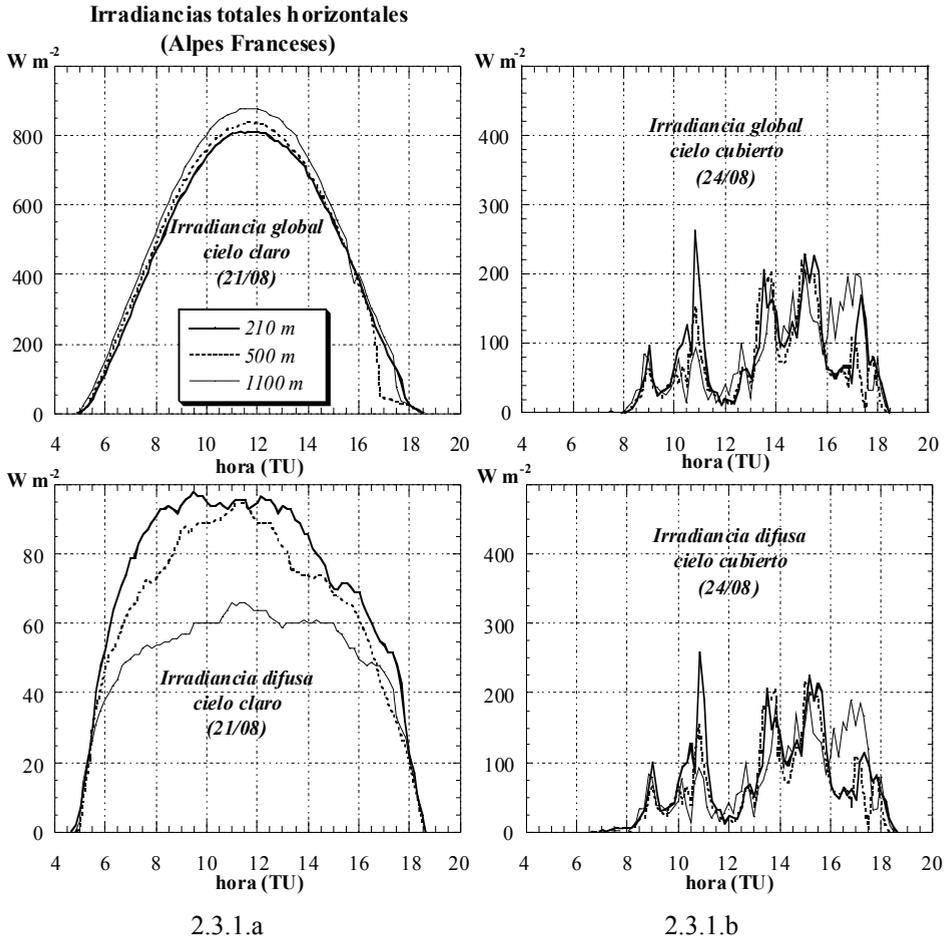
Esta aproximación es tanto mejor cuanto más pequeño es el paso  $e$  de medida.

## 2.3. Ejemplos de resultados de medida

### 2.3.1. Medidas piranométricas

Las figuras 2.3.1.a y b muestran las variaciones diurnas típicas de irradiancias solares totales global y difusa, medidas a varias altitudes en los Alpes, alrededor de Grenoble, respectivamente en el curso de un día de cielo claro (el 21 de agosto) y de un día de cielo cubierto (24 de agosto siguiente).

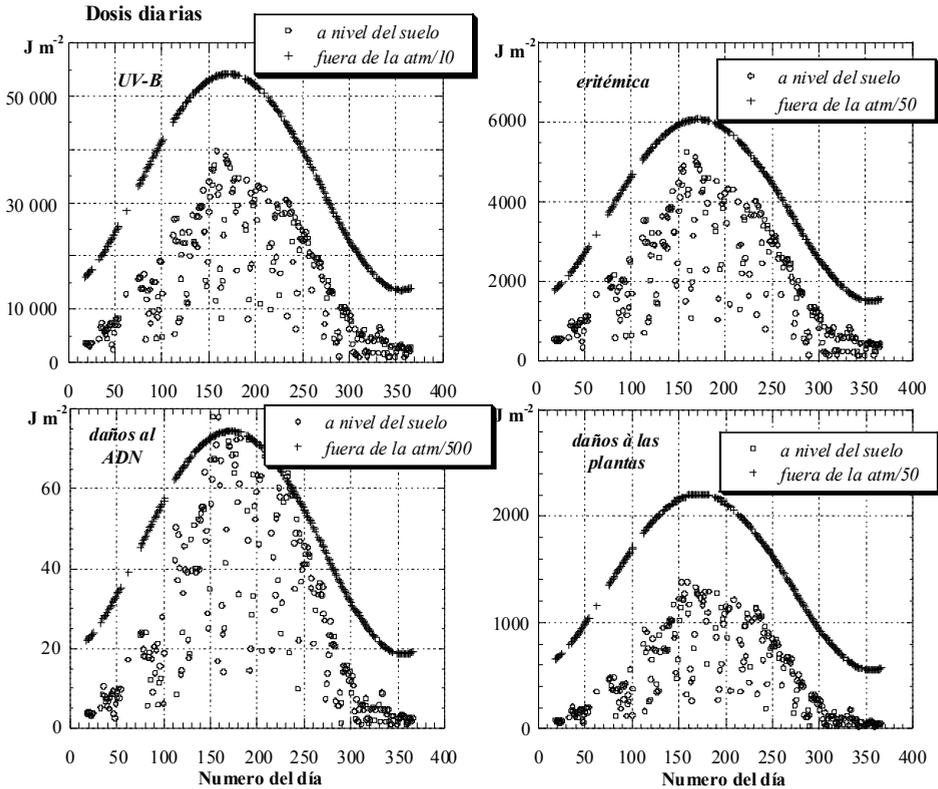
Estas magnitudes han sido medidas simultáneamente cada diez minutos, sobre el plano horizontal, por medio de piranómetros Kipp & Zonen (tipo CM11); los piranómetros destinados a la medida de la radiación difusa están equipados de un anillo como el representado por la figura 1.2.3.a., la corrección a realizar para compensar la ocultación de parte del cielo por el anillo, es dada en 1.2.3.a. Notaremos, en el caso de cielo claro, que la irradiancia global aumenta con la altitud, mientras que por el contrario la irradiancia difusa disminuye; esta última disminución es compensada por el incremento lógico de la irradiancia directa. En el caso del cielo cubierto, la irradiancia difusa es igual a la irradiancia global, salvo los errores de medida y la corrección del anillo.



### 2.3.2. Medidas con el UV-metro

Las curvas representadas en las figuras 2.3.2., muestran la evolución de cuatro series de dosis diarias UV ( $J m^{-2}$ ) durante el año 2000 en los Alpes Franceses cerca de Briançon, a 1310 m de altitud. Las dosis eritémicas, cuya definición es dada en § 3.1.3. del capítulo IV, han sido medidas con la ayuda de un radiómetro UV, o UV-metro, de marca SCINTEC. Las otras tres dosis, es decir la dosis UV-B y las dosis que ocasionan daños al ADN y a las plantas (véase la observación 5. en § 3.1.3. del capítulo IV), han sido calculadas a partir de los espectros UV tomados en continuo sobre el lugar de medida por los espectrorradiómetros. Para mostrar la importancia del papel protector de

la capa de ozono estratosférico, se muestra sobre cada gráfico las dosis correspondientes fuera de la atmósfera, determinadas sobre la vertical del lugar. A fin de facilitar la comparación, estas últimas han sido divididas por 10, 50, 500 y 50, para el UV-B, la eritemica, el ADN y las plantas respectivamente.

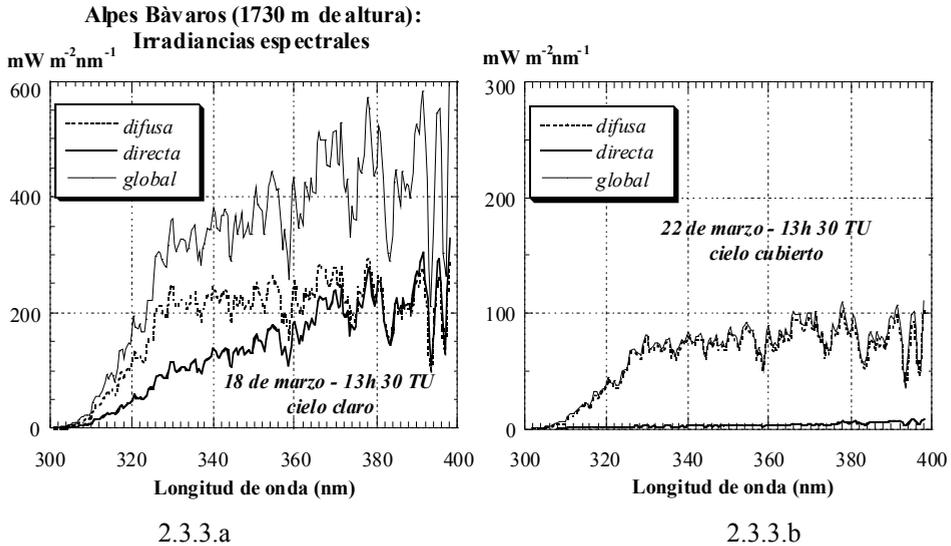


2.3.2.

### 2.3.3. Medidas con el espectrorradiómetro

La finalidad de los espectrorradiómetros es la medida de los espectros de la radiación solar. Se trata de medidas difíciles de realizar mediante una instrumentación compleja que necesita personal cualificado. La medida espectral UV, en particular, requiere precauciones especiales, porque el número de los fotones solares de corta longitud de onda que llegan al suelo después de atravesar la atmósfera es muy reducido.

Las figuras 2.3.3.a y b representan los espectros de irradiancia UV global, difusa y directa medidas sobre el plano horizontal durante un periodo de cielo claro (18 marzo) y durante un periodo de cielo cubierto (22 marzo siguiente), hacia las 13h 30 TU.



Estas medidas han sido hechas cerca de Garmish-Partenkirchen en los Alpes Bávares, a 1730 m de altitud, con la ayuda de un espectrorradiómetro desarrollado por el equipo IRSA de la Universidad Joseph Fourier (Grenoble). Este instrumento está equipado de un monocromador doble de 150 mm de focal, de marca Bentham, mantenido a la temperatura de 25°C; el barrido es realizado con un paso de 0,5 nm, y una *banda pasante* o resolución espectral de 0,8 nm (ver la observación 3. de § 2.1.3.); los espectros de radiación difusa son medidos colocando un *disco* que oculta el sol al elemento receptor, según el método descrito en § 1.2.3.. Los espectros directos son obtenidos por diferencia entre los espectros globales y difusos medidos. Se observa que, sobre todo el rango UV, la irradiancia espectral difusa es sistemáticamente más elevada que la irradiancia directa, cuando el cielo está claro; esto implica que la bóveda del cielo aporta una cantidad más importante de UV al plano horizontal, que el propio disco solar, como han mostrado ya las figuras 1.2.1. del capítulo III. Cuando el cielo está cubierto, los rayos directos son casi totalmente atenuados por las nubes y las irradiancias difusa y global toman prácticamente el mismo valor.



### ***Ejercicios y problemas***

1. La señal natural dada en el curso de una jornada clara y estable por un fotómetro directo utilizando un filtro a  $440 \text{ nm}$  es, en unidades arbitrarias, de 1560 para un ángulo cenital solar de  $70^\circ$ , y de 2670 cuando este ángulo cenital es de  $50^\circ$ . Determinar el espesor óptico de los aerosoles a esta longitud de onda donde el ozono es poco activo.
  
2. Designemos  $d^2V(\theta)$  como la señal natural que da un IBA no IPC bajo el efecto de la irradiancia  $d^2E(\theta)$  producida por un flujo direccional incidente sobre su elemento receptor plano con un ángulo  $\theta$ ; de la misma forma designemos a  $d^2V(0)$  como la señal natural dada bajo la irradiancia  $d^2E(0)$  producida por el mismo flujo bajo incidencia nula. Sea  $[\lambda_1, \lambda_2]$  la banda de longitudes de onda que selecciona este IBA; encontrar su coeficiente de calibración direccional  $K(\theta) = d^2E(\theta) / d^2V(\theta)$  para la incidencia  $\theta$ , en función de su coeficiente monocromático direccional  $a / S(\lambda; \theta)$  y la irradiancia espectral direccional  $d^2E_\lambda(\theta)$  producida por el flujo incidente bajo este ángulo; deducir la expresión de  $S(\theta)$  tal que  $K(\theta) = a / S(\theta)$ . Por definición, la corrección relativa direccional del instrumento es  $c(\theta)$  tal que  $d^2V(\theta) = c(\theta) d^2V(0) \cos \theta$ ; expresar  $d^2E(\theta)$  en función de  $d^2V(\theta)$ ,  $a$ ,  $c(\theta)$  y  $S(0)$  (remarcamos que la relación obtenida hubiera podido ser deducida de la relación 2.2.1.g aplicando el procedimiento de paso de las magnitudes espectrales a totales descrita en § 1.4.2. como observación 2 del capítulo I). Sea  $V_D$  la señal dada por la irradiancia difusa del cielo  $D_h$  sobre el elemento receptor colocado horizontalmente; expresar la corrección relativa

hemisférica  $C$  definida por  $D_h = C [a/S(0)]V_D$ , en función de la radiancia total del cielo  $L(\theta, \psi)$  en la referencia horizontal.

