



UNIVERSIDAD de VALLADOLID



ESCUELA de INGENIERÍAS INDUSTRIALES

**INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL, ESPECIALIDAD EN MECÁNICA**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

# **ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL CONTROL DE CALIDAD EN LAS EMPRESAS**

**Autor:**

**Galicia Andrés, Eduardo**

**Tutor:**

**García Terán, José María**

**Dpto: Construcciones  
Arquitectónicas, IT, MMC y TE**

**SEPTIEMBRE – 2013**



# INTRODUCCIÓN AL MUESTREO DE ACEPTACIÓN Y AL CONTROL DE PROCESOS

- **Conceptos previos**

La aplicación de la estadística en la verificación del cumplimiento de determinadas exigencias de calidad en la industria está basada en el estudio y evaluación de la variabilidad, materia objeto de la Estadística.

En el presente proyecto de fin de carrera en el que se van a aplicar 2 herramientas muy útiles para un amplio sector empresarial, como son el muestreo de aceptación y el control del proceso de fabricación, se exponen, de forma previa, algunos conceptos teóricos en materia estadística necesarios para fundamentar y desarrollar aquellas así como los posteriores informes de la empresa analizada.

Los 3 primeros capítulos contienen algunos conceptos básicos como son los sucesos, las medidas de tendencia central como la media y las medidas de dispersión como el recorrido, la varianza y la desviación típica. También aparece recogido el concepto de probabilidad y algunas de sus propiedades, junto con las variables aleatorias y sus medidas características.

En el cuarto capítulo se incluyen algunos de los modelos de probabilidad discretos y continuos, de los cuales en nuestro informe de muestreo de aceptación emplearemos el modelo binomial, cuya ley de probabilidad viene expresada mediante:

$$P(x_i) = \binom{n_i}{x_i} p^{x_i} q^{n_i - x_i} = \frac{n_i!}{x_i!(n_i - x_i)!} p^{x_i} q^{n_i - x_i}$$

La inferencia estadística, aunque solo la estimación puntual, es objeto de desarrollo en el capítulo 5. En cuanto a la estimación por intervalos de confianza se han incluido algunos casos en el Anexo C. Todo ello nos permite estimar la media, la varianza y la desviación estándar poblacional, es decir, del lote completo para una muestra o como en nuestro caso para varias:

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad \hat{\sigma}^2 = \bar{S}^2 \quad \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{a_n} \quad (\text{Con un } a_n \text{ que obtenemos de la tabla 1E})$$

- **El concepto de Muestreo de aceptación objeto del capítulo 6** se fundamenta en que un adecuado control de calidad debe incluir la inspección de los lotes de productos a la entrada del proceso para asegurar que cumplen las especificaciones con un grado de confianza determinado. Esta inspección es el procedimiento utilizado para tomar la decisión de aceptar o rechazar los lotes.

## **Tipos de inspecciones**

*Cero inspecciones:* Consiste en aceptar el lote sin realizar ninguna inspección.

*Inspección al 100%:* Se basa en revisar todos los elementos del lote.

*Muestreo de aceptación:* Consiste en la inspección de parte del lote (muestras).

## **Ventajas e inconvenientes del muestreo de aceptación**

El muestreo de aceptación tiene las siguientes ventajas respecto a la inspección al 100%:

1. Tiene un menor impacto económico al inspeccionar menos elementos.
2. La decisión de aceptar el lote no se realiza pieza a pieza, sino que afecta al lote en su totalidad.

3. Es útil para la aplicación de pruebas destructivas en la inspección.

Las desventajas son las siguientes:

1. Existe la posibilidad de aceptar lotes que posean excesivos elementos no conformes (*error de tipo II*) al no aparecer en la muestra o rechazar lotes que en su conjunto tienen pocos elementos no conformes (*error de tipo I*) por no ser la muestra suficientemente representativa del lote.
2. Se requieren más conocimientos técnicos para desarrollar el muestreo.

### Tipos de planes de muestreo

Según el tipo de parámetro que se utilice, los planes de muestreo se clasifican en:

- Estudio por variables
- Estudio por atributos: Simples, dobles o múltiples

Las declaraciones a utilizar respecto del lote son las siguientes:

Muestreo simple:

Muestreo doble o múltiple:

$$\begin{cases} H_0 : c_i \geq x_i & \rightarrow \text{aceptar el lote} \\ H_1 : r_i < x_i & \rightarrow \text{rechazar el lote} \end{cases} \quad \begin{cases} H_0 : c_i \geq \sum x_i & \rightarrow \text{aceptar el lote} \\ H_1 : r_i < \sum x_i & \rightarrow \text{rechazar el lote} \\ H_2 : c_i < \sum x_i < r_i & \rightarrow \text{tomar una nueva muestra} \end{cases}$$

en la que:

$c_i$  - Número máximo de elementos no conformes de la muestra  $i$  para aceptar el lote.

$r_i$  - Número mínimo de elementos no conformes de la muestra  $i$  para rechazar el lote.

$x_i, \sum x_i$  - Número de elementos no conformes existentes en las muestras, correspondiente al estimador de la característica de la prueba.

### Curva característica de operación (CCO)

La curva característica de operación (CCO), también llamada de aceptación, es la gráfica que representa la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) en función de la probabilidad de no conformidad ( $p$ ) o porcentaje de no conformidad ( $100 \cdot p$ ) de las piezas.

### Características determinantes de los planes de muestreo

Para seleccionar el plan de muestreo más adecuado pueden tenerse en cuenta, en relación con la probabilidad de aceptación  $P_a$  de lotes de diferentes fracciones defectuosas  $p$ , las siguientes características:

1. El riesgo del consumidor,  $\beta$ .
2. El riesgo del productor,  $\alpha$ .
3. El nivel de calidad aceptable, *NCA*.
4. El nivel de calidad límite, *NCL*.
5. El porcentaje de indiferencia,  $p_0$ .

### Calidad Media de Salida (CMS)

La Calidad Media de Salida (CMS) o *Average Outgoing Quality (AOQ)* indica la probabilidad de no conformidad media de los elementos ( $p'$ ) de un conjunto de lotes homogéneos que se obtiene después de aplicar el proceso de inspección al 100% con

reposición de elementos no conformes a los lotes que no superan la inspección. Es en definitiva, la calidad que recibe realmente el consumidor.

## Normas

En nuestros informes de empresa sólo se han empleado las normas MIL-STD-105D, pero en la memoria del proyecto se han incluido la Dodge Romig para el muestreo por atributos y la MIL-STD-414 para el muestreo por variables.

- **El Control de procesos objeto del capítulo 7** está basado en el control visual a través de gráficas que permiten ajustar y controlar la exactitud y precisión de un procedimiento. Se utilizan de manera generalizada en la industria como técnica para la vigilancia de los procesos de producción a fin de identificar y prevenir de forma prematura la aparición de variaciones.

## Tipos de gráficas

En el análisis para el control por **variables** se van a utilizar dos gráficas distintas, una denominada  $X$  asociada a la exactitud, y otra denominada  $S$  o  $R$  asociada a precisión, lo que da nombre a las gráficas ( $X-S$  o  $X-R$ ).


El control por **atributos**, puede realizarse bajo cuatro modalidades, que se diferencian fundamentalmente en la forma de registrar los defectos:

- Por fracción defectuosa:** Se registra la proporción  $p_i$  (o el porcentaje,  $100p_i$ ) de productos defectuosos sobre el total de unidades de cada muestra.
- Por número de productos defectuosos:** Se anota el número de productos defectuosos  $d_i = n \cdot p_i$  hallados en cada muestra.
- Por número de defectos:** Se registra el número total de defectos  $D_i$  encontrados en cada muestra.
- Por puntos de demérito:** Asignando una puntuación  $W_j$  a cada clase de defecto  $j$ , se calculan los puntos totales  $Q_i$  de demérito de los defectos  $D_{ij}$  encontrados en cada muestra  $i$ :  $Q_i = \sum W_j \cdot D_{ij}$ . Esta modalidad corresponde al control por puntos de demérito en cada muestra. También puede hacerse el control por puntos de demérito por unidad en cada muestra  $i$ :  $q_i = Q_i / n_i$ .

## Especificaciones

Son los límites fijados por el cliente, fabricante o norma, a partir de los cuales se decide si la producción es o no válida. Han de ser cumplidos de forma obligatoria.

La línea central ( $LE$ ) y los límites especificados superior e inferior ( $LES, LEI$ ) se obtienen del valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ) y de su tolerancia ( $t_1, t_2$ ), de forma que son fijados directamente, sin ningún tipo de planteamiento estadístico:



$$M^{+t_1}_{+t_2} = \begin{cases} M_{\max} = M + t_2 \\ M_{\min} = M + t_1 \end{cases} \quad \text{con } t_1 > t_2$$

## Análisis de la capacidad de un sistema

Mediante el control estadístico de una característica se asegura que la variabilidad de su exactitud y precisión siguen un comportamiento normal debido a causas no asignables, dentro de los límites de admisibilidad ( $6\sigma$ ).

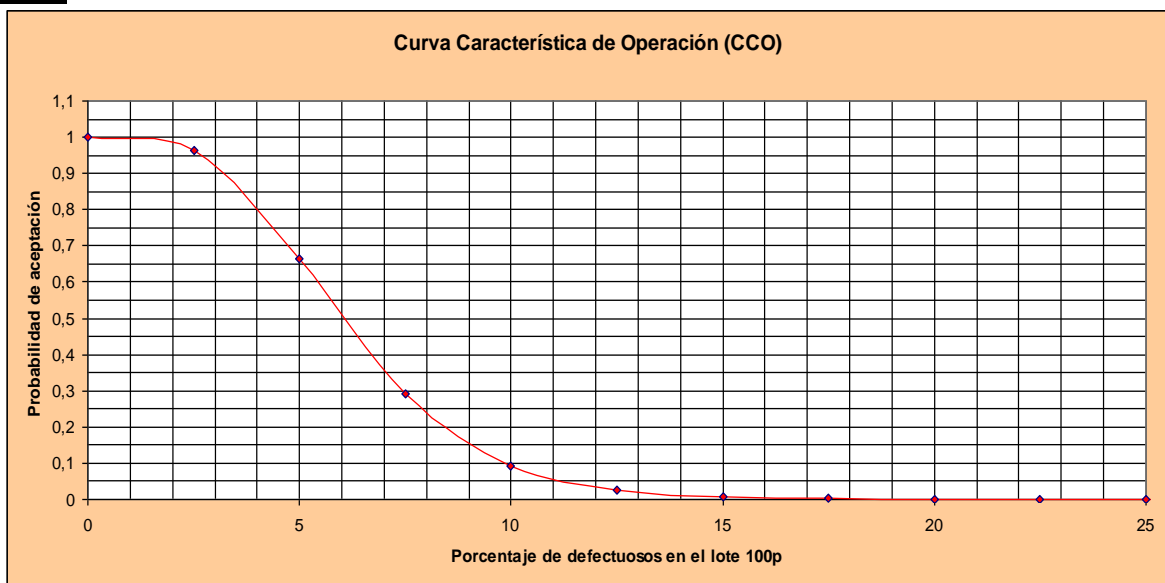
## Muestreo de aceptación de los rodamientos

Se ha solicitado a nuestro proveedor que nos suministre los rodamientos para la fabricación de nuestros motores eléctricos y se van a revisar lotes de 3.000 unidades cada uno. Para comprobar la calidad de dichos lotes y ver si se aceptan, se ha establecido un plan de muestreo triple, que se realizará en 3 ocasiones. Para ello empleamos la norma MIL-STD-105D y se establece un nivel de inspección general II, un NCA = 2,5% y un NCL = 10%.

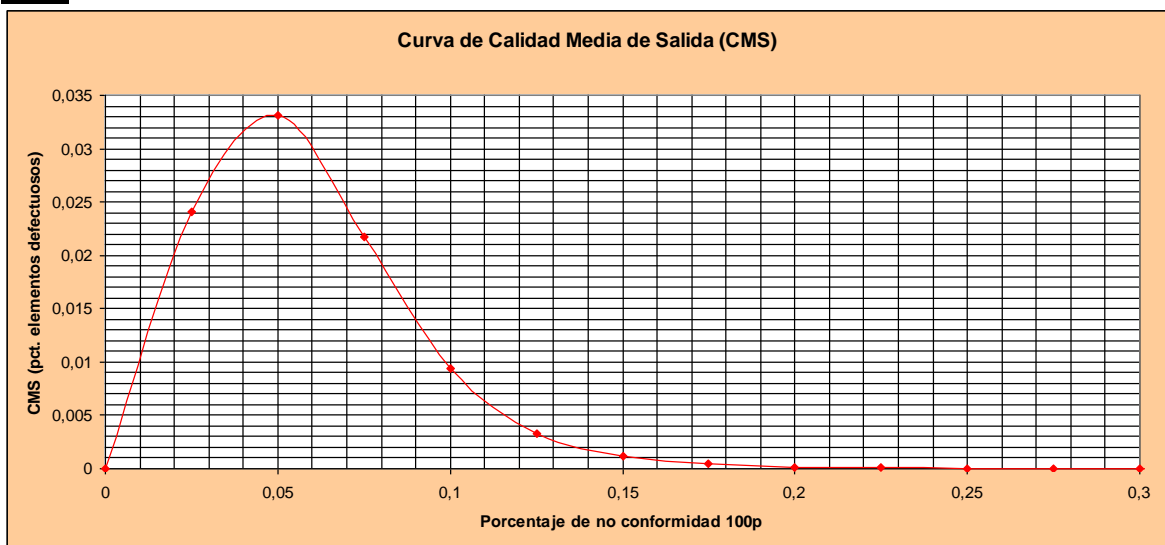
|                  |                              |                             |                             |
|------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <b>Muestra 1</b> | <b><math>n_1 = 32</math></b> | <b><math>c_1 = 0</math></b> | <b><math>r_1 = 4</math></b> |
| <b>Muestra 2</b> | <b><math>n_2 = 32</math></b> | <b><math>c_2 = 1</math></b> | <b><math>r_2 = 6</math></b> |
| <b>Muestra 3</b> | <b><math>n_3 = 32</math></b> | <b><math>c_3 = 5</math></b> | <b><math>r_3 = 6</math></b> |

### Curva Caract. de Operación (CCO) y Curva de Calidad Media de Salida (CMS)

#### CCO



#### CMS

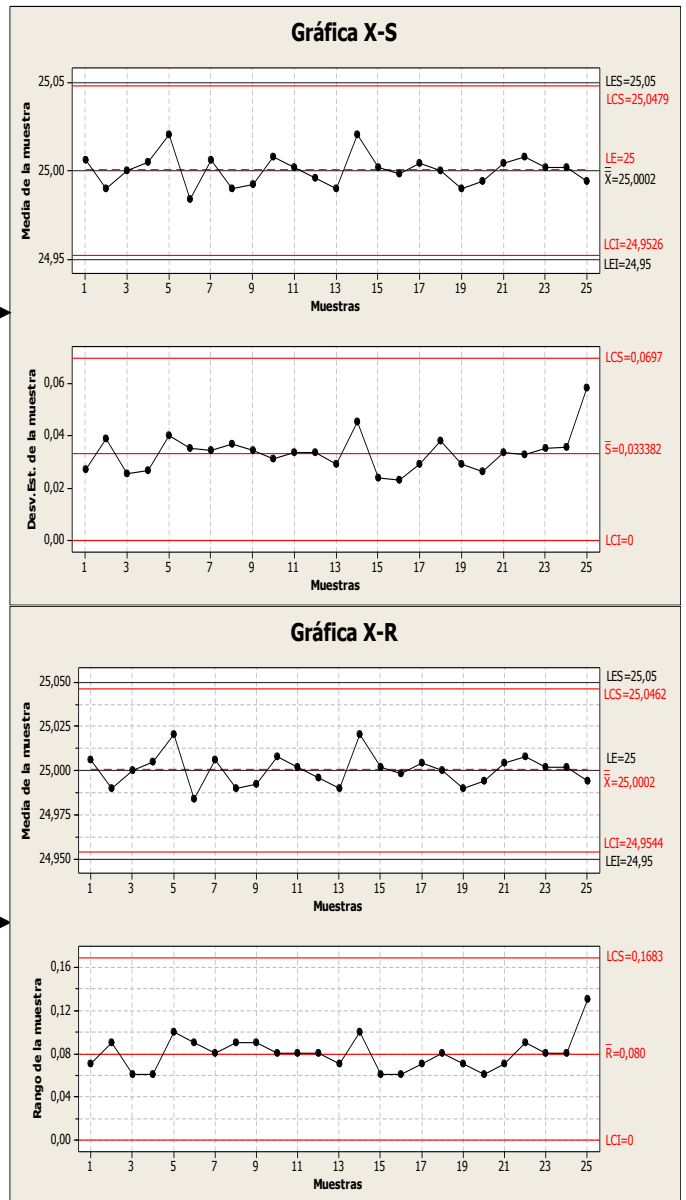
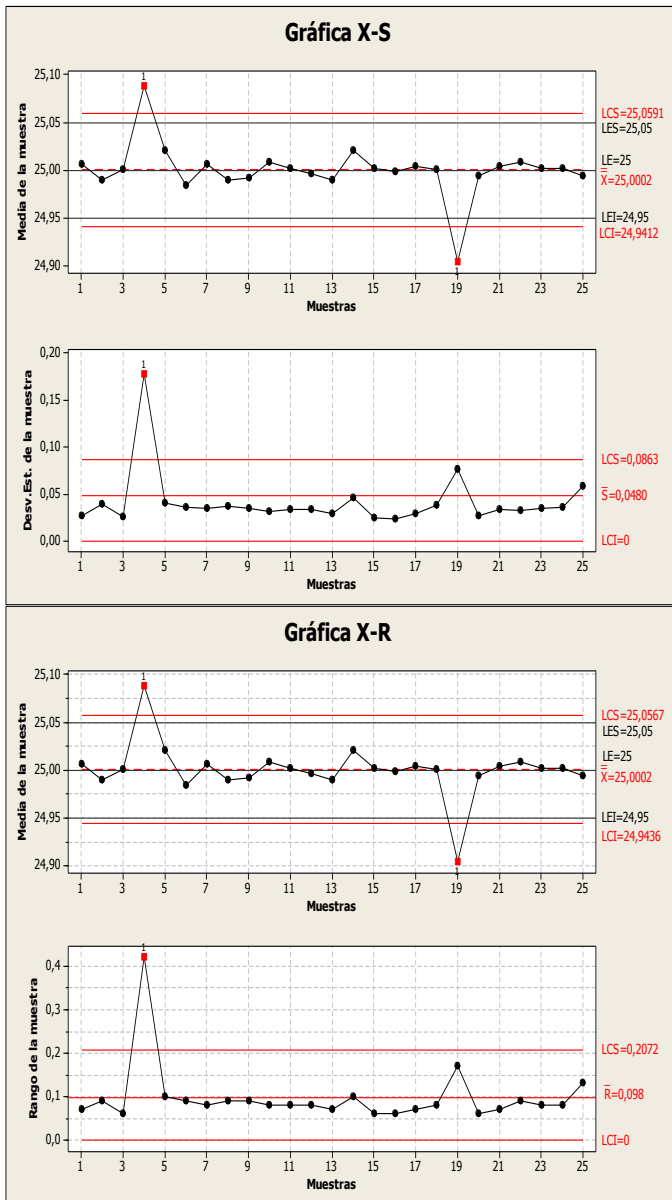


## Control del proceso de los rodamientos

Con el paso del tiempo se ha decidido invertir en maquinaria para poder fabricar nosotros mismos las distintas piezas para la fabricación de los motores eléctricos, entre las que se encuentran los rodamientos, y así no depender de otros. Con lo que ahora vamos a realizar un control del proceso de los rodamientos antes de montarlos en los motores eléctricos. Para ello vamos a tomar 5 muestras diarias de 5 rodamientos cada una, de lunes a viernes. Estos datos serán tabulados y representados gráficamente en los diagramas de control de procesos. Después realizaremos un análisis de dicho proceso, comprobando las distintas anomalías en él y sus posibles soluciones en caso de necesitarlas.

