

GEOGEBRA PARA EXPLORAR LA GEOMETRÍA PLANA

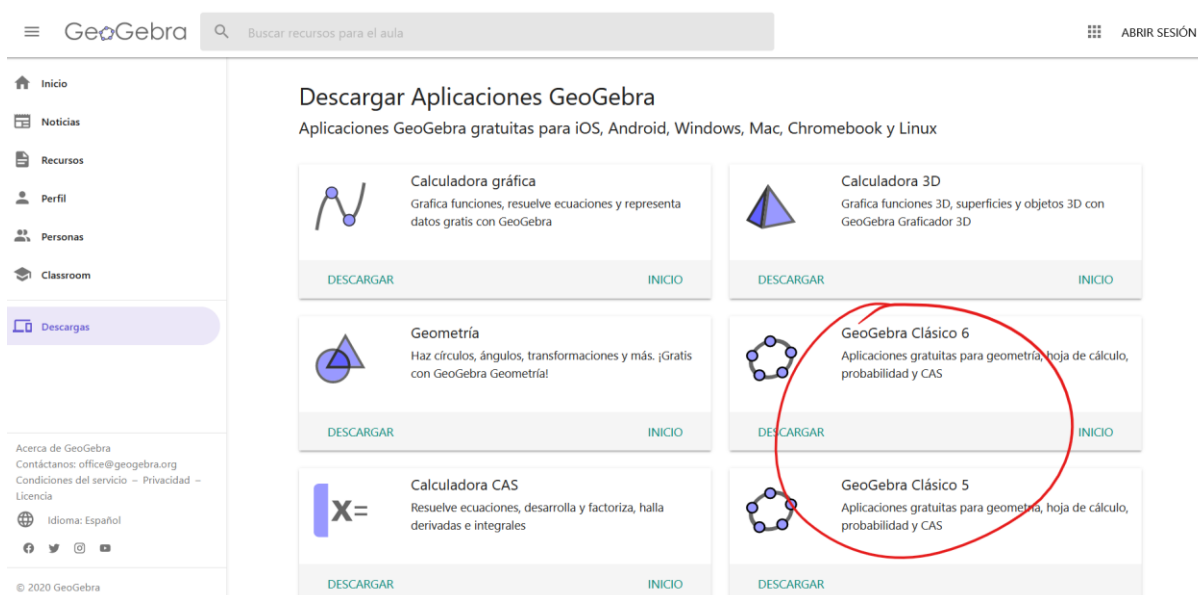
GeoGebra es un software de matemáticas interactivo libre orientado hacia la educación. Su creador, Markus Hohenwarter, inició el proyecto en 2001 como parte de su tesis doctoral, y se ha ido desarrollando a lo largo de los años, añadiendo nuevas funcionalidades hasta llegar a la versión actual. Aunque su origen buscaba combinar las características de los programas de geometría dinámica con los de cálculo simbólico, hoy en día, puede utilizarse en prácticamente todas las áreas de las matemáticas (geometría, álgebra, análisis matemático, estadística...) y también de otras disciplinas. En nuestro caso, nos limitaremos a su uso orientado hacia la **geometría plana**.

Puedes entrar en su página web y descargar el programa, utilizarlo en su versión web, consultar documentación y ayuda o subir tus propias actividades a la comunidad GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/>

Para el trabajo en nuestra asignatura, te recomendamos que entres en la página de descargas y descargues Geogebra Clásico, bien sea la versión 5 o la 6 del programa:

