http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6
ISSN: 2254-8351
Educación Matemática en la Infancia

¿Hay algo más que contar sobre las habilidades numéricas de los bebés y los niños?

María Oliva Lago Marcos, Purificación Rodríguez Marcos, Ana Escudero Montero y Cristina Dopico Crespo

Universidad Complutense de Madrid, oliva@psi.ucm.es, p.marcos@psi.ucm.es, anescudero@psi.ucm.es y cdopico@psi.ucm.es

Fecha de recepción: 9-03-2012
Fecha de aceptación: 9-05-2012
Fecha de publicación: 3-09-2012

RESUMEN
En este artículo se revisan distintos aspectos relacionados con las competencias numéricas tempranas. En primer lugar, se aborda en profundidad la polémica entre los defensores y detractores de las habilidades numéricas de los bebés, prestando especial atención a los estudios sobre la discriminación de las cantidades y las habilidades aritméticas no simbólicas. En segundo lugar, se ocupa del subitizing centrándose en el cambio que se produce de los patrones perceptivos a los conceptuales. Finalmente, en tercer lugar, se recogen los estudios sobre la habilidad de contar, haciendo hincapié en una línea de investigación especialmente prometedora relacionada con la diferenciación entre los aspectos esenciales (reglas lógicas) y no esenciales (reglas convencionales) del conteo.

Palabras clave: discriminación de cantidades, adición, sustracción, subitizing, conteo, normas lógicas, normas convencionales.

Is there anything more to count about numeracy skills of babies and toddlers?

ABSTRACT
This paper reviews the research conducted on early numerical competencies. First, the debate between defenders and detractors of babies numerical competences is presented, taking especially into account research on quantity discrimination and non-symbolic arithmetical skills. Second, we make a short review of subitizing skills, stressing the change from perceptual to conceptual patterns. And third, we focus on counting, emphasizing recent and outstanding research on children´s capacity to distinguish essential counting aspects (logical rules) from nonessential ones (conventional rules).

Key words: quantity discrimination, addition, subtraction, subitizing, counting, logical rules, conventional rules.

1. Introducción

Una de las preguntas más relevantes a las que nos enfrentamos los psicólogos evolutivos y las personas interesadas en el mundo educativo se refiere a cómo los niños construyen el concepto de número. Responder a este interrogante puede ser problemático, porque la mayoría del conocimiento de los niños es implícito más que explícito (Karmiloff-Smith, 1994), intuitivo más que formal (Siegler, DeLoache y Eisenberg, 2011; Siegler y Jenkins, 1989) y, en palabras de Sophian (2004), "escurridizo", es decir, en un momento se hace evidente y en otro no.

Estos inconvenientes han hecho necesario diseñar ingeniosos métodos de investigación para evaluar las competencias de los más pequeños, que se han acompañado también de un profundo cambio a nivel teórico. En efecto, se considera que las habilidades numéricas de los niños pequeños bien podrían constituir la base de la comprensión posterior. Una idea bastante extendida hoy en día es que los niños intentan dar sentido a las matemáticas formales asimilándolas con sus conocimientos previos. Conectar el aprendizaje informal con el formal no resulta sencillo, pero podría garantizar el aprendizaje significativo de las matemáticas. Para diseñar una estrategia educativa que lo facilite y por tanto eficaz, no basta con determinar cuánto conocen los niños, sino también precisar cómo conocen. Precisamente, como tendremos ocasión de ver en este trabajo, este ha sido el objetivo de las investigaciones realizadas sobre las habilidades numéricas tempranas.

De acuerdo con esto, en lo que sigue describiremos con cierto detalle, en primer lugar, los estudios cuyo propósito ha sido esclarecer si los bebés tienen o no representaciones estrictamente numéricas y nos detendremos a analizar su naturaleza y limitaciones. A continuación, nos referiremos al subitizing porque constituye una habilidad de cuantificación muy temprana, que desempeña un papel esencial en la construcción del número. Finalmente, mencionaremos las investigaciones sobre la habilidad de contar, refiriéndonos, entre otras cosas, a la comprensión de las normas lógicas subyacentes a los principios y las normas convencionales, que construyen los niños durante el proceso de aprendizaje.

2. "Contemos" con los bebés

En las dos últimas décadas se ha producido un intenso debate sobre el origen del conocimiento numérico, lo que inevitablemente ha llevado a los autores a dirigir su atención a los bebés y preguntarse acerca de si estos tienen representaciones abstractas del número. La respuesta a esta cuestión no es sencilla, ya que los estudios con bebés son muy laboriosos y los resultados difíciles de interpretar. Un problema añadido es que los métodos de estudio fueron creados originalmente para analizar las competencias perceptivas, aunque recientemente se ha visto su utilidad también en otros ámbitos conceptuales como el de la permanencia del objeto, la noción de tiempo o la identificación de las categorías de género. Con respecto al ámbito del conocimiento numérico, las investigaciones sobre la discriminación de cantidades se han basado en los métodos de familiarización y habituación, mientras que las de razonamiento numérico han recurrido al paradigma de violación de expectativas. Brevemente, en la habituación se presenta a los bebés repetidamente un estímulo (p.e., 4 elementos) hasta que el nivel de atención decrece y a continuación, se presenta un nuevo estímulo (p.e., 8 elementos) esperando que la atención vuelva a aumentar como resultado del proceso de discriminación entre ambas cantidades. En la familiarización se sigue la misma pauta, pero en esta ocasión se fija de antemano el número de veces que se va a presentar el estímulo inicial. Finalmente, en el método de violación de expectativas, se muestra, por ejemplo, un objeto que se oculta seguidamente tras una pantalla, se repite la misma acción con un nuevo objeto y finalmente, aparece el resultado de una transformación que puede ser posible (1+1=2) o imposible (1+1=1). Se espera que los bebés realicen el cálculo de estas operaciones y en consecuencia, miren más tiempo al resultado imposible, porque les sorprende, que al posible.

Los resultados de las investigaciones han llevado a algunos autores a responder negativamente a la cuestión de si los bebés tienen representaciones abstractas del número (Clearfield, 2004; Mix, Huttenlocher y Levine, 2002; Moore y Cocas, 2006; Wakeley, Rivera y Langer, 2000). Desde este punto de vista, se afirma que la representación del número no está presente en los primeros meses de vida, sino que se desarrolla a lo largo de los primeros años.

Por el contrario, otros autores sostienen que los bebés tienen representaciones abstractas no verbales del número y que las usan para (a) discriminar cantidades y (b) ejecutar operaciones que implican ordenar cantidades o calcular los resultados de los problemas de adición y sustracción (Brannon, 2005; Lipton y Spelke, 2003; McCrink y Wynn, 2004, 2007, 2009; vanMarle y Wynn, 2009; Xu, Spelke y Goddard, 2005; Izard, Sann, Spelke y Steri, 2009).