3. Para resolver este problema, se podrán utilizar los resultados del ejercicio 2. Se desea fabricar un piranómetro barato a base de una célula solar fotovoltaica. Las propiedades de la superficie de esta fotopila no hacen un buen IPC, por tanto se coloca un difusor plano delgado que permite obtener una corrección relativa direccional  $c(\theta)$  y una corrección relativa hemisférica  $C$  bastante próximas a la unidad. Medidas en laboratorio muestran que se tiene así  $c(\theta) \approx (\cos \theta)^{1/8}$ ; encontrar el valor del coeficiente  $C$  necesario para corregir la irradiancia difusa horizontal del cielo,  $D_h$ , cuando la radiancia de este último es isótropa. En ausencia del difusor, la corrección direccional es tal que  $c(\theta) \approx (\cos \theta)^{1/2}$ ; ¿cual es el error relativo (en %) que se comete sobre la determinación de  $D_h$ , sin la utilización del difusor e ignorando esta corrección (la radiancia del cielo se supone isótropa)?
4. Establecer la relación 2.2.2.b.
5. Encontrar la aproximación 2.2.2.n.

### 3. LA ACCIÓN BIOLÓGICA Y QUÍMICA DE LA RADIACIÓN SOLAR

La radiación solar produce efectos biológicos sobre los organismos vivos, de la misma manera que provoca la transformación de especies químicas en suspensión en la atmósfera o depositadas en el suelo. Que esas radiaciones sean indispensables para el sostenimiento de la vida y para el mantenimiento del equilibrio físico-químico de nuestro medioambiente, o bien, que al contrario, sus consecuencias nos parezcan nefastas, hacen en todo caso que estas acciones necesiten ser *cuantificadas*. En efecto, sólo por este medio es posible desarrollar el estudio y seguir las evoluciones eventuales en el tiempo. Las líneas siguientes presentan algunos conceptos generales que permiten esa cuantificación, y detallan la manera en que son aplicables algunos efectos biológicos y químicos importantes de la radiación solar.

#### 3.1. Determinación de los efectos biológicos del sol

##### 3.1.1. Espectro de acción e indicador de actividad

Es sabido que la sensibilidad de los tejidos vivos o la reactividad de las moléculas a la radiación solar, depende generalmente de la longitud de onda  $\lambda$ . Si esta sensibilidad o esta reactividad es cuantificable, su representación en función de  $\lambda$ , con un máximo generalmente *normalizado a la unidad*, constituye lo que se llama convencionalmente el *espectro de acción*  $A(\lambda)$  de la radiación sobre el tejido o la molécula correspondiente.

Sea  $X_\lambda(\lambda)$  una magnitud espectral (que puede ser un flujo, una irradiancia o una densidad de flujo esférico, según el caso) creado en un punto por una radiación. La integración en longitud de onda de  $X_\lambda(\lambda)$  *ponderado* por el espectro de acción de un proceso reactivo dado, es decir la suma:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} A(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.1.1.a$$

se toma como un *indicador de la actividad* de esta magnitud, relativa a la producción del proceso en cuestión. Si la forma del espectro de acción es conocida, se puede determinar el valor de tal indicador efectuando la medida de  $X_\lambda(\lambda)$ , longitud de onda por longitud de onda, por medio de un espectrorradiómetro. Pero se trata de una operación bastante pesada donde se pone en juego un material complejo. Es por lo que, generalmente se recurre a los IBA cuya función de selección  $[S]$  es capaz de transformar  $X_\lambda(\lambda)$  en la magnitud  $X'_\lambda(\lambda)$  tal que:

$$X'_\lambda(\lambda) = S(\lambda) X_\lambda(\lambda) = b A(\lambda) X_\lambda(\lambda) \quad 3.1.1.b$$

donde el factor  $b$  es una *constante* (véase § 2.1.1.). En este caso, en efecto, el instrumento da una señal que las relaciones 2.1.4.b y c permiten escribir como:

$$V = \int_{\lambda=0}^{\infty} V_\lambda(\lambda) d\lambda = \frac{b}{a} \int_{\lambda=0}^{\infty} A(\lambda) X_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.1.1.c$$

y que, en consecuencia, es *proporcional* al indicador buscado.

### **Observaciones:**

1. Es posible obtener un *mismo* valor del indicador 3.1.1.a, con espectros de la magnitud  $X_\lambda(\lambda)$  muy diferentes. Esto viene a decir que las radiaciones cuyos efectos tangibles son diferentes (desde el momento en que el espectro de acción no es una constante), no pueden ser detectadas como diferentes por este tipo de instrumento...
2. La noción de *espectro de acción* ha sido introducida esencialmente para evaluar los efectos *biológicos* de la radiación solar; siendo sin embargo utilizable -siempre bajo el concepto de *indicador de actividad*- en el estudio de los efectos *químicos*, como veremos en § 3.2..

### **3.1.2. La eficacia luminosa relativa espectral**

La sensibilidad del ojo humano a un flujo *monocromático* que le penetra, depende de la longitud de onda  $\lambda$  de este flujo. Se desprende por tanto que dos flujos

monocromáticos de longitudes de onda diferentes (o sea de colores diferentes) deben, en general, tener *potencias* diferentes para producir una impresión de *igual luminosidad* (tomando este último término en su sentido vulgar).

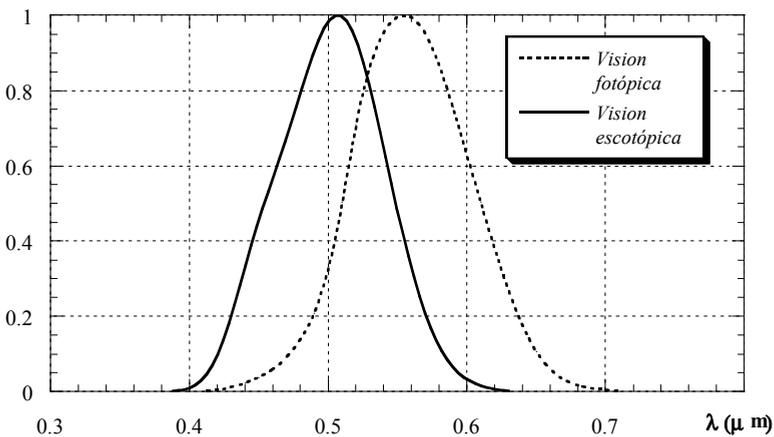
Este efecto visual es descrito por un *espectro de acción* particular llamado *eficacia luminosa relativa espectral*. En visión de día (o «fotópica»), esta definida como la función:

$$V(\lambda) = \frac{L_\lambda(555nm)}{L_\lambda(\lambda)} \tag{3.1.2.a}$$

Las magnitudes  $L_\lambda(555nm)$  y  $L_\lambda(\lambda)$  son las radiancias espectrales *normales* de dos manchas, producidas sobre una pantalla blanca mate por dos flujos monocromáticos de longitud de onda respectivas  $555\text{ nm}$  y  $\lambda$ , que dan una impresión de *igual luminosidad*. El máximo de sensibilidad del ojo es observado hacia  $555\text{ nm}$ ; por consiguiente llegar a la igualdad de luminosidad de estas manchas no es posible más que si  $L_\lambda(\lambda) \geq L_\lambda(555\text{ nm})$ . Por tanto,  $V(\lambda)$  es máximo e igual a 1 para  $\lambda = 555\text{ nm}$ . En visión de noche (o «escotópica»), el máximo de sensibilidad del ojo se observa hacia  $505\text{ nm}$ , y la eficacia luminosa relativa espectral se define como:

$$V'(\lambda) = \frac{L_\lambda(505nm)}{L_\lambda(\lambda)} \tag{3.1.2.b}$$

**Eficacia luminosa relativa espectral**



3.1.2.

La forma de los espectros de acción  $V(\lambda)$  y  $V'(\lambda)$  esta representada en la figura 3.1.2.

Si se considera el flujo espectral *energético*  $\Phi_\lambda(\lambda)$ , el *indicador de actividad luminosa* (diurna) es:

$$\int_{\lambda=380nm}^{\lambda=760nm} V(\lambda) \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.1.2.c$$

Se llama entonces flujo *luminoso*, a la magnitud expresada en *lúmenes* (símbolo  $lm$ ) que resulta del producto de este indicador por el coeficiente  $K_m = 683 lm W^{-1}$ .

#### **Observaciones:**

1. Definimos una *iluminancia luminosa*, una *luminancia luminosa* y una *intensidad luminosa*. Estas magnitudes pueden ser obtenidas haciendo el producto de  $K_m$  por la integral 3.1.2.c en la cual  $\Phi_\lambda(\lambda)$  ha sido remplazado respectivamente, por la irradiancia energética espectral  $E_\lambda(\lambda)$ , la radiancia energética espectral  $L_\lambda(\lambda)$  o la intensidad energética espectral  $I_\lambda(\lambda)$ . La unidad de iluminancia luminosa es el *lux* (símbolo  $lx$ ). El de la intensidad luminosa, la *candela* (símbolo  $cd$ ), es una de las siete unidades *de base* del Sistema Internacional (SI).
2. Es importante recordar que las magnitudes *luminosas* no se refieren a la *potencia energética* de los flujos de las oem que son la fuente, sino únicamente a la *impresión de luminosidad* que resulta sobre nuestro sentido de la vista.
3. Por definición de la *candela*, una fuente monocromática de  $555 nm$  de longitud de onda cuya intensidad *energética* es de  $1 W sr^{-1}$  en una dirección de emisión dada, presenta una intensidad *luminosa* de  $K_m cd$  según esta misma dirección.

### 3.1.3. El espectro de acción eritémica

Es frecuente que una exposición prolongada al sol provoque un enrojecimiento de la piel, particularmente en las personas que poseen un color claro. Esta irritación cutánea, o *eritema*, puede dar lugar a daños irreversibles e inducir cánceres particularmente graves. Estos efectos, se dice que son principalmente producidos por la parte UV del espectro solar, lo cual ha llevado a la CIE (Comisión Internacional de Iluminación) a definir un espectro de acción *de referencia* « para los eritemas producidos sobre la piel humana por la radiación UV », más comúnmente llamado *espectro de acción eritémica*.

La aparición, o no, de un eritema, depende de la naturaleza de la piel del sujeto expuesto; se distinguen así cuatro «tipos» de referencia, I a IV por orden de sensibilidad decreciente, en función de su reactividad a la radiación solar y de ciertas características morfológicas del portador según la tabla siguiente.

<i>Tipo de piel</i>	<i>se broncea</i>	<i>se quema</i>	<i>color del cabello</i>	<i>color de los ojos</i>
I	nunca	sistemáticamente	rojos	azules
II	a veces	habitualmente	rubios	azules/verdes
III	habitualmente	a veces	castaños	grises/castaños
IV	sistemáticamente	nunca	negros	castaños

El intervalo de tiempo a partir del cual una piel expuesta a una irradiación *monocromática* dada, presenta un comienzo de enrojecimiento *persistente* (es decir, aún observable de 12 a 24 horas después de la exposición), depende de la longitud de onda  $\lambda$  de la radiación incidente. Se define pues, el *espectro de acción eritémica* del sol sobre una epidermis, como la función:

$$s(\lambda)_{ER} = \frac{ID_{\lambda}(300 \text{ nm})}{ID_{\lambda}(\lambda)} \quad 3.1.3.a$$

relación en la cual,  $ID_{\lambda}(\lambda)$  y  $ID_{\lambda}(300 \text{ nm})$  representan las *insolaciones* (*exposiciones*) espectrales ( $J \text{ m}^{-2} \text{ nm}^{-1}$ ) a los flujos monocromáticos direccionales normales de longitud de onda  $\lambda$  y  $300 \text{ nm}$  respectivamente, cada una con la duración  $D$

necesaria para la aparición de un eritema persistente. Se observa que las insolaciones a 300 nm forman parte de las más activas; la función  $s(\lambda)_{ER}$  es pues inferior o igual a la unidad para toda longitud de onda  $\lambda \neq 300 \text{ nm}$ . Los resultados de los pruebas efectuadas con un gran número de personas en diferentes países, ha conducido a la CIE a proponer, para las pieles de tipo I y II, un espectro de acción eritémica *de referencia* (es decir, *indicativo* de la reactividad al sol de estas epidermis) definida por el conjunto de ecuaciones (con  $\lambda$  en nm):

$$\begin{aligned} s(\lambda)_{ER,12} &= 10^0 && \text{para } 250 \leq \lambda \leq 298 \text{ nm} \\ s(\lambda)_{ER,12} &= 10^{0,094(298-\lambda)} && \text{para } 298 \leq \lambda \leq 328 \text{ nm} \\ s(\lambda)_{ER,12} &= 10^{0,015(139-\lambda)} && \text{para } 328 \leq \lambda \leq 400 \text{ nm} \end{aligned} \quad 3.1.3.b$$

Para las pieles de tipo III y IV, la CIE recomienda el espectro de acción eritémica de referencia definido por las tres funciones siguientes:

$$\begin{aligned} s(\lambda)_{ER,34} &= 10^0 && \text{para } 250 \leq \lambda \leq 298 \text{ nm} \\ s(\lambda)_{ER,34} &= 10^{0,094(298-\lambda)} && \text{para } 298 \leq \lambda \leq 328 \text{ nm} \\ s(\lambda)_{ER,34} &= 10^{0,029(230-\lambda)} && \text{para } 328 \leq \lambda \leq 400 \text{ nm} \end{aligned} \quad 3.1.3.c$$

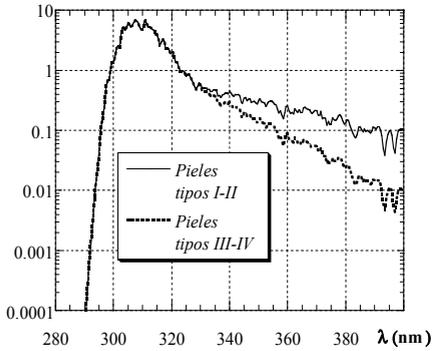
La figura 3.1.3.a muestra la forma, en coordenadas semi-logarítmicas, de estos dos espectros de acción de referencia. La *convolución* de la irradiancia solar espectral *global*, sobre un plano horizontal, por uno u otro de los dos espectros de acción eritémica de referencia, constituyen el *indicador de actividad* eritémica del sol, sobre este plano, para las correspondientes pieles.