**LC-LCS-LCI** ■

**LE-LES-LEI** ■



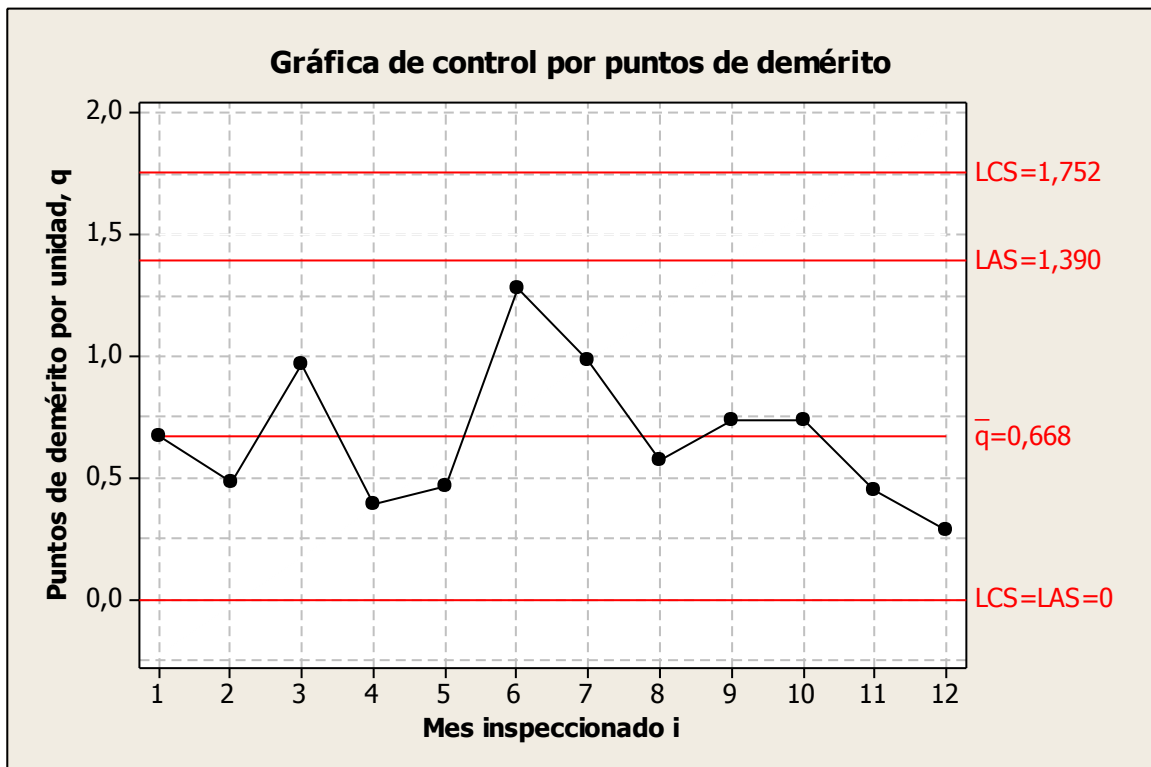
## Control del proceso de fabricación de los motores eléctricos

El informe de control del proceso de fabricación de motores eléctricos se ha hecho recopilando los datos de los 4 trimestres del año 2012.

Para ello se ha elaborado un control de calidad por puntos de demérito, según el cual podemos catalogar en 4 tipos los distintos defectos que se pueden presentar.

Este tipo de control ha sido documentado por Dodge y Torrey, que los clasifican en función de su gravedad y les dan un peso de  $W_a=100$ ,  $W_b=50$ ,  $W_c=10$  y  $W_d=1$  puntos de demérito según la gravedad del defecto.

Se han tomado 10 muestras diarias, de lunes a viernes, durante todo el año 2012, de tal forma que no todos los meses se han obtenido la misma cantidad de muestras.







UNIVERSIDAD de VALLADOLID



ESCUELA de INGENIERÍAS INDUSTRIALES

**INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL, ESPECIALIDAD EN MECÁNICA**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

# **ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL CONTROL DE CALIDAD EN LAS EMPRESAS**

**Autor:**

**Galicia Andrés, Eduardo**

**Tutor:**

**García Terán, José María**

**Dpto: Construcciones  
Arquitectónicas, IT, MMC y TE**

**SEPTIEMBRE – 2013**



## Introducción al proyecto

### 1. Antecedentes

El presente proyecto fin de carrera ha sido desarrollado para la titulación de Ingeniería Técnica de la especialidad de Mecánica por el alumno Eduardo Galicia Andrés.

### 2. Enunciado del Proyecto

Desarrollo de los conceptos de análisis estadístico del control de calidad en las empresas y aplicación práctica.

### 3. Objetivos del Proyecto

El objetivo de este proyecto es realizar un estudio de los procesos de calidad utilizados en las empresas, tanto en la recepción como en el proceso de fabricación de los elementos que se desean observar y decidir lo más conveniente para estos.

### 4. Justificación del Proyecto

El motivo que nos lleva a realizar este proyecto es el de poder introducir los conceptos y los pasos a seguir para la realización de unos informes que nos permitan tomar decisiones en la recepción de los elementos mediante muestreos y evitar así aceptar lotes que no se han inspeccionado (*cero inspecciones*) o las inspecciones del lote completo (*inspección al 100%*). También se pretende mostrar algunos tipos de control del proceso de calidad en la fabricación y de las posibles soluciones que se pueden plantear frente a los diversos fallos que ocurran durante el proceso.

### 5. Descripción del Proyecto

En el presente proyecto fin de carrera, se va a hacer un análisis estadístico a los procesos de calidad en las empresas con aplicación a un caso concreto.

Inicialmente se introducirán los conceptos que luego utilizaremos para desarrollar los procesos de muestreo de aceptación y de fabricación.

- **Capítulos 1, 2 y 3**

Se comenzará con unos conceptos básicos de estadística y de probabilidad y a continuación los de variable estadística, entre los cuales aparecen la media, varianza, desviación típica que serán empleados constantemente junto con la esperanza, que emplearemos en el capítulo de la inferencia estadística.

- **Capítulo 4**

Se enumerarán los distintos modelos de probabilidad, tanto para variables continuas como discretas.



- **Capítulo 5**

El tema de la inferencia estadística permitirá, entre otras cosas, determinar la media, varianza y desviación típica poblacional a partir de los valores correspondientes a una o varias muestras. Esto nos ayudará a obtener los parámetros característicos correspondientes a un lote de piezas.

- **Capítulos 6 y 7**

Una vez introducidos dichos conceptos, se analizarán las distintas características de los planes de muestreo de aceptación y de control de procesos, con sus tipos y algunas de las normas que se pueden emplear para desarrollar los informes. Se mostrará como representar gráficamente las distintas cualidades de nuestro plan y a partir de ellas, tomar decisiones.

- **Capítulo final**

A partir de aquí se desarrollarán los informes de nuestra empresa entre los que vamos a encontrar un muestreo de aceptación de rodamientos y 2 controles de procesos, uno para los rodamientos, que como se dirá en el informe los fabricaremos nosotros con el paso del tiempo, y otro para la fabricación de motores eléctricos.

Por último se indicarán las conclusiones obtenidas en el desarrollo del proyecto, el presupuesto y la bibliografía empleada en su desarrollo.

- **Anexos**

También se adjuntarán en el Anexo, tablas utilizadas en el desarrollo de este proyecto.

## ÍNDICE

|   |    |
|---|----|
| Capítulo 1 - Estadística Descriptiva.....                                       | 13 |
| 1. - Introducción.....  | 13 |
| 1.1. - Experimento estadístico ( $\mathcal{E}$ ) .....                          | 13 |
| 1.2. - Universo, espacio de muestreo o población ( $U$ ).....                   | 13 |
| 1.3. - Suceso o evento ( $A$ ) de un experimento $\mathcal{E}$ .....            | 13 |
| 1.3.1. - Elementos de un suceso ( $x_i$ ).....                                  | 13 |
| 1.3.1.1. - Tipos de sucesos.....  | 13 |
| 1.3.1.2. - Operaciones con sucesos .....  | 14 |
| 2. - Variables estadísticas .....   | 15 |
| 2.1. - Tipos de variables .....   | 15 |
| 3. - Medidas de tendencia central en muestras .....                             | 16 |
| 3.1. – Media muestral.....  | 16 |
| 3.1.1. – Media muestral de valores agrupados .....                              | 17 |
| 3.2. – Mediana .....  | 17 |
| 4. – Medidas de dispersión en muestras.....                                     | 17 |
| 4.1. – Rango o recorrido.....   | 17 |
| 4.2. - Varianza muestral .....  | 17 |
| 4.3. – Desviación típica .....  | 18 |
| 4.4. - Varianza muestral de valores agrupados.....                              | 18 |
| 5. - Estadístico muestral .....   | 19 |
| 5.1. - Estadísticos de la media muestral .....                                  | 19 |
| Capítulo 2 - Probabilidad .....   | 23 |
| 1. - Introducción.....  | 23 |
| 2. - Propiedades de la probabilidad.....  | 23 |
| Capítulo 3 - Variables aleatorias.....  | 24 |
| 1. - Introducción.....  | 24 |
| 2. - Variables aleatorias discretas .....                                       | 24 |
| 3. - Variables aleatorias continuas .....                                       | 25 |
| 4. - Medidas características de una variable aleatoria.....                     | 25 |
| 4.1. - Media ( .....  | 26 |
| 4.2. - Varianza ( $\sigma^2$ ) y desviación estándar o típica ( $\sigma$ )..... | 26 |
| 4.3. - Esperanza ( $E$ ) y varianza ( $V$ ).....                                | 26 |
| 4.3.1. - Propiedades de la esperanza. ....                                      | 27 |



|   |    |
|---|----|
| Capítulo 4 - Modelos de Probabilidad .....  | 29 |
| 1. - Introducción.....  | 29 |
| 2. – Modelos discretos .....  | 29 |
| 2.1. - Distribuciones definidas sobre un experimento de Bernouilli .....          | 29 |
| 2.1.1. - Bernouilli ( $Be(p)$ ).....  | 29 |
| 2.1.2. - Binomial. ( $B(n,p)$ ).....  | 30 |
| 2.2. - Hipergeométrica ( $H(N,n,D)$ ) .....                                       | 30 |
| 2.2.1. - Aproximación de la función binomial a la hipergeométrica .....           | 31 |
| 2.2. – Otros .....  | 31 |
| 3. – Modelos continuos .....  | 32 |
| 3.1. - Normal ( $N(\mu, \sigma^2)$ ) .....  | 32 |
| 3.1.1. - Normal estándar ( $N(\mu=0, \sigma^2=1)$ ) (Tabla 1B) .....              | 33 |
| 3.1.2. - Teorema central del límite.....  | 34 |
| 3.2. – Otros .....  | 34 |
| Capítulo 5 - Inferencia estadística .....   | 35 |
| 1. - Estimación de parámetros .....   | 35 |
| 2. - Estimación por puntos.....   | 35 |
| 2.1. - Insesgado .....  | 35 |
| 2.1.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con una muestra.....         | 35 |
| 2.1.2. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras.....     | 36 |
| 2.1.3. - Estimador insesgado de la varianza poblacional con una muestra .....     | 37 |
| 2.1.4. - Estimador insesgado de la varianza poblacional con varias muestras ..... | 39 |
| 2.1.5. - Estimador insesgado de la desviación estándar con una muestra. ....      | 39 |
| 2.1.6. - Estimador insesgado de la desviación estándar con varias muestras.....   | 40 |
| 2.2.- Consistencia.....   | 41 |
| 2.3.- Eficiencia.....   | 41 |
| 2.4.- Suficiencia .....   | 42 |
| 3.- Estimación por intervalos de confianza .....                                  | 42 |
| Capítulo 6 - Muestreo de aceptación .....   | 43 |
| 1. - Introducción.....  | 43 |
| 1.1. - Definiciones.....  | 43 |
| 1.2. - Tipos de inspecciones .....  | 44 |
| 2. - Proceso para el muestreo de aceptación.....                                  | 45 |



|   |    |
|---|----|
| 2.1. - Ventajas e inconvenientes del muestreo de aceptación .....                         | 46 |
| 2.2. - Formación de lotes y selección de muestras .....                                   | 47 |
| 2.3. - Selección de la muestra.....   | 47 |
| 2.3.1. - El proceso de medición .....   | 47 |
| 3. - Tipos de planes de muestreo .....  | 50 |
| 3.1. - Planes de muestreo por atributos .....   | 50 |
| 3.1.1. - Plan de muestreo de aceptación simple.....                                       | 51 |
| 3.1.2. - Plan de muestreo de aceptación doble .....                                       | 52 |
| 3.1.3. - Plan de muestreo de aceptación múltiple .....                                    | 55 |
| 3.1.4. - Aspectos estadísticos.....   | 59 |
| 3.1.5. - Funciones estadísticas de distribución .....                                     | 59 |
| 3.1.6. - Influencia del tamaño de la muestra .....  | 60 |
| 3.1.6.1. - Lotes de tamaño grande.....  | 60 |
| 3.1.6.2. - Lotes de tamaño pequeño .....  | 60 |
| 3.1.7. - Curva característica de operación ( <i>CCO</i> ).....                            | 60 |
| 3.1.7.1. - Plan de muestreo ideal.....  | 62 |
| 3.1.7.2. - Propiedades de las curvas características de operación .....                   | 62 |
| 3.1.7.2.1. - Obtención de la <i>CCO</i> en el muestreo de aceptación simple .....         | 65 |
| 3.1.7.2.2. - Obtención de la <i>CCO</i> en el muestreo de aceptación doble.....           | 66 |
| 3.1.7.2.3. - Obtención de la <i>CCO</i> en el muestreo de aceptación múltiple .....       | 67 |
| 3.1.8. - Índices de calidad para los planes de muestreo de aceptación .....               | 68 |
| 3.1.8.1. - Características determinantes de los planes de muestreo .....                  | 69 |
| 3.1.8.1.1. - Riesgo del consumidor, $\beta$ .....   | 69 |
| 3.1.8.1.2. - Riesgo del productor, $\alpha$ .....   | 71 |
| 3.1.8.1.3. - Nivel de Calidad Aceptable ( <i>NCA</i> ) .....                              | 72 |
| 3.1.8.1.4. - Nivel de calidad límite ( <i>NCL</i> ) .....                                 | 74 |
| 3.1.8.1.5. - Porcentaje de indiferencia, $p_0$ .....                                      | 76 |
| 3.1.8.1.6. - Planes de muestreo para riesgos de productor y consumidor establecidos ..... | 76 |
| 3.1.8.1.7. - Resolución por aproximación a la función normal .....                        | 77 |
| 3.1.8.1.8. - Resolución por relación de probabilidades de no conformidad.....             | 81 |
| 3.1.9. - Calidad Media de Salida ( <i>CMS</i> ) .....                                     | 82 |
| 3.1.9.1. - Limite de Calidad Media de Salida ( <i>LCMS</i> ) .....                        | 83 |
| 3.1.10. - Tamaño de Muestra Medio ( <i>TMM</i> ).....                                     | 84 |
| 3.1.10.1. - Muestreo simple.....  | 84 |
| 3.1.10.2. - Muestreo doble.....   | 85 |
| 3.1.10.3. - Muestreo múltiple .....   | 86 |
| 3.1.11. - Inspección Total Media ( <i>ITM</i> ).....                                      | 88 |
| 3.1.11.1. - Muestreo simple.....  | 88 |