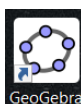
<https://www.geogebra.org/download>



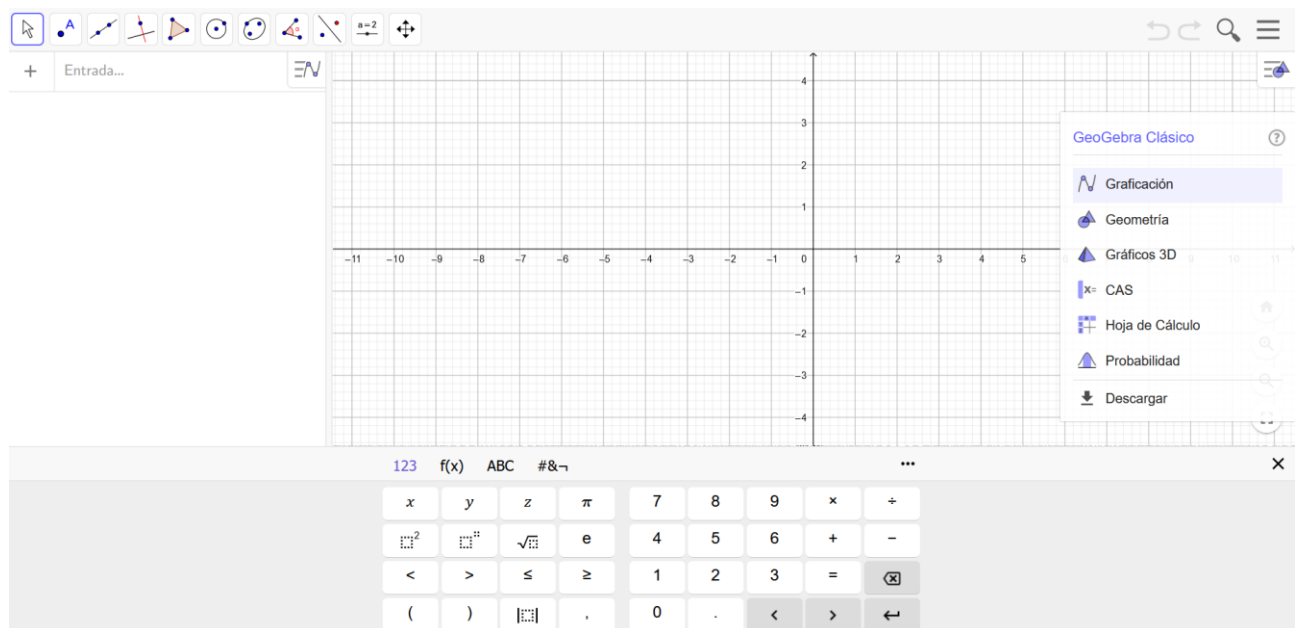
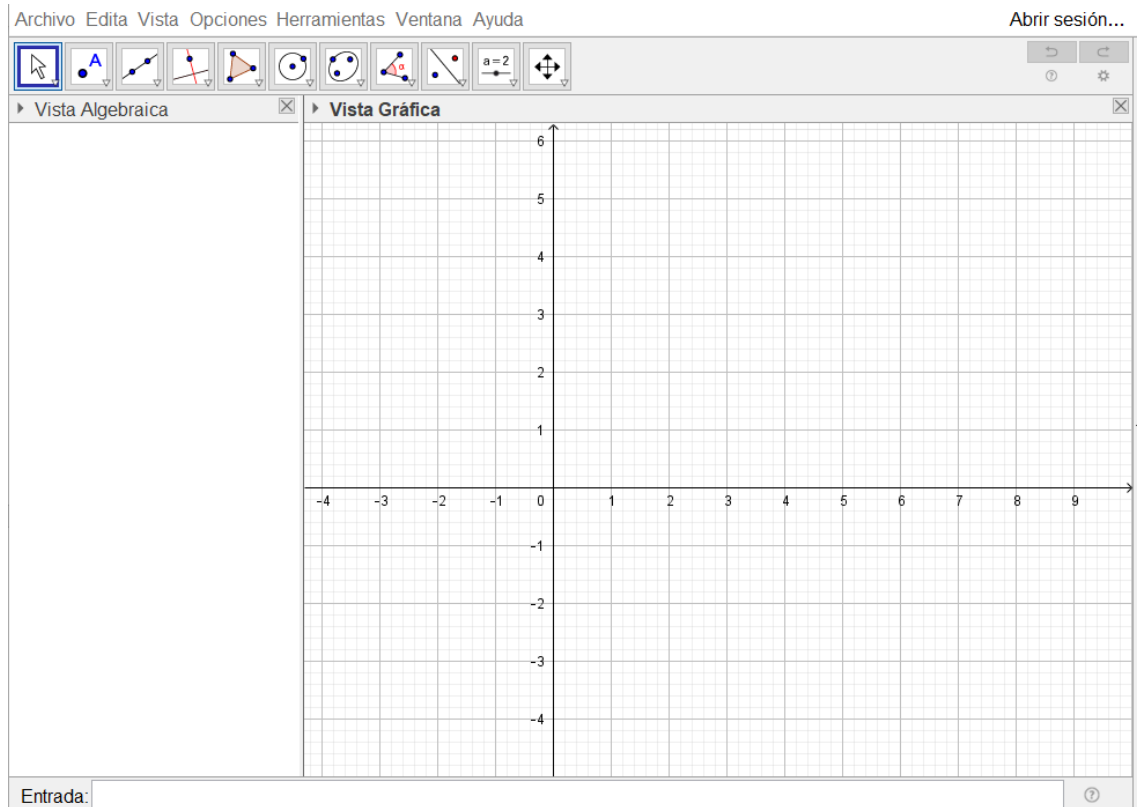
The screenshot shows the GeoGebra website's download page. The main heading is 'Descargar Aplicaciones GeoGebra' with the subtitle 'Aplicaciones GeoGebra gratuitas para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux'. There are six application cards displayed in a 2x3 grid. The cards are: 'Calculadora gráfica', 'Calculadora 3D', 'Geometría', 'GeoGebra Clásico 6', 'Calculadora CAS', and 'GeoGebra Clásico 5'. The 'GeoGebra Clásico 6' and 'GeoGebra Clásico 5' cards are circled in red, and a red arrow points to the 'GeoGebra Clásico 6' card. Each card has a 'DESCARGAR' button and an 'INICIO' button. The left sidebar contains navigation links: Inicio, Noticias, Recursos, Perfil, Personas, Classroom, and Descargas. The footer includes contact information and social media links.

A partir de ahora, te mostraremos el interfaz de la versión 5 y te indicaremos enlaces a tutoriales online de la versión 6. Aunque cambian algunos aspectos de la apariencia, las herramientas y acciones que puedes hacer en ambas versiones son idénticas.

Cuando lo hayas descargado e instalado en tu ordenador, tendrás un icono como el siguiente para acceder al programa:



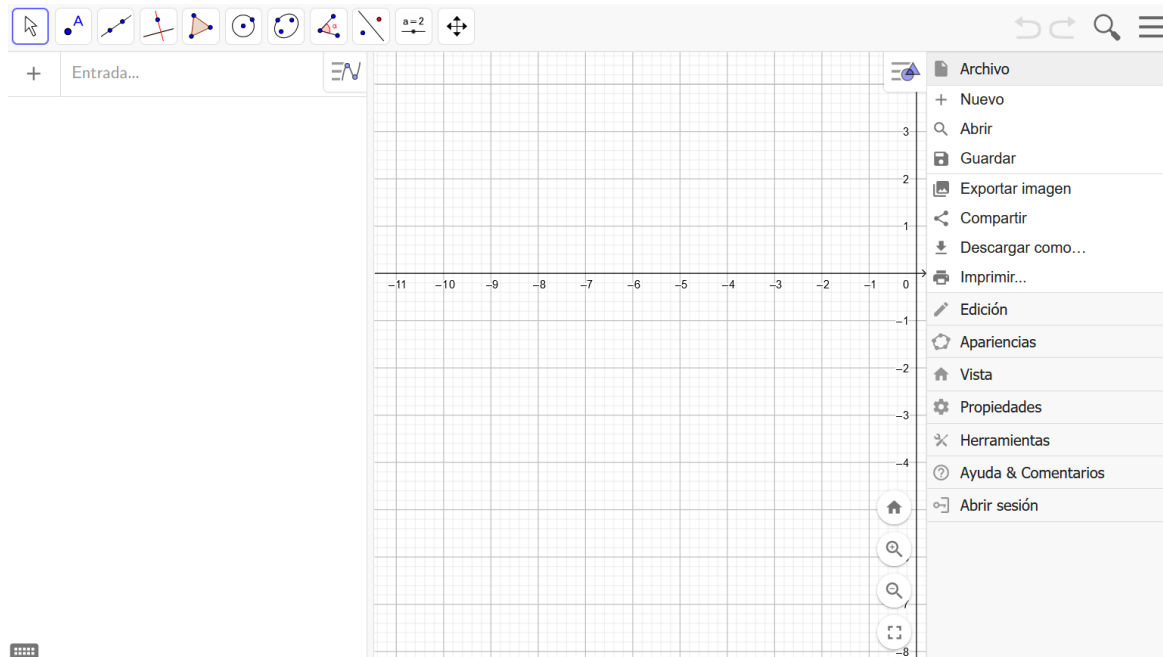
Una vez iniciado, te encontrarás uno de los siguientes interfaces:



En la versión 5, en la parte superior derecha se encuentran los botones que nos permiten gestionar el programa o los archivos, como guardar, abrir, modificar el tamaño de letra, seleccionar las vistas...