Llamadas *potencias eritémicas* del sol (*PEM*), estos dos indicadores que presenta la figura 3.1.3.b son un ejemplo de espectros, definidos como:

$$PEM = \int_{250 \text{ nm}}^{400 \text{ nm}} s(\lambda)_{ER,ij} G_{h\lambda}(\lambda) d\lambda \quad 3.1.3.d$$

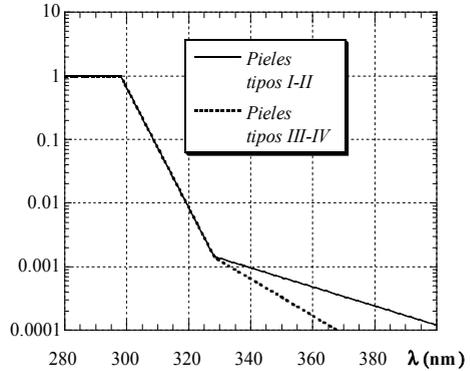
y se expresan en  $W m^{-2}$ .

Ejemplos de espectros de PEM ( $\text{mW m}^{-2} \text{nm}^{-1}$ )



3.1.3.a

Espectros de acción eritémica



3.1.3.b

Integrando la potencia eritémica sobre el intervalo de tiempo entre los instantes  $t_1$  y  $t_2$  del comienzo y final del periodo de exposición, se obtiene, en  $J m^{-2}$ , la *dosis eritémica DE*:

$$DE = \int_{t_1}^{t_2} PEM dt \tag{3.1.3.e}$$

La mínima *dosis eritémica* que provoca la aparición de un enrojecimiento perceptible sobre una piel normal habitualmente protegida del sol, es la *dosis eritémica mínima*. Se la denota *DEM* en Francia, y *MED* en los países Anglosajones. El valor de una *DEM* depende del tipo de piel. Por convención se toma igual a  $200 J m^{-2}$  para el tipo I,  $250 J m^{-2}$  para el tipo II,  $350 J m^{-2}$  para el tipo III, y  $450 J m^{-2}$  para el tipo IV.

**Observaciones:**

1. La sigla Anglo-sajona *MED* es un acrónimo para « Minimum Erythemat Dose » (dosis eritémica mínima).
2. La *potencia eritémica* es también llamada *irradiancia efectiva*.
3. Para obtener la potencia eritémica de una lámpara UV, basta remplazar, en la relación 3.1.3.d, la irradiancia espectral solar  $G_{h\lambda}(\lambda)$  por la irradiancia espectral que produce esta fuente sobre el plano considerado.
4. En un plano práctico, la Comisión Internacional de Protección a las Radiaciones No-Ionizantes (ICNIRP) recomienda el uso de un índice UV (*UVI*), definido numéricamente igual a 40 veces la *potencia eritémica* del sol para las pieles de tipo I y II, tomada en valor medio de 10 a 30 minutos alrededor de su máximo diurno (por ejemplo, una *PEM* igual a  $0,2 \text{ W m}^{-2}$  en media alrededor del máximo del día, dará lugar a un UVI de 8,0 para el día considerado).
5. Existen otros espectros de acción « biológica » de la radiación UV además del espectro de acción eritémica. Los más frecuentemente usados son el espectro de daño UV sobre el *ADN*, definido por Setlow, y el espectro de daño UV sobre las *plantas*, establecido por Caldwell; la figura 3.1.3.c muestra la forma en coordenadas semi-logarítmicas, y la figura 3.1.3.d da un ejemplo de los espectros de sus *indicadores de actividad*. Sus expresiones respectivas son:

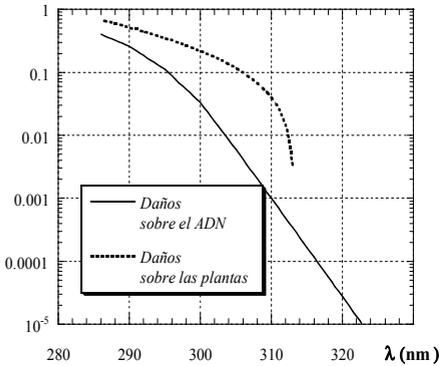
$$A(\lambda)_{ADN} = 10^{D(\lambda)} \text{ con } D(\lambda) = \begin{cases} 13,04679 - 0,047012 \lambda & (286 \leq \lambda \leq 290 \text{ nm}) \\ 20,75595 - 0,073595 \lambda & (290 \leq \lambda \leq 295 \text{ nm}) \\ 30,12706 - 0,105362 \lambda & (295 \leq \lambda \leq 300 \text{ nm}) \\ 42,94028 - 0,148073 \lambda & (300 \leq \lambda \leq 305 \text{ nm}) \\ 45,24538 - 0,155630 \lambda & (305 \leq \lambda \leq 340 \text{ nm}) \end{cases}$$

3.1.3.f

y:

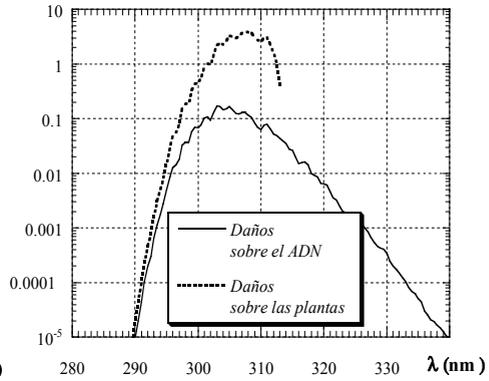
$$A(\lambda)_{plantas} = 2,618 \left[ 1 - \left( \frac{\lambda}{313,3} \right)^2 \right] \exp \left( \frac{300 - \lambda}{31,08} \right) \quad (286 \leq \lambda \leq 313 \text{ nm}) \quad 3.1.3.g$$

Espectros de acción biológica



3.1.3.c

Ejemplos de espectros de indicadores de actividad biológica ( $\text{mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1}$ )

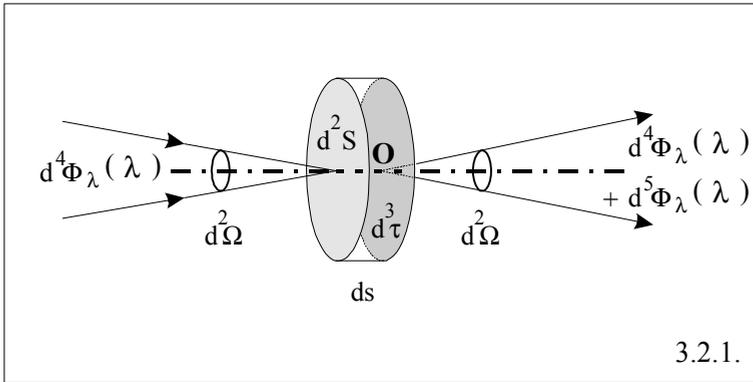


3.1.3.d

### 3.2. Determinación de la actividad fotolítica del sol

Se dice que hay una *fotoólisis* o *fotoólisis* de una molécula atmosférica cuando, por la absorción de un *fotón solar* muy energético (perteneciente a menudo a la banda UV), esta molécula se rompe dando nacimiento a nuevas especies químicas. Es razonable admitir que la frecuencia de producción de un proceso de este tipo en un punto dado de la atmósfera, esté directamente ligado al valor del flujo solar *esférico* en ese punto, es decir, al flujo solar que *converge* hacia él, desde todas las direcciones del espacio. La reactividad de las moléculas sensibles situadas en la proximidad del punto de convergencia considerado, es habitualmente caracterizada por un indicador llamado *coeficiente de tasa de fotoólisis*, parámetro clave de la química atmosférica. Este indicador está generalmente expresado en función de la densidad de flujo esférico, es decir, del *flujo actínico* (volver al § 1.3.2. del capítulo I). Se presenta en una forma sensiblemente diferente de la expresión general 3.1.1.a, forma que tiene la ventaja, como vamos a ver, de dar una significación más concreta.

### 3.2.1. Caso simple de un flujo direccional



Para establecer el indicador en cuestión y comprender lo que significa, es cómodo limitarse, en un primer momento, al caso de un flujo puramente direccional. Sea, por tanto, un volumen infinitesimal de atmósfera de valor  $d^3\tau$  y de centro  $O$ , conteniendo en una concentración  $N$ , un número  $M$  de moléculas fotodisociables de coeficiente volúmico de absorción  $\sigma_a(\lambda)$ . Sea, además, el flujo espectral *direccional*  $d^4\Phi_\lambda(\lambda)$ , incidiendo perpendicular sobre la sección recta  $d^2S$  de  $d^3\tau$ , que pierde por absorción sobre el espesor  $ds$  de ese volumen, la parte  $-d^5\Phi_\lambda(\lambda)$  de su valor de entrada (ver la figura 3.2.1). Entonces, según la ley de extinción de Beer enunciada en § 2.1.4. del capítulo II, tenemos:

$$d^5\Phi_\lambda(\lambda) = -d^4\Phi_\lambda(\lambda) \sigma_a(\lambda) ds, \quad 3.2.1.a$$

relación que permite escribir, ya que  $ds = M / N d^2S$  (como

$$M = N d^3\tau = N ds d^2S):$$

$$\frac{-d^5\Phi_\lambda(\lambda)}{d^4\Phi_\lambda(\lambda)} = \frac{M \frac{\sigma_a(\lambda)}{N}}{d^2S} \quad 3.2.1.b$$

La relación obtenida, no es otra que la probabilidad de que un fotón de longitud de onda  $\lambda$  penetrando en  $d^3\tau$  sea absorbido en ese volumen. Aparece la magnitud  $\sigma_a(\lambda)/N$  que, debido a la definición dada en § 3.2.5. del capítulo II, representa la

*sección eficaz* de absorción de moléculas frente a los fotones de longitud de onda  $\lambda$ . Ahora, igual que los fotones incidentes en  $d^3\tau$  no pueden ser todos absorbidos, no todos los fotones absorbidos provocan la ruptura de su blanco. En efecto, una molécula que haya absorbido un fotón, posee un excedente en energía que puede:

- bien *almacenar* momentáneamente, reordenando los niveles de energía de sus capas electrónicas, o bien aumentando su energía cinética (de vibración),
- bien *eliminar* casi inmediatamente, re-emitiendo un fotón de una longitud de onda diferente (fluorescencia), o bien rompiéndose en dos trozos.

La *disociación* como resultado de una absorción no presenta más que una cierta *probabilidad* de producirse. Llamada *rendimiento* (o *eficiencia*) *cuántica* de fotólisis o de fotodisociación, esta probabilidad es en general función de la longitud de onda; razón por la cual se le denota como  $\eta_q(\lambda)$ .

Se puede escribir la probabilidad de que un fotón de longitud de onda  $\lambda$ , incidente en  $d^3\tau$ , *provoque una disociación* en este volumen, como:

$$P(\lambda)_{\text{fotólisis}} = M \frac{\sigma_a(\lambda)}{d^2 S} \eta_q(\lambda) = M \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) \quad 3.2.1.c$$

Ahora bien, dado que el flujo monocromático  $d^4\Phi_\lambda(\lambda) d\lambda$  es, por naturaleza, proporcional al número de fotones de longitud de onda  $\lambda$  incidentes en  $d^3\tau$  cada segundo, el *producto* de  $P(\lambda)_{\text{photolyse}}$  por  $d^4\Phi_\lambda(\lambda) d\lambda$  es proporcional al número de fotones que provocan una disociación por unidad de tiempo en ese volumen; en otros términos, es proporcional al número de fotodisociaciones que se producen cada segundo en  $d^3\tau$ . Se sigue pues que la relación:

$$\left[ P(\lambda)_{\text{fotólisis}} d^4\Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \right] / M = \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) d^4\Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.2.1.d$$

es proporcional a la *tasa* (o número relativo) de fotodisociación molecular por segundo en la proximidad del punto  $O$ , bajo el efecto de los fotones de  $\lambda$ . Más generalmente, la suma:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) d^4 \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.2.1.e$$

es proporcional a la *tasa* (o número relativo) de fotodisociación molecular por segundo, en la proximidad de  $O$ , debido a los fotones de todas las longitudes de onda de que está constituido el flujo direccional incidente, ya que generalmente este último es *total* y no monocromático.

