Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Economía

Teoría de Juegos, una Introducción

Presentado por:

Alejandro José Rodríguez Rodríguez

En Valladolid, a 6 de febrero de 2023

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN

En este trabajo, se realiza una introducción sobre la importancia y fundamentos de la Teoría de Juegos aplicado en la Economía. La Teoría de Juegos trata sobre una teoría matemática aplicada a la solución interactiva de problemas, convirtiéndose en un juego de estrategias; denominándose “juego” a un problema de decisión, “jugador” a cada factor que toman decisiones de manera estática o dinámicas y “estrategias” a las posibles acciones de cada uno de los jugadores. Esta teoría ha permitido solucionar diferentes problemas económicos. Es en la década de los noventa cuando comienza a tener una gran trascendencia económica, a raíz del Premio nobel de Economía concedido por: John Forbes Nash, Reinhard Selten y John Harsanyi.

La Teoría de juegos tiene múltiples aplicaciones para resolver diferentes problemas en la economía, ya sea para la toma de decisiones de una empresa (marketing, logística, toma de decisiones…) o la toma de decisiones de un país (Impuestos, políticas económicas, protocolos…).

En este trabajo trataremos en primer lugar sobre su historia y a continuación se tratará sobre la descripción de sus elementos y su forma de representarlos, así como la relación que tiene la Teoría de juegos con respecto a la economía. Finalmente aplicaremos la teoría a un caso empresarial.

Palabras claves:

Teoría de Juegos, Estrategias puras, Estrategias mixtas, Equilibrio de Nash, Función de utilidad, índices de mercado.

ABSTRACT

In this work, an introduction is made on the importance and foundations of Game Theory applied in Economics. Game Theory deals with a mathematical theory applied to the interactive solution of problems, becoming a strategy game; Calling a decision problem "game", "player" each factor that makes decisions statically or dynamically and "strategies" the possible actions of each one of the players. This theory has allowed solving different economic problems, it is in the nineties when it begins to have great economic significance, as a result of the Nobel Prize in Economics developed by: John Forbes Nash, Reinhard Selten and John Harsanyi.

Game Theory has multiple applications to solve different problems in the economy, either: for the decision-making of a company (marketing, logistics, decision-making...) or the decision-making of a country (Taxes, economic policies, protocols…).

In this work we will deal first with its history and then it will deal with the description of elements, their shape and the way of representing them; as well as the relationship that game theory has with respect to the economy. Finally we will apply the theory to a business case.

Keywords

Game Theory, Pure Strategies, Mixed Strategies, Nash Equilibrium, Utility Function.

Códigos de la Clasificación JEL (Journal of Economic Literature):

C7: Teoría de Juegos, C71: Juegos Cooperativos, C72: Juegos No Cooperativos, C73: Juegos Estáticos y Dinámicos.

CAPÍTULO 1 : INTRODUCCIÓN

Existen diversas definiciones sobre la Teoría de los Juegos; según Maddala y Miller (1991) es; “cualquier problema de toma de decisiones, donde el rendimiento depende no solo de sus propias decisiones sino también de las decisiones de los otros jugadores que participan en el juego”. Es decir la elección de distintos patrones de comportamiento en el que el objetivo final dependerá de cómo actúen el resto de los jugadores.

En este mismo sentido, para Rufasto (2003) la Teoría de Juegos “es una clase de análisis matemático que permite predecir cual será el resultado más probable en una disputa entre individuos”.

Según John Von Neumann Y Oskar Morgenstern, (1944) “Un juego es una situación conflictiva en la que se debe tomar una decisión, sabiendo que los demás también toman decisiones. De este modo, el resultado del juego se determina a partir de todas las decisiones realizadas. Algunos juegos son sencillos; otros, sin embargo, llevan al estudio de las segundas intenciones, en ocasiones, difíciles de analizar. Además, siempre cabe preguntarse si hay una forma racional de jugar, sobre todo, en aquellos casos en las que hay engaño con segundas intenciones”.

Los primeras formas de donde surge la Teoría de juegos fueron los juegos de estrategia, por ese motivo la jerga de dichos juegos se usa para hacer referencia a las partes que están dentro del problema de decisión interactivo (juego, jugador y estrategias).

La teoría clásica se caracteriza por ser normativa, en el sentido de que los individuos que participan en un juego son racionales: saben qué quieren, cómo lo quieren y su actuación.

La Teoría de Juegos se puede dividir en juegos cooperativos y juegos no cooperativos. Según Economipedia “En los juegos cooperativos a los jugadores se les permite formar coaliciones para distribuir cierta cantidad de algo, que puede ser comida, dinero, poder, costos, etc. Por lo tanto, existen incentivos para que los jugadores trabajen juntos, con miras a obtener el máximo beneficio. El análisis de los juegos cooperativos se centra en los conceptos de solución a los distintos tipos de juego. Además de verificar que la coalición sea estable, es decir, que ningún miembro esté inconforme y se quiera retirar de ella”. En el caso de los juegos no cooperativos, según Jorge Oviedo, “son aquellos juegos donde no se permite la cooperación, es decir que los agentes o jugadores toman sus decisiones en forma independiente sin tener ningún compromiso con los otros jugadores”.

En el S.XX matemáticos como Emilie Borel fue quien comienza a mostrar interés por los juegos de estrategia y quien puso nombre a las estrategias mixtas pero es John Von Neumann quien introduce el Teorema minimax en 1928 "Zur Theorie der Gesellschaftspiele".