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

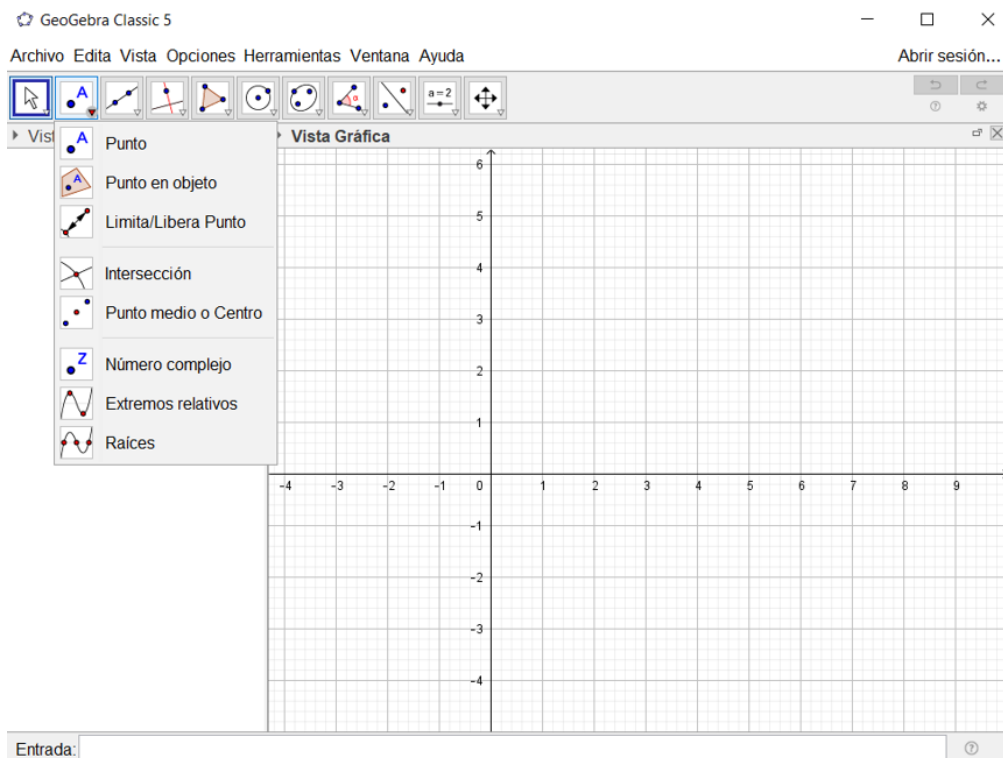
En la versión 6 lo encontrarás en el desplegable de la parte superior derecha (tres rayas).

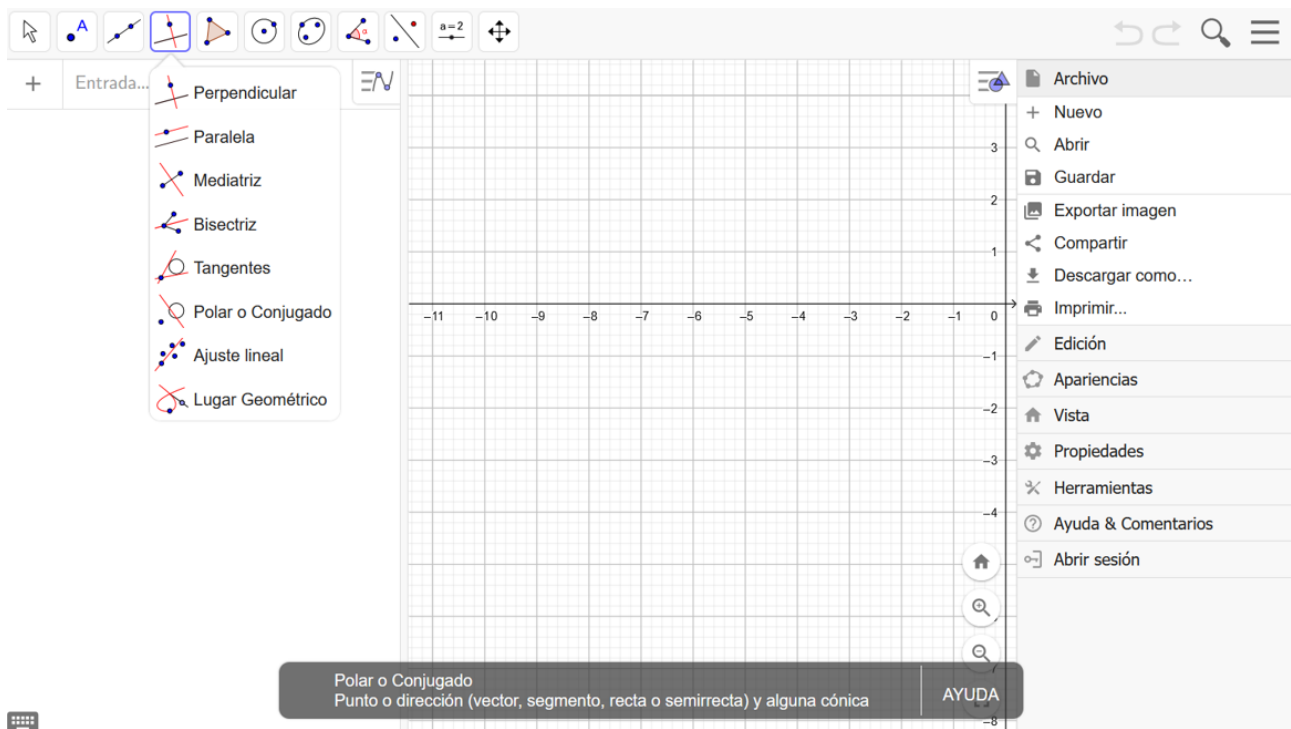


Justo debajo se encuentran los botones de herramientas por grupos (es igual en ambas versiones):