|   |     |
|---|-----|
| 3.1.11.2. - Muestreo doble.....   | 88  |
| 3.1.11.3. - Muestreo múltiple .....   | 88  |
| 3.1.12. - Sistemas para el método de muestreo de inspección .....                         | 88  |
| 3.1.12.1. - Tablas de muestreo de recepción por atributos.....                            | 88  |
| 3.1.12.1.1. - Tablas DODGE-ROMIG .....  | 89  |
| 3.1.12.1.2. - MIL-STD-105D y ANSI/ASQC Z1.4 .....   | 91  |
| 3.2. - Control de calidad de recepción por variables.....                                 | 93  |
| 3.2.1. - MIL-STD-414.....   | 94  |
| <br>  |     |
| Capítulo 7 - Control estadístico de procesos .....  | 98  |
| <br>  |     |
| 1. - Introducción.....  | 98  |
| 1.1. - Modo, tamaño y frecuencia en la toma de muestras .....                             | 99  |
| 1.2. - Análisis del proceso .....   | 100 |
| 1.3. - Ajuste del proceso.....  | 102 |
| 1.4. - Control estadístico del proceso.....   | 104 |
| 2. - Control por atributos de procesos de fabricación.....                                | 113 |
| 2.1. - Diagramas de control por atributos .....   | 114 |
| 2.1.2. - Control por número de piezas defectuosas .....                                   | 119 |
| 2.1.3. - Control por número de defectos .....   | 120 |
| 2.1.4. - Control por puntos de demérito .....   | 122 |
| 3. - Control por variables de procesos de fabricación .....                               | 127 |
| 3.1. - Toma de muestras .....   | 128 |
| 3.2. - Diagramas de control por variables simplificados .....                             | 130 |
| 3.2.1. - Gráficas X-S.....  | 130 |
| 3.2.1.1. - Conocidos la media y desviación estándar poblacional ( $\mu, \sigma$ ).....    | 130 |
| 3.2.1.2. - Estimadas la media y desviación estándar poblacional a partir de muestras..... | 132 |
| 3.2.2. - Gráficas X-R .....   | 134 |
| 3.2.2.1. - Conocidos la media y desviación estándar poblacional ( $\mu, \sigma$ ).....    | 134 |
| 3.2.2.2. - Estimadas la media y desviación estándar poblacional a partir de muestras..... | 137 |
| 3.3. - Diagramas de control para datos individuales .....                                 | 139 |
| 4. - Especificaciones. ....   | 141 |
| 4.1. - Análisis de la capacidad de un sistema. ....                                       | 141 |
| 4.2. - Capacidad e índice de capacidad del proceso. ....                                  | 144 |
| <br>  |     |
| MUESTREO DE ACEPTACIÓN DE RODAMIENTOS .....   | 149 |
| <br>  |     |
| Lote 1 - Plan de muestreo.....  | 150 |



|   |            |
|---|------------|
| 1.1. - Curva característica de Operación (CCO) y Curva de Calidad Media de Salida (CMS) 151             |            |
| 1.1.1. - CCO.....   | 151        |
| 1.1.2. - CMS.....   | 155        |
| 1.2. - Primer muestreo.....   | 157        |
| 1.2.1. - Muestra 1 .....  | 157        |
| 1.2.2. - Muestra 2 .....  | 158        |
| 1.2.3. - Muestra 3 .....  | 159        |
| 1.3. - Segundo muestreo.....  | 160        |
| 1.3.1. - Muestra 1 .....  | 160        |
| 1.4. - Tercer muestreo .....  | 161        |
| 1.4.1. - Muestra 1 .....  | 161        |
| 1.4.2. - Muestra 2 .....  | 162        |
| 1.5. - Estimación de la Media y la Desviación estándar poblacional .....                                | 163        |
| 1.5.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras y muestreos .....              | 163        |
| 1.5.2. - Estimador insesgado de la desviación estándar poblacional con varias muestras y muestreos..... | 163        |
| Lote 2 - Plan de muestreo.....  | 165        |
| 2.1. - Primer muestreo.....   | 166        |
| 2.1.1. - Muestra 1 .....  | 166        |
| 2.1.2. - Muestra 2 .....  | 167        |
| 2.1.3. - Muestra 3 .....  | 168        |
| 2.2. - Segundo muestreo.....  | 169        |
| 2.2.1. - Muestra 1 .....  | 169        |
| 2.2.2. - Muestra 2 .....  | 170        |
| 2.2.3. - Muestra 3 .....  | 171        |
| 2.3. - Tercer muestreo .....  | 172        |
| 2.3.1. - Muestra 1 .....  | 172        |
| 2.3.2. - Muestra 2 .....  | 173        |
| 2.4. - Estimación de la Media y la Desviación estándar poblacional .....                                | 174        |
| 2.4.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras y muestreos .....              | 174        |
| 2.4.2. - Estimador insesgado de la desviación estándar poblacional con varias muestras y muestreos..... | 174        |
| <b>CONTROL DEL PROCESO DE LOS RODAMIENTOS .....</b>   | <b>176</b> |
| 1. - Introducción.....  | 177        |
| 2. - Control del proceso .....  | 177        |
| 3. - Gráficos de control.....   | 178        |





|   |     |
|---|-----|
| 3.1. - Gráfico <i>X-S</i> .....                               | 179 |
| 3.1.1. - Gráfico <i>X</i> (exactitud).....                    | 179 |
| 3.1.2. - Gráfico <i>S</i> (precisión).....                    | 180 |
| 3.2. - Gráfico <i>X-R</i> .....                               | 182 |
| 3.2.1. - Gráfico <i>X</i> (exactitud).....                    | 182 |
| 3.2.2. - Gráfico <i>R</i> (precisión).....                    | 183 |
| 3.3. - Análisis de los datos.....                             | 185 |
| 3.4. - Gráfico <i>X-S</i> .....                               | 187 |
| 3.4.1. - Gráfico <i>X</i> (exactitud).....                    | 187 |
| 3.4.2. - Gráfico <i>S</i> (precisión).....                    | 188 |
| 3.5. - Gráfico <i>X-R</i> .....                               | 190 |
| 3.5.1. - Gráfico <i>X</i> (exactitud).....                    | 190 |
| 3.5.2. - Gráfico <i>R</i> (precisión).....                    | 191 |
| 4. - Análisis de la capacidad del sistema.....                | 193 |
| 4.1. - Capacidad e índice de capacidad del proceso.....       | 193 |
| <br>  |     |
| CONTROL DEL PROCESO DE FABRICACIÓN DE MOTORES ELÉCTRICOS..... | 196 |
| <br>  |     |
| 1. - Control de calidad del proceso.....                      | 197 |
| 1.1. - Recopilación de datos y cálculo de los parámetros..... | 200 |
| 1.2. - Gráfica de control por puntos de demérito.....         | 201 |
| <br>  |     |
| CONCLUSIONES.....   | 202 |
| <br>  |     |
| PRESUPUESTO DEL PROYECTO.....                                 | 204 |
| <br>  |     |
| ANEXOS.....   | 207 |
| <br>  |     |
| Anexo A.....  | 208 |
| Modelos de distribución discretos.....                        | 208 |
| TABLA 1A - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.....              | 209 |
| TABLA 2A - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA.....       | 225 |
| Anexo B.....  | 241 |
| Modelos de distribución continuos.....                        | 241 |
| TABLA 1B - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL.....                | 242 |
| Anexo C.....  | 243 |
| Intervalos de confianza.....                                  | 243 |
| Anexo D.....  | 246 |
| Muestreo de aceptación.....                                   | 246 |



|   |     |
|---|-----|
| TABLA 1D NCA ( $n \cdot p_{NCA}$ ).....   | 247 |
| TABLA 2D NCL ( $n \cdot p_{NCL}$ ).....   | 248 |
| TABLA 3D1 – MUESTREO SIMPLE, DODGE-ROMIG .....  | 249 |
| TABLA 3D2 – MUESTREO SIMPLE, DODGE-ROMIG (CONTINUACIÓN) .....                         | 250 |
| TABLA 4D1 – MUESTREO DOBLE, DODGE-ROMIG .....   | 251 |
| TABLA 4D2 – MUESTREO DOBLE, DODGE-ROMIG (CONTINUACIÓN) .....                          | 252 |
| MIL-STD-105D.....   | 253 |
| TABLA 5D - CÓDIGOS DE TAMAÑO DE LA MUESTRA .....                                      | 254 |
| TABLA 6D – VALORES DEL NIVEL DE CALIDAD ACEPTABLE (NCA) .....                         | 255 |
| TABLA 7D - PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN NORMAL ....                     | 256 |
| TABLA 8D – PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN RIGUROSA.....                   | 257 |
| TABLA 9D – PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN REDUCIDA .....                  | 258 |
| TABLA 10D - PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN NORMAL ....                      | 259 |
| TABLA 11D– PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA... ..                    | 260 |
| TABLA 12D – PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA .                       | 261 |
| TABLA 13D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL.....                   | 262 |
| TABLA 14D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL (CONTINUACIÓN).....    | 263 |
| TABLA 15D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL (FINAL).....           | 264 |
| TABLA 16D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA.....                 | 265 |
| TABLA 17D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA (CONTINUACIÓN).....  | 266 |
| TABLA 18D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA (FINAL).....         | 267 |
| TABLA 19D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA .....                | 268 |
| TABLA 20D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA (CONTINUACIÓN) ..... | 269 |
| TABLA 21D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA (FINAL).....         | 270 |
| TABLA 22D - MIL-STD-414 (Tablas A-1 y A-2) .....                                      | 271 |
| TABLA 23D - MIL-STD-414 (Tabla B-1).....  | 272 |
| TABLA 24D - MIL-STD-414 (Tabla B-2) .....   | 273 |
| TABLA 25D - MIL-STD-414 (Tabla B-8) .....   | 274 |
| Anexo E.....  | 275 |



Control estadístico de procesos ..... 275  
TABLA 1E – PARÁMETROS PARA EL CONTROL ESTADISTICO DE PROCESOS . 276



## Análisis estadístico del control de calidad en las empresas





# Capítulo 1 - Estadística Descriptiva

## 1. - Introducción

En este primer capítulo se van a desarrollar algunos conceptos que posteriormente se utilizarán con mucha frecuencia en el control de calidad, como pueden ser los sucesos para el tema del muestreo de aceptación o también las medidas de tendencia central que nos servirán además para el control del proceso de fabricación y por supuesto el tipo de variable, que se emplearán en ambos capítulos. Algunos de los conceptos aquí definidos nos sirven para introducir otros más adelante, como es el caso de los estadísticos para el capítulo de la inferencia estadística. Como primer concepto tenemos que la Estadística Descriptiva es la rama de la Estadística dedicada a la recogida, recopilación y reducción de unos datos a unas pocas medidas descriptivas y gráficos, permitiendo conocer las características existentes en la población o conjunto de datos.

### 1.1. - Experimento estadístico ( $\mathcal{E}$ )

Es un proceso cuyo resultado está sujeto a incertidumbre, y que cumple con las siguientes condiciones:

- 1- No se conoce el resultado particular que va a ocurrir en cada caso, pero sí el conjunto de todos los posibles resultados.
- 2- Puede repetirse con las mismas condiciones.
- 3- Los resultados obtenidos son aleatorios.

### 1.2. - Universo, espacio de muestreo o población ( $U$ )

Es cualquier conjunto de datos, objetivo de nuestro interés que caracterizan el fenómeno.

### 1.3. - Suceso o evento ( $A$ ) de un experimento $\mathcal{E}$

Es un subconjunto del universo ( $U$ ) del experimento  $\mathcal{E}$  formado por uno o varios de los resultados posibles. Un suceso ( $A$ ) ocurre cuando se considera al menos uno de sus resultados.

#### 1.3.1. - Elementos de un suceso ( $x_i$ )

Partes en las que se divide un suceso.

##### 1.3.1.1. - Tipos de sucesos

**Elemental.** Aquel que está formado por un solo elemento.



**Compuesto.** Formado por más de un elemento.

**Seguro.** Es el que ocurre siempre, ya que coincide con el universo ( $U$ ).

**Imposible.** El que no ocurre nunca. Se simboliza mediante el conjunto vacío  $\phi$ .

**1.3.1.2. - Operaciones con sucesos**

**- Intersección de sucesos.**  $C = A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}$

El resultado de la operación intersección ( $\cap$ ) de dos sucesos ( $A, B$ ) es un suceso ( $C$ ) formado por los elementos comunes a los sucesos que se intersectan ( $A, B$ ).

Nota -  $C = A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}$  significa “ $C$  es igual a la intersección de  $A$  y  $B$ , formado por los elementos  $x$  tal que pertenezcan a  $A$  y a  $B$ ”

La intersección de sucesos tiene, entre otras, las siguientes propiedades:

Conmutativa:  $A \cap B = B \cap A$

Asociativa:  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

**- Suceso incluido en otro.**  $B \subset A$

Es cuando todos los elementos de un suceso ( $B$ ) pertenecen también al otro suceso ( $A$ ). Un suceso ( $A$ ) obtenido por la intersección de otros ( $A_1, A_2, \dots$ ) está incluido en cada uno de ellos.

$$\text{Si } A = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \Rightarrow A \subset A_1, A \subset A_2, A \subset A_3, \dots$$

Nota -  $B \subset A$  significa “ $B$  está incluido en  $A$ ”.

Si  $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \Rightarrow A \subset A_1, A \subset A_2, A \subset A_3, \dots$  significa “Si  $A$  es igual a la intersección de los mismos  $A_1, A_2, A_3, \dots$  entonces  $A$  está incluido en los sucesos  $A_1, A_2, A_3, \dots$ ”.

**- Unión de sucesos.**  $C = A \cup B = \{x : x \in A \text{ ó } x \in B \text{ sin repetición}\}$

El resultado de la operación unión ( $\cup$ ) de dos sucesos ( $A, B$ ) es un suceso ( $C$ ) formado por los elementos sin repetición de los sucesos que se unen ( $A, B$ ). Posteriormente se analizará la probabilidad de la unión de sucesos justificando la no aparición de elementos repetidos.

La unión de sucesos tiene, entre otras, las siguientes propiedades:

Conmutativa:  $A \cup B = B \cup A$

Asociativa:  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$



Nota -  $C = A \cup B = \{x : x \in A \text{ ó } x \in B \text{ sin repetición}\}$  significa “C es igual a la unión de A y B, formado por los elementos x tal que pertenezcan sin repetición a A ó a B”.

- **Sucesos compatibles.**  $A \cap B \cap C \cap \dots \neq \{\phi\}$

Ocurre cuando algún elemento es común a todos los sucesos analizados. La condición de sucesos compatibles es que el suceso intersección de todos ellos no sea el conjunto vacío.

- **Sucesos incompatibles.**  $A \cap B \cap C \cap \dots = \{\phi\}$

También denominados excluyentes o disjuntos. Aparecen cuando ningún elemento es común a todos los sucesos analizados. La condición de sucesos incompatibles es que su intersección sea el conjunto vacío ( $\phi$ ).

## 2. - Variables estadísticas

Se va a trabajar con conjuntos de datos asociados al carácter o característica objeto de estudio, que denominaremos variable estadística, y se representará por una letra mayúscula: X, Y, Z. A partir de ahora nos referiremos a los conjuntos de datos como variables.

Como en esta parte se va a tratar de describir y analizar estas variables, debemos distinguir los distintos tipos que hay, lo cual nos va a permitir utilizar las herramientas estadísticas apropiadas.

### 2.1. - Tipos de variables

Las variables estadísticas pueden ser de dos tipos:

1. Variables cualitativas o atributos: describen cualidades y no toman valores numéricos. Ejemplos: Provincias españolas, países de la U. E., nivel de estudios, meses del año, clasificar una pieza como aceptable o defectuosa...

2. Variables cuantitativas: toman valores numéricos.

A su vez pueden ser:

- **Discretas**: Sólo toman un número finito o infinito numerable de valores distintos (generalmente números naturales o enteros). Ejemplos: número de compras de un producto en un mes, el año de fabricación de un vehículo, número de entradas de cine vendidas en un intervalo de tiempo, resultado de lanzar un dado, número de hijos. . .

- **Continuas**: Toman valores en un intervalo de  $R$  Generalmente corresponden a medir magnitudes continuas, por ejemplo, peso, altura, temperatura, intensidad de corriente, el tiempo entre dos llamadas telefónicas, el tiempo de servicio o de operación



de una máquina, etc. Una característica esencial de este tipo de variables es que sus valores nunca son observables con exactitud, sino que dependen (las observaciones) de la precisión del instrumento de medida.

- Elementos que utilizaremos para resumir la información que ofrecen nuestros datos:
- Se denomina frecuencia total al número total de individuos observados o número total de datos,  $N$ .
- Se denomina frecuencia absoluta de la modalidad  $M_i$  (valor  $x_i$  o intervalo  $I_i$ ), al número de individuos o número de datos que presentan esta modalidad,  $n_i$ .
- Se denomina frecuencia relativa de la modalidad  $M_i$  (valor  $x_i$  o intervalo  $I_i$ ), al cociente

$$F_i = \frac{N_i}{N}$$

Si la variable considerada es cuantitativa, se pueden definir además:

- Frecuencia absoluta acumulada hasta la modalidad  $M_i$ , (valor  $x_i$  o intervalo  $I_i$ ): número de individuos o número de datos,  $N_i$ , que presentan una modalidad menor o igual que ésta; se define como

$$N_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i = \sum_{j=1}^i n_j$$

- Frecuencia relativa acumulada hasta la modalidad  $M_i$ , (valor  $x_i$  o intervalo  $I_i$ ) al cociente:

$$F_i = \frac{N_i}{N} \quad \text{o} \quad F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i = \sum_{j=1}^i f_j$$

### 3. - Medidas de tendencia central en muestras

#### 3.1. – Media muestral

Si se tiene una muestra estadística de  $n$  valores  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  se define la media muestral ( $\bar{X}$ ) como la media aritmética de dichos valores:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}$$





### 3.1.1. – Media muestral de valores agrupados

Si los datos se encuentran agrupados en  $p$  frecuencias de las que se conoce el valor medio  $m_i$  de cada una, el valor de la media muestral ( $\bar{X}$ ) se obtiene mediante

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^p (f_i m_i)}{\sum_{i=1}^p f_i}$$

### 3.2. – Mediana

Otra medida de tendencia central es la mediana, o valor que divide la muestra en dos partes con el mismo número de elementos. Para ello habrá que ordenar los elementos de la muestra en forma creciente (incluyendo los valores repetidos)

$$x_1, x_2, \dots, x_n \Rightarrow x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

y la mediana se define

$$M = \begin{cases} \frac{x_{n+1}}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

## 4. – Medidas de dispersión en muestras

Estas medidas indican lo próximos o alejados que están los datos, bien entre sí, o respecto a alguna medida de centralización.

### 4.1. – Rango o recorrido

Si  $x(1), x(2), \dots, x(k)$  son los datos, ordenados de menor a mayor, se denomina recorrido a  $x(k) - x(1)$ , es decir, a la diferencia entre el mayor y el menor dato.

El recorrido es fácil de calcular, lo que hace que sea una medida muy utilizada, por ejemplo en control de calidad. Además tiene idénticas unidades que la variable. Sin embargo, presenta el inconveniente de ser una medida muy sensible a valores extremos.