John Von Neumann colaboró en la universidad de Princeton junto al economista Oskar Morgenstern en el desarrollo de la Teoría de Juegos. Desde entonces esta teoría ha ido evolucionando a lo largo del tiempo y, además, se han incrementado sus numerosas aplicaciones a distintos ámbitos de estudio. Por ejemplo, en el ámbito empresarial, la Teoría de Juegos es utilizada como método de optimización de precios, en el analisis de estrategias, además de en la toma de decisiones. Ha sido utilizada también, el campo de las ciencias políticas, biológicas, etc.

En 1950 John Nash publica su primer artículo "Equilibrium points in n-person games". En 1994 John Nash recibe el premio nobel junto con J. Harsanyi y R. Selten por su aportación a la teoría de equilibrio en juegos no cooperativos.

.

CAPÍTULO 2 : FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

2.1 UNA VISIÓN GENERAL

La teoría de Juegos básicamente está compuesta de cuatro elementos:

- Jugadores: Son los individuos participantes en el juego, estos podrán elegir una entre un número finito o infinito de estrategias.
- Estrategias: Es la guía o el plan de ruta a llevar a cabo, para así alcanzar el objetivo.
- Ganancia: Son aquellos rendimientos obtenidos por los jugadores tras elegir sus respectivas estrategias.
- Reglas: Son las normas establecidas en el transcurso del juego.

En general, la representación de un juego se puede realizar de dos formas:

- Forma Normal:

Aquella en la cual se hace un listado con las posibles estrategias de cada jugador. Para los juegos bipersonales, dichas estrategias se colocan en una matriz : las filas corresponden al jugador 1 y las columnas al jugador 2.

Para poder tener una visión general del tema objeto de estudio, se va a presentar un sencillo ejemplo:

En Valladolid hay dos barrios de delincuencia. La policía puede hacer guardia en solo uno de ellos cada noche, por lo que los ladrones conociendo ese hecho han decidido actuar en un barrio cada noche. La siguiente tabla muestra las estrategias entre policías y ladrones:

Tabla 2.1.1.: Ejemplo básico de un juego en forma normal.

	Actuar Barrio A	Actuar Barrio B
Patrullar Barrio A	1.-1	-1.1
Patrullar Barrio B	-1.1	1.-1

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla vemos cómo la policía, si patrulla el barrio A maximizaría su utilidad en el caso de que los ladrones se encontrasen en dicho barrio (los cuales perderían) y en caso de que los ladrones estuviesen en el Barrio B los policías perderían y los ladrones ganarían. Para el caso de que la policía patrulle el Barrio B y los ladrones actuen en el Barrio A, en este caso ganarían los ladrones y finalmente si patrullan en el Barrio B y los Ladrones se hayan en ese mismo barrio ganarían los policías.

Cómo se verá después, en este ejemplo no existe ningún equilibrio de Nash dado que para cualquier perfil de estrategias, los jugadores tienen incentivo de cambiar su estrategia. Esto se debe a que actúan con independencia, por ejemplo, los ladrones están usurpando en el barrio A mientras los policías están patrullando en el barrio “b”, ello les motiva a patrullar en el barrio A. En este caso no existe un Equilibrio de Nash en estrategias puras, aunque si ,en Estrategias mixtas, como se verá más adelante.

- Forma Extensiva:

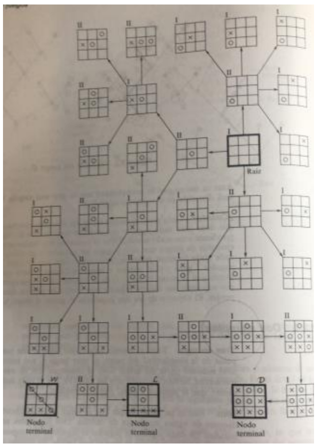
Se representan a través de un árbol, compuesto por nodos para cada uno de los jugadores y sus distintas posibilidades de actuación. El árbol finaliza en los nodos finales, donde cada jugador recibe el pago correspondiente a las estrategias utilizadas.

Las Reglas básicas en la construcción de un árbol se resumen en los siguientes apartados:

1. Los nodos serán los sucesores de la inicial.
2. Cada nodo tendrá su antecesor exceptuando el inicial.
3. Cuando de un nodo sale distintos ramales serán las distintas acciones que podrá llevar a cabo cada jugador.

Un ejemplo básico de un juego en forma extensiva es el juego de tres en raya. En este caso, el diagrama de árbol tiene una gran extensión ya que el resultado depende de la respuesta del jugador opuesto, lo que le confiere una gran complejidad. Por esta razón, se representa solamente una pequeña parte dado que existen muchas variaciones de este juego. Para ello, se ha tomado el ejemplo de Ken Binmore titulado “La teoría de juegos: Una breve introducción”. Para este ejemplo se han utilizado las letras *W, L, D (win, lose and draw)* las cuales significan que el jugador 1 puede ganar, perder o empatar.

Figura 2.1.1.: Diagrama de árbol.



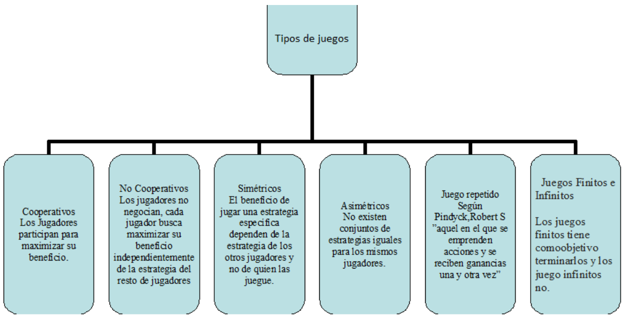
Fuente: Binmore, K. (1994)

En este caso se muestran una parte de las opciones que pueden elegir cada jugador y qué estrategias pueden llevar a cabo. Los nodos terminales, como se ha mencionado anteriormente, se representan con las letras *W*, *L*, *D* las cuales son uno de los posibles resultados finales del jugador 1. Para este juego, con jugadores racionales, el resultado final es siempre el empate.