Estos dos puntos de vista claramente diferentes, ha llevado a los primeros a asumir que las discriminaciones que hacen los bebés se basan en las dimensiones perceptivas de los objetos (la cantidad de espacio ocupado por el estímulo o su contorno total) y no en las variaciones de la cantidad. En otras palabras, los bebés aprecian las transformaciones en las cantidades continuas, pero no en las cantidades numéricas discontinuas (Bryant y Nunes, 2011). Esta crítica se fundamenta en que en los primeros estudios no se había llevado a cabo un control adecuado de algunas propiedades no numéricas de los estímulos, lo que permitía cuestionar si los bebés estaban respondiendo realmente al número o a otras propiedades continuas de los estímulos. De ahí que en las investigaciones más recientes se haya efectuado un control más riguroso de estas variables. Por ejemplo, cuando se presentan estímulos auditivos se supervisa, entre otras cosas, la duración del sonido y su intensidad. Del mismo modo, en los estímulos visuales (p.e., figuras geométricas) se ha procedido a controlar la superficie del área ocupada, la densidad y la longitud del contorno de los objetos. Superadas estas dificultades, los autores favorables a la representación abstracta del número han concluido, en primer lugar, que entre los 4 y los 6 meses los bebés, como los adultos y algunos animales (p.e., monos, ratas), discriminan conjuntos con distintos valores cardinales, que se presentan en una amplia variedad de modalidades, entre las que se incluyen objetos (p.e., figuras geométricas), sonidos (p.e., sílabas que se repiten) y secuencias de acciones (p.e., muñecos que saltan) (p.e., Xu y Spelke, 2000; Lipton y Spelke, 2003; Wood y Spelke, 2005; Xu, Spelke y Goddard, 2005). Además, la discriminación se realiza en términos de una razón y no de su diferencia absoluta, estableciéndose además un cierto patrón evolutivo. Así, alrededor de los 6 meses la discriminación se produce únicamente cuando las cantidades difieren en una razón de 1:2, de modo que, por ejemplo, tenían éxito al discriminar 4 vs. 8 y 16 vs. 32, pero no discriminaban 4 vs. 6, ni 16 vs. 24. A los 9 meses pueden hacer discriminaciones cuando los valores numéricos difieren en una razón de 2:3, pero no de 4:5 y en los adultos la razón es de 7:8 (vanMarle y Wynn, 2009).

Los defensores de las competencias numéricas tempranas van incluso más allá al afirmar que los bebés no solo discriminan cantidades cuando los estímulos pertenecen a la misma categoría (p.e., 4 círculos vs. 8 círculos), sino también ante estímulos pertenecientes a categorías diferentes (emparejan información numérica visual y auditiva). Por ejemplo, los bebés preferían mirar la imagen de las caras que se correspondía con el número de voces que habían escuchado (Jordan y Brannon, 2006). No obstante, según Izard et al. (2009), en algunos estudios los estímulos auditivos y visuales se presentaban sincrónicamente y por tanto, los emparejamientos podían haber ocurrido sobre la base de las representaciones amodales de los sucesos y no a partir de la representación abstracta de los valores cardinales. Si esto fuera así, habría que pensar que las representaciones abstractas del número solo son posibles más adelante, es decir, cuando los niños tienen acceso a los símbolos numéricos. Para evaluar esta posibilidad, estos autores llevaron a cabo un nuevo estudio con niños recién nacidos (el rango de edad iba entre 7-100 horas). En la fase de familiarización, escucharon durante dos minutos secuencias con un número fijo de sílabas (p.e., tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu), que se repetían un número fijo de veces. A continuación y para evitar las representaciones amodales, se introducían imágenes que podían contener estímulos con el mismo o diferente número de sonidos que estaban escuchando. Lo recién nacidos miraban más la imagen visual que se emparejaba con los sonidos que escuchaban, de lo que deducían que los recién nacidos tienen representaciones numéricas abstractas.

No obstante, si admitimos estas competencias tempranas habría que explicar por qué los niños de 3-4 años no son capaces de superar tareas que aparentemente realizan los bebés. Brevemente, Mix, Huttenlocher y Levine (1996) encontraron que los niños de 3 años ejecutaban al azar una tarea en la que tenían que establecer la equivalencia cuantitativa entre una información auditiva y visual, que superan fácilmente los bebés. La explicación de este resultado puede tener que ver con las diferencias en la naturaleza de las representaciones de los bebés y los niños. Las representaciones de los bebés son icónicas, mientras que las de los niños son representaciones del número basadas en el lenguaje. Por tanto, estas últimas son adquiridas a través de un proceso de transmisión cultural que se extiende durante un largo período de tiempo, que va más allá de los tres años de edad como tendremos ocasión de ver en los siguientes apartados.

Por último, la presencia de representaciones abstractas del número permitiría a los bebés acceder a la aritmética no simbólica. El ya clásico estudio de Wynn (1992) mostraba que a los cinco meses los bebés poseían ciertas habilidades para ejecutar cálculos aritméticos de adición y sustracción. En concreto, los evaluó en tres situaciones: (a) una transformación de adición posible (1+1=2) o imposible (1+1=1), (b) una transformación de sustracción posible (2-1=1) o imposible (2-1=2) y (c) una transformación de adición (1+1) en la que tanto el resultado posible (2) como el imposible (3) se encontraban en la dirección correcta, es decir, se producía un incremento. Los bebés tendían a mirar más tiempo los resultados imposibles, lo que fue interpretado como evidencia de que computaban los resultados exactos de las operaciones aritméticas. El interés suscitado por este trabajo no se hizo esperar e inmediatamente surgieron réplicas y contrarréplicas, que verificaban o cuestionaban los datos encontrados por Wynn. Entre estas últimas destaca el estudio de Wakeley, Rivera y Langer (2000). A través de un procedimiento similar realizaron tres experimentos, dos de los cuales fueron réplicas del estudio de Wynn (1+1 y 2-1) y un tercero sobre la sustracción (3-1=1 ó 2). Los resultados no coincidieron con los hallados por Wynn, ya que los bebés no mostraban patrones de atención diferentes en las transformaciones aritméticas correctas e incorrectas. Indicaron que la habilidad de cómputo era frágil y débil en los bebés y que no era necesario efectuar un cálculo preciso de las operaciones, bastaba con que supieran que la transformación aritmética daba como resultado un número diferente y tuvieran en cuenta la dirección ordinal de la transformación (adición o sustracción) (ver también, Rodríguez, Lago y Jiménez, 2003). En esta misma línea, Sophian (2008) apuntaba que debemos ser cautos con los resultados de Wynn, pues no demuestran a ciencia cierta que los bebés realicen verdaderas operaciones aritméticas, solo ponen de manifiesto que detectan relaciones numéricas entre los grupos y no que les asignen valores numéricos concretos.

Los datos de los estudios con niños mayores apuntan de nuevo en la misma dirección. Entre estos merece la pena destacar el trabajo de Vilette (2002) con niños de 2, 3 y 4 años. En concreto, adaptaba el paradigma de violación de expectativas de Wynn presentando a los niños tareas de adición y sustracción con un suceso posible (2+1=3; 3-1=2) y un suceso imposible (2+1=2; 3-1=3). Los niños debían indicar si los resultados eran "normales" o no. Los niños de 2 años no superaron ninguna de las tareas y no hubo mejoras claras hasta la edad de 4 años. Esto le hizo suponer que el éxito de los bebés se debía a que su razonamiento estaba basado en las representaciones espacio-temporales de los objetos físicos y la correspondencia uno a uno, ya que no hay razón teórica para justificar que los niños mayores tengan dificultad para realizar tareas en las que los más pequeños se muestran competentes.

Evidencias favorables al planteamiento de Wynn proceden, por ejemplo, de los trabajos de McCrink y Wynn (2004 y 2009). En el primero, confirmaron que los bebés de 9 meses miraban durante más tiempo los resultados incorrectos de adiciones y sustracciones, con cantidades no perceptivas (5+5=10 ó 5 y 10-5=10 ó 5 (ver Figura 1). Además, en el experimento de Wynn (1992) no se habían controlado adecuadamente las variables continuas, pero si en esta ocasión para que los bebés no pudieran usar un sistema de representación no numérico. Por tanto, los resultados reforzaban la idea de que los bebés podían realizar sumas y restas no simbólicas.