### 4.2. - Varianza muestral

Si se tiene una muestra estadística de  $n$  valores  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  se define la varianza muestral mediante la expresión:



$$S^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2}{n-1} + \frac{(x_2 - \bar{X})^2}{n-1} + \dots + \frac{(x_n - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

que se puede transformar en

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 + \bar{X}^2 - 2\bar{X}x_i)}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) + \sum_{i=1}^n (\bar{X}^2) - 2\sum_{i=1}^n (\bar{X}x_i)}{n-1} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2\bar{X}\sum_{i=1}^n (x_i)}{n-1} \end{aligned}$$

como

$$\left. \begin{aligned} S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2\bar{X}\sum_{i=1}^n (x_i)}{n-1} \\ \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \Rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i) = n\bar{X} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) - n\bar{X}^2}{n-1}$$

### 4.3. – Desviación típica

La desviación estándar muestral (S) es la raíz cuadrada de la varianza muestral (S<sup>2</sup>)

$$S = \sqrt{S^2}$$

### 4.4. - Varianza muestral de valores agrupados

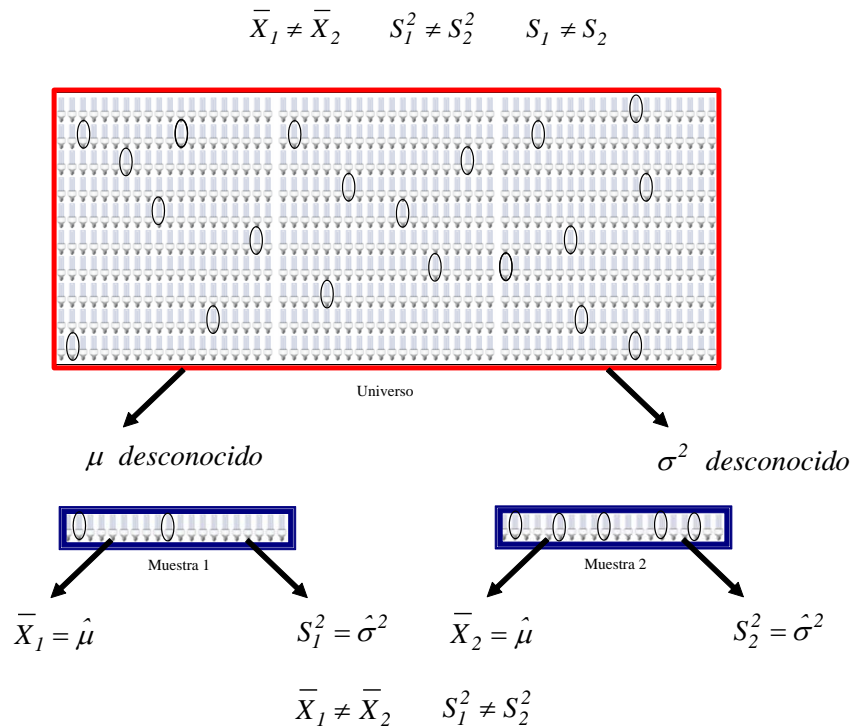
Si los datos se encuentran agrupados en p frecuencias, de las que se conoce el valor medio m<sub>i</sub> el valor de la media muestral (X̄) se obtiene con

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^p (f_i m_i^2) - n\bar{X}^2}{n-1}$$

## 5. - Estadístico muestral

Un estadístico muestral ( $\theta$ ) es cualquier valor obtenido de las observaciones de una muestra aleatoria. Ejemplos de estadísticos son la media, varianza o desviación estándar de cada muestra ( $\bar{X}, S^2, S$ ).

Como el estadístico muestral ( $\theta$ ) es función de los datos de la muestra aleatoria, su valor está sometido a incertidumbre, por lo que es una variable aleatoria. Si se obtienen dos valores del mismo estadístico de dos muestras diferentes de una misma población, estos valores serán distintos entre sí. Por eso los valores de las medias ( $\bar{X}$ ), varianzas ( $S^2$ ) y desviación estándar muestral ( $S$ ) de distintas muestras de la misma población son distintas entre si (Figura 1.1).



**Figura 1.1**

Se denomina distribución muestral a la distribución probabilística de la variable aleatoria correspondiente al estadístico muestral.

Existen distribuciones muestrales que se utilizan ampliamente, como es la distribución muestral de la media muestral ( $\bar{X}$ ).

### 5.1. - Estadísticos de la media muestral

Si de un universo con comportamiento normal de media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$  desconocidos



$$U \Rightarrow N(\mu, \sigma^2)$$

se extrae una muestra aleatoria (suceso  $M$ ) de  $n$  elementos  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , cada elemento  $(X_i)$  de la muestra aleatoria ( $M$ ) es a su vez una variable aleatoria. Cada elemento es incompatible con el resto de elementos de la muestra  $(x_i \cap x_j = \{\emptyset\})$  para  $i \neq j$ , y tendrá la misma distribución probabilística del universo

$$U \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \rightarrow M \subset U \rightarrow M = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \rightarrow \begin{cases} x_1 \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ x_2 \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ \vdots \\ x_n \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \end{cases}$$

Como se pueden obtener distintas muestras aleatorias del universo ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ )

$$U \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \rightarrow \begin{cases} M_1 \subset U \rightarrow M_1 = \{x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}\} \rightarrow \begin{cases} x_{11} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ x_{21} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ \vdots \\ x_{n1} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \end{cases} \\ M_2 \subset U \rightarrow M_2 = \{x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}\} \rightarrow \begin{cases} x_{12} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ x_{22} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ \vdots \\ x_{n2} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \end{cases} \\ \vdots \\ M_k \subset U \rightarrow M_k = \{x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}\} \rightarrow \begin{cases} x_{1k} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ x_{2k} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \\ \vdots \\ x_{nk} \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \end{cases} \end{cases}$$

y la media muestral de cada muestra  $(\bar{X}_j)$  es distinta, la media muestral  $(\bar{X})$  es una variable aleatoria con media  $\mu_{\bar{X}}$  y varianza  $\sigma_{\bar{X}}^2$  a determinar.

$$U \Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \rightarrow \bar{X} \Rightarrow N(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2)$$

Para determinar la relación entre la media  $\mu_{\bar{X}}$  y varianza  $\sigma_{\bar{X}}^2$  de la media muestral  $\bar{X}$  con la media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$  del universo, se aplica la propiedad reproductiva de la distribución normal para funciones de sucesos excluyentes  $(x_i \cap x_j = \{\emptyset\})$  con  $i \neq j$



provenientes de un único universo (todos los elementos del universo tienen la misma media y varianza  $\mu_i = \mu_j, \sigma_i^2 = \sigma_j^2$ )

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \\ X_i &\Rightarrow N(\mu, \sigma^2) \end{aligned} \right\} \bar{X} \Rightarrow N\left(\mu_{\bar{X}} = \sum_{i=1}^n (a_i \mu), \sigma_{\bar{X}}^2 = \sum_{i=1}^n (a_i^2 \sigma^2)\right)$$

como la función media muestral se obtiene de la expresión

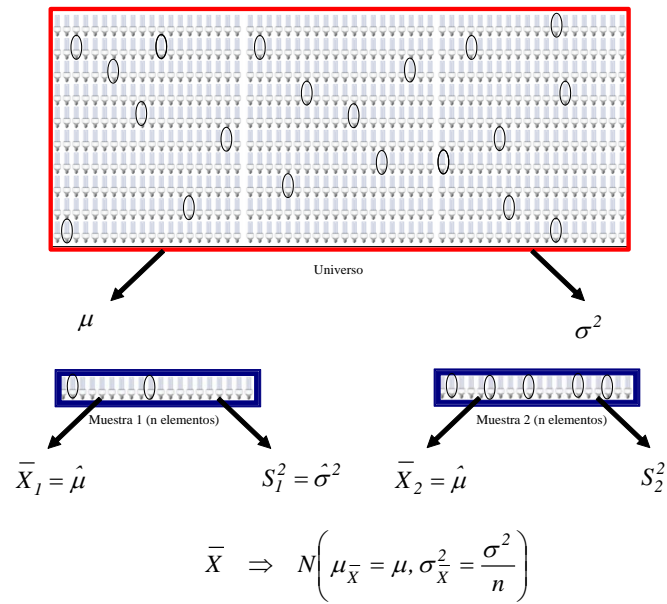
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow a_i = \frac{1}{n}$$

las relaciones entre la media ( $\mu_{\bar{X}}$ ), varianza ( $\sigma_{\bar{X}}^2$ ) y desviación estándar ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) de la media muestral ( $\bar{X}$ ) con la media ( $\mu$ ), varianza ( $\sigma^2$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del universo del que provienen son

$$\mu_{\bar{X}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \mu\right) = \frac{1}{n} n \mu = \mu \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n^2} \sigma^2\right) = \frac{1}{n^2} n \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

luego la variable aleatoria media muestral ( $\bar{X}$ ) sigue una función normal de media  $\mu_{\bar{X}}$ , varianza  $\sigma_{\bar{X}}^2$  y desviación estándar ( $\sigma_{\bar{X}}$ ) que se relaciona con la media ( $\mu$ ), varianza ( $\sigma^2$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ) del universo del que provienen los elementos de las muestras, de expresión

$$\bar{X} \Rightarrow N\left(\mu_{\bar{X}} = \mu, \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}\right) \text{ (Figura 1.2)}$$



**Figura 1.2**

El problema es que aunque se conozca que la función media muestral ( $\bar{X}$ ) es normal con media ( $\mu_{\bar{X}} = \mu$ ), varianza ( $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ ) y desviación estándar ( $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ) se desconocen sus valores ya que la media ( $\mu$ ) y la varianza ( $\sigma^2$ ) del universo son desconocidas.



## Capítulo 2 - Probabilidad

### 1. - Introducción

El término **probabilidad** se refiere al estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre. En cualquier situación donde podría ocurrir uno de varios resultados posibles, la teoría de la probabilidad proporciona métodos para cuantificar las probabilidades relacionadas con varios resultados. La probabilidad se va a utilizar sobre todo para representar las Curvas Características de Operación (CCO) y las de Calidad Media de Salida (CMS). También servirá para ver los riesgos del productor y del consumidor.

### 2. - Propiedades de la probabilidad

La probabilidad en general cumple las siguientes propiedades inmediatas que nos serán útiles para calcular probabilidades asociadas a ciertos sucesos de interés:

$$P(A) \in [0,1]$$

$$P(U) = 1$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots \text{ si disjuntos dos a dos}$$

$$P(\emptyset) = 0$$

$$A \subset B \Rightarrow P(B/A) = P(B) - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

La probabilidad para la unión de más de dos sucesos (3 por ejemplo):

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ &\quad - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$



## Capítulo 3 - Variables aleatorias

### 1. - Introducción

En este capítulo vamos a definir los 2 tipos de variables aleatorias, discretas y continuas, para posteriormente definir la esperanza y sus propiedades, que en nuestro estudio de calidad nos servirá en el tema de la inferencia estadística, que se verá más adelante, para estimar la media y la desviación estándar poblacional.

Dado un espacio muestral  $U$  asociado a un experimento aleatorio, llamaremos variable aleatoria (v.a.) definida sobre  $U$  a una aplicación  $X$  de  $U$  en  $\mathcal{R}$

Dada una variable aleatoria  $X$  definida sobre el conjunto de sucesos de un experimento aleatorio, llamaremos soporte de  $X$ , que se denota por  $S_X$ , al conjunto de posibles valores (números reales) de la variable aleatoria.

**Observación 1** El soporte de una variable aleatoria puede ser discreto o consistir en un intervalo de  $\mathcal{R}$ . En los dos ejemplos anteriores,  $S_X = \{0, 1\}$ .

El soporte de la variable aleatoria se puede considerar como un nuevo espacio muestral, sobre el que se puede definir una probabilidad relacionada con la probabilidad definida sobre el espacio muestral original  $U$ , de la siguiente forma:

$$\text{dado } A \subset \mathcal{R}, \quad P(A) = P(\{u \in U / X(u) \in A\}) = P(X \in A)$$

Esta probabilidad se denomina probabilidad asociada a la v.a.  $X$ , ley de probabilidad de la v.a.  $X$  o distribución de la v.a.  $X$ .

Cada variable aleatoria distinta (es decir, con soporte o distribución distinta) constituye un modelo probabilístico. Ahora nos centraremos en el estudio de estos modelos.

### 2. - Variables aleatorias discretas

Una variable aleatoria es discreta si su soporte es discreto, es decir, si consiste en un número finito o numerable de resultados:  $S_X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ .

La ley de probabilidad o distribución de una variable aleatoria discreta  $X$  queda determinada por los valores  $P(x_i) = P(X = x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots$

Se puede extender la definición de probabilidad a cualquier número real, definiéndola como cero para todos los  $x \neq x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ . A esta función definida en  $\mathcal{R}$  se la denomina *función de probabilidad o de masa* de la variable aleatoria.

Otra forma de definir la distribución de una v.a. discreta es mediante la función de distribución:





Llamaremos *función de distribución* de la variable aleatoria X a la función:

$F : \mathbb{R} \mapsto [0, 1]$  definida por:

$$F(x) = P(X \leq x).$$

### 3. - Variables aleatorias continuas

Diremos que una variable aleatoria X es continua si existe una función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ , integrable, tal que:

(a)  $f(x) \geq 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}$

$$(b) \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$(c) P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

A dicha función se la denomina *función de densidad* de la variable aleatoria X.

A partir de lo desarrollado en la introducción de este punto, se deduce que  $f(x)$  describe el comportamiento “a largo plazo” (es decir, cuando el número de observaciones tiende a infinito) de la variable.

Llamaremos *función de distribución* de la variable aleatoria X a la función:

$F : \mathbb{R} \mapsto [0, 1]$  definida por:

$$F(x) = P(X \leq x).$$

### 4. - Medidas características de una variable aleatoria

Las medidas características asociadas a una v.a. reciben el mismo nombre que en el caso de variables estadísticas y se interpretan de idéntica forma. En este caso, para distinguir unas y otras, se representan con letras griegas.

Vamos a definir a continuación las principales. Podrá observarse que en el caso discreto, las definiciones son totalmente análogas a las dadas para v. estadísticas, si en éstas se cambia frecuencia relativa por probabilidad.



**4.1. - Media ( $\mu$ )**

La media ( $\mu$ ) proporciona una indicación de la tendencia central de la variable. Dependiendo del tipo de variable aleatoria ( $X$ ), se define mediante las expresiones

Para variables aleatorias ( $X$ ) discretas 
$$\mu = \sum_{i=1}^n [x_i \cdot p(x_i)]$$

Para variables aleatorias ( $X$ ) continuas 
$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} [x \cdot f(x)] dx$$

**4.2. - Varianza ( $\sigma^2$ ) y desviación estándar o típica ( $\sigma$ ).**

La varianza ( $\sigma^2$ ) proporciona una indicación de la dispersión de la variable respecto de la media ( $\mu$ ), dependiendo del tipo de variable aleatoria ( $X$ ), se define mediante las expresiones

Para variables aleatorias ( $X$ ) discretas 
$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n [(x_i - \mu)^2 \cdot p(x_i)]$$

Para variables aleatorias ( $X$ ) continuas 
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [(x - \mu)^2 \cdot f(x)] dx$$

La desviación estándar o típica ( $\sigma$ ) es la raíz cuadrada de la varianza ( $\sigma^2$ )  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

**4.3. - Esperanza ( $E$ ) y varianza ( $V$ )**

Si  $X$  es una variable aleatoria, e  $y = H(x)$  los valores obtenidos a través de la aplicación de una función  $H$  a la variable aleatoria  $X$ , el valor esperado de  $Y$  se define mediante la siguiente expresión

para  $X$  discretas 
$$E(Y) = \sum_{i=1}^n [H(x_i)p(x_i)] = \sum_{i=1}^n [y_i p(x_i)]$$

para  $X$  continuas 
$$E(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} [H(x)f(x)] dx = \int_{-\infty}^{\infty} [y f(x)] dx$$

Se analizan ahora la esperanza de dos funciones características.

1-  $H(x) = X$



para  $X$  discretas  $H(x_i) = x_i \Rightarrow E(H(x_i)) = E(X) = \sum_{i=1}^n [x_i p(x_i)] = \mu$

para  $X$  continuas  $H(x) = X \Rightarrow E(H(x)) = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x f(x)] dx = \mu$

luego

$$E(X) = \mu$$

2-  $H(x) = (x - \mu)^2$

Para  $X$  discretas  $Y(x) = (X - \mu)^2 \Rightarrow E((X - \mu)^2) = \sum_{i=1}^n [(x_i - \mu)^2 p(x_i)] = \sigma^2$

Para  $X$  continuas  $Y(x) = (X - \mu)^2 \Rightarrow E((X - \mu)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} [(x - \mu)^2 f(x)] dx = \sigma^2$

luego

$$E((X - \mu)^2) = V(X) = \sigma^2$$

Se puede obtener otra expresión para la determinación del valor de la varianza de una variable aleatoria ( $V(X)$ ) considerando que  $E(X) = \mu$ , luego si

$$[E(X)]^2 = E[E(X^2)] = E[x^2 \cdot p(x)] = x^2 \cdot [p(x)]^2$$

$$E[XE(X)] = E[x \cdot (x \cdot p(x))] = x^2 \cdot [p(x)]^2 = [E(X)]^2$$

y se tiene

$$Y = H(X) = (X - \mu)^2 = (X - E(X))^2 \Rightarrow E(Y) = E(H(X)) = E((X - E(X))^2) = E(X^2 + [E(X)]^2 - 2XE(X)) = E(X^2) + [E(X)]^2 - 2[E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

por lo que

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

### 4.3.1. - Propiedades de la esperanza.

Si  $X$  e  $Y$  son variables aleatorias discretas y  $a$  un escalar constante,

a) La esperanza y varianza de un escalar ( $a$ ) son

$$E(a) = \sum_{i=1}^n [a \cdot p(x_i)] = a \cdot \sum_{i=1}^n [p(x_i)] = a$$

$$V(a) = E(a^2) - [E(a)]^2 = a^2 - a^2 = 0$$

b) La esperanza y varianza del producto de un escalar ( $a$ ) por una variable aleatoria ( $X$ ) son

$$E(a \cdot X) = \sum_{i=1}^n [a \cdot x_i \cdot p(x_i)] = a \cdot \sum_{i=1}^n [x_i \cdot p(x_i)] = a \cdot E(X)$$

$$V(a \cdot X) = E[(a \cdot X)^2] - [E(a \cdot X)]^2 = a^2 \cdot E[X^2] - a^2 \cdot [E(X)]^2 = a^2 \cdot [E[X^2] - [E(X)]^2] = a^2 \cdot V(X)$$

c) La esperanza del producto de variables aleatorias son

$$E(X \cdot Y) = \sum_{i=1}^n [x_i \cdot y_i \cdot p(x_i, y_i)]$$

en la que  $p(x_i, y_i)$  es la probabilidad conjunta, en el caso de que las variables aleatorias  $X$ ,  $Y$  sean dependientes entre sí.