Aparte de la distribución entre juegos cooperativos y no cooperativos, otras formas de clasificación de los mismos son: juegos simétrico o asimétricos, juegos repetidos o no repetidos, juegos finitos o infinitos,…

En el siguiente gráfico se muestra de forma esquemática esta diversidad en la clasificación de los juegos.

Figura 2.1.2 Clasificación de los juegos.



Fuente: elaboración propia.

2.2 UTILIDAD ORDINAL

En este apartado se va a realizar una breve introducción y un análisis sobre el concepto de función ordinal, comúnmente llamada función de utilidad. En un problema de toma de decisiones, esta función viene asignada una función real, la cual depende de las preferencias del jugador.

Definición 2.2.1: Una función *U: S--->* $\mathbb{R}$, donde S es el conjunto de estrategias de un jugador, representa las preferencias del jugador si se verifica:

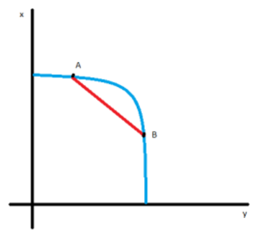
a ≥ b sí y sólo sí U(a) ≥ U(b), para todo a,b en S.

Por ejemplo, si una persona cuenta con tres bienes: casa, coche, moto, donde la persona prioriza la casa antes que el coche y la moto y, además, prefiere antes el coche que la moto, entonces la función de utilidad U que asigna U(coche)=8, U(casa)=10 y U(moto)=7, es compatible con sus preferencias.

Utilidad lineal:

Por su parte, cuando el conjunto de estrategias, S, es infinito, es habitual considerarlo convexo; asimismo también suelen considerarse funciones de utilidad cóncava (Para todo *t Є (0,1), u(ta+(1-t) y) ≥ tu(a)+ (1-t)U(b) y continua.*

Figura: Definición convexidad.



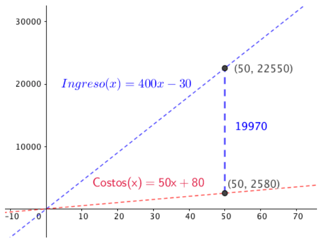
Fuente: elaboración propia.

En este caso, se va a exponer un ejemplo de utilidad lineal (Alasala, 2018):

Sea una función de ingresos*: I(x)= 450x+50* y una función de costes: *C(x)=50x+80,* definido en el intervalo convexo [0,70]. *U(x) = I(x)-C(x) = 450x+50-(50x+80) = 400x-30 U (50) =19970.*

Representado gráficamente:

Figura 2.2.1. Ingresos y costes.



Fuente: Alasala (2018).

Se puede extraer la conclusión de que la compra de 50 artículos supone una utilidad de 19970, es decir, este es el beneficio obtenido. Para una mejor representación, la función de ingreso se muestra de color azul y los costes en rojo. Además, se deduce que el coste por 50 unidades es de 2580 euros y el ingreso es de 22550 euros.

CAPÍTULO 3: JUEGOS EN FORMA NORMAL

3.1 BREVE INTRODUCCIÓN A LOS JUEGOS EN FORMA NORMAL

Un juego en forma normal es aquel en el que interaccionan varios jugadores que toman distintas decisiones de manera simultánea. En este contexto un Equilibrio de Nash de un juego en forma normal es un perfil de estrategias en el que ninguno de los jugadores tiene incentivos a cambiar su estrategia, dadas la estrategias del resto.

EJEMPLO 3.1.1 DILEMA DEL PRISIONERO

Un ejemplo clásico paradigmático de la Teoría de Juegos en forma normal es el dilema del prisionero: En este juego dos delincuentes están en búsqueda y captura y la policía tiene pruebas suficientes para condenarles, como mínimo, a un delito menor. El problema es que ambos no solo han cometido un delito leve, sino también uno grave. La pena por el delito menor es de 1 año de cárcel, mientras que la pena por el delito grave es de 3 años de cárcel. Si ninguno de los dos delata, solo se les puede condenar a ambos a 1 año de cárcel, pero si uno de ellos ofrece un trato, es decir, si proporciona evidencias sobre el delito grave de su compañero, su condena pasa de uno a cero años en el caso del delito leve y, en el caso del delito grave, de tres a dos años.

Figura 3.1.1. Representación del juego en forma normal.

	Delata	No Delata
Delata	-2,-2	0,-3
No Delata	-3,0	-1,-1

Fuente: Vasquez, J., Carranza, D. (2020).

Utilizando la definición dada por John Nash, se tiene que (delata,delata) es un equilibrio de Nash para este juego, pese a que con el perfil (No delata, No delata) se obtendrían mejores pagos para ambos.

Otro concepto básico de solución, previo al del Equilibrio de Nash, es el uso de Estrategias Dominantes. Según este criterio ningún jugador debiera jugar una estrategia que ofrezca menores o iguales pagos que otra estrategia, con independencia de la estrategia usada por el otro jugador.

Resolución mediante Estrategias Dominadas:

Pondremos en la matriz los dos valores de pagos siendo el primero para el jugador 1 y el segundo para el jugador 2.