Aunque la razón  $\sigma_a(\lambda)\eta_q(\lambda)/N d^2 S$  no tiene necesariamente su máximo igual a la unidad, juega aquí un papel de *espectro de acción* y la suma 3.2.1.e puede ser considerada como un *indicador de la actividad* fotolítica de los flujos *direccionales*, sobre el modelo de la expresión general 3.1.1.a.

### 3.2.2. El coeficiente de tasa de fotólisis

Puesto que todo flujo *esférico* espectral en  $O$ ,  $d^2 \Phi_\lambda(\lambda)$ , es la suma de los flujos espectrales *direccionales*  $d^4 \Phi_\lambda(\lambda)$  que convergen de todo el espacio hacia ese punto, es natural elegir para indicador de la actividad de un flujo *esférico total*, la suma sobre todo el espacio de los indicadores direccionales 3.2.1.e, o sea:

$$J = \iint_{4\pi \text{ sr}} \left[ \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) d^4 \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \right] \quad 3.2.2.f$$

La razón  $\sigma_a(\lambda)\eta_q(\lambda)/N d^2 S$  es, evidentemente, insensible a la di-rección del espacio de donde provienen los fotones, esta nueva magnitud puede escribirse:

$$J = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) \left[ \iint_{4\pi \text{ sr}} d^4 \Phi_\lambda(\lambda) \right] d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\sigma_a(\lambda)}{N d^2 S} \eta_q(\lambda) d^2 \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda \quad 3.2.2.g$$

Según § 1.3.2. del capítulo I, la razón  $d^2 \Phi_\lambda(\lambda)/d^2 S$  representa el *flujo actínico* espectral  $\varphi_\lambda(\lambda)$  en el punto de convergencia de los fotones. El indicador  $J$  que, según su definición 3.2.2.f, es proporcional a la *tasa de moléculas fotodisociadas*

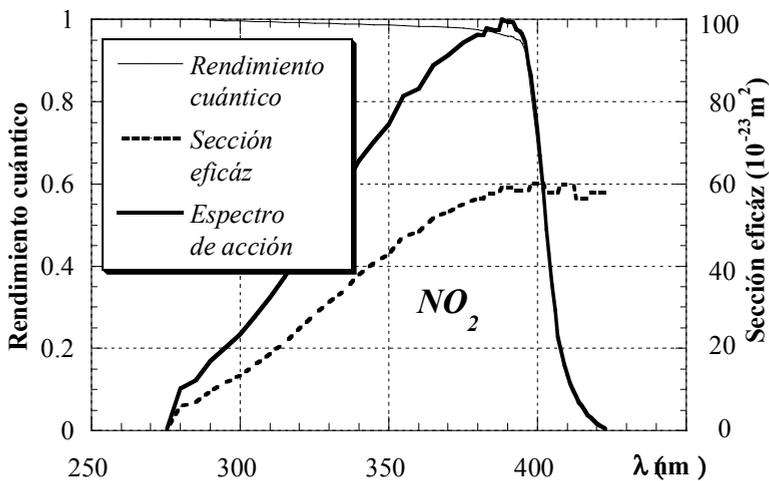
*cada segundo* en la proximidad del punto considerado, bajo el efecto del flujo *esférico total* en ese punto, puede pues escribirse:

$$J = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\sigma_a(\lambda)}{N} \eta_q(\lambda) \varphi_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{3.2.2.h}$$

Es generalmente llamado *coeficiente de la tasa de fotólisis*.

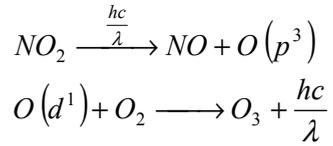
**Observaciones:**

1. Un análisis dimensional muestra inmediatamente que el indicador  $J$  se expresa en  $W$ .
2. Dividido por  $hc/\lambda$ , el flujo *esférico* monocromático  $d^2\Phi_\lambda(\lambda)d\lambda$  es directamente igual al número de fotones de longitud de onda  $\lambda$  que convergen por segundo hacia el punto considerado, y el *flujo actínico* monocromático  $\varphi_\lambda(\lambda)d\lambda$  se transforma en un *flujo actínico fotónico* monocromático. Si este último  $\varphi_\lambda(\lambda)d\lambda$  se reemplaza en la expresión 3.2.2.h, es fácil ver que la dimensión de  $J$  no es una potencia sino una *frecuencia* ( $s^{-1}$ ). En este caso,  $J$  es llamada *frecuencia de fotólisis* y resulta ser *igual a la tasa de moléculas fotodisociadas por segundo*.



3.2.2.

3. A título de ejemplo, las reacciones de fotólisis que producen el ozono *troposférico* vía el dióxido de nitrógeno  $NO_2$ , se formulan como:



El *espectro de acción* de fotólisis del  $NO_2$ , es decir, la razón del espectro de  $[\sigma_a(\lambda)/N]\eta_q(\lambda)$  al valor máximo  $[\sigma_a(\lambda_{\max})/N]\eta_q(\lambda_{\max})$  de este producto (valor obtenido para la longitud de onda  $\lambda_{\max}$ ), es representado en la figura 3.2.2..

## NOMENCLATURA

### *Letras latinas*

$a / S(\lambda)$  o  $a / S(\lambda; \theta)$  = coeficiente de calibración monocromática

$A(\lambda)$  = espectro de acción

$c$  = corrección relativa direccional del error coseno

$c$  = velocidad de la luz ( $m s^{-1}$ )

$c_o$  = velocidad de la luz en el vacío ( $m s^{-1}$ )

$C$  = corrección de la hora de verano

$C$  = corrección relativa hemisférica del error coseno

$CN$  = cuerpo negro

$d$  = factor de depolarización

$[D]$  = función de « detección » de un instrumento

$D_h$  = irradiancia difusa del cielo sobre un plano horizontal ( $W m^{-2}$ )

$D_{h\lambda}$  = irradiancia difusa espectral del cielo sobre un plano horizontal ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$D_\beta$  = irradiancia difusa del cielo sobre un plano de inclinación  $\beta$  ( $W m^{-2}$ )

$DE$  = dosis eritémica ( $J m^{-2}$ )

$DEM$  = dosis eritémica mínima ( $J m^{-2}$ )

$DH_h$  = insolación difusa horaria sobre un plano horizontal ( $J m^{-2}$ )

$DQ_h$  = insolación difusa diaria sobre un plano horizontal ( $J m^{-2}$ )

$DU$  = Unidad Dobson

$E$  = irradiancia ( $W m^{-2}$ )

$E_\lambda$  = irradiancia espectral ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$\vec{E}$  = campo eléctrico ( $V m^{-1}$ )

$ET$  = ecuación del tiempo (*hora*)

$ETR$  = ecuación de transferencia radiativa

$f(\lambda)$  = función instrumento

$f(x)$  = densidad de probabilidad

$F(x)$  = función de distribución

$g$  = coeficiente de asimetría

$g(\lambda, \lambda_o)$  = factor de forme de una línea

$G_h$  = irradiancia solar global sobre un plano horizontal ( $W m^{-2}$ )

$G_{h\lambda}$  = irradiancia solar global espectral sobre un plano horizontal ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$G_\beta$  = irradiancia solar global sobre un plano de inclinación  $\beta$  ( $W m^{-2}$ )

$GH_h$  = insolación global horaria sobre un plano horizontal ( $J m^{-2}$ )

$GQ_h$  = insolación global diaria sobre un plano horizontal ( $J m^{-2}$ )

$h$  = constante de Planck

$H$  = espesor reducido, altura de escala ( $m, km$ )

$i$  = ángulo de incidencia

$i_{1,2}$  = funciones de distribución de las intensidades

$I$  = intensidad ( $W sr^{-1}$ )

$I$  = irradiancia solar directa normal ( $W m^{-2}$ )

$I_\lambda$  = intensidad espectral ( $W sr^{-1} nm^{-1}$ )

$I_\lambda$  = irradiancia solar directa normal espectral ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$I_h$  = irradiancia solar directa sobre un plano horizontal ( $W m^{-2}$ )

$I_{h\lambda}$  = irradiancia solar directa espectral sobre un plano horizontal ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$I_o$  = irradiancia solar directa normal fuera de la atmósfera ( $W m^{-2}$ )

$I_o$  = constante solar ( $W m^{-2}$ )

$I_{o\lambda}$  = irradiancia solar directa normal espectral fuera de la atmósfera ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$I_{ps}$  = irradiancia solar directa normal en el suelo (atmósfera pura y seca) ( $W m^{-2}$ )

$I_\beta$  = irradiancia solar directa sobre un plano de inclinación  $\beta$  ( $W m^{-2}$ )

$\vec{i}, \vec{I}$  = unitarios sobre  $\vec{Ox}, \vec{OX}$

$IBE$  = instrumento de banda estrecha

$IBA$  = instrumento de banda ancha

$ICP$  = instrumento de pequeño campo

$ICG$  = instrumento de gran campo

$IH_{ho}$  = insolación directa horaria sobre un plano horizontal fuera de la atmósfera ( $J m^{-2}$ )

$IPC$  = instrumento perfectamente coseno

$IQ_{ho}$  = insolación directa diaria sobre un plano horizontal fuera de la atmósfera ( $J m^{-2}$ )

$J$  = número del día

$J$  = coeficiente de tasa de fotólisis

$J'$  = ángulo del día

$\vec{j}, \vec{J}$  = unitarios sobre  $\vec{Oy}, \vec{OY}$

$k$  = constante de Boltzmann

$k$  = índice horario de claridad

$k_o$  = coeficiente de absorción del ozono ( $cm^{-1}$ )

$k_w$  = coeficiente de absorción del vapor de agua ( $cm^{-1}$ )

$K$  = coeficiente de calibración

$K$  = índice diario de claridad

$K_d$  = corrección de la distancia Tierra-sol

$\vec{k}, \vec{K}$  = unitarios sobre  $\vec{Oz}, \vec{OZ}$

$l_o$  = espesor reducido del ozono ( $cm, mm$ )

$L$  = longitud

$L_R$  = longitud de referencia

$L$  = radiancia  $(W m^{-2} sr^{-1})$

$L_\lambda$  = radiancia. espectral  $(W m^{-2} sr^{-1} nm^{-1})$

$m_r$  = masa óptica relativa

$m_R$  = masa óptica relativa de Rayleigh, o masa de aire relativa de Rayleigh

$m'_R$  = masa de aire relativa corregida por la altitud o presión

$m_i$  = masa óptica relativa específica del proceso de extinción  $i$

$m(\lambda)$  = índice de refracción

$m_r(\lambda)$  = índice de refracción, parte real

$m_i(\lambda)$  = índice de refracción, parte imaginaria

$M$  = número de moléculas, aerosoles

$M$  = exitancia  $(W m^{-2})$

$M_\lambda$  = exitancia espectral  $(W m^{-2} nm^{-1})$

$n$  = duración de la insolación diaria (*hora*)

$n(r)$  = función de distribución de tamaños

$\vec{n}$  = vector unitario normal

$N$  = concentración en moléculas, aerosoles  $(m^{-3})$

$N$  = duración máx. de la insolación diaria (*hora*)

$oem$  = ondas electromagnéticas

$p$  = momento dipolar

$p_R$  = función de fase Rayleigh

$p_A$  = función de fase de los aerosoles

$P$  = probabilidad

$P$  = presión atmosférica ( $Pa$ )

$p_{sat}$  = presión parcial de saturación del aire en vapor de agua ( $Pa$ )

$p_W$  = presión parcial del vapor de agua ( $Pa$ )

$PEM$  = potencia eritémica  $(W m^{-2})$

$Q_a$  = factor de eficacia de absorción

$Q_d$  = factor de eficacia de difusión

$Q_e$  = factor de eficacia de extinción

$r$  = radio de una partícula esférica

$[R]$  = función de « recepción » de un instrumento

$R_h$  = irradiancia difusa del suelo sobre un plano horizontal ( $W m^{-2}$ )

$R_\beta$  = irradiancia difusa del suelo sobre un plano de inclinación  $\beta$  ( $W m^{-2}$ )

$RE$  = referencia ecuatorial

$RH$  = referencia horizontal

$s$  = abscisa curvilínea

$\vec{s}$  = vector unitario de trayectoria de los fotones

$\vec{s}^*$  = vector unitario de trayectoria de los fotones solares directos

$s(\lambda - \lambda_c)$  = función rendija

$s(\lambda)_{ER}$  = espectro de acción eritémica

$S$  = superficie ( $m^2$ )

$S$  = intensidad de una línea

$S(\lambda)$  o  $S(\lambda; \theta)$  = ver  $a / S(\lambda)$

$[S]$  = función de « selección » de un instrumento

$T$  = temperatura absoluta ( $K$ )

$T(\lambda)$  = transmitancia espectral de la atmósfera

$T_i(\lambda)$  = transmitancia espectral de la atmósfera específica del proceso de extinción  $i$

$T_L$  = factor de turbiedad de Linke

$TL$  = tiempo legal

$TSL$  = tiempo sideral local

$TSM$  = tiempo solar medio

$TSV$  = tiempo solar verdadero

$TU$  = tiempo universal

$UA$  = unidad astronómica

$V$  = señal natural ( $V, A$ )

$V_\lambda$  = señal espectral ( $V \text{ nm}^{-1}, A \text{ nm}^{-1}$ )

$V(\lambda)$  = eficacia luminosa relativa espectral

$x$  = parámetro de tamaño

$X$  = magnitud radiométrica

$X_\lambda$  = magnitud radiométrica espectral

$z$  = altitud ( $m$ )

$w$  = altura de agua condensable ( $m$ ) o contenido de agua precipitable.