Estas habilidades aritméticas no simbólicas también han sido estudiadas en adultos. McCrink y Wynn (2009) informan de una serie de trabajos, algunos encabezados por McCrink (p.e., McCrink, Dehaene y

Dehaene-Lambertz, 2007), en los que muestran a personas adultas situaciones de adición y sustracción. Por ejemplo, en la situación de adición, siguiendo el procedimiento habitual presentaban a los participantes (a través de un vídeo) una serie de objetos, que eran ocultados tras una pantalla, detrás de la cual se añadía una nueva serie de objetos. A continuación se retiraba la pantalla y aparecía un resultado, y los participantes tenían que determinar si era correcto o no. En general, los adultos resolvían bien los problemas de adición (69% de las veces), pero cuando el resultado era mayor que la respuesta correcta también lo consideraban correcto en muchas ocasiones (44% de las veces) y no cuando era menor (solo el 18% de las veces). Sin embargo, en las situaciones de sustracción, cuando el resultado era menor que la respuesta correcta tendían a considerarlo correcto tan solo en el 29% de las ocasiones. McCrink y Wynn (2009) intentaron establecer si esto sucedía también en los bebés. Para ello, un grupo de niños de 9 meses presenciaron una serie de vídeos en los que aparecía un problema de adición con un resultado correcto y dos incorrectos, mientras que otro grupo era asignado a la situación de sustracción. En concreto, en la adición 6+4 se les mostraba el resultado correcto 10 y los incorrectos 20 y 5 y en la sustracción 14-4 el resultado correcto era 10 y los incorrectos 5 y 20. En general, los datos eran similares a los obtenidos con los adultos, ya que los bebés miraban más tiempo los resultados incorrectos. Ahora bien, en la substracción los tiempos de mirada de los resultados incorrectos eran claramente diferentes (alrededor de 8 segundos cuando eran 20 objetos y aproximadamente 5 segundos cuando eran 10 objetos), mientras que en la adición apenas existían diferencias (alrededor de 5 segundos en 5 objetos y unos 4 segundos en 20 objetos). La conclusión de estos autores es que existe una continuidad evolutiva entre los adultos y los bebes, respecto a los mecanismos cognitivos con los que operan en las situaciones aritméticas de adición y sustracción.

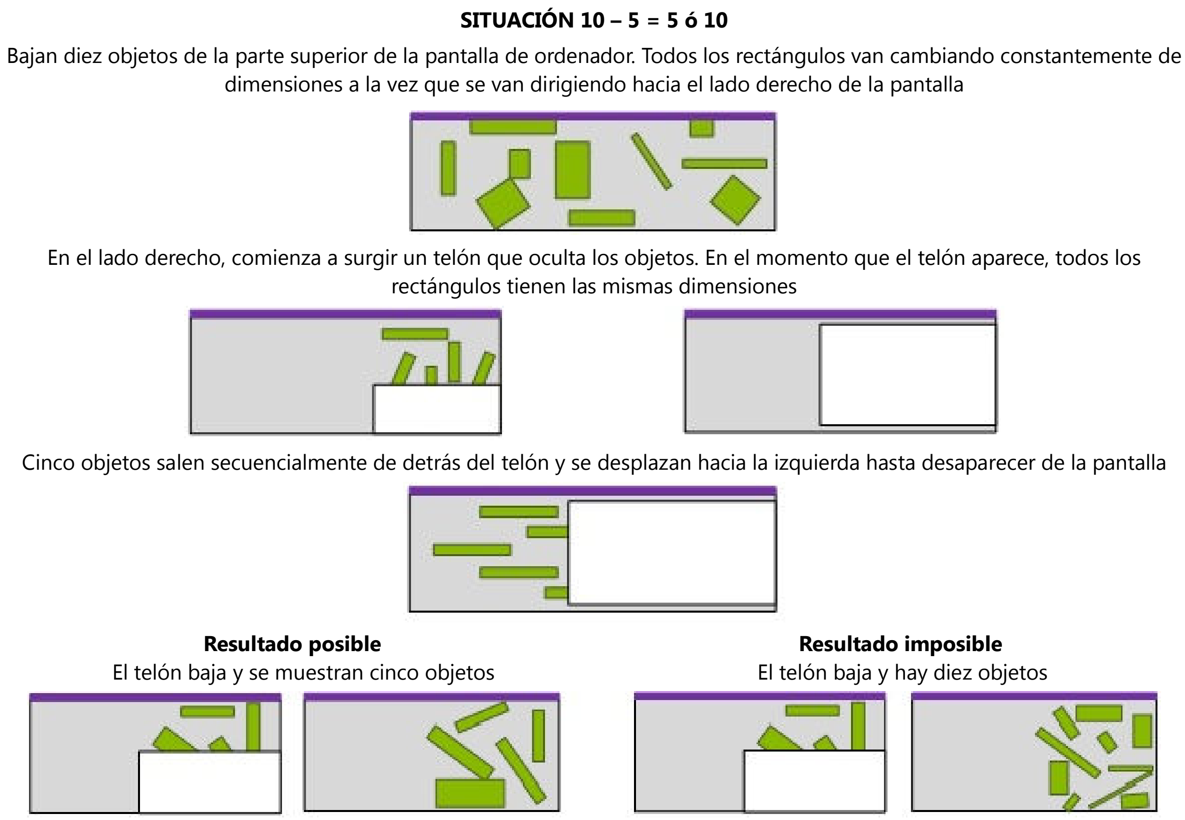

Figura 1. Adaptación de la situación experimental diseñada por McCrink y Wynn (2004)

En conclusión, si existe una representación abstracta del número necesitamos saber más sobre el papel que desempeña en el desarrollo numérico posterior. Es decir, cuál es la contribución de estas capacidades para desarrollar conceptos y habilidades más amplias, como los numerales y la secuencia de numerales, que son transmitidos culturalmente. Una línea prometedora de investigación procede de los estudios en neurociencia, que usando imágenes de resonancia magnética muestran que el surco intraparietal responde selectivamente a los cambios en el número. En otras palabras, hay un componente neural especial de la cognición numérica temprana presente, que sepamos hasta ahora, en los monos, los niños pequeños y adultos, que puede ser el fundamento del desarrollo numérico simbólico posterior (ver, por ejemplo Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan y Dehaene, 2004).

Otra línea de trabajo, que también augura resultados muy positivos en el futuro, es aquella que ha encontrado un paralelismo en las respuestas de los bebés en tres áreas del procesamiento de la cantidad: el tiempo, el área y el número. Los bebés de 6 meses detectan cambios de 1:2 en el tiempo, número y área y fallan cuando el cambio es de 2:3, lo que hace pensar en un mecanismo de representación mental compartido (p.e., Brannon et al., 2006; Cantlon, Platt y Brannon, 2009; vanMarle y Wynn, 2006). No obstante, esta orientación no está exenta de dificultades. Por ejemplo, Feigenson (2007) destaca cuatro limitaciones: (a) todavía no se ha probado que se produzcan cambios parecidos a lo largo del desarrollo que apoyen la asunción de que el mismo mecanismo subyace a las tres áreas, (b) el rango de valores analizado aún es muy reducido y se desconoce si los resultados son generalizables a otros mayores, (c) si como plantean los autores se trata de una representación general de la cantidad tendría que ser también aplicable a otras medidas como el volumen y la longitud y (d) habría que probar si los déficits de procesamiento en una de las dimensiones conllevan los mismos déficits en las restantes.