En el siguiente ejemplo se muestra el uso de este concepto:

Tabla 3.1.2.: Ejemplo Juego Bipersonal de suma no nula.

	Estrategia 1	Estrategia 2	Estrategia 3
Estrategia 1	2,5	1,3	6,4
Estrategia 2	3,2	4,4	7,6
Estrategia 3	10,0	7,3	5,5

	Estrategia 1	~~Estrategia 2~~	Estrategia 3
~~Estrategia 1~~	~~2,5~~	~~1,3~~	~~6,4~~
Estrategia 2	3,2	~~4,4~~	7,6
Estrategia 3	10,0	~~7,3~~	5,5

Fuente: De la Peña, Francisco (2019).

En este caso, si lo hacemos por estrategias dominadas la estrategia 1 esta dominada por la estrategia 2 para el jugador 1 por lo que eliminaríamos la estrategia 1, en el caso del jugador 2 eliminaríamos la estrategia 2 y 1, ahora miraríamos para el jugador 1 y compararía el pago entre ganar 7 o ganar 5 por lo que opta por la estrategia 2, hallándose el punto de equilibrio. (E2,E3).

Este Concepto de solución no es muy eficiente, dado que, a menudo, no es posible la eliminación de estrategias dominadas, como se muestra en el siguiente ejemplo.

Tabla 3.1.3.Caso en el que no se da por Estrategias Dominadas.

	i	d
a	2,1	0,2
b	1,2	3,0

Fuente: Mathema Getafe (2020).

Otro concepto de solución es el uso de Estrategias Prudentes (Maximin) en el que cada jugador elige el máximo del mínimo de sus pagos.

Desde la perspectiva de juego colaborativo maximin:

Tabla 3.1.4.: Ejemplo Juego Bipersonal Suma Cero (Maxmin).

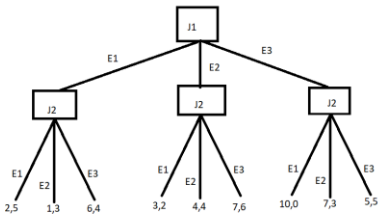
	Estrategia 1	Estrategia 2	Estrategia 3	Min J1
Estrategia 1	2,5	1,3	6,4	1
Estrategia 2	3,2	4,4	7,6	3
Estrategia 3	10,0	7,3	5,5	5
Min J2	0	3	4	

Fuente: De la Peña, Francisco (2019).

En este caso el máximo que optaría el jugador 2 sería 4 y para el jugador 1 sería el 5.

Por su parte, los juegos dinámicos se representan en forma de árbol, cómo se muestra en el siguiente ejemplo.

Fig. 3.1.5 Diagrama de árbol.



Fuente: De la Peña, Francisco (2019).

Para comenzar observamos las utilidades del jugador 2, en la primera rama el jugador 2 tiene la posibilidad de elegir entre los valores 5, 3 y 4, en este caso elige la estrategia 1 (E1), ya que le reporta mayor utilidad. En la segunda rama para el jugador 2 tendrá la opción de elegir entre 2, 4 y 6, elige la estrategia 3.

Por último en la tercera rama el jugador dos elige la estrategia 3. Tras las opciones elegidas por el jugador 2 el jugador 1 tendrá que elegir entre las tres posibles opciones (E1,E1), (E2,E3), (E3,E3), en este caso el jugador 2 elegirá la opción que mayor beneficio le reporte en este caso (E2,E3).

No siempre existen estrategias prudentes, además de que este concepto no tiene en cuenta los pagos del resto de los jugadores.

3.2 EQUILIBRIO DE NASH EN ESTRATEGIAS PURAS.

Cada jugador elige una estrategia específica, es decir, cada uno de ellos tiene un conjunto de estrategias y elige aquellas que tenga probabilidad 1. El beneficio o utilidad obtenida como resultado de la elección de una de las estrategia pura coincidirá con los valores de beneficio representado en la tabla del juego.

Para ello lo ejemplificaremos:

Figura 3.2.1: Equilibrios de Nash Múltiples: la "Guerra de las parejas".

	Boxeo	Ballet
Boxeo	<u>10</u>,<u>5</u>	4,4
Ballet	0,0	<u>5</u>,<u>10</u>

Fuente: Vasquez, J., Carranza, D. (2020).

Como se puede observar en la figura 3.2.1., en una de las casillas hay dos marcas, por lo que hay un Equilibrio de Nash en puras en el que ambos jugadores hagan (ballet,ballet) o (boxeo,boxeo). Para su obtención se comienza por el jugador 1, hemos de comparar las distintas utilidades, en este caso el jugador 1 elegirá boxeo ya que el boxeo con utilidad 10 le reporta mas que el ballet (0) y en el segundo caso elegirá ballet ya que su valor de utilidad (5) es mayor que la que le reporta boxeo (4). Para El jugador si el jugador 1 elige boxeo el jugador 2 elegirá boxeo también ya que le reportará mas utilidad el boxeo (5) que el ballet (4). En el caso de que el jugado 1 elija ballet, el jugador 2 también elegirá ballet ya que le dará más utilidad jugar al ballet (10) que jugar al boxeo (0). También, se puede observar que no existen estrategias dominantes independientemente de lo que haga el jugador A o B.

En muchas ocasiones puede no darse un equilibrio de Nash en estrategias puras como ocurre en el caso de la figura 3.2.2., pero sí en estrategias mixtas dado que el Teorema de Nash asegura que todo juego finito tiene un equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

Figura 3.2.2.: Ejercicio Nash, No existe Equilibrio en estrategias Puras.