#### *Letras griegas y símbolos*

$\alpha$  = factor de absorción

$\alpha$  = ángulo acimutal de un plano captador

$\alpha_A$  = exponente de Angström

$\beta$  = inclinación sobre la horizontal de un plano captador

$\beta_A$  = coeficiente de turbiedad de Angström

$\gamma$  = elevación del sol

$\delta$  = declinación

$\delta_e$  = espesor óptico de extinción

$\delta_i$  = espesor óptico de extinción específico del proceso de extinción  $i$

$\delta\lambda$  = anchura a altura mitad de una banda estrecha de longitud de onda

$\varepsilon$  = emisividad

$\varepsilon_o$  = permeabilidad dieléctrica del vacío

$\eta_q(\lambda)$  = rendimiento (eficiencia) cuántica de fotólisis

$\theta$  = ángulo cenital

$\theta^*$  = ángulo cenital solar

$\lambda$  = longitud de onda ( $nm, \mu m$ )

$\lambda_c$  = longitud de onda central de una banda estrecha de longitud de onda

$\lambda_o$  = longitud de onda central de una línea

$\Lambda$  = latitud

$\mu$  = masa volúmica ( $kg\ m^{-3}$ )

$\mu = \cos \theta$

$\nu$  = frecuencia ( $s^{-1}$ )

$\nu'$  = número de onda ( $cm^{-1}$ )

$\overline{\omega}$  = albedo de dispersión simple

$\rho$  = factor de reflexión

$\rho_a$  = albedo de la atmósfera

$\rho_s$  = albedo del suelo

$\sigma$  = fracción diaria de insolación

$\sigma_a$  = coeficiente volúmico de absorción ( $m^{-1}$ )

$\sigma_d$  = coeficiente volúmico de difusión ( $m^{-1}$ )

$\sigma_e$  = coeficiente volúmico de extinción ( $m^{-1}$ )

$\sigma_i$  = coeficiente volúmico de extinción específico del proceso de extinción  $i$  ( $m^{-1}$ )

$\sigma_i / N$  = sección eficaz específica del proceso de extinción  $i$  ( $m^2$ )

$\vec{\sigma}$  = vector unitario apuntando al sol

$\Sigma$  = superficie ( $m^2$ )

$\tau$  = volumen ( $m^3$ )

$\tau$  = factor de transmisión

$\tau_e$  = espesor óptico de extinción

$\tau_i$  = espesor óptico de extinción específico del proceso de extinción  $i$

$\tau_R$  = espesor óptico total de Rayleigh

$\varphi$  = flujo superficial ( $W\ m^{-2}$ )

$\varphi$  = flujo actínico ( $W m^{-2}$ )

$\varphi_{\lambda}$  = flujo superficial espectral ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$\varphi_{\lambda}$  = flujo actínico espectral ( $W m^{-2} nm^{-1}$ )

$\Phi$  = flujo ( $W$ )

$\Phi_{\lambda}$  = flujo espectral ( $W nm^{-1}$ )

$\psi$  = azimut (o acimut)

$\omega$  = ángulo horario

$\omega_o$  = ángulo horario de salida y puesta del sol

$\omega$  = frecuencia angular

$\Omega$  = ángulo sólido ( $sr$ )

$\cap$  = *semi-espacio*

INDICE ALFABETICO DE LOS TERMINOS,  
NOMBRES PROPIOS Y SIGLAS

- Abscisa curvilínea, 192, 287  
Absorción, 7, 8, 44, 50, 54, 59  
Actinómetro, 223  
Aerosol, 295, 296  
Albedo, 178  
Angström, 18, 72, 155, 166, 180, 182, 186,  
187, 288, 295, 296  
Angulo, 8, 83, 84  
ASHRAE, 9, 172, 186  
Atmosférica, 122, 147, 148, 149, 153, 154,  
155, 167, 177, 188, 192, 197, 199, 204,  
225, 277, 286  
Azimut, 78, 295, 296  
Beer, 8, 95, 102, 131, 132, 194, 196, 278  
Bird-Hulström, 9, 173  
Boltzmann, 7, 40, 41, 285  
Campbell, 179  
Cenital, 81, 153, 170, 175, 218, 250, 267,  
288  
Chappuis, 157  
CN, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 50, 53, 58, 62,  
64, 65, 69, 96, 111, 242, 250, 283, 300,  
301  
Coeficiente, 8, 9, 10, 108, 131, 140, 242,  
246  
Constante, 19, 295, 297  
Continua, 101, 112, 135, 150, 183, 201,  
210, 230, 235  
Corrección, 252, 255  
De absorción del ozono, 158, 162, 285  
De asimetría, 118, 119, 121, 146, 284  
De calibración, 10, 229, 239, 240, 241, 242,  
243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 253,  
257, 258, 260, 261, 262, 267, 283, 285  
De calibración monocromática, 253, 283  
De incidencia, 8, 21, 38, 44, 45, 46, 47, 48,  
55, 56, 57, 60, 61, 83, 84, 93, 103, 120,  
172, 176, 177, 187, 192, 193, 250, 252,  
254, 255, 284  
De la distancia Tierra-Sol, 187, 188  
De la hora de verano, 283  
De los aerosoles, 99, 100, 120, 121, 122,  
141, 146, 155, 168, 169, 218, 251, 267,  
286  
De observación, 25, 42, 130, 131, 136, 137,  
138, 140, 170, 175, 205  
De Planck, 7, 19, 39, 40, 41, 284  
De polarización, 18, 20, 140, 169  
De Rayleigh, 16, 124, 134, 146, 150, 152,  
154, 165, 167, 169, 187, 202, 286, 289  
De tamaño, 26, 32, 33, 99, 120, 122, 134,  
141, 146, 155, 168, 288  
De tasa de fotólisis, 11, 277, 280, 285  
Del día, 71, 75, 77, 82, 85, 86, 88, 89, 90,  
91, 92, 93, 95, 179, 180, 251, 276, 285  
Del ozono, 115, 157, 158, 159, 162, 285  
Del vapor de agua, 159, 160, 285, 286  
Difusa, 9, 10, 46, 48, 132, 140, 149, 163,  
166, 167, 168, 170, 171, 172, 174, 175,  
177, 178, 179, 182, 188, 189, 190, 193,  
196, 197, 199, 200, 202, 222, 223, 226,  
227, 230, 231, 232, 233, 255, 256, 263,  
266, 267, 268, 283, 287, 303  
Difusómetro, 223  
Direccional de la atmósfera, 169, 187  
Directa, 8, 9, 10, 67, 69, 83, 95, 96, 97, 98,  
101, 102, 104, 106, 109, 110, 111, 116,  
122, 148, 149, 150, 151, 154, 163, 164,  
167, 168, 169, 171, 172, 173, 177, 178,  
179, 180, 186, 188, 189, 191, 193, 197,

- 199, 222, 223, 224, 226, 227, 228, 230, 232, 235, 236, 250, 251, 254, 263, 266, 281, 284, 285, 308
- Directa normal, 67, 97
- Dobson, 162, 224, 283
- DU, 162, 283
- Efecto invernadero, 69
- Elsasser, 115
- Específica, 54, 150, 151, 154, 221, 286, 287, 289
- Global, 9, 10, 68, 172, 178, 179, 180, 185, 189, 190, 202, 222, 223, 226, 227, 228, 229, 230, 257, 263, 266, 274, 284, 310
- Horario, 8, 80, 82, 89, 91, 92, 93, 180, 182, 185, 229, 231, 285, 290
- Horizontal, 9, 78, 81, 83, 93, 103, 163, 166, 167, 168, 169, 171, 172, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 182, 185, 187, 188, 189, 190, 193, 198, 207, 208, 213, 215, 217, 218, 254, 255, 256, 257, 263, 266, 268, 274, 283, 284, 285, 287, 288, 309, 310
- Incoherente, 116, 122, 131, 139
- Independiente, 39, 53, 88, 105, 116, 122, 133, 139, 302
- Monte Carlo, 10, 16, 191, 204, 205, 206, 209, 311
- Ozonómetro, 223
- Para una sola difusión, 107
- Piranómetro, 223
- Pirheliometro, 223
- Poynting, 126
- Radiómetro, 223
- Referencia, 8
- Relativo, 106, 222, 250, 268, 279, 280
- RH, 8, 78, 79, 83, 287
- Robertson y Berger, 223
- Selectiva, 8, 16, 95, 101, 107, 109, 111, 122, 150, 158, 160, 187, 200, 201, 203, 218
- Sideral, 8, 84, 287
- Simple, 11, 21, 64, 82, 89, 102, 107, 109, 116, 117, 118, 119, 122, 133, 134, 139, 155, 160, 168, 170, 175, 179, 183, 184, 187, 189, 197, 199, 207, 208, 209, 219, 232, 250, 255, 278, 289
- Solar, 8, 10, 11, 13, 15, 16, 18, 34, 37, 42, 43, 63, 65, 67, 68, 69, 72, 73, 74, 79, 80, 84, 86, 89, 90, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 101, 102, 104, 106, 116, 120, 122, 123, 130, 147, 148, 150, 153, 154, 162, 163, 164, 166, 169, 171, 178, 186, 188, 189, 190, 193, 197, 198, 201, 204, 205, 221, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 230, 232, 238, 240, 249, 250, 251, 252, 254, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 273, 274, 276, 277, 284, 285, 287, 288, 296, 297, 301, 302, 303, 304, 309
- Sólido, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 31, 37, 42, 43, 44, 46, 47, 49, 50, 52, 54, 56, 57, 61, 64, 67, 102, 103, 118, 119, 124, 127, 136, 146, 187, 189, 193, 195, 199, 224, 229, 260, 261, 290, 299, 302
- TL, 8, 91, 287
- Total, 296, 297
- Trópico, 76, 77, 78, 89
- TSL, 8, 84, 85, 86, 287
- TSM, 8, 89, 90, 91, 287
- TSV, 8, 86, 88, 89, 90, 93, 287, 304
- TU, 8, 90, 91, 97, 266, 287
- UA, 42, 72, 73, 95, 287
- Universal, 8, 39, 90, 287
- Volúmico de absorción, 8, 107, 108, 109, 113, 115, 158, 162, 278, 289
- Volúmico de difusión, 9, 107, 131, 134, 140, 152, 289
- Volúmico de extinción, 102, 105, 120, 132, 146, 148, 155, 161, 194, 206, 207, 219, 289
- Wien, 7, 40, 42, 300

## LEXICO (Francés-Inglés; Inglés-Francés)

### Francés - Inglés

Actinomètre = <i>Actinometer</i>	Epaisseur réduite = <i>Scale height</i>
Aérosol = <i>Aerosol</i>	Erreur cosinus = <i>Cosine error</i>
Albédo pour une seule diffusion = <i>Single scattering albedo</i>	ET = <i>Equation of time</i>
Angle	ETR = <i>ERT (Equation of Radiative Transfer)</i>
du jour = <i>Day angle</i>	Exitance = <i>Emissive power</i> ou <i>Radiant exitance</i>
zénithal = <i>Zenith angle</i>	Exposant d'Angström = <i>Angström exponent</i>
zénithal solaire = <i>Solar zenith angle (SZA)</i>	Exposition = <i>Radiant exposure</i> ou <i>Irradiation</i>
Azimut = <i>Azimuth</i>	Facteur
Bande - passante = <i>Bandpass</i>	de dépolarisation = <i>Depolarisation factor</i>
Coefficient	d'efficacité de Mie = <i>Mie efficiency factor</i>
d'asymétrie = <i>Asymmetry factor</i>	de forme (raie) = <i>Shape factor</i>
de taux de photolyse = <i>Photolysis rate coefficient</i>	de turbidité de Linke = <i>Linke turbidity factor</i>
d'étalonnage = <i>Response</i>	Fluence = <i>Fluence</i>
d'étalonnage monochromatique = <i>Spectral response</i>	Flux = <i>Radiant flux</i>
de trouble d'Angström = <i>Angström's turbidity coefficient</i>	Flux actinique = <i>Actinic flux</i>
volumique d'absorption = <i>Absorption coefficient</i>	Flux surfacique = <i>Flux density</i>
Constante solaire = <i>Solar constant</i>	Fonction
Déclinaison = <i>Declination</i>	de distribution en taille = <i>Size distribution function</i>
Diffus = <i>Diffuse</i>	de fente = <i>Slit function</i>
Diffusance aval = <i>Forward scatterance</i>	de phase = <i>Phase function</i>
Diffusion = <i>Scattering</i>	Fréquence de photolyse = <i>Photolysis frequency</i>
Diffusomètre = <i>Diffusometer</i>	Global = <i>Global</i>
Direct = <i>Direct</i>	Hauteur (élévation)
Dose érythémateuse = <i>Erythematous dose</i>	du soleil = <i>Solar altitude</i>
Echelle de hauteur = <i>Scale height</i>	d'eau condensable = <i>Precipitable water</i>
Eclairement = <i>Irradiance</i>	Illuminancemètre = <i>Illuminancemeter</i>
Eclairement effectif = <i>Effective irradiance</i>	Index UV = <i>UV index (UVI)</i>
Effet de serre = <i>Greenhouse effect</i>	Indice de réfraction = <i>Refraction index</i>
Efficience quantique = <i>Quantum efficiency</i>	Intensité (raie) = <i>Intensity</i>
Emissivité = <i>Emissivity</i>	
Epaisseur optique = <i>Optical thickness</i>	