Para desplegar cada grupo, solo debes hacer click en el triángulito inferior derecho de cada botón. Si no, seleccionarás la herramienta que en ese momento esté preseleccionada:





Los distintos grupos de herramientas son los siguientes (de izquierda a derecha):

- Herramientas de selección de puntos, o dibujo a mano alzada. La más importante es elige y mueve, que debe ser la herramienta que debe estar seleccionada siempre que queramos mover un elemento, acceder a sus propiedades. Si tenemos otra herramienta seleccionada, el programa hará lo que indique esa herramienta.
- Herramientas de puntos (como punto, intersección o punto medio).
- Herramientas de elementos rectilíneos dependientes solo de puntos (como recta o segmento).
- Herramientas de elementos rectilíneos dependientes de otros elementos como rectas o circunferencias (como paralela, perpendicular, mediatriz...).
- Herramientas de polígonos.
- Herramientas de circunferencias y círculos (también incluyen sectores circulares o arcos).
- Herramientas de cónicas no circunferencias (no la usaremos en clase).
- Herramientas de medir (que incluye la medición de un ángulo, o el dibujo de un punto para crear un ángulo dada una amplitud a partir del vértice y otro punto de un lado).
- Herramientas orientadas al diseño de applets (deslizadores, botones...). Solo nos interesa el botón de texto.
- Herramientas relacionadas con propiedades como alejar y acercar, ocultar objetos... Generalmente estas herramientas pueden suplirse mediante el uso del ratón.

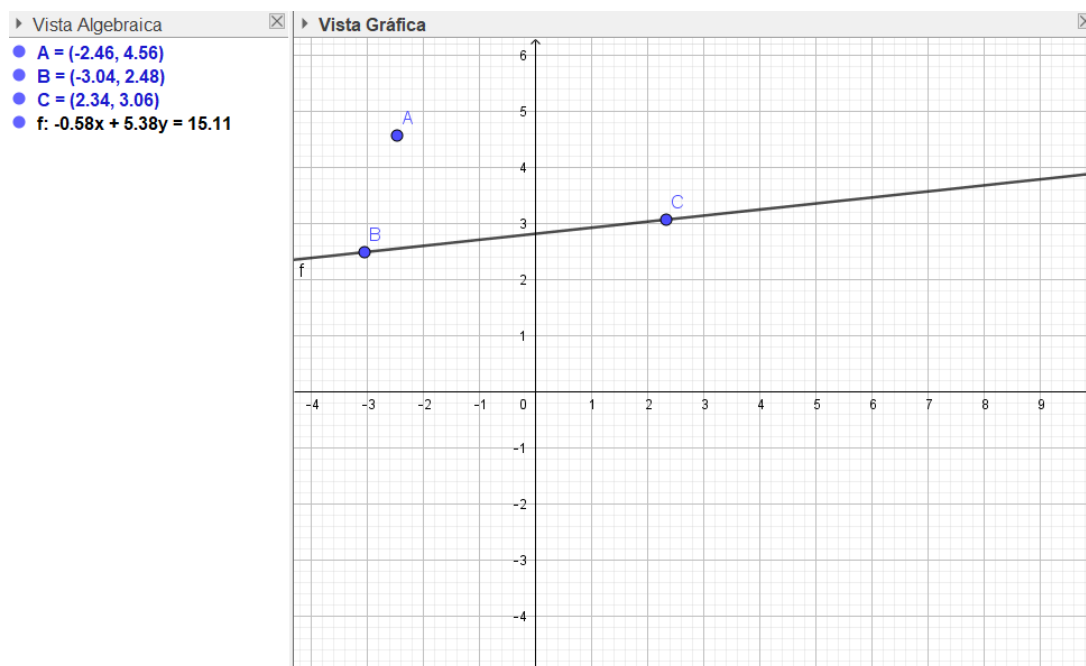
Si quieres ver como se pueden utilizar estas herramientas, te recomiendo que realices los siguientes tutoriales (están en la versión 6, pero el uso de herramientas es igual en la versión 5).

<https://geogebra.kikora.com/30700>

<https://geogebra.kikora.com/30683>

En la parte central de la pantalla tienes la vista algebraica y la vista gráfica, ambas conectadas. Es decir, que, si dibujas algo en la vista gráfica, aparecerá su representante algebraico en la vista algebraica y viceversa. Aunque nosotros dibujaremos principalmente en la vista gráfica con las

herramientas descritas anteriormente, es útil tener la vista algebraica abierta pues permite seleccionar objetos, entrar a sus propiedades o mostrarlos y ocultarlos de forma más cómoda.



Si observas la imagen anterior, en la vista gráfica tienes tres puntos (A, B y C) y una recta (f) y en la vista algebraica aparecen los puntos con sus coordenadas y la recta con su ecuación correspondiente.

En la parte inferior (versión 5, en la 6 se encuentra como la última línea de la vista algebraica) se encuentra la barra de entrada, que permite introducir elementos geométricos mediante comandos en lugar de utilizar las herramientas de dibujo. En nuestro caso, nos centraremos en el uso de herramientas, aunque podría ser interesante usarla en algún momento.

Además de saber usar las herramientas, es importante que conozcas algunos aspectos interesantes sobre el uso de GeoGebra:

- Para cambiar propiedades de los objetos (cambiar color, apariencia, nombre...), o de las vistas (como mostrar y ocultar cuadrícula o los ejes), debes hacer click con el botón derecho del ratón sobre el objeto o vista en cuestión (en la versión 6 tienes un botón en la parte superior derecha de la vista gráfica que te mostrará el desplegable de propiedades).
- Con GeoGebra podemos realizar casi cualquier construcción geométrica paso a paso, pero eso significa que un elemento depende de los anteriores que se han usado para construirlo. Si borras un elemento necesario para una construcción posterior, se borrará todo lo que dependa de él. Si no quieres ver dicho elemento, lo que debes hacer es ocultarlo.
- En las últimas versiones, cuando queremos abrir un archivo que hemos guardado de GeoGebra, debemos hacerlo desde el propio programa. Es decir, primero abrimos GeoGebra y luego en Archivo > Abrir, y buscamos el archivo que queremos abrir. Si hacemos click directamente en el archivo, puede que abra el programa en blanco, haciéndonos pensar que el archivo no se había guardado cuando no es así.