	Izquierda	Derecha
Arriba	0,0	0,-1
Abajo	1,0	-1,3

Fuente: Vasquez, J., Carranza, D. (2020).

El Teorema de Nash no se puede aplicar para este tipo de juegos ya que no se da la convexidad del conjunto de estrategias.

3.3 EQUILIBRIO DE NASH EN ESTRATEGIAS MIXTAS

Las estrategias mixtas son el resultado de combinar distintas estrategias elegidas aleatoriamente, basado en un conjunto de probabilidades elegidas. Una estrategia es mixta cuando el jugador asigna una distribución de probabilidades a los elementos de su conjunto de estrategias. La ampliación mixta de un juego finito cumple con el teorema de Nash, por lo que siempre se tiene asegurada la existencia de un Equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

Entre las estrategias mixtas las puras son aquellas a las que se les asigna una probabilidad de 1 y 0 al resto. De esta forma, se puede considerar una estrategia pura como un caso particular de estrategia mixta. Cada uno de ellos elige la frecuencia óptima a seguir dependiendo de la estrategia que elija el otro. De esta forma, se puede demostrar que existe Equilibrio de Nash en estrategias mixtas, bajo las condiciones del Teorema de Nash.

Ejemplo 3.3.1:

Figura 3.4.1: Ejemplo 3.3.1: Equilibrio De Nash En Mixtas.

	i	d
a	2,1	0,2
b	1,2	3,0

Fuente: Mathema Getafe (2020).

Para comenzar comprobamos si existen dominadas, en este caso 2>1 y 0<3 por lo que para el jugador 1 no existen dominadas, en el caso del jugador 2, 1<2 y 2>0 por lo que no existen tampoco dominadas.

A continuación comprobamos si existen estrategias puras, en este caso no se da un equilibrio de Nash en estrategias pura por lo que tendremos que hallar el equilibrio en mixtas dado que todo juego finito tiene siempre un equilibrio de Nash, ya sea en puras o en mixtas.

P: Probabilidad de que el jugador 1 elija a.

1-P: Probabilidad de que el jugador 1 elija b.

Q: Probabilidad de que el jugador 2 elija i.

1-Q: Probabilidad de que el jugador 2 elija d.

<u>Utilidad Jugador 1</u>

U(a/q)= 2*q+0*(1-q)= 2*q.

U(b/q)= q+3*(1-q)= -2*q+3.

Comprobamos que utilidad es mayor mediante una inecuación:

2*q>-2*q+3; q>3/4.

La probabilidad de que el jugador 2 elija i es cuando es mayor de ¾ , el jugador 1 elegirá a y en el caso de que sea menor elegirá b.

<u>Utilidad del jugador 2</u>

U(i/p)= 1*p+2*(1-p)= -p+2.

U(d/p)= 2*p+ 0*(1-p)= 2*p.

Por lo que la inecuación nos dará como resultado p< 2/3.

La probabilidad de que el jugador 1 elija a es menor de 2/3 entonces el jugador 2 elegirá i y en caso de que sea mayor elegira d.

Sol.ENEM: [(p*a+(1-p)*b, q*i+ (1-q)*d , 0≤p≤1, 0≤q≤1, p<2/3,q>3/4)] o (2/3+a+1/3*b,3/4*i+1/4*d) .

Ejemplo 3.3.2:

Supongamos un juego de pares y nones (P y N) además también pueden escoger loteria (l) que cuando (P y N) seleccionen (l) ambas tendrán una probabilidad de ½ . Supongamos también que tienen una función: $L=\sum p_i A_i$ (función Von Neumann y Morgestern). El jugador 1 podrá jugar pares con 0.5 de probabilidad y 0.5 de probabilidad a impares. El jugador 2 hará lo mismo con los mismos pagos. Otra de las jugadas que harán es que si el jugador juega impar tendrá una probabilidad de 0.25 y si juega par 0.75. El jugador 2 tendrá una probabilidad de 0.8 si juega impar y para será de 0.2.

Tabla 3.3.2: Juego de pares o nones ampliado.

	P	i
P	1.-1	-1.1
i	-1.1	1.-1

Fuente: Vasquez, J., Carranza, D. (2020).

U_1(0.5,0.5), (0.5,0.5)=0.5*0.5*1+0.50.5*(-1)+0.5*0.5*(-1)+0.5*0.5*(1).

U_1(0.25,0.75),(0.8,0.2)=0.25*0.8*1+0.25*0.2*(-1)+0.75*0.8*(-1)+0.75*0.2*1=-0.3.

La estrategia mixta $S_1^{*=}$(0.5,0.5), $S_2^{*=}$(0.5,0.5) o (0.5*p+0.5*i;0.5*p+0.5*i) se trata de un equilibrio de Nash. Se trata de un juego bipersonal de suma nula y finito.

3.4 JUEGOS BIPERSONALES DE SUMA NULA

Son aquellos juegos en los que las ganancias del jugador 1 es la pérdida del jugador 2, es decir $U_1(s_1,s_2)+ U_2(s_1,s_2)=0$, para todo $s_1 \in S_1$, $s_2 \in S_2$.

Ejemplo 3.4.1

Tabla 3.4.1: Juego bipersonal de suma nula.

	c	d
a	70.-70	50.-50
b	80.-80	40.-40

Fuente: Elaboración Propia.

El J1 siempre tratará de maximizar su utilidad mientras el J2 tratará de minimizar la utilidad del J1. Supongamos un juego donde hay dos empresas y cada una de ellas con tres estrategias distintas, las cuales tienen por objetivo incrementar la cuota de mercado en un mercado competitivo.