Si las variables aleatorias son independientes  $p(x_i, y_i) = p(x_i) \cdot p(y_i)$

$$E(X \cdot Y) = \sum_{i=1}^n [x_i \cdot y_i \cdot p(x_i, y_i)] = \sum_{i=1}^n [x_i p(x_i) \cdot y_i p(y_i)] = \sum_{i=1}^n [x_i p(x_i)] \cdot \sum_{i=1}^n [y_i p(y_i)] = E(X) \cdot E(Y)$$

d) La esperanza y varianza de la suma de las variables aleatorias es

$$E(X + Y) = \sum_{i=1}^n [x_i p(x_i) + y_i p(y_i)] = \sum_{i=1}^n [x_i p(x_i)] + \sum_{i=1}^n [y_i p(y_i)] = E(X) + E(Y)$$

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E((X + Y)^2) - [E(X + Y)]^2 = E(X^2 + Y^2 + 2XY) - [E(X) + E(Y)]^2 = \\ &= E(X^2) + E(Y^2) + E(2XY) - [E(X)]^2 - [E(Y)]^2 - 2[E(X) \cdot E(Y)] = \\ &= [E(X^2) - [E(X)]^2] + [E(Y^2) - [E(Y)]^2] + 2[E(X \cdot Y) - [E(X) \cdot E(Y)]] = \\ &= V(X) + V(Y) + 2Cov(X, Y) \end{aligned}$$

Las mismas expresiones serían válidas para el caso de variables aleatorias continuas.



## Capítulo 4 - Modelos de Probabilidad

### 1. - Introducción

En este capítulo vamos a ver algunos de los modelos que se emplearán en el posterior desarrollo teórico del proyecto y en los informes de empresa.

### 2. – Modelos discretos

#### 2.1. - Distribuciones definidas sobre un experimento de Bernoulli

Un experimento aleatorio se denomina de Bernoulli si verifica las dos condiciones siguientes:

1. El experimento consiste en observar elementos de una población y clasificarlos en dos categorías: éxito y fracaso (que denominaremos E y F).
2. Las observaciones son independientes.

Para un experimento de Bernoulli llamaremos  $p$  a la probabilidad de que un elemento esté en E y  $q = 1 - p$  a la probabilidad de que esté en F.

Sobre los experimentos de Bernoulli se pueden definir varios modelos de variables aleatorias:

##### 2.1.1. - Bernoulli ( $Be(p)$ )

La variable aleatoria  $X$  que modeliza la clasificación de un elemento observado en un experimento de Bernoulli como E ó F, tiene una distribución que llamaremos Bernoulli de parámetro  $p$ . Lo denotaremos por

$$X \Rightarrow Be(p)$$

La probabilidad de éxito ( $x=1$ ) o fracaso ( $x=0$ ) se expresa mediante

$$p_x(x, p) = p^x q^{1-x} \quad \text{con } x = 0, 1$$

El estudio se aplica al resultado de un único experimento por lo que la función de probabilidad es

$$p_x(x, p) = \begin{cases} p & \Rightarrow \text{si } x=1 \\ q=1-p & \Rightarrow \text{si } x=0 \end{cases}$$

La esperanza y varianza de esta variable aleatoria son



$$E(X) = \sum_{i=1}^2 [x_i p_x(x_i)] = 1 \cdot p + 0 \cdot q = p \quad V(X) = \sum_{i=1}^2 [x_i^2 p_x(x_i)] = 1 \cdot p + 0 \cdot q = p$$

2.1.2. - Binomial. (B(n,p))

La variable aleatoria X que modeliza el número de elementos, entre n observados que tienen la característica E, tiene una distribución que llamaremos binomial de parámetros n y p. Lo denotaremos por

$$X \Rightarrow B(n, p)$$

El estudio corresponde a una combinación de n experimentos tomados de x en x, por lo que, utilizando términos combinatorios, la función de probabilidad es

$$p_x(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad \text{con } x = 0,1,2,\dots,n$$

La esperanza y varianza de esta distribución son

$$E(X) = np \quad V(X) = npq$$

La probabilidad p(x) se puede obtener también a partir de la Tabla 1A de la función de distribución binomial del Anexo A. Las tablas son para valores de n ≤ 30.

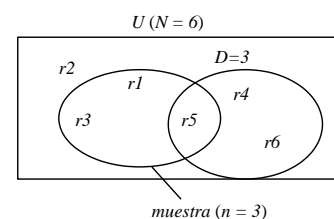
2.2. - Hipergeométrica (H(N,n,D))

La variable aleatoria X cuya distribución se denomina hipergeométrica de parámetros N, n y D, se define sobre experimentos que consisten en observar elementos de una población y clasificarlos en dos categorías, éxito y fracaso, (es decir, que cumplen la condición 1 de los experimentos de Bernouilli), pero en los que las observaciones no son independientes (no cumplen la condición 2 de los experimentos de Bernouilli). Corresponde a modelizar el número de individuos que tienen la característica de interés, de n (diferentes) observados de una población finita, de tamaño N, cuando en la población hay D individuos con esa característica. La denotaremos por

$$X \Rightarrow H(N, n, D)$$

mientras que la función de probabilidad es

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{con } x = 0,1,2,\dots, \min(n, D)$$





La esperanza y varianza de esta distribución son

$$E(X) = n \frac{D}{N} \quad V(X) = n \frac{D}{N} \left(1 - \frac{D}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

La probabilidad  $p(x)$  se puede obtener también a partir de la Tabla 2A de la función de distribución hipergeométrica del Anexo A. Las tablas son para algunos valores.

### 2.2.1. - Aproximación de la función binomial a la hipergeométrica

La función de distribución binomial, correspondiente al número de éxitos en  $n$  experimentos  $X \Rightarrow B(n, p)$ , con probabilidad

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad \text{con } x = 0, 1, 2, \dots, n$$

se aproxima a la distribución hipergeométrica, correspondiente al número ( $x$ ) de defectos de entre los  $n$  de una muestra, con  $D$  defectos en un universo de  $N$  elementos  $X \Rightarrow H(N, n, D)$ , con probabilidad

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

cuando la fracción de muestreo ( $n/N$ ) de la hipergeométrica es pequeña ( $n/N \leq 0,1$ ). Si lo anterior se cumple, la distribución binomial ( $B(n, p)$ ) con probabilidad  $p = D/N$  proporciona una buena aproximación a la distribución hipergeométrica ( $H(N, n, D)$ )

$$X \Rightarrow Bi(n, p = D/N) \approx H(N, n, D) \quad \text{con } n/N \leq 0,1$$

### 2.2. – Otros

Los modelos definidos anteriormente son como veremos más adelante los que se utilizan para este tipo de trabajos, en función de la proporción muestra-lote.

Pero hay otros modelos que tan sólo se van a enumerar a continuación:

Dentro de los experimentos de Bernoulli podemos encontrar los modelos de Pascal, Binomial negativa y Geométrica. Y aparte de estos tenemos los de la Multinomial y de Poisson.

### 3. – Modelos continuos

#### 3.1. - Normal ( $N(\mu, \sigma^2)$ )

Distribución de probabilidad continua que expresa el comportamiento de la variable aleatoria asociado al error de medición. Si se cumple lo anterior, se dice que la variable aleatoria ( $X$ ) sigue una función normal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ , correspondientes al valor medio ( $\mu$ ) y a la varianza ( $\sigma^2$ ).

$$X \Rightarrow N(\mu, \sigma^2)$$

La función de densidad de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} & -\infty < x < \infty \\ 0 & \text{el resto} \end{cases}$$

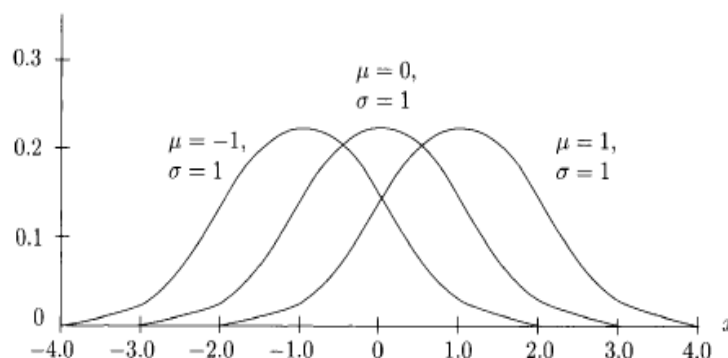
La función acumulativa de distribución es

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} dx$$

La esperanza y varianza de la distribución normal son

$$E(x) = \mu \quad V(X) = \sigma^2$$

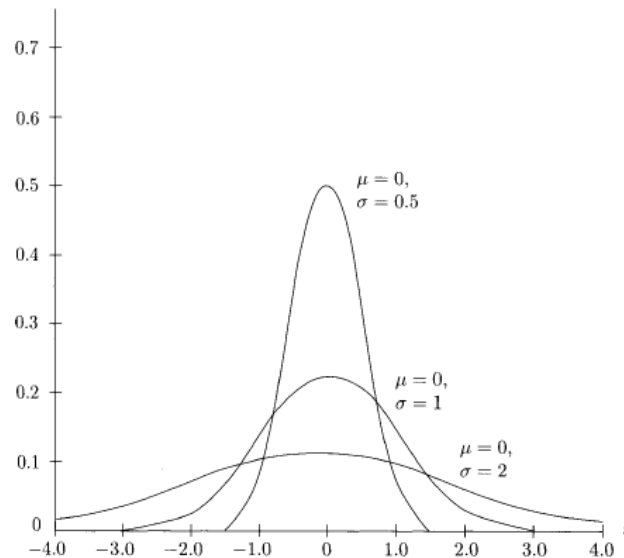
Las representaciones gráficas de la función de densidad de distribución con distintas esperanzas y varianzas aparecen a continuación (Figura 4.1).



**Figura 4.1**



Y con las mismas esperanzas y distintas varianzas (Figura 4.2)



**Figura 4.2**

**3.1.1. - Normal estándar ( $N(\mu=0, \sigma^2=1)$ ) (Tabla 1B)**

Resulta imposible evaluar la integral correspondiente a la función de distribución sin recurrir a métodos numéricos, y aún así cada evaluación se ha de realizar para cada par de parámetros característicos  $(\mu, \sigma^2)$ , sin embargo la transformación de variables

$$z = \frac{x - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

permite que la evaluación sea independiente de  $(\mu, \sigma^2)$ , generando una nueva variable aleatoria  $Z$  denominada normal estándar

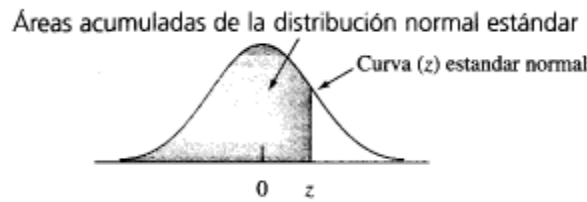
$$Z\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \Rightarrow N(\mu=0, \sigma^2=1) \text{ a partir de } X \Rightarrow N(\mu, \sigma^2)$$

con media  $0$  y varianza  $1$ .

La función de densidad de probabilidad de la función normal estándar es

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} e^{-\frac{1}{2}z^2} & -\infty < z < \infty \\ 0 & \text{el resto} \end{cases}$$

La gráfica de esta función es la siguiente (Figura 4.3):



**Figura 4.3**

**3.1.2. - Teorema central del límite**

La suma de  $n$  variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  normales y excluyentes de media  $\mu_i$  y varianza  $\sigma_i^2$ ,  $X_i \Rightarrow N(\mu_i, \sigma_i^2)$  también es una función normal de media  $\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i$

y varianza  $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n \Rightarrow N\left(\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i, \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2\right) \text{ con } X_i \Rightarrow N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

Si el número ( $n$ ) de variables aleatorias sumadas es grande, aunque cada una de las variables aleatorias no sea normal, la variable aleatoria correspondiente a la suma ( $Y$ ) se puede considerar con distribución próxima a la normal.

Esto se produce cuando ninguna de las varianzas ( $\sigma_i^2$ ) de las variables  $X_i$  influye de forma notable en la varianza de la suma ( $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$ ), por lo que la variable aleatoria normal  $Z$  obtenida por el cambio de variable

$$Z = \frac{Y - \sum_{i=1}^n (\mu_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}}$$

se comporta según la función normal estándar  $Z \Rightarrow N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$  cuando  $n$  tiende a infinito.

**3.2. – Otros**

Al igual que en los modelos discretos tan sólo veremos la distribución normal pero enumeraremos algún otro como por ejemplo el Exponencial, Uniforme, Chi cuadrada o  $T$ .



## Capítulo 5 - Inferencia estadística

Es el proceso mediante el cual la información obtenida de datos de una muestra se utiliza para llegar a conclusiones del universo del que se seleccionó. Las técnicas de inferencia estadística se pueden clasificar en estimación de parámetros y pruebas de hipótesis. Esto nos servirá para que cuando realicemos los muestreos de aceptación, podamos estimar el valor de la media y de la desviación estándar poblacional del lote que queremos inspeccionar y en los procesos de fabricación podamos analizar la capacidad de nuestro sistema.

### 1. - Estimación de parámetros

Es el uso de estadísticos para evaluar algún parámetro de la población. Se consideran dos tipos de estimadores:

- Estimación por puntos. Se obtiene un valor ( $\hat{\theta}$ ) como estimación del parámetro ( $\theta$ ).
- Estimación por intervalos. Se obtiene un intervalo ( $a \leq \theta \leq b$ ) dentro del cual se estima (bajo cierta probabilidad) que se encuentra el parámetro ( $\theta$ ).

### 2. - Estimación por puntos

Las propiedades que han de tener los estimadores por puntos son:

- 1- Insesgado.      2- Consistencia.      3- Eficiencia.      4- Suficiencia.

#### 2.1. - Insesgado

Un estimador ( $\hat{\theta}$ ) es insesgado (o tiene ausencia de sesgo o tendencia) respecto de un parámetro ( $\theta$ ) si la esperanza del estimador coincide con el parámetro

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

Es decir, que el estimador ( $\hat{\theta}$ ) es insesgado si su función de densidad de probabilidad está centrada en el valor verdadero del parámetro ( $\theta$ ).

#### 2.1.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con una muestra

Si  $X$  es una variable aleatoria con media poblacional  $\mu$  de la que se obtiene una muestra estadísticas ( $M$ ) de  $n$  valores, la media de esa muestra ( $\bar{X}$ ) es estimador insesgado de la media de la población  $\mu$ .

Para ello, a partir de la definición de media muestral se determina su esperanza



$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \Rightarrow E(\bar{X}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}\right) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^n (x_i)\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [E(x_i)]$$

y como

$$E(x_i) = \mu \Rightarrow E(\bar{X}) = \frac{1}{n} E\left[\sum_{i=1}^n (x_i)\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu = \mu$$

luego la media muestral ( $\bar{X}$ ) es estimador insesgado de la media poblacional ( $\mu$ ).

$$\hat{\mu} = \bar{X}$$

### 2.1.2. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras

Si  $X$  es una variable aleatoria con media poblacional  $\mu$  de la que se obtienen  $k$  muestras estadísticas ( $M_j$ ) de  $n$  valores cada una ( $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$ ), la media de la variable aleatoria media muestral (que se representa mediante  $\mu_{\bar{X}}$  o  $\bar{\bar{X}}$ ) es estimador insesgado de la media de la población  $\mu$ .

Para ello, a partir de la definición de media de la media muestral se determina su esperanza

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_j &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ji})}{n} \\ \bar{\bar{X}} &= \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E(\bar{\bar{X}}) = E\left(\frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}\right) = \frac{1}{k} E\left[\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)\right] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [E(\bar{X}_j)]$$

y como

$$\left. \begin{aligned} E(\bar{\bar{X}}) &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [E(\bar{X}_j)] \\ E(\bar{X}_j) &= \mu \end{aligned} \right\} \Rightarrow E(\bar{\bar{X}}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mu = \mu$$

luego se comprueba que la media de la media muestral ( $\bar{\bar{X}}$ ) es estimador insesgado de la media poblacional ( $\mu$ ).

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

La determinación de la media de la media muestral ( $\bar{\bar{X}}$ ) se obtiene mediante

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

**2.1.3. - Estimador insesgado de la varianza poblacional con una muestra**

Si  $X$  es una variable aleatoria normal con media y varianza poblacional  $\mu, \sigma^2$  de la que se obtiene una muestra estadística de  $n$  valores  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , la varianza muestral de la muestra  $S^2$  es estimador insesgado de la varianza poblacional  $\sigma^2$ .