Una vez visto el funcionamiento básico del programa, el objetivo es que lo utilices tanto para aprender a usarlo como para reforzar los conceptos geométricos vistos en clase. A continuación, tienes una serie de actividades organizadas en temas (referentes a la geometría plana) para practicar.

INTRODUCCIÓN A GEOGEBRA

1. Crea un archivo de GeoGebra y realiza la siguiente construcción:
 - a. Selecciona la herramienta “Punto” y haz click en cualquier sitio del plano para crear el punto A .
 - b. Selecciona la herramienta “Segmento de longitud dada” y haz click sobre el punto A que has creado anteriormente. En la casilla de entrada introduce el número 5. Has creado el segmento a .
 - c. Al igual que hiciste en el paso a, crea otro punto C , que no pertenezca al segmento a .
 - d. Selecciona la herramienta “Compás”. En primer lugar, haz click sobre el segmento a y luego, sobre el punto C . Has creado la circunferencia c .
 - e. Mueve el punto C y observa que ocurre con la circunferencia c .
 - f. Al igual que hiciste en el paso a, crea otros dos punto D y E , que no pertenezcan a ningún otro objeto.
 - g. Selecciona la herramienta “Segmento” y haz click sobre D y E para crear el segmento b .
 - h. Selecciona la herramienta “Circunferencia (centro, radio)”. Haz click en el punto C y en la casilla de entrada, introduce la letra b . Has creado la circunferencia d .
 - i. Mueve el punto E y observa que ocurre con la circunferencia d . ¿Qué diferencia hay entre las circunferencias c y d ?
 - j. Guarda la actividad con el nombre de ACTIVIDAD_GUIADA.
2. Entra en el link <https://www.geogebra.org/m/Z9UJBSWB> (también disponible en Moodle) y revisa los cuatro applets, observando las construcciones y contestando a las preguntas en los archivos GeoGebra que crearás en los siguientes ejercicios.
3. En un archivo de GeoGebra, realiza la construcción que se presenta en el applet “DIMAVA_Ángulos convexos y cóncavos” (exceptuando los botones auxiliares, únicamente la construcción geométrica).
4. En un archivo de GeoGebra, realiza la construcción que se presenta en el applet “DIMAVA_Ángulos adyacentes”
5. En un archivo de GeoGebra, realiza la construcción que se presenta en el applet “DIMAVA_Ángulos opuestos por el vértice”.
6. En un archivo de GeoGebra, realiza la construcción que se presenta en el applet “DIMAVA_Mediatriz de un segmento”.

ELEMENTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA PLANA

1. Construye los siguientes elementos: haz de rectas, ángulo recto, ángulo llano, ángulo agudo, ángulo obtuso, ángulos complementarios, ángulos suplementarios, polígono convexo y polígono cóncavo. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIONES_BÁSICAS.
2. Dibuja dos segmentos y llámalos *suma1* y *suma2*. Pinta *suma1* de color verde y *suma2* de color morado. Suma, geoméricamente, los segmentos, y llama al nuevo segmento *suma_resultado* y píntalo de rojo. ¿Cuánto mide el nuevo segmento resultante de la suma? Varía la longitud de los segmentos utilizando la herramienta *Elige y Mueve*. ¿Qué ocurre con el segmento *suma_resultado*? Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCION_SUMA
3. Dibuja dos ángulos de amplitudes diferentes y llámalos *angulo1* y *angulo2*. Pinta *angulo1* de color azul y *angulo2* de color amarillo. Suma, geoméricamente, ambos ángulos. ¿Cuánto mide el nuevo ángulo resultante de la suma? Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCION_SUMAANGULOS
4. *Mediatriz de un segmento*. Dibuja un segmento de extremos A y B. Traza la mediatriz del segmento AB, coloréala en verde y cámbiale el nombre a *mediatriz*. Dibuja un punto C que pertenezca a la recta *mediatriz*. Calcula la distancia del punto C a los extremos del segmento AB. Mueve el punto C a lo largo de la recta ¿Qué ocurre con las distancias? ¿Qué propiedad verifican los puntos que están en la mediatriz? Dibuja otro segmento diferente. Construye la mediatriz del segmento sin utilizar la herramienta de Geogebra *Mediatriz*. ¿Qué herramientas has utilizado? ¿Cómo has construido la mediatriz? Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCION_MEDIATRIZ.
5. Entra en el link <https://www.geogebra.org/m/jepCcFdG> y revisa los cuatro applets, observando las construcciones y contestando a las preguntas.
6. *Bisectriz de un ángulo*. Dibuja tres puntos A, B y C. Dibuja un ángulo con centro en A y cuyos lados pasen por B y C, llámalo *ángulo* y coloréalo de rojo. Dibuja la bisectriz del ángulo y llámala *bisectriz*. Dibuja un punto D sobre la bisectriz del ángulo. Calcula la distancia de D a los lados del ángulo. Compara ambas distancias. ¿Cómo son? Escribe la definición de bisectriz. ¿Qué propiedad cumplen los puntos que se encuentran en la bisectriz de un ángulo? Dibuja otro ángulo y construye su bisectriz sin utilizar la herramienta *bisectriz*, utilizando la propiedad que cumplen los puntos de la bisectriz. Describe cómo lo haces. Guarda la actividad con el nombre de CONTRUCCION_BISECTRIZ.
7. Representa el siguiente teorema: Los ángulos adyacentes que forma una recta, *a*, con una semirrecta, *c*, con origen en *B* (punto en la recta *a*), son iguales o suplementarios de los ángulos adyacentes que forma otra recta paralela a la anterior, *b*, con otra semirrecta, *f* paralela a la anterior y con origen en un punto *D*, de la recta *b*.
 - a. Colorea los ángulos que sean iguales del mismo color.
 - b. Explica con tus palabras la veracidad del teorema.
 - c. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIONES_TEOREMA1
8. Representa el siguiente teorema: Los ángulos adyacentes que forma una recta, *r*, con una semirrecta, *s*, con origen en *A* (punto en la recta *r*), son iguales o suplementarios de los ángulos adyacentes que forma otra recta perpendicular a la anterior, *r'*, con otra semirrecta, *s'*, perpendicular a la anterior y con origen en *D*, de la recta *r'*.
 - a. Colorea los ángulos que sean iguales del mismo color.
 - b. Explica con tus palabras la veracidad del teorema.
 - c. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIONES_TEOREMA2