3. ¿Es el subitizing importante en la construcción de la noción del número?

El término subitizing se refiere a la habilidad para captar la cantidad numérica de un conjunto de modo perceptivo e inmediato, es decir, permite determinar rápidamente el número de objetos sin necesidad de contar.

El subitizing no se puede considerar como un proceso innato simple, porque constituye, en primer lugar, un medio de cuantificación más como la estimación y el conteo y, por tanto, al igual que ellos, desempeña un importante papel en la construcción del concepto de número. Por ejemplo, permite descubrir propiedades del número tan relevantes como la conservación y la compensación. También contribuye al desarrollo del conteo y la comprensión de las operaciones aritméticas de adición y sustracción (p.e., Clements, 1999; Hannula, RÄasÄanen y Lehtinen, 2007; Le Corre, Van de Walle, Brannon y Carey, 2006; Sarama y Clements, 2009).

Y, en segundo lugar, porque el subitizing es un proceso que se desarrolla, es decir, los patrones perceptivos que los niños pueden ver u oír inmediatamente (tres dedos, tres sonidos, el tres en la ficha de dominó) registran un cambio importante cuando son capaces de centrarse en el número exacto de esos patrones, llegando finalmente a los patrones conceptuales sobre los que van a poder operar (ver, por ejemplo, Sarama y Clements, 2009).

Todos estos patrones pueden fomentar tanto el pensamiento matemático como su desarrollo, pero las diferencias cualitativas que existen entre ellos hacen que los más eficaces sean los patrones conceptuales. De hecho, Clements (1999) (ver también Sarama y Clements 2009) establece la existencia de dos tipos de subitizing: el perceptivo y el conceptual. El subitizing perceptivo, más próximo a la definición original (Kaufman et al., 1949), consistía en reconocer un número sin usar conscientemente otros procesos mentales o matemáticos y después nombrarlo. Este tipo de subitizing usa procesos cuantitativos pre-atencionales, pero añade un proceso numérico intencional. Es decir, la sensibilidad de los bebés al número no se considera todavía subitizing perceptivo. Además, el subitizing perceptivo ayuda a los niños a percibir objetos del mismo tipo (tres tazas) de modo separado (percibir unidades) en el flujo de sensaciones perceptivas. De este modo los niños crean unidades que serán contadas y construyen las primeras nociones de cardinalidad. Las habilidades de contar y de crear patrones (espaciales, temporales, kinestésicos) serán a su vez utilizadas para desarrollar el subitizing conceptual

(Clements, 1999). Este conlleva la utilización consciente de estrategias de descomposición y composición. Los niños hacen uso del subitizing conceptual cuando descomponen mentalmente, por ejemplo, un patrón de cinco puntos en otros dos (p.e., 2 y 3 puntos) y después vuelven a unirlos para hacer 5 o cuando descomponen 8 puntos en dos patrones de 4 puntos distribuidos como en un dado o en las fichas del dominó. Este tipo de subitizing desempeña un papel organizativo más avanzado que el perceptivo, ya que puede ayudar a los niños a desarrollar estrategias numéricas y aritméticas abstractas, que serán de gran utilidad para llegar a dominar la habilidad de contar.

El subitizing es una competencia esencial en la construcción de la noción del número, pero está claramente limitado en cuanto a sus posibilidades de aplicación por el número de objetos que haya que cuantificar y también por su distribución. Aproximadamente a partir de los 3 años y medio los niños pueden percibir inmediatamente todos los números que por si mismos pueden contar (cuatro e incluso más allá) (Mix, Sandhofer y Baroody, 2005). No obstante, la distribución espacial de los objetos también influye en la dificultad para aplicar el subitizing. En concreto, los niños suelen encontrar las distribuciones rectangulares más fáciles, seguidas de las lineales, las circulares y las revueltas. Esto parece ser así desde primaria hasta la edad adulta. Sin embargo, para los niños más pequeños ninguna de estas distribuciones es más sencilla, con independencia del número de objetos.

Sin menoscabo de la importancia del subitizing, que aúna algunos de los procesos más básicos para determinar la cantidad numérica, cuando el número de objetos o su distribución exceden sus límites es necesario contar, un procedimiento que, como veremos en el siguiente apartado, es más general y eficaz.

4. Normas lógicas y convencionales del conteo

En el marco de los estudios sobre la comprensión del número, el conteo se ha ido situando progresivamente en un primer plano a lo largo de las últimas tres décadas. El consenso alcanzado respecto a que es uno de los pilares de la construcción de las nociones numéricas y aritméticas contrasta con la visión de Piaget y Szeminska (1941), según la cual la construcción del número depende de la construcción de la lógica. Por tanto, la habilidad para adquirir, comprender y utilizar los números sólo es posible cuando los niños han accedido a ciertos conceptos propios del estadio de las operaciones concretas: la abstracción de cualidades, la inclusión y la seriación cualitativa. Establecer la cantidad de objetos que hay en un conjunto supone ignorar ciertas propiedades perceptivas como el color, el tamaño y la entidad de los objetos, para poder abstraer su cualidad numérica. Teniendo en cuenta esto, se extendió la creencia, tanto en la investigación básica como en la práctica educativa, de que el conteo era una práctica memorística y carente de sentido y que, por tanto, los niños no descubrían el verdadero sentido de la cuantificación hasta los primeros años de la educación primaria.

A finales de la década de los setenta, este planteamiento comenzó a cambiar, entre otras cosas, porque se empezó a cuestionar si las tareas piagetianas medían realmente el conocimiento del número u otras competencias. Diversos estudios mostraron que los niños pequeños, que aún no habían accedido a las operaciones lógicas, eran capaces de resolver diversas situaciones que implicaban las operaciones aritméticas básicas (ver, por ejemplo, Sarama y Clements, 2009).

La obra de Gelman y Gallistel (1978) *The child's understanding of number* sobresale entre las nuevas perspectivas teóricas y metodológicas de investigación. Una de las aportaciones más interesantes de esta obra es que en ella describen los cinco principios del conteo: (a) correspondencia uno-a-uno, (b) orden estable, (c) cardinalidad, (d) abstracción, y (e) irrelevancia del orden. Los tres primeros, conocidos como los principios procesuales, forman la estructura conceptual del número y establecen las reglas del procedimiento a seguir cuando uno cuenta. El de correspondencia uno-a-uno establece que los elementos de una muestra tienen que ser señalados y etiquetados una sola vez, pero no en un orden determinado. El principio de orden estable señala que las etiquetas, con independencia de su naturaleza, deben formar una lista estable integrada por etiquetas únicas. Y el de cardinalidad determina que la última etiqueta de la secuencia de conteo no solo representa al último elemento de la muestra, sino también la cardinalidad del conjunto.

Los dos principios restantes dan "permiso" a los niños para introducir variaciones en el conteo, siempre que respeten los principios procesuales (ver, por ejemplo, Sophian, 1988). Por tanto, permiten a los niños ser más flexibles cuando cuentan y ampliar el rango de condiciones a las que pueden aplicar los tres primeros principios. En concreto, el principio de abstracción pone de manifiesto que cualquier colección de elementos discretos puede ser contada, pudiendo establecer así su valor cardinal. Y por último, el principio de irrelevancia del orden alude a que saber contar también implica comprender que los objetos se pueden contar en cualquier orden, porque eso no cambia el valor cardinal que se obtendrá cuando hayan sido contados todos los elementos.