Intensité (rayonnement) = *Radiant intensity*  
 Irradiation = *Irradiation, Radiant exposure*  
 Lambertien = *Lambertian*  
 Largeur à mi-hauteur (raie, bande passante)  
 = *Full Width at Half Maximum*  
 (FWHM)  
 Longueur d'onde = *Wavelength*  
 Luminance = *Radiance*  
 Luminancemètre = *Luminancemeter*  
 Luxmètre = *Luxmeter*  
 Masse d'air relative = *Relative air mass*  
 Midi solaire = *Solar noon*  
 Monochromateur = *Monochromator*  
 Monochromatique = *Monochromatic*  
 Monture équatoriale = *Equatorial mount*  
 Nombre d'onde = *Wave number*  
 Numéro du jour = *Day of the year, Day*  
*number*  
 Ozonemètre = *Ozonemeter*  
 Paramètre de taille de Mie = *Mie size*  
*parameter*  
 Photolyse = *Photolysis*  
 Photomètre solaire = *Sun photometer*  
 Profondeur optique = *Optical depth*  
 Puissance érythémateuse = *Erythema*  
*power*

Pyranomètre = *Pyranometer*  
 Pyrgéomètre = *Pyrgometer*  
 Pyrradiomètre = *Pyrradiometer*  
 Raie (d'absorption, d'émission) = *Line*  
 Radiomètre à filtres = *Filter radiometer*  
 Rendement quantique = *Quantum efficiency*  
 Réponse = *Response*  
 Résolution = *Resolution*  
 Section efficace = *Cross section*  
 Spectre = *Spectrum (pl. spectra)*  
 Spectre d'Action = *Action spectrum*  
 Spectrique = *Spectral*  
 Spectroradiomètre = *Spectroradiometer*  
 Temps  
     légal = *Local standard time (LST)*  
     solaire moyen = *Local mean time*  
     (LMT)  
     solaire vrai = *True solar time (TST)*  
     universel = *Universal time (UT),*  
     *Greenwich mean time (GMT)*  
 Total(e) = *Total*  
 Trajet optique = *Optical path*  
 Transmittance = *Transmittance*  
 Zénith = *Zenith*

### Inglés - Francés

*Absorption coefficient* = Coefficient  
 volumique d'absorption  
*Actinic flux* = Flux actinique  
*Actinometer* = Actinomètre  
*Action spectrum* = Spectre d'Action  
*Aerosol* = Aérosol  
*Angström exponent* = Exposant d'Angström  
*Angström's turbidity coefficient* =  
 Coefficient de trouble d'Angström  
*Asymmetry factor* = Coefficient d'asymétrie  
*Azimuth* = Azimut  
*Bandpass* = Bande - passante  
*Cosine error* = Erreur cosinus  
*Cross section* = Section efficace  
*Day angle* = Angle du jour  
*Day number* = Numéro du jour  
*Day of the year* = Numéro du jour

*Declination* = Déclinaison  
*Depolarisation factor* = Facteur de  
 dépolarisation  
*Diffuse* = Diffus  
*Diffusometer* = Diffusomètre  
*Direct* = Direct  
*Effective irradiance* = Eclairage effectif  
*Emissive power* = Exitance  
*Emissivity* = Emissivité  
*Equatorial mount* = Monture équatoriale  
*ERT (Equation of Radiative Transfer)* =  
 Equa-tion du transfert radiatif (ETR)  
*Erythema dose* = Dose érythémateuse  
*Erythema power* = Puissance  
 érythémateuse  
*ET (Equation of time)* = Equation du temps  
 (ET)

*Filter radiometer* = Radiomètre à filtres  
*Fluence* = Fluence  
*Flux density* = Flux surfacique  
*Forward scatterance* = Diffusance aval  
*FWHM (Full Width at Half Maximum)* =  
 Lar-geur à mi-hauteur (raie, bande  
 passante)  
*Global* = Global  
*GMT (Greenwich mean time)* = Temps  
 univer-sel  
*Greenhouse effect* = Effet de serre  
*Illuminancemeter* = Illuminancemètre  
*Intensity* = Intensité (raie)  
*Irradiance* = Eclairément  
*Irradiation* = Exposition, Irradiation  
*Lambertian* = Lambertien  
*Line* = Raie (d'absorption, d'émission)  
*Linke turbidity factor* = Facteur de turbidité  
 de Linke  
*LMT (Local mean time)* = Temps solaire  
 moyen  
*LST (Local standard time)* = Temps légal  
*Luminancemeter* = Luminancemètre  
*Luxmeter* = Luxmètre  
*Mie efficiency factor* = Facteur d'efficacité  
 de Mie  
*Mie size parameter* = Paramètre de taille de  
 Mie  
*Monochromatic* = Monochromatique  
*Monochromator* = Monochromateur  
*Optical depth* = Profondeur optique  
*Optical path* = Trajet optique  
*Optical thickness* = Epaisseur optique  
*Ozonemeter* = Ozonemètre  
*Phase function* = Fonction de phase  
*Photolysis* = Photolyse  
*Photolysis frequency* = Fréquence de  
 photolyse  
*Photolysis rate coefficient* = Coefficient de  
 taux de photolyse  
*Precipitable water* = Hauteur d'eau  
 condensable  
*Pyranometer* = Pyranomètre  
*Pyrgometer* = Pyrgéomètre  
*Pyrradiometer* = Pyrradiomètre  
*Quantum efficiency* = Efficience  
 (rendement) quantique  
*Radiance* = Luminance (énergétique)

*Radiant exitance* = Exitance  
*Radiant exposure* = Exposition, Irradiation  
*Radiant flux* = Flux (rayonnement)  
*Radiant intensity* = Intensité (rayonnement)  
*Refraction index* = Indice de réfraction  
*Relative air mass* = Masse d'air relative  
*Resolution* = Résolution  
*Response* = Coefficient d'étalonnage,  
 Réponse  
*Scale height* = Echelle de hauteur,  
 Epaisseur réduite  
*Scattering* = Diffusion  
*Shape factor* = Facteur de forme (raie)  
*Single scattering albedo* = Albédo pour une  
 seule diffusion  
*Size distribution function* = Fonction de  
 distribution en taille  
*Slit function* = Fonction de fente  
*Solar altitude* = Hauteur (élévation) du  
 soleil  
*Solar constant* = Constante solaire  
*Solar noon* = Midi solaire  
*Spectra* = Spectres  
*Spectral* = Spectrique  
*Spectral response* = Coefficient  
 d'étalonnage monochromatique,  
 Réponse spectrale  
*Spectroradiometer* = Spectroradiomètre  
*Spectrum* = Spectre  
*Sun photometer* = Photomètre solaire  
*SZA (Solar zenith angle)* = Angle zénithal  
 sol-aire  
  
*Total* = Total(e)  
*Transmittance* = Transmittance  
*TST (True solar time)* = Temps solaire vrai  
*UT (Universal time)* = Temps universel  
*UVI (UV index)* = Index UV  
*Wavelength* = Longueur d'onde  
*Wave number* = Nombre d'onde  
*Zenith* = Zénith  
*Zenith angle* = Angle zénithal



## SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS

### *Capítulo I § 1.*



$$h = R - R \cos \alpha = R (1 - \cos \alpha) \Rightarrow \Omega = S / R^2 = 2\pi h / R = 2\pi (1 - \cos \alpha).$$

2.  $\Omega_{sol} = 6,81 \cdot 10^{-5} \text{ sr}.$

3. Si los dos semi-planos forman entre ellos el ángulo  $\pi$ , estos delimitan un semi-espacio de ángulo sólido  $2\pi \text{ sr}$ ; por tanto, si el ángulo que forman es  $\beta$ , el ángulo sólido delimitado será  $2\beta \text{ sr}$ .

4. Según 1.2.5.a,  $I_o = d^2\Phi / d^2S \Rightarrow$  el flujo  $d^2\Phi$  que atraviesa (normal o perpendicular)  $d^2S = 1 \text{ m}^2$  a la distancia  $D = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$  del sol vale  $1367 \text{ W}$ ; por tanto, el flujo que atraviesa la superficie esférica  $S = 4\pi D^2$  centrada sobre el sol – o sea todo el flujo emitido por este último – es  $S \times 1367 = 3,87 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Si el sol emite  $d^2\Phi$  en  $d^2\Omega$ , su intensidad es  $I = d^2\Phi / d^2\Omega = (d^2\Phi / d^2S)(d^2S / d^2\Omega)$ , o sea  $I = I_o D^2 = 3,08 \cdot 10^{25} \text{ W sr}^{-1}$ ; según 1.2.2. la radiancia de la superficie del disco  $d^2\Sigma$ , es  $L = I / d^2\Sigma$ , por tanto  $L = I / D^2 \Omega_{sol} = 2,01 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$ .

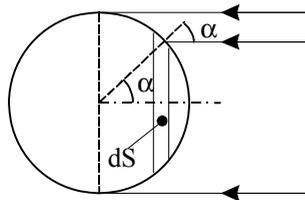
5. Según 1.2.3.b,  $d^2 I$  es la proyección ortogonal de  $L d^2 \Sigma$ ;  $M$  se encuentra, por tanto, siempre sobre un semi-círculo del mismo diámetro  $L d^2 \Sigma$ , cualquiera que sea la dirección de  $\vec{Ox}$ .

6.  $d^2 E_\lambda = L_\lambda \cos \theta' d^2 \Omega'$ , con  $d^2 E_\lambda$  en  $W m^{-2} nm^{-1}$  y  $L_\lambda$  en  $W m^{-2} sr^{-1} nm^{-1}$ .

### Capítulo I § 2.

1. Según 2.3.1.d,  $\Phi = S M_o(T) = S \sigma T^4 = 690 W$ , valor muy superior a los 120  $W$  posibles; pero la piel no es un CN (su emisión es pues inferior); además, su balance térmico puede ser equilibrado por una ropa que limite sus pérdidas y por los flujos que emiten en su dirección los objetos que le rodean. Según la ley de Wien (2.2.3.a),  $\lambda_M = 2898 / T = 9,66 \mu m$ .

2. La ley de conservación de la energía permite escribir, que en el equilibrio, la potencia recibida del sol está exactamente compensada por la potencia emitida; para  $1 m^2$  tenemos:  $I_o = M_o = \sigma T_{\text{équil.}}^4 \Rightarrow T_{\text{équil.}} = 394 K$ .



3. La ley de conservación de la energía permite escribir, que en el equilibrio, el flujo recibido del sol (sobre el hemisferio en sombra) es compensado por el flujo emitido por la esfera  $\Phi_{\text{reçu}} = 4\pi R^2 M_o(T)$ ; o el flujo recibido por una corona de superficie  $dS = d(2\pi R h) = d(2\pi R^2 [1 - \cos \alpha]) = 2\pi R^2 \sin \alpha d\alpha$  (ver ex. 1. Capítulo I

§ 1), es según 1.3.1.b,  $d\Phi = L \Omega \cos \alpha dS$  . El flujo solar recibido por la Tierra es por tanto:

$$\Phi_{reçu} = \int_{\alpha=0}^{\pi/2} L \Omega \cos \alpha dS = 2\pi R^2 L \Omega \int_0^1 \sin \alpha d(\sin \alpha) \Rightarrow \pi R^2 L \Omega = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow T = 279 K$$

(Observación : Se puede escribir directamente  $\Phi_{reçu} = \pi R^2 I_o$  con  $I_o = L \Omega$  según 1.3.1.b).

4. Como  $S'$  y  $S$  están muy próximas pueden ser asimiladas a 2 planos paralelos e infinitos; además, como son CN, todo flujo emitido por uno es absorbido por el otro y viceversa.  $S$  y  $S'$  envían así el uno hacia el otro los flujos respectivos  $S \sigma T_o^4$  y  $S' \sigma T_c^4$ , cuyo el balance es el flujo  $S \sigma (T_o^4 - T_c^4)$  .