Para ello, a partir de la definición de varianza muestral ( $S^2$ ) se determina su esperanza ( $E(S^2)$ )

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \Rightarrow E(S^2) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}\right) = \frac{1}{n-1} E\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2\right) =$$

$$= \frac{1}{n-1} E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2 + \bar{X}^2 - 2x_i \bar{X})\right)$$

expresión en la que

$$E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2 + \bar{X}^2 - 2x_i \bar{X})\right) = E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) + \sum_{i=1}^n (\bar{X}^2) - 2\bar{X} \sum_{i=1}^n (x_i)\right) = E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2\bar{X} \sum_{i=1}^n (x_i)\right)$$

y como

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow \left. \begin{matrix} \sum_{i=1}^n x_i = nE(\bar{X}) \\ E(\bar{X}) = \bar{X} \end{matrix} \right\} \Rightarrow E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2\bar{X} \sum_{i=1}^n (x_i)\right) =$$

$$= E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2\bar{X}nE(\bar{X})\right) = E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) + n\bar{X}^2 - 2n\bar{X}^2\right) = E\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2) - n\bar{X}^2\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^n E(x_i^2) - nE(\bar{X}^2)$$

en la que teniendo en cuenta la expresión de la varianza ( $V(X)$ ),

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \Rightarrow E(X^2) = [E(X)]^2 + V(X)$$

que la esperanza de una variable aleatoria es la media del universo y que la variancia es la desviación estándar del universo, expresiones que sustituidas en las anteriores

$$\left. \begin{aligned} E(x_i^2) &= [E(x_i)]^2 + V(x_i) \\ E(x_i) &= \mu, \\ V(x_i) &= \sigma^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sum_{i=1}^n E(x_i^2) = \sum_{i=1}^n [E(x_i)]^2 + \sum_{i=1}^n V(x_i) = \sum_{i=1}^n (\mu)^2 + \sum_{i=1}^n (\sigma^2) = n\mu^2 + n\sigma^2$$

y a partir de la esperanza de una variable al cuadrado y de la esperanza y varianza de la media muestral ( $\bar{X}$ ) se obtiene la esperanza de la media muestral al cuadrado

$$\left. \begin{aligned} E(\bar{X}^2) &= [E(\bar{X})]^2 + V(\bar{X}) \\ E(\bar{X}) &= \mu_{\bar{X}} = \mu, \\ V(\bar{X}) &= \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E(\bar{X}^2) = [E(\bar{X})]^2 + V(\bar{X}) = \mu^2 + \frac{\sigma^2}{n}$$

sustituidas en la expresión anterior

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n E(x_i^2) &= n\mu^2 + n\sigma^2 \\ E(\bar{X}^2) &= \mu^2 + \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sum_{i=1}^n E(x_i^2) - nE(\bar{X}^2) = (n\mu^2 + n\sigma^2) - n\left(\mu^2 + \frac{\sigma^2}{n}\right) = \sigma^2(n-1)$$

y finalmente

$$E(S^2) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}\right) = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n E(x_i^2) - nE(\bar{X}^2) \right] = \frac{1}{n-1} \sigma^2(n-1) = \sigma^2$$

con lo que se comprueba que la varianza muestral de la muestra ( $S^2$ ) es estimador insesgado de la varianza del universo ( $\sigma^2$ )

$$\hat{\sigma}^2 = S^2$$



Sin embargo, desviación estándar muestral (S) no es estimador insesgado de la desviación estándar del universo (σ), como se verá a continuación.

2.1.4. - Estimador insesgado de la varianza poblacional con varias muestras

Si X es una variable aleatoria con media y varianza poblacional μ, σ² de la que se obtienen k muestras estadísticas (Mj) de n valores cada una (xj1, xj2, ..., xjn), la varianza muestral es estimador insesgado de la varianza poblacional σ² = S².

Para ello, a partir de la definición de varianza muestral media (S²) se determina su esperanza (E(S²))

$$\left. \begin{aligned}
 S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \\
 \bar{S}^2 &= \frac{\sum_{j=1}^k (S^2)}{k} \\
 E(S^2) &= \sigma^2
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow E(\bar{S}^2) = E\left[\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (S^2)\right] = \frac{1}{k} E\left[\sum_{j=1}^k (S^2)\right] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [E(S^2)] = \frac{1}{k} k \sigma^2 = \sigma^2$$

con lo que se comprueba que la varianza muestral media de las muestras (S²) es estimador insesgado de la varianza del universo (σ²)

σ² = S²

2.1.5. - Estimador insesgado de la desviación estándar con una muestra.

Como ya se ha indicado, la desviación estándar muestral (S) no es estimador insesgado de la desviación estándar del universo (σ).

Si X es una variable aleatoria normal con desviación estándar σ de la que se obtiene una muestra estadística de n valores (x1, x2, ..., xn), con media, varianza y desviación estándar muestral X̄, S, S² definidas mediante

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad S = \sqrt{S^2}$$

se puede demostrar que la esperanza de la desviación estándar ( $S$ ), correspondiente a su estimador insesgado, es

$$E(S) = a_n \sigma \quad \text{con} \quad a_n = \frac{\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{n-1}\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

donde aplicando la propiedad de recurrencia de la función gamma a quebrados con denominador 2

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(n) &= (n-1)\Gamma(n-1) \\ \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \sqrt{\pi} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) &= \left(\frac{3}{2}-1\right)\Gamma\left(\frac{3}{2}-1\right) = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \\ \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) &= \left(\frac{5}{2}-1\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}-1\right) = \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \end{aligned} \right.$$

permite obtener el valor de  $a_n$  para muestras de distintos tamaños  $n$

| $n$   | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a_n$ | 0,886 | 0,921 | 0,940 | 0,952 | 0,959 | 0,965 |

con lo que el término  $\frac{S}{a_n}$  es estimador insesgado de la desviación estándar del universo ( $\hat{\sigma}$ )

$$\hat{\sigma} = \frac{S}{a_n}$$

Se comprueba que cuanto mayor es el número de elementos de la muestra ( $n$ ), el parámetro  $a_n$  tiende a 1 y los estimadores sesgado e insesgado correspondientes a una muestra convergen.

$$\hat{\sigma} = \frac{S}{a_n} \approx S \quad \text{cuando } n \text{ es mayor que } 8$$

### 2.1.6. - Estimador insesgado de la desviación estándar con varias muestras

Si  $X$  es una variable aleatoria con media poblacional  $\mu$  de la que se obtienen  $k$  muestras estadísticas ( $M_j$ ) de  $n$  valores cada una ( $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$ ), la media de la variable aleatoria desviación estándar muestral (que se representa mediante  $\bar{s}$ ) es estimador sesgado de la desviación estándar de la población  $\sigma$ .



Para obtener el sesgo y eliminarlo, a partir de la definición de media de la desviación estándar muestral ( $\bar{S}$ ) se determina su esperanza

$$S_j = \sqrt{S_j^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{X}_j)^2}{n-1}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^k (S_j)}{k} \end{array} \right\} \Rightarrow E(\bar{S}) = E\left(\frac{\sum_{j=1}^k (S_j)}{k}\right) = \frac{1}{k} E\left[\sum_{j=1}^k (S_j)\right] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [E(S_j)]$$

y como

$$\left. \begin{array}{l} E(\bar{S}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [E(S_j)] \\ E(S_j) = a_n \sigma \end{array} \right\} \Rightarrow E(\bar{S}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (a_n \sigma) = a_n \sigma$$

luego se comprueba que la media de la desviación estándar muestral ( $\bar{S}$ ) es estimador sesgado de la desviación estándar poblacional ( $\sigma$ ), cuyo sesgo es  $a_n$ . El estimador insesgado de la desviación estándar poblacional es

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{a_n}$$

### 2.2.- Consistencia

Se considera cuando el valor estimado ( $\hat{\theta}$ ) es próximo a su parámetro ( $\theta$ ), por lo que su diferencia es pequeña (menor que  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) siempre que el tamaño de la muestra sea grande ( $n \rightarrow \infty$ )

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon) = 1$$

Se admite sin demostrar que la media muestral ( $\bar{X}$ ) es estimador consistente de la media poblacional ( $\mu$ ).

### 2.3.- Eficiencia

Si se tienen dos estimadores ( $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ ) de un mismo parámetro ( $\theta$ ), será más eficiente aquel que tenga menos varianza, lo cual indica que el valor estimado ( $\hat{\theta}$ ) es próximo a su parámetro ( $\theta$ ).

$$\hat{\theta}_1 \text{ más eficiente que } \hat{\theta}_2 \Rightarrow V(\hat{\theta}_1) < V(\hat{\theta}_2)$$



## 2.4.- Suficiencia

Un estimador ( $\hat{\theta}$ ) es suficiente de un parámetro ( $\theta$ ) si basta por si solo para su estimación.

## 3.- Estimación por intervalos de confianza

Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución que depende de un parámetro  $\theta$  desconocido y sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria simple de  $X$ . Llamaremos intervalo de confianza de nivel  $1 - \alpha$ , ( $\alpha \in (0, 1)$ ) a un intervalo  $(L_1(X_1, \dots, X_n), L_2(X_1, \dots, X_n))$ , cuyos extremos son variables aleatorias que dependen de la muestra, tal que el  $(1 - \alpha)100\%$  de los intervalos contruidos a partir de las posibles muestras de tamaño  $n$ , contiene a  $\theta$ .

En este estudio no vamos a realizar ninguna estimación por intervalos de confianza, pero si se adjuntarán algunos en los anexos pues forman parte de la teoría de la inferencia estadística.

En el **Anexo C** se han recogido algunos tipos de intervalos de confianza, además de los vistos hasta ahora.



## Capítulo 6 - Muestreo de aceptación

### 1. - Introducción

Un adecuado control de calidad debe incluir la inspección de los lotes de productos a la entrada del proceso para asegurar que cumplen las especificaciones con un grado de confianza determinado. Esta inspección es el procedimiento utilizado para tomar la decisión de aceptar o rechazar los lotes.

#### 1.1. - Definiciones

Inspección.

Mediciones y ensayos de características de un elemento.

Lote.

Conjunto definido y homogéneo de algún producto o servicio.

Tamaño del lote ( $N$ ).

Número de elementos de un lote.

Elemento.

Parte de un lote que se puede considerar de forma individual.

Muestra.

Conjunto de elementos pertenecientes a un lote en los que se hace las mediciones.

Tamaño de muestra ( $n$ ).

Número de elementos de la muestra.

Conformidad/no conformidad.

Cumplimiento/incumplimiento de un requisito.

Defecto.

No conformidad que incumple alguna especificación e invalida el elemento.

Muestreo de aceptación.



Control de recepción que se aplica a productos o servicios en el inicio del proceso, con el que se comprueba si cumplen las especificaciones de calidad.

Programa de muestreo

Procedimientos de obtención de muestras y criterios de aceptación del lote.

## 1.2. - Tipos de inspecciones

Las inspecciones pueden ser de los siguientes tipos:

### 1. *Cero inspecciones.*

Consiste en aceptar el lote sin realizar ninguna inspección. Es adecuado cuando se tiene alta confianza en el proceso de fabricación (asociado a su estabilidad, capacidad e inspecciones previas satisfactorias). También se aplica cuando el efecto causado por la existencia de unidades no conformes es pequeño respecto al coste de realizar la inspección.

### 2. *Inspección al 100%.*

Se basa en revisar todos los elementos del lote. Se utiliza cuando las no conformidades, por muy escaso que sea su número, pueden producir un impacto importante.

### 3. *Muestreo de aceptación.*

Consiste en la inspección de parte del lote (muestras). Se usa cuando se utilizan ensayos destructivos (como pruebas de resistencia) o el coste de la inspección al 100% es mucho mayor que el originado por las posibles unidades no conformes del lote.

Existen varios tipos de muestreo o formas de hacer la extracción de la muestra para que sea representativa de la población:

### 1. *Muestreo aleatorio*

Es el más utilizado. Consiste en elegir las unidades de la muestra siguiendo las reglas del azar: Todos los elementos del lote deben tener igual oportunidad de ser elegidos para formar parte de la muestra. *Sería* equivalente a numerar los elementos del lote y extraerlos utilizando una tabla de números aleatorios.

### 2. *Muestreo aleatorio estratificado*

Se aplica cuando la población contiene grupos de distintas categorías. Para la extracción de muestras se procede dividiendo el lote en los grupos o "estratos" que queremos estén representados proporcionalmente en la muestra. El número de elementos a extraer de



cada estrato suele ser proporcional a su tamaño; de lo contrario habría que ponderar luego los resultados. Dentro de cada grupo o estrato se toman las unidades de muestra de forma aleatoria, como en el tipo anterior.

### *3. Muestreo sistemático*

Puede ser, a su vez, puro o aleatorio. En el muestreo sistemático puro la extracción de muestras se hace siguiendo una frecuencia determinada (lote dinámico: proceso de fabricación) o una cadencia dada (lote estático: partida recibida del proveedor), sin elegir al azar. En este tipo de muestreo es posible que la extracción de las muestras esté en fase con un ciclo particular del proceso de producción, con lo que la muestra no sería representativa de toda la población.

En el muestreo sistemático aleatorio la elección se hace también con una frecuencia o cadencia dadas, pero se busca el azar aleatorizando la elección de la primera muestra. Naturalmente, si el proceso es inherentemente aleatorio (por ejemplo, fabricación automática, lote de piezas a granel) basta aplicar el muestreo sistemático puro.

## **2. - Proceso para el muestreo de aceptación**

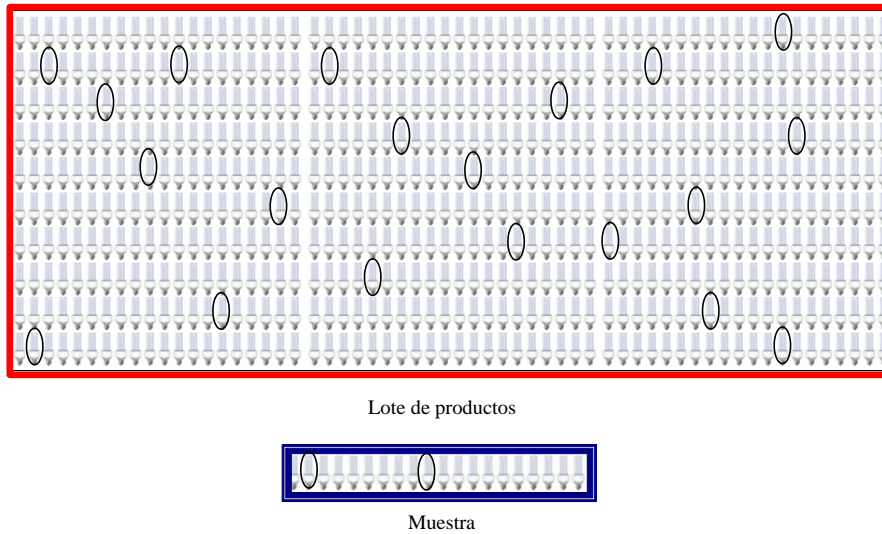
El proceso comienza cuando una empresa recibe un lote de un producto que ha de cumplir con unas determinadas características (especificaciones). Antes de incorporar los elementos del lote al proceso de producción, se verifica su calidad y se decide si se acepta o se rechaza.

Si las características a analizar son discontinuas (atributos), el muestreo se caracteriza por el tamaño de lote ( $N$ ), el tamaño de la muestra a inspeccionar ( $n$ ) y el número máximo de elementos no conformes que se considera admisible para aceptar el lote ( $c$ ).

Por ejemplo, un muestreo definido por los siguientes parámetros

$$N = 600, n = 20, c = 2$$

significa que en un lote de 600 elementos se toma una muestra de 20 elementos para su inspección, de forma que si se encuentran un número de no conformidades ( $x$ ) menor o igual que 2, el lote es aceptado, pero si se encuentran 3 o más, el lote es rechazado (Figura 6.1).



**Figura 6.1**

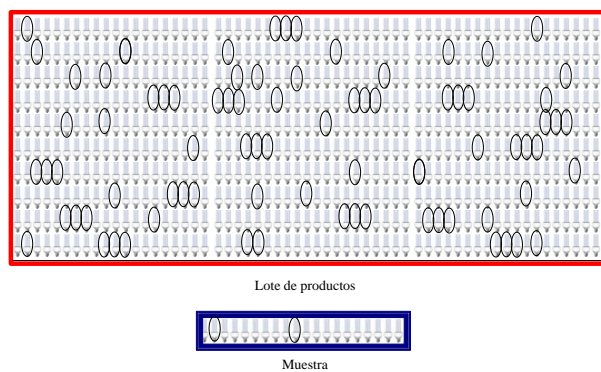
### 2.1. - Ventajas e inconvenientes del muestreo de aceptación

El muestreo de aceptación tiene las siguientes ventajas respecto a la inspección al 100%:

1. Tiene un menor impacto económico al inspeccionar menos elementos.
2. La decisión de aceptar el lote no se realiza pieza a pieza, sino que afecta al lote en su totalidad.
3. Es útil para la aplicación de pruebas destructivas en la inspección.

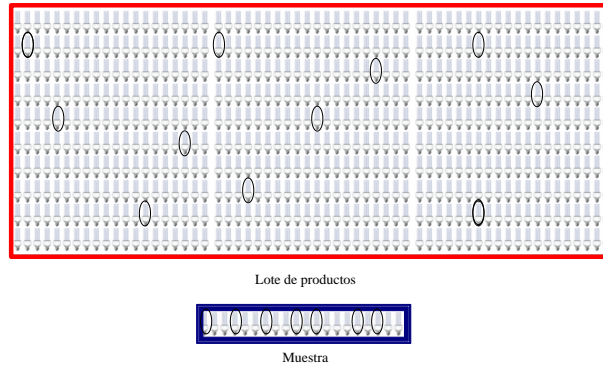
Las desventajas son las siguientes:

1. Existe la posibilidad de aceptar lotes que posean excesivos elementos no conformes (*error de tipo II*) al no aparecer en la muestra (Figura 6.2).



**Figura 6.2**

o rechazar lotes que en su conjunto tienen pocos elementos no conformes (*error de tipo I*) por no ser la muestra suficientemente representativa del lote (Figura 6.3).



**Figura 6.3**

2. Se requieren más conocimientos técnicos para desarrollar el muestreo.

## 2.2. - Formación de lotes y selección de muestras

La formación de un lote puede influir en la eficacia del muestreo, por lo que los elementos de un lote han de ser lo más homogéneos posible, vigilando que las unidades que lo forman deben haber sido producidas con las mismas condiciones *6M* (mano de obra, material, maquinaria, método, medio ambiente y medición).

Los procesos de fabricación de distintos lotes de un mismo pedido pueden ser distintos, por lo que se debe inspeccionar cada lote de forma individual, evitando la generalización de los resultados de la inspección de un lote a los demás.

## 2.3. - Selección de la muestra

Todos los muestreos de aceptación basan su acierto en que los elementos seleccionados para la inspección sean representativos del lote. Aunque es difícil de conseguir, se pueden eliminar influencias subjetivas en la selección aplicando métodos aleatorios.

La técnica utilizada en la selección aleatoria de elementos en el muestreo de aceptación es distinta a la utilizada en el control estadístico, ya que no se desea controlar el proceso a lo largo del tiempo sino verificar las especificaciones de un lote.