Los investigadores están de acuerdo en los principios del conteo tal y como fueron descritos por Gelman y Gallistel (1978), así como que constituyen los cimientos del desarrollo de diversas habilidades aritméticas. De ahí que se haya recurrido a múltiples métodos para analizar la comprensión que tienen los niños de los principios del conteo.

En líneas generales podemos establecer cuatro grandes categorías de tareas: (a) aquellas en las que se pide a los niños que cuenten conjuntos de elementos con distintas características como el tamaño, la distribución espacial y la naturaleza de los objetos que los integran; (b) las que requieren la utilización del conteo para alcanzar un determinado fin (p-e., la tarea del "Dame…" en la que si el niño comprende la finalidad del conteo podrá utilizarlo para entregar al investigador el número exacto de elementos solicitados); (c) aquellas en las que los niños tienen que predecir el resultado de contar o recontar una serie de objetos, tras introducir variaciones numéricas o simplemente espaciales; y (d) las tareas de detección de errores en las que una marioneta u otro personaje, en general ficticio, cuenta correctamente o no y los niños deben indicar si lo ha hecho bien o mal. Esta última tarea ha permitido observar que si bien los niños pueden no aplicar correctamente un principio cuando son ellos mismos los que cuentan (por problemas motores, de memoria, de coordinación de procedimientos) son capaces de advertirlo cuando es una marioneta la que lo comete el error. La manifestación de este tipo de inconsistencias en la ejecución de los niños es objeto de debate en la famosa polémica acerca de cuál es la relación entre los principios y los procedimientos del conteo: principios antes o principios después, ¿son los principios anteriores a los procedimientos?, o por el contrario ¿son los procedimientos anteriores a los principios?

Se han establecido tres alternativas teóricas claramente diferenciadas. La primera es la de los autores que defienden que son los principios los que dirigen el aprendizaje de la habilidad de contar (teoría de los principios primero, por ejemplo, Gelman, 1997; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983, 1986; Gelman, Meck y Merkins, 1986). La segunda propone lo contrario, que el conocimiento de los principios se desarrolla a partir de la experiencia de los niños con el conteo (teoría de los procedimientos primero, por ejemplo, Briars y Siegler, 1984; Fuson, 1988; Siegler, 1991). Y, finalmente, la teoría del desarrollo mutuo plantea que los procedimientos y los principios se desarrollan a la vez y se refuerzan entre sí a lo largo del desarrollo de la habilidad de contar, sin que inevitablemente unos precedan a los otros (Baroody, 1992; Sophian, 1997).

Independientemente de las discrepancias teóricas, los autores suelen coincidir en que el principio que más tardan los niños en adquirir es el de irrelevancia del orden, que nunca se ha encontrado con anterioridad a los 5 años (Baroody, 1993; Cowan, Dowker, Christakis y Bailey, 1996). Asimismo, los resultados del paradigma de detección suelen ser bastante coincidentes, revelando que entre los 3 y los 5 años los niños obtienen rendimientos muy elevados, especialmente en los principios procesuales. En concreto el porcentaje de éxito, en niños de 3 y 4 años, oscila entre el 71.7% de los ensayos en el caso de Briars y Siegler (1984) y el 92% de los ensayos en el estudio de Gelman y Meck (1983), en errores de correspondencia uno-a-uno y de cardinalidad. Los errores de orden estable alcanzaban un éxito del 89.7% de los ensayos en niños de 3 a 5 años (Gelman y Meck, 1983). Algo similar ocurre con las restantes tareas, siendo numerosos los estudios que han puesto de relieve que el elevado grado de elaboración del conteo a los 4 años allana la construcción de estrategias de adición, sustracción, multiplicación y división (Bermejo y Rodríguez, 1993; Caballero, 2006; Lago y Rodríguez, 1999; Lago, Rodríguez, Zamora y Madroño, 1999; Rodríguez et al., 2008).

En los últimos años el estudio de la habilidad de contar se ha ampliado a otros ámbitos, como los posibles nexos con otras habilidades numéricas y también no numéricas. Un ejemplo de esto último es el trabajo de Krajewsky y Schneider (2009), en el que encuentran que la memoria de trabajo y la conciencia fonológica están ligadas al denominado conteo verbal (emisión de la secuencia de numerales), pero no a la habilidad de relacionar los numerales con cantidades numéricas. Ver también, respecto a la relación entre el número y el lenguaje, el interesante artículo de Gelman y Butterworth (2005) o la investigación de Barner, Libenson, Cheung y Takasaki (2009) sobre la influencia de los indicios sintácticos del inglés y el japonés en la comprensión del significado de los numerales a partir de otros cuantificadores (muchos, pocos, todos, ninguno). Muy resumidamente, Barner et al. (2009) sugieren que el inglés tiene indicios sintácticos más fuertes que el japonés, y eso permite a los niños de habla inglesa adquirir los numerales a partir de los cuantificadores más temprano que a los niños japoneses. Este efecto es transitorio, ya que los niños americanos superaban a los japoneses en la comprensión de los numerales a los 2 años, pero no a los 3 ó 4 años.

Teniendo en cuenta que los niños de Educación Infantil aún no han alcanzado una comprensión plena de lo que significa contar y que cuando aprenden a contar adquieren tanto normas lógicas (que implican entender los principios subyacentes al conteo) como normas convencionales (que dependen del contexto social), recientemente se ha abierto una línea de trabajo para abordar el estudio de las comprensión que tienen los niños de la importancia de estas normas. En concreto, se trata de responder a interrogantes como los que siguen: ¿distinguen los niños las normas convencionales de las normas lógicas?, ¿cuál es la contribución de estas normas al desarrollo del conocimiento del conteo?, ¿cómo y cuándo dejan de ejercer su influencia las normas convencionales? (Briars y Siegler, 1984; LeFevre et al., 2006; Kamawar et al., 2010; Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero, en prensa).

Responder a estas preguntas constituye un verdadero reto para los investigadores. Si bien es cierto que el papel que desempeñan ambos tipos de normas a la hora de contar es claramente distinto, dado que las normas convencionales son opcionales y modificables mientras las normas lógicas son obligatorias y no modificables, la operativización de las normas convencionales comporta una serie de dificultades adicionales. Por una lado, probablemente son más numerosas que las lógicas (ligadas a los principios del conteo) y, por otro, pueden pasar fácilmente desapercibidas, como se pone de relieve en que la mayoría de las investigaciones solo han analizado exhaustivamente las normas lógicas.

Para sortear estas dificultades, los investigadores han recurrido al paradigma de detección. Este paradigma resulta especialmente útil para estudiar la comprensión que tienen los niños sobre las diferentes normas del conteo porque no solo los libera de las demandas de ejecución, sino que permite a los investigadores manipular libremente las situaciones de conteo. En este sentido, aparte de los errores y aciertos habituales, se han incorporado nuevos tipos de ensayos que respetan las reglas lógicas pero no las convencionales, los denominados pseudoerrores. En estos ensayos se respetan las normas lógicas pero no las convencionales, de ahí que el conteo sea correcto pero no convencional. Por ejemplo, si la marioneta cuenta correctamente todos los elementos de una hilera de modo no consecutivo está contraviniendo la regla convencional de adyacencia (los elementos deben contarse consecutivamente, sin saltos ni retrocesos), pero cumple las reglas lógicas (ver Tabla 2).