LA CIRCUNFERENCIA Y LA MEDIDA DE ÁNGULOS

1. Entra en el link <https://www.geogebra.org/m/uswhPDFv>. Responde a las preguntas que se plantean en un nuevo archivo GeoGebra. Guarda la tarea con el nombre TAREA40 RADIANTES Y ÁNGULOS.
2. Entra en el link <https://www.geogebra.org/m/rrU78SEn>. Realiza las construcciones que se proponen en un nuevo archivo GeoGebra. Guarda la tarea con el nombre TAREA41 ELEMENTOS CIRCUNFERENCIA.
3. En GeoGebra existen cuatro herramientas para dibujar circunferencias. Dibuja una circunferencia con cada una de las herramientas e indica qué elementos las definen en cada caso (es decir, qué elementos se necesitan para dibujarlas en cada caso). Guarda la actividad con el nombre de ELEMENTOS_CIRCUNFERENCIAS.
4. Dibuja una circunferencia c , y píntala de verde; una recta exterior a la circunferencia c , llámala $recta1$ y píntala de azul; una recta tangente a la circunferencia c , llámala $recta2$ y píntala de rojo y una recta tangente a la circunferencia c , llámala $recta3$ y píntala de morado. Dibuja un segmento con extremos el centro de c y el punto de tangencia de c con $recta3$ y llámalo $segmento$. ¿Qué cumple $segmento$ en relación con la circunferencia y la cuerda? Guarda la tarea con el nombre ELEMENTOS_CIRCUNFERENCIA Y RECTAS.
5. Dibuja una recta y llámala $recta$. Dibuja un punto que no pertenezca a $recta$ y llámalo P . Dibuja una circunferencia con centro en P y que sea tangente a $recta$. Explica cómo lo has construido para que se mantenga la relación de tangencia al dinamizar la figura. Guarda la tarea con el nombre de CONSTRUCCIÓN_CIRCUNFERENCIA_TANGENTE.
6. Dibuja dos circunferencias que sean interiores y píntalas de rojo, dos circunferencias que sean exteriores, y píntalas de azul, dos circunferencias que sean concéntricas, y píntalas de naranja, dos circunferencias que sean secantes y píntalas de verde, dos circunferencias que sean tangentes interiores y píntalas de rosa y dos circunferencias que sean tangentes exteriores, y píntalas de morado. Dibuja los radios que unen los centros y el punto de tangencia de las dos circunferencias tangentes interiores. ¿Qué cumplen dichos radios? ¿A qué distancia se encuentra un centro del otro de dichas circunferencias? ¿Existe alguna relación entre los radios de dichas circunferencias y la distancia entre sus centros? Repite la construcción con las circunferencias tangentes exteriores y responde a las preguntas de nuevo. ¿Qué diferencias existen? Guarda la tarea con el nombre ELEMENTOS_POSICIONES CIRCUNFERENCIAS.
7. Abre el link <https://www.geogebra.org/m/qD7K63K8> y revisa los cuatro applets. Construye cada applet en un nuevo archivo GeoGebra y contesta a las preguntas (puedes hacerlo todos en el mismo archivo). Guarda la tarea con el nombre CONSTRUCCIÓN_RELACIONES ANGULARES.

TRIÁNGULOS

1. *Arco Capaz*. Es el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve a un segmento dado, AB , con un mismo ángulo, α . Es el arco formado por el lugar geométrico de los puntos tales que su ángulo inscrito mide α . Se traza la mediatriz de AB y por uno de sus extremos, por ejemplo A , se traza la perpendicular a dicho segmento y a partir de esta perpendicular se transporta el ángulo dado. El corte del segundo lado de este ángulo determina con la mediatriz el centro de la circunferencia donde se encuentra el arco capaz. Realiza la construcción con un ángulo α y un segmento a , que tú elijas y comprueba que todos los puntos del arco capaz, junto con los extremos del segmento forman un ángulo de amplitud α . Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCION_ARCOCAPAZ. (El arco capaz es un elemento del tema de ángulos y circunferencia, pero a veces es útil para la construcción de triángulos).
2. *Triángulos*. Dibuja, en caso de que sea posible, un triángulo de cada tipo indicado en la tabla. Indica si alguno no se puede construir y por qué. Guarda la actividad con el nombre de CLASI_TRIÁNGULOS.

	Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
Equilátero			
Isósceles			
Escaleno			

3. Dibuja cuatro triángulos diferentes. En cada triángulo, construye uno de los puntos notables: incentro, circuncentro, baricentro y ortocentro. Responde a las siguientes preguntas:
 - a. Si el triángulo es acutángulo, ¿dónde está cada uno de los puntos notables respecto del triángulo?
 - b. Si el triángulo es rectángulo, ¿dónde está cada uno de los puntos notables respecto del triángulo?
 - c. Si el triángulo es obtusángulo, ¿dónde está cada uno de los puntos notables respecto del triángulo?
 - d. Mide la distancia del baricentro a cada uno de los vértices y compárala con las distancias al punto medio del lado opuesto de cada vértice. ¿Qué observas? Te puede servir de ayuda para comparar hacer el cociente entre la mayor y la menor de cada par de esas distancias.
 - e. En el triángulo en el que has dibujado el incentro, dibuja la circunferencia inscrita. ¿Cómo se determina el radio?
 - f. Dibuja un quinto triángulo y busca el ortocentro, el baricentro y el circuncentro. Une cada par de puntos notables con una recta. ¿Qué observas? Compara la distancia entre el baricentro y circuncentro y el baricentro y ortocentro. ¿Existe alguna relación?
 - g. Guarda la actividad con el nombre de PUNTOS_NOTABLES.
4. El ortocentro, el circuncentro y el baricentro de un triángulo están alineados. La recta que pasa por los tres puntos se llama recta de Euler. Dibuja un triángulo y dibuja la recta de Euler correspondiente. Busca en los apuntes de la asignatura lo que es la circunferencia de Euler y dibújala. Guarda la actividad con el nombre de TRIÁNGULOS_EULER.
5. En todo triángulo se cumple que la suma de dos lados es mayor que el tercero y la diferencia de dos lados es menor que el tercero. Dibuja un triángulo cualquiera y comprueba dichas relaciones (puedes sumar las longitudes de los lados, pero hazlo de forma dinámica). Modifica el triángulo construido para verificar que las relaciones se cumplen independientemente de éste. Guarda la actividad con el nombre de RELACIÓN_TRIÁNGULOS.
6. Construid los triángulos que cumplan los siguientes características (u es la unidad de longitud):
 - a. Sus lados miden $a=5u$, $b=6u$ y $c=8u$.
 - b. Los lados $a=6u$ y $b=9u$ y el ángulo entre a y b , $\hat{c}=30^\circ$.
 - c. Los lados $a=6u$ y $b=9u$ y el ángulo entre b y c , el lado desconocido, $\hat{a}=30^\circ$.
 - d. El lado $a=6u$ y los ángulos adyacentes $\hat{b}=32^\circ$ y $\hat{c}=58^\circ$.
 - e. El lado $a=6u$ y uno de los ángulos adyacentes $\hat{c}=36^\circ$ y el ángulo opuesto $\hat{a}=88^\circ$.
 - f. Guarda la actividad con el nombre de CONTRUCCION_TRIÁNGULOS