M= Mantener evolución.

T1= Hacer uso de la primera tecnología.

T2= Hacer uso de la segunda tecnología.

Tabla 3.4.2: Ejemplo 3.6.1.

	M	T1	T2
M	50,-50	40,-40	45,-45
T1	20,-20	30,-30	50,-50
T2	70,-70	35,-35	10,-10

Fuente: Elaboración Propia.

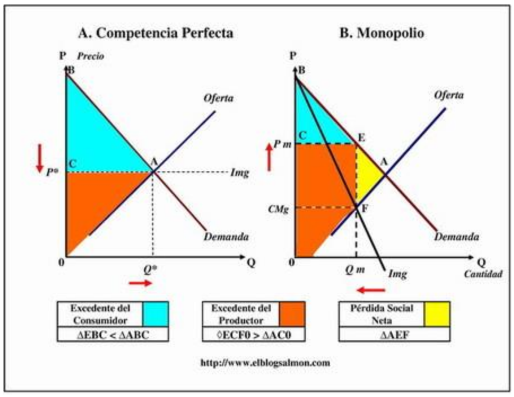
El J1 supone que tiene todas las variables en su contra, el peor escenario por lo que va a maximizar su utilidad. En el caso de que el J1 utilice la estrategia de mantener el J2 buscará que el J1 obtenga la mínima utilidad posible por lo que escogerá hacer uso de la primera tecnología.

CAPÍTULO 4 : COMPORTAMIENTO DE LAS EMPRESAS EN EL MERCADO

4.1 Competencia Monopolística:

Es aquella en el que el vendedor cobra sus productos por encima del coste marginal, no se ajusta al precio al qué establece el mercado, deciden que cantidad quieren vender y a qué precio está dispuesto a ofertar. A diferencia de la competencia, el monopolio tiene toda la demanda por lo que su pendiente será negativa, es decir, sí el monopolista desea vender mas, tendrá que bajar su precio. En resumen es aquella que busca maximizar sus beneficios eligiendo la cantidad de producción, en el cual el ingreso marginal es igual al coste marginal.

Diferencias entre competencia perfecta y monopolio.



Fuente: https://www.elblogsalmon.com/.

Un ejemplo muy común son los restaurantes de comida rápida como puede ser McDonald o Burguer King las cuales venden hamburguesas. Aunque ambas empresas se dediquen al mismo mercado nunca actuarán como sustitutivas, en este caso dependerá de las preferencias del consumidor, es decir, no existe congruencia entre ambas dado que son similares pero tienen unas apreciaciones distintas.

A modo de ejemplo consideremos un monopolista con una función de demanda inversa p(q)=800-2q, y una función de costes c(q)=q^2+800.

Para maximizar su beneficio hemos de igualar los ingresos marginales a los costes marginales, donde la función de ingresos, I(q), viene dada por:

$$I(q)=p(q)*q.$$

Para obtener los ingresos marginales, derivamos los ingresos totales con respecto a q.

$$I'(q)=\partial I/\partial q(q)=800-4q.$$

Igualmente derivamos los costes totales con respecto q y obtendremos los costes marginales.

$$c'(q)= \partial c/\partial q(q)=2q.$$

Para maximizar los beneficios igualamos los costes marginales a los ingresos marginales, es decir, 800-4q=2q, con lo que se obtiene; q= 133.3, p=533.4 y el beneficio $\prod(q)=p(q)*q-C(q)= 133.3*533.4-133.3^2-8000=45320$.

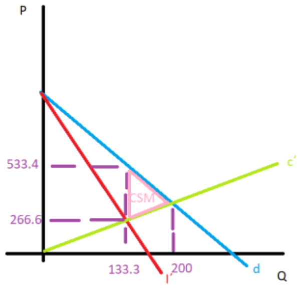
Para realizar la gráfica debemos calcular el coste social del monopolio, obteniendo el punto de corte entre la función de demanda y el coste marginal.

$$p(q)=c'(q),\ 800-2q=2q,\ q= 200.$$

El coste social medio, CSM(q), es el área entre la función de demanda y el coste marginal.

$$CSM=b*h/v=(200-133.3)*(533.3-266.6)/2=8894.45.$$

Gráfico 4.1.0 : Representación gráfica.



Fuente: Elaboración Propia.

4.2 Modelo de Cournot:

En este modelo, las empresas compiten por la cantidad que se va a ofertar. Existe simultaneidad entre las empresas, pero cada una de ellas es independiente.

- Se da para bienes homogéneos.
- Mercados de duopolio.
- El precio del mercado dependerá de la cantidad ofertada de las distintas empresas.

Si por ejemplo, $p(q)=100-q$, donde $q=q_1+q_2$, entonces para cada una de ellas vendrá dado por:

$\prod_1(q_1)=(100-(q_1+q_2))*q_1.$

$\prod_2(q_2)=((100-(q_1+q_2))*q_2.$

La solución de Cournot pasa por derivar el beneficio de la empresa 1, respecto a q_1, haremos lo mismo para la empresa 2 y resolveremos el sistema de ecuaciones.

Asi, $\partial\prod_1/\partial q_1=100-q_2-2q_1$,$q_1=50-0.5q_2$, $\partial\prod_2/\partial q_2=100-q_1-2q_2$, $q_2=50-0.5q_1$.

Realizamos un sistema de ecuaciones dado que $q_1=q_2$ donde $q_1=33.33$, $p=33.33$.