Tabla 1. Pseudoerrores empleados en los distintos estudios

Pseudoerror	Estudios en los que ha sido presentados
Comenzar a contar por la mitad de la hilera	Briars y Siegler (1984); Frye, Braisby, Lowe, Maroudas y Nicholls (1989); Gelman y Meck (1983, 1986); Kamawar et al. (2010); LeFevre et al. (2006)
Contar colores alternos	Gelman y Meck (1983); Briars y Siegler (1984); Kamawar et al. (2010); LeFevre et al. (2006); Geary, Bow-Thomas y Yao (1992); Geary, Hamson y Hoard (2000); Geary, Hoard, Byrd-Craven y DeSoto (2004); Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Contar de derecha a izquierda	Briars y Siegler (1984); Geary, Hamson y Hoard (2000); Geary, Hoard, Byrd-Craven y DeSoto, (2004); Kamawar et al. (2010); LeFevre et al. (2006)
Comenzar a contar por cualquier elemento	Frye, Braisby, Lowe, Maroudas y Nicholls (1989)
Doble etiquetamiento y señalamiento	Briars y Siegler (1984); Kamawar et al. (2010); LeFevre et al. (2006); Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)*
Omitir un elemento central de la hilera y contarlo en último lugar	Gelman y Meck (1986); Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Contar con etiquetas no estándar	Saxe, Becker, Sadeghpour y Sicilian, (1989)
Falso error de etiquetado	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Contar en alto sólo los pares	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Contar hacia atrás	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Conteo silente de algunos elementos	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Falso error de correspondencia	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)
Falso error de correspondencia	Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)

* En este trabajo se realizó un triple etiquetamiento y señalamiento

Las investigaciones han empleado trece tipos diferentes de pseudoerrores (ver Tablas 1 y 2), aunque ninguna investigación ha utilizado todos por el momento. Los resultados no han sido coincidentes, sobresaliendo especialmente la discrepancia de los datos obtenidos por Gelman y Meck (1983) y por Briars y Siegler (1984), debido a que se ha convertido en fuente de inspiración para los trabajos que se han realizado en los últimos años. Dejando a un lado que este desacuerdo se ha utilizado para alimentar la polémica anteriormente citada "principios antes vs. principios después", Gelman y Meck (1983) registraron porcentajes de éxito del 96% en niños de 3 y 4 años frente al 65%, 35% y 47% de Briars y Siegler (1984) en niños de 3, 4 y 5 años, en los pseudoerrores de comenzar a contar por la mitad de la hilera y contar colores de forma alterna. Los resultados de los trabajos posteriores no han permitido dirimir por el momento esta falta de acuerdo, ya que han ratificado y ampliado los datos ya conocidos. Por ejemplo, Gelman y Meck (1986) encontraron de nuevo un porcentaje de éxito del 90% y 93% en niños de 4 y 5 años respectivamente. Sin embargo, otros autores encontraron porcentajes similares a los de Briars y Siegler (1984). Por ejemplo, Frye et al. (1989) hallaron que tenían éxito el 52.5% de los niños de 4 años, y LeFevre et al. (2006) y Kamawar et al. (2010) encontraron un porcentaje de éxito similar en niños de 5-6 años (53.5% y el 50.4% de los niños, respectivamente en uno y otro estudio).

Una de las consecuencias directas de la falta de éxito hallada en los niños pequeños, como acabamos de señalar, es que se extendió el rango de edad de los participantes. Los datos indican que ni siquiera los niños de primaria alcanzan los niveles de rendimiento indicados por Gelman y Meck (1983, 1986).

Los trabajos de Geary y colaboradores (Geary, Bow-Thomas y Yao, 1992; Geary, Hamson y Hoard, 2000; Geary, Hoard, Byrd-Craven y DeSoto, 2004) arrojan porcentajes del 89% en niños de 7-8 años y del 89% a los 10-11 años, siendo ligeramente menor en el trabajo de Kamawar et al. (2010) (el 70% de los niños de 10 años). Los datos de Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa) también están más próximos a los de Briars y Siegler (1984) porque los niños (de Educación Infantil hasta 2º de Educación Primaria) se volvían progresivamente más capaces de aceptar los conteos no convencionales, mostrando un patrón evolutivo rectilíneo que difería del patrón en forma de U sugerido por LeFevre et al (2006) y Kamawar et al. (2010). No obstante, en los ensayos directamente comparables, como el de doble etiquetamiento y señalamiento, nuestros datos concordaban con los de LeFevre et al. (2006) (23% vs. 25% de los ensayos correctos, respectivamente).

Aunque todo esto pueda arrojar dudas sobre la extensa y profunda comprensión del conteo que normalmente se atribuye a los niños de corta edad, conviene tener presente que los resultados de las investigaciones sobre el conocimiento de las reglas lógicas son, en general, elevados y coincidentes. De hecho, los datos de Gelman y Meck (1983) no muestran discrepancias con los de Briars y Siegler (1984). En concreto, más del 70% de los niños de 3 a 5 años detectaban en ambas investigaciones los errores relativos al principio de correspondencia uno-a-uno. Asimismo, Gelman y Meck (1983) hallaron que alrededor del 90% de los niños de estas mismas edades detectaban los errores que incumplían los principios de orden estable y cardinalidad. Finalmente, el rendimiento de los niños pequeños llega a ser tan elevado en los errores relativos a los principios procesuales del conteo que LeFevre et al. (2006) y Kamawar et al. (2010) no encuentran diferencias significativas entre el rendimiento de los niños de 5 a 10 años (más del 80% de los niños detectaban correctamente los errores).

Tabla 2. Pseudoerrores sin cardinal (1 al 4) y con cardinal (5 al 9) presentados por Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)

Pseudoerror	**Conocimiento del conteo**
1: Falso error de omisión	Violación de la norma convencional de adyacencia (Espacial: un elemento se cuenta de modo no consecutivo al final)
2: Falso triple señalamiento y etiquetamiento	Violación de la norma convencional de adyacencia (Espacial y temporal: reiteración de un elemento lo que provoca alteraciones en la adyacencia espacial y temporal)
3: Falso error de etiquetado	Violación de la norma convencional de adyacencia (Espacial y temporal: contar un elemento no consecutivamente, con un numeral no consecutivo)
4: Contar en alto sólo los pares	Violación de la norma convencional de adyacencia (Temporal: decir numerales de modo no consecutivo)
5: Contar hacia atrás	Violación de la regla del último numeral y de la secuencia ascendente de numerales (Indicar como cardinal el primer numeral: contar hacia atrás y no repetir el último numeral de la secuencia de conteo)
6: Conteo silente de algunos elementos	Violación de la regla del último numeral (Indicar como cardinal un numeral mayor que el último verbalizado al contar: no repetir el último numeral de la secuencia de conteo)
7: Contar elementos alternos	Violación de la regla convencional de adyacencia (Espacial: contar separadamente los dos tipos de elementos de la hilera, realizando saltos para ello)
8: Falso error de correspondencia	Violación de la regla convencional de adyacencia (Espacial : realizar saltos hacia delante y hacia atrás para emparejar la cabeza y el cuerpo de los ositos de peluche)
9: Contar de extremo a extremo de la hilera	Violación de la dirección izquierda a derecha (Los elementos se cuentan de izquierda a derecha y al revés)

Nota: se presentaron hileras que contenían entre 7 y 13 elementos.