7. Dibuja un triángulo tal que uno de sus lados, a , mida $7u$, uno de los ángulos adyacentes a ese lado a , 35° , y la mediana sobre el lado a , $5u$. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIÓN_TRIÁNGULO1.
8. Dibuja un triángulo tal que uno de sus lados, a , mida $13u$, uno de los ángulos adyacentes a ese lado a , 35° , y la altura sobre el lado a , $5u$. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIÓN_TRIÁNGULO2.
9. Abre el enlace <http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1379059#> (también disponible en Moodle) y revisa los tres applets, observando las construcciones y contestando a las preguntas. Realiza construcciones similares a las de los applets en archivos GeoGebra y contesta las preguntas en ellos. Guarda las actividades en tu carpeta de prácticas GeoGebra.
10. El teorema de Tales permite multiplicar y dividir segmentos (longitudes), ya que si en la proporción $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$ se supone que $AB = 1$, entonces se obtiene $AC = A'C' / A'B'$ y $A'C' = AC \cdot A'B'$. Utiliza este resultado para calcular productos y cocientes. Para ello:
 - a. Dibuja un segmento de la longitud que quieras y utilízalo como unidad. Désígnalo u .
 - b. Dibuja un segmento a de longitud $6u$.
 - c. Dibuja un segmento b de longitud $2u$.
 - d. Dibuja los segmentos producto y cociente de a y b utilizando el teorema de Tales.
 - e. Guarda la actividad con el nombre de CONSTRUCCIÓN_PRODSUM
11. Abre el enlace <https://www.geogebra.org/m/nzFHAmHh> y revisa el applet, observando las construcciones y contestando a las preguntas. ¿Puedes deducir el enunciado del teorema de Tales?
12. Escribe en un archivo de GeoGebra el enunciado del teorema de la altura. Representa los elementos de dicho teorema con construcciones. Guarda la actividad con el nombre de TEOREMA_ALTURA.
13. Utilizando el teorema de la altura, construye un segmento de longitud $\sqrt{12}$ unidades, siendo la unidad un segmento que tú determines llamado u . Guarda la actividad con el nombre de CONTRUCCIÓN_RAÍCES.
14. Escribe en un archivo de GeoGebra el enunciado del teorema de Pitágoras. Representa los elementos de dicho teorema con construcciones. Representa el significado gráfico de dicho teorema. Guarda la actividad con el nombre de TEOREMA_PITÁGORAS.
15. Escribe en un archivo de GeoGebra el enunciado del teorema de Pitágoras generalizado. Representa los elementos de dicho teorema con construcciones, en ambos casos, con un triángulo acutángulo y otro obtusángulo. Guarda la actividad con el nombre de TEOREMA_PITÁGORAS_GENERALIZADO.
16. Dibuja un triángulo rectángulo ABC que tenga un ángulo de 30° y cuya hipotenusa mida 8cm. Guarda la actividad con el nombre de EJERCICIO_TRIANGULO3.
17. Dibuja, siempre que pueda hacerse, un triángulo rectángulo e isósceles cuya hipotenusa mida 11cm. Guarda la actividad con el nombre de EJERCICIO_TRIANGULO4.

POLÍGONOS

1. Dibuja un polígono convexo y otro polígono cóncavo. En el polígono convexo dibuja los siguientes elementos: lado, vértice, ángulo exterior, ángulo interior, diagonal. Guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_ELEMENTOS.
2. Dibuja un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono, un hexágono... y un polígono de cada número de lados hasta 10. Dibuja en cada uno de ellos todas las diagonales que tienen y cuéntalas. ¿Existe alguna relación entre el número de lados del polígono y el número de diagonales que tiene? Escribe una fórmula que relacione el número de lados con el número de diagonales y justifica por qué las relaciona. Guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_DIAGONALES.
3. Abre el enlace <https://www.geogebra.org/m/TxZVvbaF> y manipula la construcción y sus elementos hasta que te familiarices con ella. Responde a las siguientes preguntas en un archivo GeoGebra en el que hayas construido un polígono regular. Cuando termines, guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_ÁNGULOS:
 - a. Observa los ángulos interiores, exteriores y centrales de los diferentes polígonos regulares. ¿Qué ocurre con cada uno cuando se aumenta el número de lados?
 - b. En un polígono regular de 40 lados, ¿cuánto mide el ángulo central de dicho polígono? ¿Y el interior? ¿Y el exterior? ¿Puedes establecer una fórmula para determinar las amplitudes de dichos ángulos en función del número de lados?
 - c. Dibuja todos los radios de los polígonos regulares. ¿Qué tipo de triángulos forman dos radios consecutivos (que tiene como extremos a dos vértices consecutivos respectivamente) y el lado que comparte los extremos con dichos radios?
 - d. Escribe la fórmula para calcular el área de los polígonos regulares. ¿Puedes establecer alguna relación entre dicha fórmula y el cálculo del área de los triángulos anteriores?
 - e. Indica qué son la circunferencia inscrita en un polígono regular y la circunferencia circunscrita. Observa el área de los círculos correspondientes a las circunferencias inscrita y circunscrita al polígono regular. Compáralas con el área del polígono regular. ¿Observas alguna relación? ¿Puedes deducir el área del círculo a partir del área de un polígono regular?
4. Completa la siguiente tabla con GeoGebra. Tienes que dibujar cuadriláteros cuyas diagonales cumplan los requisitos descritos en la tabla. ¿Qué tipo de cuadriláteros se forman? Guarda la actividad con el nombre de CUADRILÁTEROS_DIAGONALES.