El beneficio será:

$$\prod_1= \prod_2=1111.11.$$

Si lo comparamos con respecto al monopolio:

$$\prod=p*q=(100-q)q=100q-q^2.$$

Para ello derivaremos el beneficio con respecto Q e igualaremos a cero, obteniendo una cantidad de 50 unidades y precio de 50 unidades monetarias. Su beneficio será de 2500 u.m.

Suponiendo que se comporte como Cournot, el aumento del número de empresas hará que la producción aumente y disminuya su precio, por lo que el Equilibrio de Cournot será un Equilibrio de Nash.

4.3 Modelo de Stakelberg

En este modelo existen dos momento de producción para la empresas, dado que está conformada por la Empresa Líder y la empresa Seguidora. En primer lugar tomará la decisión la empresa líder y en segundo lugar la tomará la empresa seguidora. Así la cantidad de producción de la seguidora dependerá de la decisión de la empresa líder. Continuando el ejemplo anterior, se obtiene, $q_2=50-0.5q_1$, y por tanto, $\prod_1=(100-q_1-50+0.5q_1)q_1$.

Derivamos el beneficio de la empresa líder con respecto a q_1 e igualamos a cero y obtenemos:

$$q_1=50\ q_2=25,\ q=75,\ p=25,\ \prod_1=1250,\ \prod_2=625.$$

4.4 Modelo Colusivo

En este modelo los productores se pondrán de acuerdo en la cantidad a producir y los beneficios se reparten a partes iguales entre las empresas.

$$\prod=P(q)=(100-q)q.$$

$$\partial\prod/\ \partial q=100-2q.$$

$$q=50,\ q_1=q_2=25,\ p=50,\ \prod_1=\prod_2=1250.$$

En el caso de la colusión el beneficio será mayor para el productor que para el consumidor.

Vamos a comparar el resultado, con el resto de modelos.

Tabla 4.4.0 Comparativa de modelos.

Modelo	p	q_1	q_2	q_1+q_2	$\prod_1$	$\prod_2$	$\prod_1+\prod 2$
Cournot	33.33	33.33	33.33	66.66	1108.89	1108.89	2217.78
Stakelberg	25	50	25	75	1250	625	1875
Colusión	50	25	25	50	1250	1250	2500

Fuente: Elaboración Propia.

En conclusión, la opción mas adecuada para ambos sería la colusión, dado que ambos obtendrían un mayor beneficio.

Para poder relacionarlo con la Teoría de Juegos pondremos un caso práctico en el que dos empresas lleguen a colusión o que una de ellas falte al acuerdo.

$$P(q)=110-q.$$

$$c(q)=5q.$$

En el primer caso ambas empresas llegan a un acuerdo y ambas buscan maximizar el beneficio (colusión) .

$$\prod(q) =(110-q)q-q.$$

$$\partial\prod/ \partial q=105-2q, \;\; q_1=q_2=26.25.$$

$$\prod_1= \prod_2=1115.625.$$

En segundo caso seria que uno de ellos engañe y la otra siga el acuerdo.

$$\prod_1=(110-q_1-26.25)q_1-5q_1.$$

$$\partial\prod/ \partial q_1=105-2q_1-26.25=0 \; q_1=39.37.$$

$$P=(110-39.37-26.25)=44.38.$$

$$\prod_1=1550.39 \; \prod_2=1033.72.$$

En el caso de que ambos se engañen, será un Equilibrio de Cournot.

$$\prod_1=(110-q_1-q_2)q_1-5q_1.$$

$$\partial\prod/ \partial q_1=110-2q_1-q_2-5 \; ; \; q_1=q_2=35 \; P=40.$$

$$\prod_1=1225 \; \prod_2=1225.$$

Tabla 4.4.1 Descripción Ejemplo.

	Colusión	Engañar
Colusión	1115.625, 1115.625	1550.39, 1033.72
Engañar	1033.72, 1550.39	1225, 1225

Fuente: Elaboración Propia.

En este caso las empresas deberán coludir dado que es un Equilibrio de Nash.

4.5 Caso práctico de publicidad

Otro ejemplo de aplicación práctica de la teoría de juegos:

Se realizan dos entrevistas a empresas diferentes y se les cuestiona por si optan o no hacer publicidad. Las distintas estrategias y los correspondientes pagos, se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4.5.2: Representación del Juego.

	Hacer Publicidad	No hacer Publicidad
Hacer Publicidad	6,8	13,3
No hacer publicidad	1,18	1,3

Fuente: Elaboración propia.

La estrategia dominada se basa en elegir la mejor alternativa, en base a los resultados de la tabla. En este caso la Empresa A optará por hacer publicidad independientemente de lo que realice la empresa B, es decir, obtiene 6 cuando la empresa B hace publicidad y un 13 cuando la empresa B no la hace. En el caso de la empresa B es también hacer publicidad. Cuando la empresa A hace publicidad obtiene la empresa B 8 y en el caso de que la empresa A no haga publicidad obtiene 18.

Obtención del Equilibrio de Nash Mediante Maximin.

Para determinar el maximin de la empresa A, seleccionaremos los valores mínimos de las filas y luego se escogen los valores máximos.

Tabla 4.5.3: Representación del Juego.

	Hacer publicidad	No Hacer Publicidad	Mínimo	Máximo
Hacer Publicidad	6,8	13,3	6	6
No hacer Publicidad	1,18	1,3	1	
Mínimo	8	3		
Máximo	8			

Fuente: elaboración Propia.

El resultado será el valor 6 para la empresa A y el valor 8 para la empresa B, por lo que diremos que el punto de equilibrio es que ambos realicen publicidad.