Tabla 3. Ejemplos de ensayos de los errores de abstracción e irrelevancia del orden, presentados por Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa)

Error	**Descripción del ensayo**
Error de abstracción	El personaje contaba una hilera de 13 manzanas, 5 mordidas y 8 enteras que estaban intercaladas a lo largo de la hiera. Comenzaba a contar las 5 mordidas (1, 2,..., 5) y después contaba las 8 manzanas enteras (1, 2,..., 8) y concluía indicando "Hay 8".
Error de irrelevancia del orden	El personaje contaba una hilera de 12 flores, 11 rojas y 1 azul en la novena posición. En primer lugar contaba correctamente y terminaba indicando "Hay 12" Entonces recibía la siguiente instrucción: "Y ahora, ¿Qué pasaría si empiezas a contar por la flor azul?" El personaje contaba los 4 elementos que faltaban hasta el final de la hilera y respondía "Hay 4".

Sin embargo, no puede decirse lo mismo con respecto a los errores que incumplen los principios de abstracción e irrelevancia del orden. En primer lugar, porque apenas existe información, ya que los autores se han centrado en su utilidad como pseudoerrores. Y, en segundo lugar, porque los escasos datos recogidos en este sentido indican que la capacidad de los niños para detectar este tipo de errores no es siempre significativamente mejor que la capacidad para detectarlos cuando aparecen como pseudoerrores. Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa) presentaron pseudoerrores con cardinal, pseudoerrores sin cardinal (ver Tabla 2) y errores de abstracción e irrelevancia del orden (ver Tabla 3) mediante un software (La casita de los números, ver Figura 2) en el que cuatro personajes ejecutaban los diferentes ensayos. Este procedimiento y la petición de justificaciones de las respuestas supusieron importantes diferencias con respecto a los estudios anteriores. Entre otras cosas, los resultados mostraron que aun cuando el porcentaje global de ensayos correctamente detectados fue superior en el caso de los errores (74.3 vs. 37.2% en los errores y pseudoerrores, respectivamente), como se había hallado previamente en otros estudios (82 vs. 43% en el trabajo de LeFevre et al., 2006 y 85 vs. 45% en el de Kamawar et al., 2010), la ejecución a la hora de detectar los errores de irrelevancia del orden y los pseudoerrores con cardinal no difería.

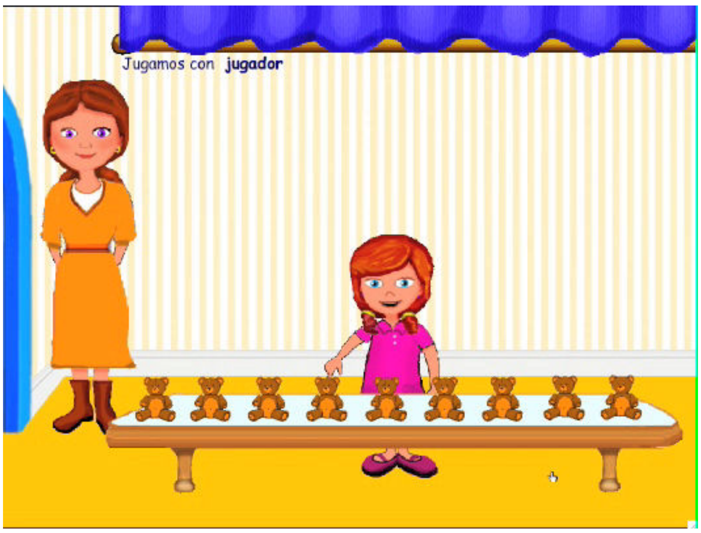

Figura 2. Screen shot del programa tomado cuando Eva está realizando el pseudoerror 5

En este mismo estudio, las justificaciones dadas por los niños no sólo permitieron evitar falsos positivos, sino que posibilitaron la identificación de las reglas convencionales, que solas o junto a normas lógicas, subyacían a los juicios de los niños. Así pudimos establecer cinco grandes categorías, que además de corroborar la importancia de las normas convencionales ya destacadas por otros autores (como la regla de adyacencia descrita originalmente por Briars y Siegler ,1984), las matizaron (adyacencia temporal, espacial-temporal) e incorporaron otras nuevas. En concreto, son las siguientes: (a) adyacencia espacial, en la que los niños hacían alusiones claras al hecho de que el personaje no había contado los elementos de la hilera consecutivamente, (b) adyacencia temporal en la que mencionaban exclusivamente que los numerales emitidos durante el conteo no eran consecutivos, (c) adyacencia espacial-temporal en la que hacían mención explícita a ambos tipos de adyacencia; (d) dirección izquierda-a-derecha en la que se referían a la obligatoriedad de contar siempre comenzando por el extremo izquierdo y continuar hasta el derecho, y (e) emitir los numerales en orden ascendente en la que especificaban que no se podía contar hacia atrás. Contrariamente a lo que esperábamos, los niños apenas hicieron alusión a la regla convencional del último numeral, de hecho, el Pseudoerror 5 lo rechazaban porque contravenía la norma de emitir los numerales en orden ascendente y el Pseudoerror 6 porque violaba la regla de adyacencia temporal-espacial (ver Tabla 2).

En definitiva, este estudio puso de relieve que la comprensión de los aspectos esenciales (normas lógicas) y no esenciales (normas convencionales) del conteo son dos procesos independientes, debido a las diferentes funciones que desempeñan. Las normas lógicas forman parte de la estructura del conteo, son consustanciales al mismo, mientras que las normas convencionales desempeñan una mera función de “apoyo” que simplifica el proceso de contar. Además, la naturaleza de estas últimas es distinta porque mientras que algunas se vuelven innecesarias con el paso del tiempo (p.e., contar de izquierda a derecha), otras se van incorporando (p.e., la secuencia de numerales es una convención) e incluso otras se vuelven más flexibles (p.e., la adyacencia siempre ayuda a evitar que omitamos elementos de una hilera, especialmente si es muy numerosa).

Rodríguez, Lago, Enesco y Guerrero (en prensa) concluyen que existen numerosas normas convencionales y las que conocemos por el momento representan sólo una pequeña parte de las que verdaderamente dirigen las ejecuciones de los niños. De ahí que propongan la conveniencia de ampliar el rango de pseudoerrores estudiados.

Referencias

Barner, D., Libenson, A., Cheung, P. y Takasaki, M. (2009). Cross-linguistic relations between quantifiers and numerals in language acquisition: Evidence from Japanese. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 421-440.

Baroody, A.J. (1992). The development of preschoolers’ counting skills and principles. En J. Bideaud y C. Meljac (Eds.), Pathways to number: Children’s developing numerical abilities (pp. 99-126). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Baroody, A.J. (1993). The relationship between the order-irrelevance principle and counting skill. *Journal for Research in Mathematics Education*, *24*, 415–427.

Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1993). Children’s understanding of the commutative law of addition. *Learning and Instruction*, *3*, 55-72.

Brannon, E. (2005). Quantitative thinking: From monkey to human and human infant to adults. En S. Dehaene, J. Duhamel, M.D. Hauser y G. Rizzolatti (Eds.), *From monkey brain to human brain* (pp. 97-116). Cambridge, MA: MIT Press.

Brannon, E., Lutz, D. y Cordes, S. (2006). The development of area discrimination and its implications for number representation in infancy. *Developmental Science*, *9*, F59-F64.

Briars, B., y Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers’ counting knowledge. *Developmental Psychology*, *20*, 607-618.