### Capítulo I § 3.

1. Según 3.3.3.c y 3.1.3.c,

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap e} \varepsilon'(\lambda) \cos \theta_e d^2\Omega_e = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap e} \alpha'(\lambda) \cos \theta_e d^2\Omega_e ; \quad \text{o, según 3.3.3.d :}$$

$$\alpha(\lambda) = \frac{\iint_{\cap} \alpha'(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i}}{\iint_{\cap} d^4\Phi_{\lambda i}} = \frac{\iint_{\cap} \alpha'(\lambda) L_{\lambda i} d^2S \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\iint_{\cap} L_{\lambda i} d^2S \cos \theta_i d^2\Omega_i} = \frac{\iint_{\cap} \alpha'(\lambda) L_{\lambda i} \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\iint_{\cap} L_{\lambda i} \cos \theta_i d^2\Omega_i} , \quad \text{o}$$

$$\text{sea, } \alpha(\lambda) = \frac{\iint_{\cap} \alpha'(\lambda) \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\iint_{\cap} \cos \theta_i d^2\Omega_i} = \frac{\iint_{\cap} \alpha'(\lambda) \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\pi} \quad \text{ya que } \iint_{\cap} \cos \theta_i d^2\Omega_i = \pi$$

(véase § 1.2.4.) y que la radiación es isótropa (ya que  $L_{\lambda i}$  es invariante sea cual sea la dirección de  $d^2\Omega_i$ ) ; en consecuencia :  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$  . Igualmente, si  $\varepsilon'(\lambda)$  es

independiente de la dirección de  $d^2\Omega_i$ ,  $\alpha'(\lambda)$  lo es también, y las relaciones 3.3.3.c, 3.3.3.d y 3.1.3.c, muestran inmediatamente que  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$ .

2. Según 3.4.3.c,  $\varepsilon = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap} \varepsilon' \cos \theta_e d^2\Omega_e = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap} \alpha' \cos \theta_e d^2\Omega_e$  pues para un

cuerpo gris (cf § 3.2.3.),  $\alpha' = \varepsilon'$ ; según 3.4.3.d

$$\alpha = \frac{\iint_{\cap} \alpha' d^4\Phi_{\lambda_i}}{\iint_{\cap} d^4\Phi_{\lambda_i}} = \frac{\iint_{\cap} \alpha' L_i d^2S \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\iint_{\cap} L_i d^2S \cos \theta_i d^2\Omega_i} = \frac{\iint_{\cap} \alpha' L_i \cos \theta_i d^2\Omega_i}{\iint_{\cap} L_i \cos \theta_i d^2\Omega_i}, \text{ o sea, si la}$$

radiación incidente es isótropa (i.e. si  $L_i$  es independiente de la dirección de  $d^2\Omega_i$ ),

$\alpha = \frac{1}{\pi} \iint_{\cap} \alpha' \cos \theta_e d^2\Omega_e = \varepsilon$ . Para un material con emisión isótropa,  $\varepsilon'$  es indepen-

diente de la dirección de  $d^2\Omega_e$ ; si es gris,  $\alpha'$  es igual a  $\varepsilon'$  y entonces es también independiente de la dirección de  $d^2\Omega_i$ ; en consecuencia  $\varepsilon = \varepsilon'$  según 3.4.3.c, y  $\alpha = \alpha'$  según 3.4.3.d; se tiene por tanto también que  $\alpha = \varepsilon$ .

3. Según 3.2.2.b,  $\rho'' = L'' d^2S / d^4\Phi_i$  por definición,  $d^4\Phi_i$  es aquí el flujo solar directo incidente en  $d^2S$  sobre la pared, y  $L''$  la radiancia total bidireccional en reflexión de  $d^2S$ , en la dirección del instrumento; o,  $d^4\Phi_i / d^2S = I \cos i$  y, según 1.3.1.b,  $L''$  es tal que  $E = L'' d^2\Omega$  si  $d^2\Omega$  es el ángulo sólido que intercepta  $d^2S$ ; se tiene pues:  $\rho'' = E / d^2\Omega I \cos i = 0,20 \text{ sr}^{-1}$ .

4. El flujo solar directo transmitido por  $P$  hacia  $A$ , es  $\Phi_b \tau'_p$ ; la parte que  $A$  re-envía o refleja hacia  $P$  es  $\Phi_b \tau'_p \rho'_p$ , que a su vez refleja hacia  $A$  la parte  $\Phi_b \tau'_p \rho'_p \rho'_p$ , reflejando hacia  $P$  la parte  $\Phi_b \tau'_p \rho'^2 \rho'_p$ , que a su vez refleja hacia  $A$  la parte  $\Phi_b \tau'_p \rho'^2 \rho'^2$ , etc...  $A$  absorbe por tanto la suma:

$\Phi_{bA} = \Phi_b \tau'_p \alpha' + \Phi_b \tau'_p \rho'_p \alpha' + \Phi_b \tau'_p \rho'^2_p \alpha' + \dots = \Phi_b \tau'_p \alpha' (1 + \rho'_p + \rho'^2_p + \dots)$   
 de los flujos, o sea,  $\Phi_{bA} = \Phi_b \tau'_p \alpha' / (1 - \rho'_p) \Rightarrow \alpha'_e = \tau'_p \alpha' / (1 - \rho'_p)$ , que es generalmente  $> \alpha'$  si  $\tau'_p$  es próxima a 1. Para la radiación difusa se obtiene de la misma manera  $\Phi_{dA} = \Phi_d \tau_p \alpha / (1 - \rho \rho_p)$ ; en consecuencia:

$$\alpha_e = \frac{\Phi_b \tau'_p \alpha' / (1 - \rho'_p) + \Phi_d \tau_p \alpha / (1 - \rho \rho_p)}{\Phi_b + \Phi_d} = 0,93$$

5. La ley de conservación de la energía permite escribir  $\tau'_p = 1 - \alpha'_p - \rho'_p = 0,8$ . Por unidad de superficie: *A* absorbe el flujo direccional solar  $E \tau'_p \alpha'_A$  (que ha atravesado *P*) y el flujo hemisférico IR de *P*,  $\sigma T_p^4 \alpha_A$ ; emite hacia *P* el flujo hemisférico IR  $\sigma T_A^4 \epsilon_A$ . Por unidad de superficie: *P* absorbe el flujo direccional solar  $E \alpha'_p$ , el flujo hemisférico IR de *A*,  $\sigma T_A^4 \epsilon_A$  y el flujo hemisférico del cielo  $\sigma T_c^4$ ; emite hacia *A* y hacia el cielo, el flujo hemisférico IR  $\sigma T_p^4 + \sigma T_p^4 = 2\sigma T_p^4$ . En equilibrio se tiene para *A*:  $E \tau'_p \alpha'_A + \sigma T_p^4 \alpha_A = \sigma T_A^4 \epsilon_A$ ; y para *P*:  $E \alpha'_p + \sigma T_c^4 + \sigma T_A^4 \epsilon_A = 2\sigma T_p^4$ ; de estas dos relaciones se saca:

$$T_p = \left[ \frac{E (\tau'_p \alpha'_A + \alpha'_p) + \sigma T_c^4}{\sigma (2 - \alpha_A)} \right]^{\frac{1}{4}} = 320 \text{ K } (47^\circ\text{C}) \text{ y}$$

$$T_A = \left[ \frac{E \tau'_p \alpha'_A + \sigma T_p^4 \alpha_A}{\sigma \epsilon_A} \right]^{\frac{1}{4}} = 413 \text{ K } (140^\circ\text{C})$$

Sin *P*, la relación de equilibrio de *A* se reduce a:  $E \alpha'_A + \sigma T_c^4 \alpha_A = \sigma T_A^4 \epsilon_A$

de donde se obtiene:  $T_A = \left[ \frac{E \alpha'_A + \sigma T_c^4 \alpha_A}{\sigma \epsilon_A} \right]^{\frac{1}{4}} = 389 \text{ K } (116^\circ\text{C})$



$\Rightarrow \nu = \delta \Rightarrow$  en los equinoccios  $\nu = 0$  y el ángulo entre  $\vec{\sigma}$  y el plano meridiano es  $\omega$ .

4. El Sol describe en 24h una trayectoria circular alrededor del eje Terrestre (la declinación se considera constante en ese lapso de tiempo); así, la recta  $D$  que porta a  $\vec{\sigma}$  es la generatriz de una superficie cónica cuyo eje es la propio vástago si  $\vec{\sigma}$  esta dirigida desde el extremo libre de este último; la intersección de esta superficie con el soporte plano representa la curva descrita sobre este soporte por la sombra del extremo libre del vástago; esta curva es por tanto una rama de la cónica.

**Capítulo II § 2.**

1.  $d(\ln r) = dr / r$  con  $\ln r = \log r \ln 10$ , en consecuencia,  
 $n = dN / dr = dN / [r \ln 10 d(\log r)]$ ; o, según 2.1.2.b,  $n = c r^{-(\nu+1)} / \ln 10$  de donde se obtiene, por identificación con la expresión precedente,  $dN / d(\log r) = c r^{-\nu}$ .

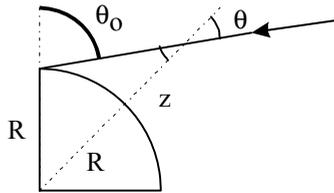
2. La razón  $d^5 \Phi_\lambda / d^4 \Phi_\lambda$  se escribe también  $d(d^4 \Phi_\lambda) / d^4 \Phi_\lambda$ ; en consecuencia  $\int_{s_1}^{s_2} d^5 \Phi_\lambda / d^4 \Phi_\lambda = [\ln(d^4 \Phi_\lambda)]_{s_1}^{s_2} = \ln[d^4 \Phi_\lambda(s_2) / d^4 \Phi_\lambda(s_1)]$  expresión que se puede igualar, según 2.1.4.a, a  $\int_{s_1}^{s_2} -\sigma_e ds$  de donde se llega a

$$d^4 \Phi_\lambda(s_2) = d^4 \Phi_\lambda(s_1) \exp \left[ - \int_{s_1}^{s_2} \sigma_e ds \right].$$

3. Si la sección eficaz media es constante, 2.1.5.c y 2.1.5.d pueden ponerse respectivamente como  $\delta_e = \frac{\sigma_e}{N} \int_{z_2}^{z_1} \frac{N}{\cos \theta} dz = \frac{\sigma_e}{N} \int_{s_1}^{s_2} N ds$  y  $\tau_e = \frac{\sigma_e}{N} \int_{z_2}^{z_1} N dz$ ; se tiene

pues  $m_r = \frac{\delta_e}{\tau_e} = \left( \int_{s_1}^{s_2} N ds \right) / \left( \int_{z_2}^{z_1} N dz \right)$  que representa la razón del número de moléculas

en un tubo de aire de sección recta unidad ( $1 m^2$ ) que sigue el camino de los rayos directos, al número de moléculas en un tubo de aire vertical de sección recta unidad.



4. Se tiene  $\sin \theta / R = \sin(\pi - \theta_o) / (R + z) = \sin \theta_o / (R + z) \Rightarrow$  si  $\theta = 10^\circ$  entonces  $\theta_o = 10^\circ 9' 30''$ , y si  $\theta = 75^\circ$  se llega a  $\theta_o = 78^\circ 49' 5''$ .

5. Como  $\nu = c / \lambda$  tenemos que  $d\nu = -(c / \lambda^2) d\lambda$  y  $\delta\nu = (c / \lambda_o^2) \delta\lambda$ , las semi-anchuras a altura mitad son siempre  $> 0$ . En consecuencia,  $g(\nu - \nu_o)$  se puede transformar en:

$$\frac{\frac{c}{\lambda_o^2} \delta\lambda}{\pi \left[ \left( \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_o} \right)^2 + \frac{c^2}{\lambda_o^4} (\delta\lambda)^2 \right]} = g(\lambda, \lambda_o) = \frac{\delta\lambda}{c \pi \lambda_o^2 \left[ \left( \frac{\lambda_o - \lambda}{\lambda \lambda_o} \right)^2 + \frac{(\delta\lambda)^2}{\lambda_o^4} \right]}$$

y como podemos aproximar  $\lambda \lambda_o \approx \lambda_o^2$  y  $\delta\lambda = \Gamma$ , tenemos

$$g(\lambda, \lambda_o) = \frac{\Gamma}{\frac{c \pi}{\lambda_o^2} [(\lambda - \lambda_o)^2 + \Gamma^2]}.$$

6. Según 2.3.2.c y la observación 1. de § 2.3.2., la probabilidad de que un fotón salga dispersado bajo un ángulo comprendido entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$ , es  $dP = (1/2) \sin \theta p(\theta) d\theta$ ; o, para  $\theta = 90^\circ$  la función de Henyey-Greenstein es

$(1 - g^2)/(1 + g^2)^{3/2}$ ; en consecuencia, asimilando  $\delta\theta = 5^\circ \times (\pi/180^\circ) \text{ rad}$  a  $d\theta$ , se puede escribir  $dP = \left[ (1 - g^2)/2 (1 + g^2)^{3/2} \right] \delta\theta = 0,75\%$  directamente.