En este caso no realizaré la obtención del punto de equilibrio a través de estrategias mixtas dado que no tiene, por lo que, confluyen Equilibrio de Nash, en Estrategias Dominadas y Estrategias Prudentes(Maximin)

Para poder verlo con mayor claridad realizaremos una suma de ganancias de ambas empresas.

Tabla 4.5.3: Representación del Juego (suma).

	Hacer Publicidad	No hacer Publicidad
Hacer Publicidad	14	16
No hacer publicidad	19	4

Fuente :elaboración propia.

Estos resultados pueden llevar a una interpretación errónea, llegando a la conclusión de que la empresa A no debería hacer publicidad, mientras que la empresa B sí debería hacerla, ya que la mayor ganancia se encuentra en 19. Para evitar la interpretación errónea, añadiéremos otra norma a la tabla anterior y ahora restaremos.

Tabla 4.5.4: Representación del Juego (valor absoluto de la resta).

	Hacer Publicidad	No hacer Publicidad
Hacer Publicidad	2	10
No hacer publicidad	17	2

Fuente: Elaboración Propia.

Los resultados más próximos entre sí, se dan cuando ambos realizan publicidad y cuando ninguna ellas lo realizan.

Conclusiones

La Teoría de Juegos es una disciplina que mezcla elementos de las ciencias económicas, matemáticas, psicológicas y políticas en las cuales analizan el comportamiento humano y las instituciones en las situaciones de conflicto o cooperación. Al trascurso de su desarrollo, esta teoría ha aportado grandes conclusiones sobre el como los individuos y las instituciones toman decisiones estratégicas y como afectan al resultado final.

Una de las conclusiones de la Teoría de Juegos es la importancia de la noción del Equilibrio de Nash, el cual describe cómo los jugadores toman decisiones optimas en función de lo que hagan el resto de ellos. En esta teoría, ningún jugador podrá mejorar el resultado actuando de manera diferente a lo haga actualmente, por ello, hay que tener en cuenta que no todos los juegos tienen equilibrio y que alguno de ellos puede tener múltiples equilibrios. El equilibrio de Nash es valioso para entender como los individuos e instituciones toman decisiones estratégicas en situaciones en las que existen incentivos para cooperar, pero también existen incentivos para no hacerlo.

Una de las principales conclusiones es la importancia del Equilibrio de Nash en los mercados. En un equilibrio, ningún individuo o institución podrá mejorar su resultado jugando de manera distinta a lo que harían de forma actual, esto significa, que ningún individuo o institución podrá obtener un mejor resultado cambiando la estrategia de precios o producción en función de lo que haga el resto.

Además, la teoría de juegos también ha proporcionado una gran cantidad de conclusiones sobre cómo los individuos y las organizaciones toman decisiones estratégicas en situaciones de incertidumbre. En el contexto económico, esto significa cómo los individuos y organizaciones toman decisiones bajo incertidumbre en cuanto a las acciones de los demás participantes en el mercado. Por ejemplo, en un mercado donde los precios fluctúan continuamente debido a la competencia, los individuos y las organizaciones deben tomar decisiones estratégicas en función de las posibles acciones de los demás participantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akerlof, G. A. (1978). The market for "lemons": Quality uncertainty and the market mechanism. In Uncertainty in economics (pp. 235-251). Academic Press.

Alasala. (24 septiembre 2018). Aplicaciones de la función lineal. http://www.alasala.cl/index.php/2018/09/24/aplicaciones-de-la-funcion-lineal/.

Binmore, K. (1994). Teoría de juegos (No. 519.92/B61fE). Madrid: McGraw-Hill.

Cournot, Augustin (1838). Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses. Paris, Hachette. Traducida en 1897 al inglés como Researches into the mathematical principles of the theory of wealth por Nathaniel T. Bacon. New York, Macmillan.

De la Peña, Francisco. (17 mayo 2019). Teoría de Juegos de suma cero. Maximin-minimax. [Archivo de Vídeo]. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=iIiKCybX7q8.

De la Peña, Francisco. (17 mayo 2019). Teoría de Juegos Suma no cero. [Archivo de Vídeo]. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=uO93V7UmsC0.

Mármol, A, (5 de Noviembre 2013). Juegos en forma estratégica. https://sfep.us.es/wsfep/aforos/webadm/varios/FicherosAdjuntos/Estrategicos(IMP).pdf.

Nash Jr, J. F. (1950). The bargaining problem. Econometrica: Journal of the econometric society, 155-162.

v. Neumann, J. (1928). Zur theorie der gesellschaftsspiele. Mathematische annalen, 100(1), 295-320.

Vasquez, J., Carranza, D. (2020). Introducción a la Teoría de Juegos. [Tesis para optar título de Licenciado en Matemáticas]. Universidad de El Salvador. https://ri.ues.edu.sv/id/eprint/24425/1/INTRODUCCION%20A%20LA%20TEORIA%20DE%20JUEGOS.pdf .

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). Teoría de juegos y comportamiento económico. Nueva York: Wiley.

NASH, J. Equilibrium points in N-person games. Proceedings of the National Academy of Sciences USA, 1950.

NASH, J. Non-cooperative games. En : Annals of Mathematics, 1951, vol. 54.

Cournot, A. A. (1838): Recherches sur les principes mathémathiques de la théorie des richesses.

Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1944): Theory of Games and economic behavior. Editorial Princeton University Press, Estados Unidos.

Coll, F. (2020).Juegos Cooperativos. Economipedia. Recuperado el 16 de Marzo de 2022, de

https://economipedia.com/definiciones/juegos-cooperativos.html.