Bryant, P. y Nunes, T. (2011). Children´s Understanding of Mathematics. En U. Goswami (Ed.) *The Wiley-Blackwell handbook of childhood cognitive development* (second edition) (pp. 549-573). Malden, MA: John Wiley & Sons.

Caballero, S. (2006). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de Educación Infantil*. Madrid: UCM.

Cantlon, J., Platt, M. y Brannon, E. (2009). Beyond the number domain. *TRENDS in Cognitive Sciences*, *2*, 83-91.

Clearfield, M. (2004). Infants´ enumeration of dynamic displays. *Cognitive Development*, *19*, 309-324.

Clements, D. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it? *Teaching Children Mathematics*, *March*, 400-405.

Cowan, R., Dowker, A., Christakis, A., y Bailey, S. (1996). Even more precisely assessing children's understanding of the order irrelevance principle. *Journal of Experimental Child Psychology*, *62*, 84–101.

Feigenson, L. (2007). The equality of quantity. *TRENDS in Cognitive Sciences*, *5*, 185-187.

Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer Verlag.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. H., y Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *54*, 372-391.

Geary, D. C., Hamson, C. O., y Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *77*, 236–263.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., y DeSoto, M. C. (2004). Strategy choice in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *88*, 121–151.

Gelman, R. (1997). Constructing and using conceptual competence. *Cognitive Development*, *12*, 305–313.

Gelman, R. y Butterworth, B. (2005). Number and language: How are they related? *TRENDS in Cognitive Sciences*, *9*, 6-10.

Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard Press.

Gelman, R., y Meck, E. (1983). Pre-schoolers' counting: Principles before skills. *Cognition*, *13*, 343-359.

Gelman, R., y Meck, E. (1986). The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 29-57). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gelman, R., Meck, E., y Merkin, S. (1986). Young children's numerical competence. *Cognitive Development*, *1*, 1–29.

Hannula, M., RAäsÄanen y Lehtinen, (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, *9*, 51-57.

Izard, V. Sann, C. Spelke, E. y Steri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *PNAS*, *25*, 10382-10385.

Jordan, K. y Brannon, E. (2006). The multisensory representation of number in infancy. *Proceeding of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *103*, 3486-3489.

Kamawar, D., LeFevre, J., Bisanz, J., Fast, L., Skwarchuk, S., Smith-Chant, B. y Penner-Wilger, M. (2010). Knowledge of counting principles: How relevant is order irrelevance? *Journal of Experimental Child Psychology*, *105*, 138-145.

Karmiloff-Smith, A. (1994). *Más allá de la modularidad. La ciencia cognitiva desde la perspectiva del desarrollo*. Madrid: Alianza (Trabajo original publicado en 1992: Beyond modularity. A developmental perspective on cognitive science)

Kaufman, E., Lord, M., Reese, T. y Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, *62*, 498-525.

Krajewsky, K. y Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatil workin memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 516-531.

Lago, M.O. y Rodríguez, P. (1999). Procesos psicológicos implicados en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds.), *Psicología de la instrucción II. Áreas curriculares* (pp. 75-95). Madrid: Síntesis.

Lago, M.O., Rodríguez, P., Zamora, A. y Madroño, L. (1999). Influencia de los modelos intuitivos en la comprensión de la multiplicación y la división. *Anuario de Psicología*, *30*, 71-89.

Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. y Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. Cognitive Psychology, *52*, 130-169.

LeFevre, J., Smith-Chant, B., Fast, L., Skwarchuk, S., Sargla, E., Arnup, J., Penner-Wilger, M. Bisanz, J. y Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, *93*, 285-303.

Lipton, J.S. y Spelke, E. (2003). Origins of number sense: large number discrimination in human infants. *Psychological Science*, *14*, 396-401.

McCrink, K. y Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, *15*, 776-781.

McCrink, K. y Wynn, K. (2007). Ratio Abstraction by 6-month-old infants. *Psychological Science*, *8*, 740-745.

McCrink, K. y Wynn, K. (2009). Operational momentum in large-number addition and subtraction by 9-month-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 400-408.

McCrink, K. Dehaene, S. y Dehaene-Lambertz, G. (2007). Moving along the number line: Operational momentum in nonsimbolyc arithmetic. *Perception and Psychophysics*, *69*, 1324-1333.

Mix, K., Huttenlocher, J. y Levine, S. (1996). Do preschool children recognize auditory-visual numerical correspondences? *Child Development*, *67*, 1592-1608.

Mix, K., Huttenlocher, J. y Levine, S. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, *128*, 278-294.

Mix, K.S., Sandhofer, C.M., y Baroody, A.J. (2005). Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. En R. V. Kail (Ed.) *Advances in Child Development and Behavior*, 33 (pp. 305-346). NY: Elsevier.

Moore, D. y Cocas, L. (2006). Perception precedes computation: Can familiarity preferences explain apparent calculation by human babies? *Developmental Psychology*, *42*, 666-678.

Piaget, J. y Szeminska, A. (1941). *La génèse du nombre chez l´enfant*. Neuchâtel: Delachaux-Niestlé.

Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D. y Dehaene, S. (2004). Turning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, *44*, 547-555.

Rodríguez, P., Lago, M.O., Caballero, S., Dopico, C., Jiménez, L. y Solbes, I. (2008). El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo. *Anales de Psicología*, *24*, 240-252.

Rodríguez, P., Lago, M.O., Enesco, I. y Guerrero, S. (en prensa). Children's understanding of counting: Kindergarten and primary school children's detection of errors and pseudoerrors. *Journal of Experimental Child Psychology*, DOI 10.1016/j.jecp.2012.08.005

Rodríguez, P., Lago, M.O. y Jiménez, L. (2003). El bebé y los números. En I. Enesco (coord.), *El desarrollo del bebé. Cognición, emoción y afectividad* (pp. 147- 170). Madrid: Alianza Editorial.

Sarama, J. y Clements , D. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. Londres: Routledge.

Saxe, G., Becker, J., Sadeghpour, M., y Sicilian, S. (1989). Developmental differences in children's understanding of number word conventions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*, 468-488.

Siegler, R. (1991). In young children's counting, procedures precede principles. Educational *Psychology Review*, *3*, 127-135.

Siegler, R., DeLoache, J. y Eisenberg, N. (2011). *How children develop* (third edition). NY: Worth Publishers.

Siegler, R.S. y Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Sophian, C. (1998). A developmental perspective on children's counting. En C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 27-46). Hove: Psychology Press.

Sophian, C. (1997). Beyond competence: The significance of performance for conceptual development. *Cognitive Development*, *12*, 281–303.

Sophian, C. (2004). Children's ways of knowing: Lessons from cognitive development research. En J. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 11-20). Washington, DC: NCTM/ NAEYC.

Sophian, C. (2008). Rethinking the starting point for mathematics learning. En O. N. Saracho y B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 21-44). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

vanMarle, K. y Wynn, K. (2006). Six-month-old infants use analog magnitudes to represent duration. *Developmental Science*, *9*, F41-F49

vanMarle, K. y Wynn, K. (2009). Infants´ auditory enumeration: Evidence for analog magnitudes in the small number range. *Cognition*, *111*, 302-316.

Vilette (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development*, *17*, 1365-1383.

Wakeley, A. Rivera, S. y Langer, J. (2000). Can young infants add and subtract? *Child Development*, *71*, 1525-1533.

Wood, J. y Spelke, E. (2005). Infants' enumeration of actions: numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science*, *8*, 173-181.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, *358*, 749-750.

Xu, F. y Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, *74*, B1-B11.

Xu, F., Spelke, E. y Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, *8*, 88-101.