El procedimiento para obtener una muestra aleatoria es asignar números consecutivos a cada elemento del lote seleccionando mediante un proceso aleatorio  $n$  números, de forma que los elementos asociados serán los que formen la muestra a verificar.

### 2.3.1. - El proceso de medición

Se entiende por medición el proceso de comparación de una característica determinada con un patrón de referencia. El ser humano siempre hizo uso de la medición para comparar o cuantificar diferentes magnitudes.



La evolución de la medición, desde los primeros instrumentos de medida, pasando por la invención del "nonius", hasta la construcción del primer tornillo micrométrico, ha sido enorme, pero correspondió a una primera etapa que se extendió hasta mediados del siglo pasado. A partir de 1870 comienza la *era de la precisión*, desarrollándose instrumentos de medición cada vez más sofisticados, hasta alcanzar la tecnología electrónica que poseen en la actualidad.

Cuando se dice que al medir se compara una característica determinada con un patrón de referencia, en realidad no se hace directamente: la comparación se realiza con un instrumento de medida (calibre, balanza, palmer, etc.), que es comparado a su vez, periódicamente, con el patrón. El procedimiento que se sigue para comparar el instrumento de medida con el patrón se denomina calibración.

Mediante el proceso de medición se obtiene información de cada unidad de producto medida, en lo que a su calidad se refiere. Pero la medición va mucho más allá: no sólo permite conocer la unidad de producto medida, sino que puede hacerse extensiva a la calidad del lote, a la calidad del proceso de fabricación y a la calidad de la medida misma.

Entre las características a medir se distinguen dos tipos: Variables y atributos.

La longitud de una pieza puede determinarse en cantidad y unidad de medida con el empleo de, por ejemplo, un pie de rey, obteniendo así una observación de tipo variable. Comparando el resultado de la observación con las especificaciones podría decidirse la aceptación o el rechazo de la pieza en cuestión.

Se llegaría a la misma conclusión (pieza aceptable o rechazable) si se compara la pieza con un calibre pasa-no pasa. En este último caso la observación obtenida sería del tipo atributo.

Entre el uso de un sistema de medición por variables o por atributos existen diferencias considerables:

- El coste de un instrumento de medición por atributos suele ser mucho más bajo que el de variables. Sin embargo, el instrumento de medición de variables suele ser universal, mientras que el de medición de atributos es específico.

- Para manejar instrumentos de medición por atributos no se precisan conocimientos específicos. Los instrumentos para variables requieren **especialización**.

- La medición de atributos es **rápida**. En el caso de variables es necesario tomar la lectura del instrumento, que hace el proceso más lento.

- Cuando se trabaja con atributos, el **número de observaciones** para lograr determinada información es bastante mayor que si se emplean variables.

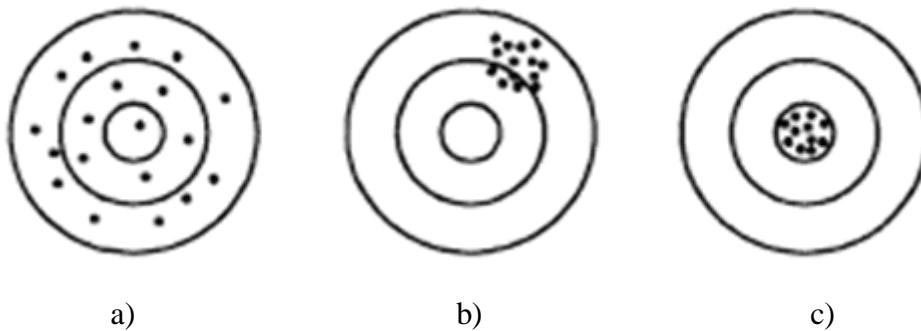
- El **registro de datos** tipo atributo es sencillo. Se complica cuando se trata de variables.

En cuanto a la calidad de la medida o precisión del instrumento, definiremos dos términos



de gran interés: Centrado y dispersión. La precisión de **centrado**  $P_c$  es la capacidad que tiene un instrumento para obtener el valor verdadero de un producto, como resultado del promedio de múltiples mediciones repetidas de ese producto efectuadas con dicho instrumento. La precisión de **dispersión**  $P_d$  se entiende como la capacidad que tiene el instrumento para repetir resultados cuando se efectúan varias mediciones de la misma característica de un producto.

La diferencia entre el valor verdadero y el valor medido puede ser debida tanto a falta de precisión de centrado como de precisión de dispersión del instrumento de medida.



**Figura 6.4**

a) los impactos están centrados, pero muy dispersos. Se diría que el instrumento empleado para efectuar estos "disparos" está centrado, es decir, no posee error sistemático, puesto que la media de los resultados se corresponde con el centro de la diana o valor verdadero. Sin embargo, los impactos extremos se alejan bastante del centro, dando lugar a una desviación considerable. No tiene entonces precisión de dispersión. La precisión de dispersión aumenta en la medida en que la desviación disminuye (Figura 6.4.a).

b) se observan puntos muy juntos, lo cual significa buena precisión de dispersión, pero como todo el conjunto se aleja del centro de la diana aparece un error sistemático considerable. El instrumento aquí empleado no tiene precisión de centrado (Figura 6.4.b).

c) representa la situación ideal. Los impactos están muy juntos, es decir, no existe dispersión. Por agruparse en el centro de la diana, no hay error sistemático, es decir, existe también precisión de centrado (Figura 6.4.c).

Para convertir un instrumento del tipo a) al tipo c) es necesario someterlo a reparación. Esta reparación (generalmente, eliminación de holguras y juegos) suele ser difícil y costosa, y en ocasiones no es posible llevarla a cabo (defectos de diseño). Un instrumento descentrado b) resulta más sencillo de convertir en c). Se trata de *calibrar* el instrumento, comparándolo con un patrón, y centrándolo mediante los dispositivos de reglaje y ajuste de que disponga.



### 3. - Tipos de planes de muestreo

Según el tipo de parámetro que se utilice, los planes de muestreo se clasifican en:

- Estudio por variables
- Estudio por atributos
  - Simples
  - Dobles
  - Múltiples

Las variables son características de calidad en las que la valoración se realiza mediante una variable continua, mientras que los atributos son características que se clasifican como aceptables o no aceptables. El control de calidad de recepción se suele efectuar por atributos, ya que su técnica se ajusta mejor al control de muestras, pero es también posible realizarlo por variables.

#### 3.1. - Planes de muestreo por atributos

Son el conjunto de procedimientos de muestreo, pruebas de hipótesis y criterios de aceptación de dichas pruebas cuando la selección es determinista (apto/no apto).

##### Procedimiento de muestreo

Se basa en extraer de forma aleatoria una muestra de  $n$  elementos del lote.

##### Prueba de hipótesis

Las declaraciones a utilizar respecto del lote son las siguientes:

Muestreo simple:

Muestreo doble o múltiple:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : c_i \geq x_i \rightarrow \text{aceptar el lote} \\ H_1 : r_i < x_i \rightarrow \text{rechazar el lote} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} H_0 : c_i \geq \sum x_i \rightarrow \text{aceptar el lote} \\ H_1 : r_i < \sum x_i \rightarrow \text{rechazar el lote} \\ H_2 : c_i < \sum x_i < r_i \rightarrow \text{tomar una nueva muestra} \end{array} \right.$$

en la que:

$c_i$  - Número máximo de elementos no conformes de la muestra  $i$  para aceptar el lote.

$r_i$  - Número mínimo de elementos no conformes de la muestra  $i$  para rechazar el lote.



$x_i, \sum x_i$  - Número de elementos no conformes existentes en las muestras, correspondiente al estimador de la característica de la prueba.

### **Criterio de aceptación**

Cada elemento de la muestra se clasifica como conforme o no conforme a las especificaciones. Si el estimador (número de elementos no conformes de las muestras,  $\sum x_i$ ) es menor o igual que un número predefinido ( $c_i$ ) el lote completo es aceptado

$$\sum x_i \leq c_i \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

En caso de que el estimador ( $\sum x_i$ ) sea mayor que otro número predefinido ( $r_i$ ), el lote completo es rechazado

$$\sum x_i > r_i \rightarrow \text{rechazar el lote}$$

En algunos tipos de muestreo existe una tercera opción

$$c_i < \sum x_i < r_i \rightarrow \text{tomar una nueva muestra}$$

En caso de que el estimador ( $\sum x_i$ ) esté entre los límites de aceptación ( $c_i$ ) y rechazo ( $r_i$ ) se toma una nueva muestra.

### **3.1.1. - Plan de muestreo de aceptación simple**

Se basa en tomar la decisión de aceptar del lote a partir de los datos obtenidos de una única muestra, para lo que se consideran los siguientes parámetros, fijados de antemano:

$N$  - Tamaño del lote

$n_I$  - Tamaño de la muestra

$c_I$  - Número máximo de elementos no conformes de la muestra para aceptar el lote (límite superior de aceptación).

$r_I$  - Número mínimo de elementos no conformes de la muestra para rechazar del lote (límite inferior de rechazo). Este número es el entero consecutivo a  $c_I$   
 $r_I = c_I + 1$ .

$x_I$  - Variable asociada al número de elementos no conformes existentes en la muestra.

La decisión se toma según el siguiente procedimiento:

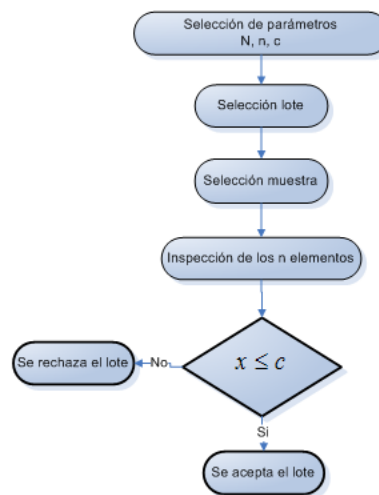
1. Aceptar el lote cuando el estimador (número de elementos no conformes de la muestra  $x_I$ ) sea menor o igual que el límite superior de aceptación del lote ( $c_I$ ).

$$0 \leq x_1 \leq c_1 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

2. Rechazar el lote cuando el estimador ( $x_1$ ) sea mayor que el límite inferior de rechazo  $c$  (en este caso  $r_1 = c_1 + 1$ ).

$$n_1 \geq x_1 > c_1 \Leftrightarrow n_1 \geq x_1 \geq r_1 \rightarrow \text{rechazar el lote}$$

El flujograma de decisión aparece reflejado en la figura siguiente (Figura 6.5).



**Figura 6.5**

Para la determinación posterior de las probabilidades es importante determinar los sucesos de aceptación y rechazo. En este caso el suceso de aceptación viene dado por

$$Acep. = \{0 \leq x_1 \leq c_1\}$$

mientras que el suceso de rechazo es

$$Rech. = \{n_1 \geq x_1 > c_1\} = \{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}$$

### 3.1.2. - Plan de muestreo de aceptación doble

Se basa en tomar la decisión de aceptar el lote a partir de los resultados obtenidos en un máximo de dos muestras, para lo que se consideran los siguientes parámetros, fijados de antemano.

$N$  - Tamaño del lote.

$n_1$  - Tamaño de la primera muestra.

$c_1$  - Número máximo de elementos no conformes de la primera muestra para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la primera muestra).



$r_1$  - Número mínimo de elementos no conformes de la primera muestra para rechazar el lote (límite inferior de rechazo con la primera muestra).

$x_1$  - Número de elementos no conformes existentes en la primera muestra.

$n_2$  - Tamaño de la segunda muestra

$c_2$  - Número máximo de elementos no conformes de la suma de la primera y segunda muestras para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la segunda muestra).

$r_2$  - Número mínimo de elementos no conformes de la suma de la primera y segunda muestras para rechazar el lote (límite inferior de rechazo con la segunda muestra). Este número es el entero consecutivo a  $c_2$  ( $r_2 = c_2 + 1$ ).

$x_2$  - Número de elementos no conformes existentes en la segunda muestras.

Las decisiones se toman según el siguiente procedimiento:

1. Aceptar el lote cuando el estimador de la primera muestra (número de elementos no conformes de la primera muestra  $x_1$ ) sea menor o igual que el límite superior de aceptación del lote con la primera muestra ( $c_1$ ).

$$0 \leq x_1 \leq c_1 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

2. Rechazar el lote cuando el estimador de la primera muestra (número de elementos no conformes de la primera muestra  $x_1$ ) sea mayor que el límite inferior de rechazo con la primera muestra ( $r_1$ ).

$$n_1 \geq x_1 \geq r_1 \rightarrow \text{rechazar el lote}$$

3. Cuando el estimador de la primera muestra ( $x_1$ ) no cumpla con las condiciones anteriores, tomar una segunda muestra de  $n_2$  elementos.

$$c_1 < x_1 < r_1 \rightarrow \text{tomar una segunda muestra}$$

4. Aceptar el lote cuando el estimador de la segunda muestra (suma de los elementos no conformes de la primera y segunda muestras,  $x_1+x_2$ ) sea menor o igual que el límite superior de aceptación del lote con la segunda muestra ( $c_2$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

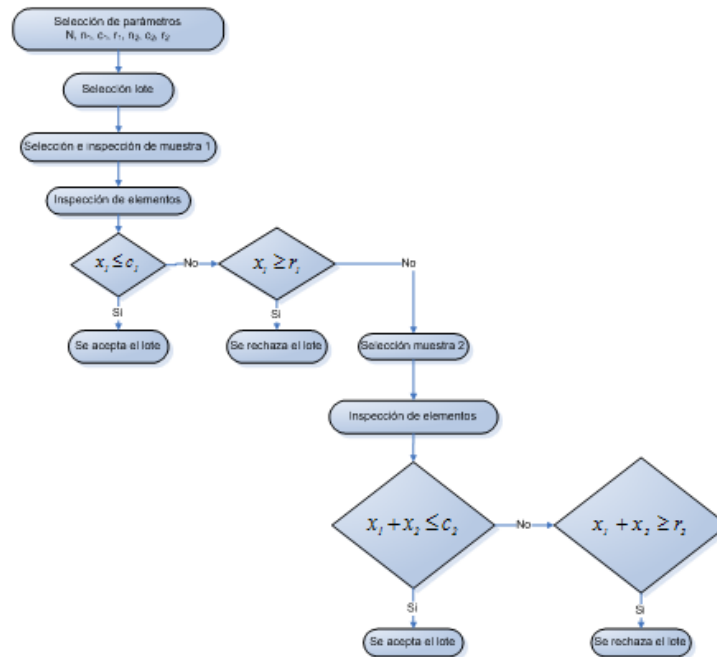
o bien, operando

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad 0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

5. Rechazar el lote si el estimador de la segunda muestra (suma de los elementos no conformes de la primera y segunda muestras,  $x_1+x_2$ ) es mayor o igual que el límite inferior de rechazo del lote con la segunda muestra ( $r_2$ ), con ( $r_2 = c_2 + 1$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad n_1 \geq x_1 + x_2 \geq r_2 \quad \rightarrow \quad \text{rechazar el lote}$$

El flujograma de decisión aparece reflejado en la figura siguiente (Figura 6.6).



**Figura 6.6**

El suceso de aceptación de este plan de muestreo es

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

o bien operando

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

mientras que el suceso de rechazo de este plan de muestreo es

$$Rech. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (x_1 + n_2 \geq x_1 + x_2 \geq r_2)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$



o bien operando

$$Re\ ch. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{Primera\ muestra} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{Segunda\ muestra}$$

Aquellos casos en que ni se acepta ni se rechaza el lote, vienen definidos por

$$Nueva\ muestra. = \overbrace{\{c_1 < x_1 < r_1\}}^{Primera\ muestra}$$

### 3.1.3. - Plan de muestreo de aceptación múltiple

Corresponde a una extensión del plan de muestreo de aceptación doble cuando el número de muestras a tomar es superior a dos. Se basa en considerar los siguientes parámetros fijados de antemano:

$N$  - Tamaño del lote.

$n_1$  - Tamaño de la primera muestra.

$c_1$  - Número máximo de elementos no conformes de la primera muestra para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la primera muestra).

$r_1$  - Número mínimo de elementos no conformes de la primera muestra para rechazar el lote (límite inferior de rechazo con la primera muestra).

$x_1$  - Número de elementos no conformes existentes en la primera muestra.

$n_2$  - Tamaño de la segunda muestra

$c_2$  - Número máximo de elementos no conformes de la suma de la primera y segunda muestras para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la segunda muestra).

$r_2$  - Número mínimo de elementos no conformes de la suma de la primera y segunda muestras para rechazar el lote. (límite inferior de rechazo con la segunda muestra).

$x_2$  - Número de elementos no conformes existentes en la segunda muestra.

$n_3$  - Tamaño de la tercera muestra

$c_3$  - Número máximo de elementos no conformes de la suma de la primera, segunda y tercera muestras para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la tercera muestra).



$r_3$  - Número mínimo de elementos no conformes de la primera, segunda y tercera muestras para rechazar el lote (límite inferior de rechazo con la tercera muestra).

$x_3$  - Número de elementos no conformes existentes en la tercera muestra.

$n_n$  - Tamaño de la n-ésima muestra

$c_n$  - Número máximo de elementos no conformes de la suma de las  $n$  muestras para aceptar el lote (límite superior de aceptación con la n-ésima muestra).

$r_n$  - Número mínimo de elementos no conformes de la suma de las  $n$  muestras para rechazar el lote. (límite inferior de rechazo con la n-ésima muestra). Este número es el entero consecutivo a  $c_n$  ( $r_n = c_n + 1$ ).

$x_n$  - Número de elementos no conformes existentes en la n-ésima muestra.