	Tienen la misma longitud		Tienen distinta longitud	
	Se cortan perpendicularmente	No se cortan perpendicularmente	Se cortan perpendicularmente	No se cortan perpendicularmente
Se cortan en el punto medio de los dos.				
Se cortan en el punto medio de una, pero no de la otra.				
Se cortan en un punto que no es el punto medio de ninguna.	Se cortan en iguales proporciones.	Se cortan en distintas proporciones.	Se cortan en iguales proporciones.	Se cortan en distintas proporciones.

5. Dibuja un triángulo, un cuadrilátero, un pentágono, un hexágono... y un polígono de cada número de lados hasta 10. Dibuja las diagonales correspondientes a un vértice en cada polígono. ¿Cuántos triángulos aparecen en cada caso? ¿Puedes utilizar este dato para establecer la suma de los ángulos interiores de un polígono? Guarda la actividad con el nombre de SUMA_INTERIORES.

6. Construye, a partir de una circunferencia (sin usar la herramienta polígonos regulares) los polígonos regulares de 3, 6, 8 y 12 lados. ¿Qué utilizas para construirlos? Guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_REGULARES.
7. Entra en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/m/PKzQHXXf> y observa las diferentes escenas. Construye en GeoGebra un polígono de cada tipo de los que aparecen en el enlace anterior y dibuja los elementos que se necesitan para calcular su área. Escribe la fórmula que se utiliza para el cálculo de cada tipo de polígono y justifica de donde se obtiene. Guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_ÁREAS.
8. Construye los polígonos estrellados $11/2$, $11/3$, $11/4$ y $11/5$. Guarda la actividad con el nombre de POLÍGONOS_ESTRELLADOS.
9. Diseña dos mosaicos diferentes en los que se utilicen, en cada uno, tres polígonos distintos. Guarda la actividad con el nombre de TESELADO.

TRANSFORMACIONES DEL PLANO

1. **SIMETRÍA AXIAL.** La herramienta correspondiente en GeoGebra recibe el nombre de “Simetría axial”. Dibuja una recta r . Ese será el eje de tu simetría axial. Realiza los siguientes apartados y contesta a las preguntas.
 - a. Dibuja un polígono. ¿Cuál es su imagen? ¿Qué ocurre con la orientación del plano?
 - b. Dibuja una recta paralela al eje de simetría. ¿Cuál es su imagen?
 - c. Dibuja una recta perpendicular al eje de simetría. ¿Cuál es su imagen?
 - d. Dibuja una recta oblicua al eje de simetría. ¿Cuál es su imagen?
 - e. ¿Qué ocurre si transformo el eje de simetría?
 - f. ¿Qué ocurre si aplico la simetría dos veces?
 - g. Dibuja una circunferencia. ¿Cuál es su imagen? ¿Y si la circunferencia tiene su centro en el eje de simetría?
 - h. Guarda la actividad con el nombre de `SIMETRÍA_AXIAL`.
2. **SIMETRÍA CENTRAL.** La herramienta correspondiente en GeoGebra recibe el nombre de “Simetría central”. Dibuja un punto O . Ese será el centro de la simetría central. ¿Qué podemos decir si ...
 - a. ...transformo un polígono? ¿Cambia la orientación del plano?
 - b. ...transformo una recta que pasa por el centro de simetría?
 - c. ...transformo una circunferencia centrada en el centro de simetría?
 - d. ...si la aplico dos veces al mismo segmento?
 - e. Guarda la actividad con el nombre de `SIMETRÍA_CENTRAL`.
3. **TRASLACIÓN.** La herramienta correspondiente en GeoGebra recibe el nombre de “Traslación”. Dibuja un vector v .
 - a. Traslada un polígono por el vector v . ¿La orientación del plano cambia?
 - b. ¿Qué ocurre si damos otro vector w y componemos las dos traslaciones?
 - c. Traslada una recta con la misma dirección que la de v . ¿Qué ocurre?
 - d. ¿En una traslación hay puntos dobles?
 - e. ¿Qué ocurre en este caso con la orientación del plano?
 - f. Guarda la actividad con el nombre de `TRASLACION`.
4. **GIROS.** La herramienta correspondiente en GeoGebra recibe el nombre de “Rotación”. Dibuja un punto O y un ángulo α .
 - a. ¿Qué ocurre si transformo una recta que pasa por el centro del giro? ¿Cambia la orientación del plano?
 - b. ¿Qué ocurre si transformo una recta que no pasa por el centro del giro?
 - c. Construye un hexágono regular y su transformado por un giro de 120° centrado en uno de sus vértices.
 - d. Guarda la actividad con el nombre de `GIRO`.
5. **HOMOTECIAS.** La herramienta correspondiente en GeoGebra recibe el nombre de “Homotecia”. Una homotecia es una transformación del plano que, dado un punto O (centro) y un valor r (razón), a cada punto del plano P , le asocia otro, P' , tal que el vector OP' es el que resulta de multiplicar OP . Dibuja un punto O y un triángulo ABC y construye su imagen por la homotecia con centro O y razón 3. ¿Qué similitudes guarda la segunda figura con respecto de la primera? Aplica otra homotecia con el mismo centro, pero con razón -3. ¿Qué diferencias observas? Aplica otra homotecia a ABC , con centro en O y razón $1/3$. Observa que las razones que has utilizado en estas tres homotecias son diferentes: la primera es mayor que 1, la segunda es un número negativo y la tercera es un valor positivo menor que 1. ¿Puedes conjeturar alguna relación entre el valor de la razón y el resultado de aplicar la homotecia con dicha razón? ¿Existe alguna relación entre las homotecias y el teorema de Tales? Guarda la actividad con el nombre de `HOMOTECIA`.