**Capítulo II § 3.**

1. Según la figura 3.1.3.,

$$\vec{s}' = \cos \theta \vec{i} + \cos \varphi_1 \vec{j} + \cos \varphi_2 \vec{k} \Rightarrow (\vec{s}')^2 = 1 = \cos^2 \theta + \cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 ; \text{ o sea}$$

$$1 = \cos^2 \theta + 1 - \sin^2 \varphi_1 + 1 - \sin^2 \varphi_2 \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1 + \cos^2 \theta .$$

2. Según 2.3.2.c y la observación 1. de § 2.3.2., la probabilidad de que un fotón salga dispersado en un ángulo comprendido entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$ , es

$$dP = (1/2) \sin \theta p(\theta) d\theta ; \text{ para la función de fase Rayleigh (3.1.5.i), se tiene pues } dP = (3/8) \sin \theta (1 + \cos^2 \theta) d\theta = -(3/8) (1 + \cos^2 \theta) d(\cos \theta) .$$

Poniendo entonces  $\cos \theta = x$ , la probabilidad de que un fotón sea dispersado dentro de un cono de semi-

$$\text{ángulo } \theta \text{ en la cima, es } P = \int_{\theta=0}^{\theta} dP = -\frac{3}{8} \int_{x=1}^{\cos \theta} (1 + x^2) dx = -\frac{3}{8} \left[ \cos \theta + \frac{(\cos \theta)^3}{3} - \frac{4}{3} \right] ;$$

en consecuencia, si  $\theta = 0$  tenemos por tanto  $\cos \theta = 1$ ,  $P = 0$ ; si  $\theta = \pi/2$  tenemos  $\cos \theta = 0$ ,  $P = 1/2$ ; y finalmente, si  $\theta = \pi$   $\cos \theta = -1$ ,  $P = 1$ ; todos los resultados eran previsibles vista la simetría central de la función de fase Rayleigh.

3. Se tiene pues, según 3.2.1.a,  $2\pi r / \lambda > 20 \Rightarrow r > 10 \lambda / \pi \approx 1 \mu m$ . La relación 3.2.5.f puede escribirse como

$$\sigma_e = \int_{r=1 \mu m}^{\infty} \pi r^2 Q_e \frac{c r^{-(v+1)}}{\ln(10)} dr = Q_e \frac{\pi c}{\ln(10)} \int_{r=1 \mu m}^{\infty} r^2 r^{-(v+1)} dr = Q_e \frac{\pi c}{\ln(10)} \int_{r=1 \mu m}^{\infty} r^{-2} dr$$

, o igual a  $\sigma_e = Q_e \frac{\pi c}{\ln(10)} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r=10^{-6} m}^{\infty} = Q_e \frac{\pi c}{\ln(10)} 10^6 \quad (m^{-1})$ .

### Capítulo III § 1.

1. Según 1.2.1.a, la irradiancia espectral directa es  $I_\lambda = K_d I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_A(\lambda) T_O(\lambda)$ . Según 1.1.4.f y 1.1.4.g, se puede escribir también,  $I_\lambda = K_d I_{o\lambda} T_R(\lambda) \exp[-m_R (\beta_A \lambda^{-\alpha_A} + k_O(\lambda) l_O)]$ , admitiendo que  $m_R \approx m_A \approx m_O$ ; tenemos así,

$$\beta_A \lambda^{-\alpha_A} = \frac{1}{m_R} \ln \left( \frac{K_d I_{o\lambda}}{I_\lambda} T_R(\lambda) \right) - k_O(\lambda) l_O \Rightarrow -\alpha_A \ln(\lambda) + \ln(\beta_A) =$$

$$\ln \left[ \frac{1}{m_R} \ln \left( \frac{K_d I_{o\lambda}}{I_\lambda} T_R(\lambda) \right) - k_O(\lambda) l_O \right].$$
 Según 1.1.4.g, la irradiancia espectral directa

puede también escribirse:

$$\exp[-k_O(\lambda) l_O m_R] = \frac{I_\lambda}{K_d I_{o\lambda} T_R(\lambda) T_A(\lambda)} \Rightarrow l_O = \frac{1}{k_O(\lambda) m_R} \ln \left( \frac{K_d I_{o\lambda}}{I_\lambda} T_R(\lambda) T_A(\lambda) \right)$$

; o, para  $\lambda = 0,310 \mu m$ , se encuentra que  $T_R(\lambda) = 0,196$  y  $T_A(\lambda) = 0,458$  de acuerdo a 1.1.4.a, 1.1.4.c y 1.1.4.f; llegando a  $l_O = 0,32 \text{ cm}$ .

2. Según 1.2.2.d,  $T_L = \frac{1}{\tau_R m_R} \ln \left( \frac{K_d I_o}{I} \right)$  con  $\tau_R = \frac{1}{0,9 m_R + 9,4}$  de acuerdo

a 1.2.2.e. La relación 1.3.2.a da para enero,  $I = 926 \text{ W m}^{-2} \Rightarrow T_L = 2,2$ , para mayo,  $I = 746 \text{ W m}^{-2} \Rightarrow T_L = 3,4$ , y para septiembre,

$$I = 808 \text{ W m}^{-2} \Rightarrow T_L = 3,0.$$

3. Se tiene  $\rho_s(\lambda) = d^2\Phi_{\lambda r} / d^2\Phi_{\lambda i} = \left( \int_{\Omega_i} \rho'_s(\lambda) d^4\Phi_{\lambda i} \right) / \int_{\Omega_i} d^4\Phi_{\lambda i}$  ; o, según

1.3.1.b del capítulo I,

$$d^4\Phi_{\lambda i} = L_{\lambda} d^2S \cos \theta d^2\Omega \Rightarrow \rho_s(\lambda) = \left( \int_{\Omega_i} \rho'_s(\lambda) \cos \theta d^2\Omega \right) / \int_{\Omega_i} \cos \theta d^2\Omega$$
 ya que

$L_{\lambda}$  y  $d^2S$  son constantes; entonces  $\rho_s(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_i} \rho'_s(\lambda) \cos \theta d^2\Omega$  (véase

observación § 1.2.4., capítulo I). Para  $\lambda = 860 \text{ nm}$  se encuentra  $T_R(\lambda) = 0,968$  y

$T_A(\lambda) = 0,784$  (según 1.1.4.a, 1.1.4.c y 1.1.4.f); se sigue pues que  $\rho'_a(\lambda) = 0,054$  . Si

$d^2\Phi_{\lambda i}$  es el flujo directo solar incidente sobre el elemento horizontal de superficie

$d^2S$  fuera de la atmósfera, y  $d^2\Phi_{\lambda t}$  la parte que proviene del sol, se tiene por

definición  $\tau'_a(\lambda) = d^2\Phi_{\lambda t} / d^2\Phi_{\lambda i}$  ; la atmósfera se asimila a una lámina de capas

paralelas, se puede admitir que sobre cada elemento  $d^2S$  de suelo horizontal llega

necesariamente la cantidad  $d^2\Phi_{\lambda t}$  de flujo transmitido (no procediendo, a causa de la

difusión, más que de un mismo elemento  $d^2S$  fuera de la atmósfera); entonces

$$d^2\Phi_{\lambda i} = K_d I_{o\lambda} \sin \gamma d^2S \quad \text{y} \quad d^2\Phi_{\lambda t} = (I_{\lambda} \sin \gamma + D_{h\lambda}) d^2S \quad \text{con} \quad I_{\lambda} =$$

$$K_d I_{o\lambda} T(\lambda) \Rightarrow \tau'_a(\lambda) = T(\lambda) + D_{h\lambda} / K_d I_{o\lambda} \sin \gamma .$$
 Se tiene  $\rho_a(\lambda) = 0,054$  ,

$$T(\lambda) = 0,759 \quad \text{y, con 1.2.3.c, 1.2.3.f, 1.2.3.n,} \quad D_{hr\lambda} = 6 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} ,$$

$$D_{hA\lambda} = 63 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} \quad \text{y} \quad D_{hM\lambda} = 5 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} ;$$
 o sea, según 1.2.3.a,

$$D_{h\lambda} = 74 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} ;$$
 así pues  $\tau'_a(\lambda) = 0,91$  . Según 3.1.1.d del capítulo I,

tenemos  $\alpha'_a(\lambda) = 1 - [\rho'_a(\lambda) + \tau'_a(\lambda)] = 0,039$  que la ley de Kirchhoff (§ 3.1.3. del

capítulo I) permite igualar a  $\epsilon'_a(\lambda)$  .

4. Las relaciones 1.2.3.c y 1.2.3.f pueden escribirse como,

$$D_{hr} = \frac{1}{2} I \sin \gamma \frac{1 - T_R}{T_R} \quad \text{y} \quad D_{hA} = F_c \varpi I \sin \gamma \frac{1 - T_A}{T_A} .$$
 Según 1.2.3.c (cap I):

$$\varphi = \iint_{4\pi sr} L d^2\Omega = K_d L^* d^2\Omega^* + \iint_{2\pi sr (ciel)} K_d L_c d^2\Omega$$

$$+ \iint_{2\pi sr (sol)} K_d L_s d^2\Omega = K_d (L^* d^2\Omega^* + 2\pi L_c + 2\pi L_s); \quad \text{según 1.3.1.b (cap I):}$$

$$K_d L^* d^2\Omega^* = I; \quad \text{por otra parte, según 1.2.3.o,}$$

$$D_h = \iint_{2\pi sr (ciel)} K_d L_c \cos\theta d^2\Omega = K_d L_c \iint_{2\pi sr (ciel)} \cos\theta d^2\Omega = \pi K_d L_c \quad (\text{ver la observación})$$

§ 1.2.4., capítulo I)  $\Rightarrow K_d L_c = D_h / \pi$ . También según 1.2.4.b del capítulo I,

$M = \pi K_d L_s$  ya que el suelo es lambertiano  $\Rightarrow K_d L_s = M / \pi$ . Los albedos son

las razones de las irradiancias o bien de los flujos, siendo la irradiancia ascendente del

suelo en  $P$ :  $D_{hM\uparrow} = G' \rho_s + G' \rho_s^2 \rho_a + G' \rho_s^3 \rho_a^2 + \dots = G' \rho_s (1 +$

$\rho_s \rho_a + \rho_s^2 \rho_a^2 + \dots) = G' \rho_s / (1 - \rho_s \rho_a)$ . Como  $M$  es el flujo emitido por unidad de

superficie de suelo, y  $D_{hM\uparrow}$  el flujo del suelo recibido por unidad de superficie del

plano paralelo conteniendo a  $P$ , se tiene despreciando las perdidas intermedias,

$$D_{hM\uparrow} = M = \pi K_d L_s; \quad \text{por consiguiente, } K_d L_s = \frac{D_{hM\uparrow}}{\pi} = \frac{G'}{\pi} \frac{\rho_s}{1 - \rho_s \rho_a} \quad \text{o sea,}$$

reemplazando  $G'$  por la expresión del enunciado tenemos,

$$K_d L_s = \frac{I \sin \gamma}{\pi} \frac{\rho_s}{1 - \rho_s \rho_a} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{1 - T_R}{T_R} + F_c \varpi \frac{1 - T_A}{T_A} \right).$$

$$\text{Así, } \varphi = I + 2D_h + 2I \sin \gamma \frac{\rho_s}{1 - \rho_s \rho_a} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{1 - T_R}{T_R} + F_c \varpi \frac{1 - T_A}{T_A} \right), \quad \text{con}$$

$$I = K_d I_o T = 759 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} \quad \text{y} \quad D_h = 74 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1} \quad (\text{según el ejercicio 3.})$$

$$\Rightarrow \varphi = 1085 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1}; \quad \text{como } G_h = I \sin \gamma + D_h = 453 \text{ mW m}^{-2} \text{ nm}^{-1}, \quad \text{se ve}$$

que el flujo actínico espectral es, aquí, alrededor de dos veces más elevado que la irradiancia global horizontal espectral, para la longitud de onda considerada.

## PUBLICACIONES Y OBRAS DE REFERENCIA

- BRASSEUR G., Physique et chimie de l'atmosphère moyenne, 312 p, Masson, 1982.
- BRUHAT G., 6<sup>ème</sup> édition par A. KASTLER, Cours de physique générale, Optique, 1110 p, Masson, 1992.
- CHANDRASEKHAR S., Radiative Transfer, 393 p, Dover Publications Inc., New York, 1960
- GOODY R., Principles of Atmospheric Physics and Chemistry, 324 p, Oxford University Press, 1995.
- HULST H. C. van de, Light Scattering by Small Particles, 300 p, Dover Publications, Inc. New York, 1981.
- HULST H. C. van de, Multiple Light Scattering (2 vol.), 739 p, Academic Press, Inc., 1980.
- IQBAL M., An Introduction to Solar Radiation, 390 p, Academic Press, Canada, 1983.
- KONDRATYEV K. Y., Radiation in the Atmosphere, 912 p, Academic Press, New York, 1969.
- LENOBLE J., Radiative Transfer in Scattering and Absorbing Atmospheres : Standard Computational Procedures, 300 p, A. Deepak Publishing, Hampton, Virginia USA, 1985.
- LENOBLE J., Atmospheric Radiative Transfer, 532 p, A. Deepak publishing, Hampton, Virginia, USA, 1993.
- MCCARTNEY E. J., Optics of the Atmosphere, Scattering by Molecules and Particles, 408 p, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- MARCHUK G. I., G. A. MIKHAILOV, M. A. NAZARALIEV, R. A. DARBINJAN, B. A. KARGIN, B. S. ELEPOV, The Monte Carlo Methods in Atmospheric Optics, 208 p, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1980.
- MEYZONNETTE J. L., T. LEPINE, Bases de radiométrie optique, 258 p, Cépadès éditions, 1999.
- THOMAS G. E., K. STAMNES, Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean, 517p, Cambridge University Press, 1999.
- WMO, Rapport N° 8, Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation, Genève, Suisse, (rééditions avec mises à jour périodiques)