Las decisiones se toman según el siguiente procedimiento:

1. Aceptar el lote cuando el estimador de la primera muestra (número de elementos no conformes de la primera muestra,  $x_1$ ) sea menor o igual que el límite superior de aceptación del lote con la primera muestra ( $c_1$ ).

$$0 \leq x_1 \leq c_1 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

2. Rechazar el lote cuando el estimador de la primera muestra (número de elementos no conformes de la primera muestra  $x_1$ ) sea mayor o igual que el límite inferior de rechazo con la primera muestra ( $r_1$ ).

$$n_1 \geq x_1 \geq r_1 \rightarrow \text{rechazar el lote}$$

3. Cuando el estimador de la primera muestra ( $x_1$ ) no cumpla con las condiciones anteriores, tomar una segunda muestra de  $n_2$  elementos.

$$c_1 < x_1 < r_1 \rightarrow \text{tomar una segunda muestra}$$

4. Aceptar el lote cuando el estimador de la segunda muestra (suma de los elementos no conformes de la primera y segunda muestras,  $x_1+x_2$ ) sea menor o igual que el límite superior de aceptación del lote con la segunda muestra ( $c_2$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad \text{y} \quad x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$

o bien, operando

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad \text{y} \quad 0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1 \rightarrow \text{aceptar el lote}$$





5. Rechazar el lote cuando el estimador de la segunda muestra (suma de los elementos no conformes en la primera y segunda muestras,  $x_1+x_2$ ) es mayor o igual que el límite inferior de rechazo del lote con la segunda muestra ( $r_2$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad n_2 + x_1 \geq x_1 + x_2 \geq r_2 \quad \rightarrow \quad \text{rechazar el lote}$$

o bien, operando

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1 \quad \rightarrow \quad \text{rechazar el lote}$$

6. Cuando el estimador de la segunda muestra ( $x_1+x_2$ ) no cumpla con las condiciones anteriores, tomar una tercera muestra de  $n_3$  elementos.

$$c_2 < x_1 + x_2 < r_2 \quad \rightarrow \quad \text{tomar una tercera muestra}$$

7. Aceptar el lote cuando el estimador de la tercera muestra (suma de los elementos no conformes de la primera, segunda y tercera muestras,  $x_1+x_2+x_3$ ) es menor o igual que el límite superior de aceptación del lote con la tercera muestra ( $c_3$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1$$

$$y \quad x_1 + x_2 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq c_3 \quad \rightarrow \quad \text{aceptar el lote}$$

o bien, operando

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1 \quad y \quad 0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2 \quad \rightarrow \quad \text{aceptar el lote}$$

8. Rechazar el lote cuando el estimador de la tercera muestra (suma de los elementos no conformes en la primera, segunda y tercera muestras,  $x_1+x_2+x_3$ ) es mayor o igual que el límite inferior de rechazo del lote con la tercera muestra ( $r_3$ ).

$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1$$

$$y \quad x_1 + x_2 + n_3 \geq x_1 + x_2 + x_3 \geq r_3 \quad \rightarrow \quad \text{rechazar el lote}$$

o bien, operando

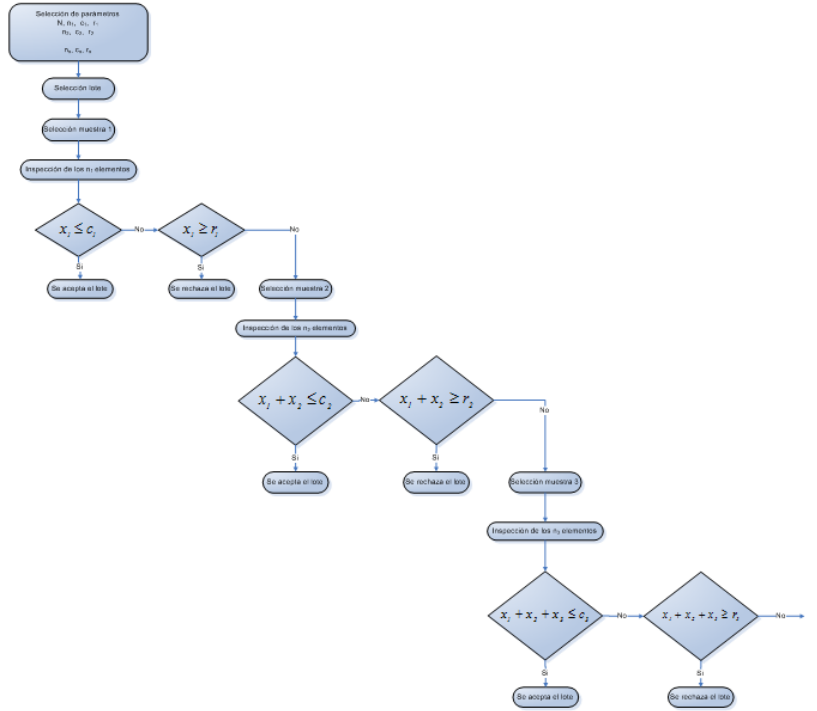
$$c_1 < x_1 < r_1 \quad y \quad c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1 \quad y \quad n_3 \geq x_3 \geq x_1 + x_2 + r_3 \quad \rightarrow \quad \text{rechazar el lote}$$

9. Cuando el estimador de la tercera muestra ( $x_1+x_2+x_3$ ) no cumpla con las condiciones anteriores, tomar una cuarta muestra de  $n_4$  elementos.

$$c_3 < x_1 + x_2 + x_3 < r_3 \rightarrow \text{tomar una cuarta muestra}$$

10. Repetir el proceso hasta la muestra n-ésima.

El flujograma de decisión aparece reflejado en la figura siguiente (Figura 6.7).



**Figura 6.7**

El suceso de aceptación de este plan de muestreo es

$$\begin{aligned}
 \text{Acep.} = & \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \\
 & \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 < x_1 + x_2 < r_2) \cap (x_1 + x_2 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq c_3)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots
 \end{aligned}$$

o bien operando

$$\begin{aligned}
 \text{Acep.} = & \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \\
 & \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots
 \end{aligned}$$



mientras que el suceso de rechazo de este plan de muestreo es

$$\begin{aligned}
\text{Rech.} = & \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (x_1 + n_2 \geq x_1 + x_2 \geq r_2)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \\
& \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 < x_1 + x_2 < r_2) \cap (x_1 + x_2 + n_3 \geq x_1 + x_2 + x_3 \geq r_3)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots
\end{aligned}$$

o bien operando

$$\begin{aligned}
\text{Rech.} = & \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \\
& \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (n_3 \geq x_3 \geq r_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots
\end{aligned}$$

Aquellos casos en que ni se acepta ni se rechaza el lote, vienen definidos por

$$\text{Nueva muestra.} = \overbrace{\{c_1 < x_1 < r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \dots$$

### 3.1.4. - Aspectos estadísticos

Es importante diferenciar entre la probabilidad de que un elemento del lote sea no conforme ( $p$ ) y la de aceptar el lote ( $P_a$ ).

El valor de la probabilidad de que un elemento del lote sea no conforme ( $p$ ) se conoce o estima, mientras que la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) se obtiene de la anterior mediante funciones estadísticas de distribución asociadas a las características de las muestras.

### 3.1.5. - Funciones estadísticas de distribución

Si se tiene un lote en el que cada uno de sus elementos puede ser clasificado como no conforme a especificaciones ( $X=1$ ) o conforme ( $X=0$ ), se genera una variable aleatoria ( $X$ ) que sigue una función de distribución de tipo Bernoulli ( $X \Rightarrow Be(p)$ ) con probabilidad de éxito para cada elemento (en este caso no conformidad)  $p$ . En el análisis de muestras, a la probabilidad  $p$  se la denomina probabilidad de no conformidad, siendo  $100 \cdot p$  porcentaje de no conformidad.



### 3.1.6. - Influencia del tamaño de la muestra

#### 3.1.6.1. - Lotes de tamaño grande

En el caso en que el procedimiento se aplique a lotes de tamaño grande ( $N$ ) respecto del tamaño ( $n$ ) de la muestra (considerando como tamaño grande cuando se cumple  $N > 10 \cdot n$ ), la variable aleatoria ( $X$ ) correspondiente al número de piezas no conformes (éxitos de los distintos experimentos Bernoulli) sigue una función de distribución binomial ( $X \Rightarrow B(n, p)$ ), cuya probabilidad viene definida por

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

en la que  $q = 1 - p$ .

#### 3.1.6.2. - Lotes de tamaño pequeño

Si el lote es de tamaño pequeño ( $N$ ) respecto del tamaño ( $n$ ) de la muestra ( $N \leq 10 \cdot n$ ), el número de piezas no conformes es una variable aleatoria ( $X$ ) que sigue una función de distribución hipergeométrica ( $X \Rightarrow H(N, n, D)$ ) en la que el número de elementos no conformes del lote  $D$  se obtiene mediante

$$D = p \cdot N$$

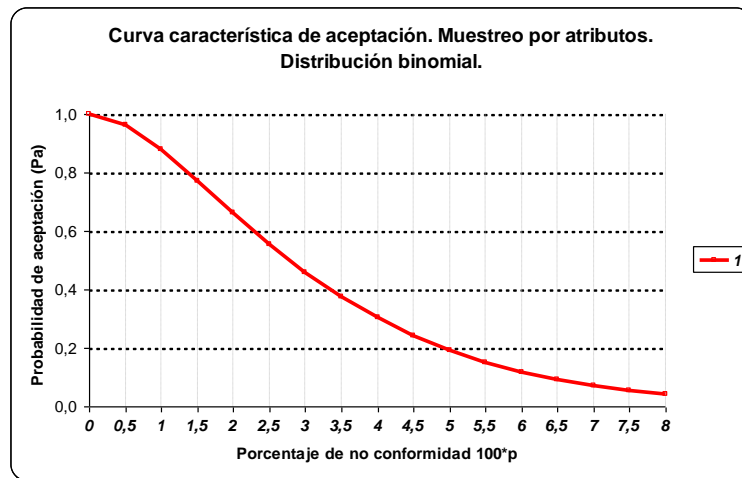
En este caso la función de probabilidad asociada es

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

### 3.1.7. - Curva característica de operación (CCO)

La curva característica de operación (CCO), también llamada de aceptación, es la gráfica que representa la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) en función de la probabilidad de no conformidad ( $p$ ) o porcentaje de no conformidad ( $100 \cdot p$ ) de las piezas (asociado al *error de tipo II*). Estos dos parámetros se contraponen entre sí de forma que al aumentar uno disminuye el otro. Cualquier plan de muestreo está caracterizado mediante su CCO.

Los valores de los puntos de la curva en un caso de muestreo de aceptación simple se obtienen fijando el tamaño del lote ( $N$ ), el de la muestra ( $n$ ) y el número máximo de elementos no conformes para aceptar la muestra ( $c$ ). En la figura 6.8 aparece la CCO para el plan de muestreo  $n = 60$ , tamaño de lote grande y  $c = 1$



**Figura 6.8**

En las CCO hay que resaltar lo siguiente:

- En el caso hipotético de que todas las piezas fueran óptimas, la probabilidad de no conformidad sería nula ( $p=0$ ), y la probabilidad de aceptar el lote sería total ( $P_a=1$ ).
- En piezas ( $p$ ) de muy alta calidad la probabilidad de no conformidad sería próxima a cero ( $p \approx 0$ ) y la probabilidad de aceptar el lote serían alta ( $P_a \approx 1$ ).
- Según va disminuyendo la calida de las piezas, la probabilidad de no conformidad ( $p$ ) aumenta, y la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) disminuye.
- Para piezas de baja calida la probabilidad de no conformidad ( $p$ ) es elevada, y la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) reducida.

Como ya se ha indicado, si el tamaño del lote ( $N$ ) es grande respecto del tamaño de la muestra ( $n$ ) ( $N > 10 \cdot n$ ), la variable aleatoria ( $X$ ) correspondiente al número de elementos no conformes de la muestra sigue una distribución binomial. A la CCO de esta distribución se la denomina de tipo B.

$$N > 10 \cdot n \Rightarrow X \rightarrow B(n, p) \Rightarrow CCO \text{ tipo B}$$

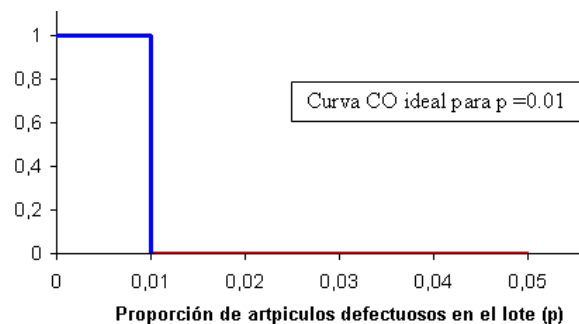
Sin embargo, si el tamaño del lote ( $N$ ) es pequeño respecto del tamaño de la muestra ( $n$ ) ( $N \leq 10 \cdot n$ ) la variable aleatoria ( $X$ ) correspondiente al número de elementos no conformes de la muestra sigue una distribución hipergeométrica. A la CCO de esta distribución se la denomina de tipo A.

$$N \leq 10 \cdot n \Rightarrow X \rightarrow H(N, n, D) \Rightarrow CCO \text{ tipo A}$$

Las *CCO* tipo *A* son más precisas, pero la mayor sencillez y buena aproximación de las *CCO* tipo *B* han generalizado su uso en aquellos casos en los que se cumplen las condiciones necesarias para su aplicación.

### 3.1.7.1. - Plan de muestreo ideal

El plan de muestreo ideal estaría asociado a un procedimiento que asegurase tanto el rechazo de las muestras que tengan una probabilidad de no conformidad ( $p$ ) superior a un cierto valor, como la aceptación de las que tengan una probabilidad ( $p$ ) inferior a ese valor. La *CCO* ideal asociada a este plan de muestreo tendría una forma tal como la que aparece a continuación (Figura 6.9).



**Figura 6.9**

No existe ningún plan de muestreo que cumpla esta condición, y que sea capaz de hacer una discriminación perfecta entre los lotes aceptables y rechazables en función de la probabilidad de no conformidad de las piezas ( $p$ ) indicada.

Con el objetivo de obtener curvas que se aproximen a este comportamiento, se diseñan planes de muestreo de aceptación que tengan alta probabilidad de aceptar lotes aceptables ( $P_a$  elevado con  $p$  bajo), y baja probabilidad de aceptar lotes rechazables ( $P_a$  bajo con  $p$  elevado).

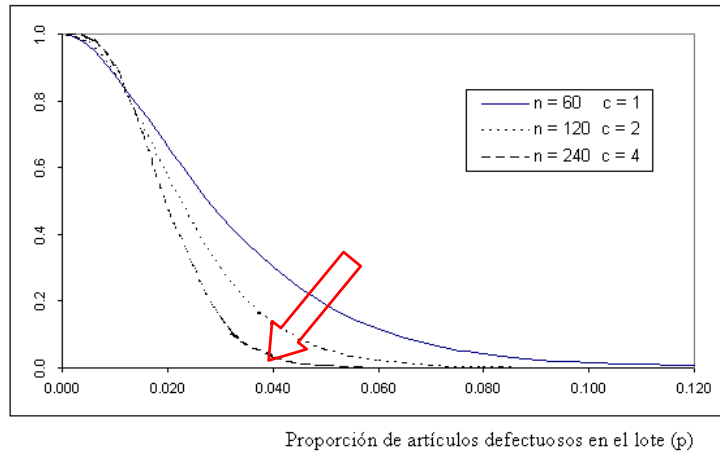
### 3.1.7.2. - Propiedades de las curvas características de operación

Las propiedades de las *CCO* son las siguientes:

1. No existe un plan de muestreo ideal que determine sin error los lotes aceptables de los rechazables. Siempre existe riesgo de rechazar lotes aceptables (*error de tipo I*) y aceptar lotes rechazables (*error de tipo II*).
2. Al aumentar con la misma proporción tanto el tamaño de la muestra ( $n$ ) como el número máximo de elementos no conformes para aceptar el lote ( $c$ ), aumenta la capacidad para determinar la calidad del lote.

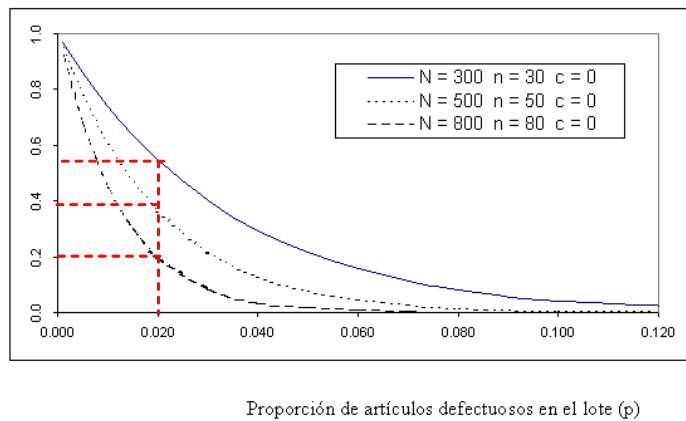
Esta propiedad aparece reflejada en la figura 6.10 Cuando el tamaño de la muestra ( $n$ ) y el número de aceptación ( $c$ ) crecen de forma proporcional, el valor de la probabilidad de aceptación ( $P_a$ ) mejora (tiende a cero más rápido) y, por lo

tanto, existe mayor probabilidad ( $P_a$ ) de aceptar muestras con baja probabilidad de no conformidad de los elementos ( $p$ ) y menor probabilidad ( $P_a$ ) de aceptar muestras con alta probabilidad de no conformidad de los elementos ( $p$ ).



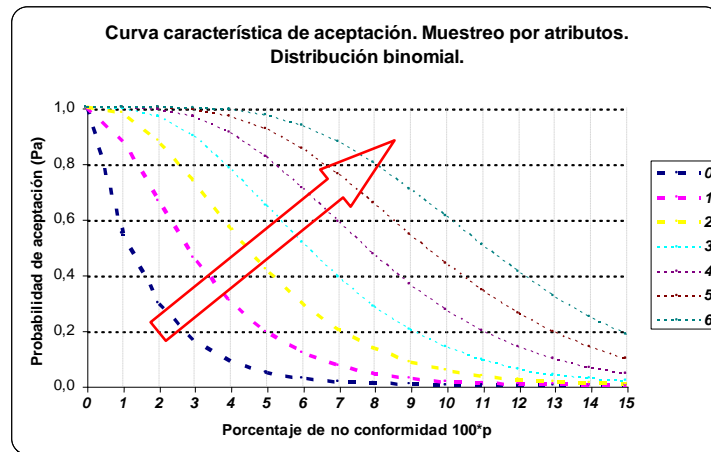
**Figura 6.10**

- Si aumentan el tamaño de la muestra ( $n$ ) y de su lote ( $N$ ) de forma proporcional manteniendo el límite de elementos no conformes para aceptar el lote ( $c$ ), la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ) disminuye para la misma proporción de no conformidad ( $p$ ). En la figura 6.11 parecen las  $CCO$  para  $n_i=N_i/10$  y  $c = 0$ .



**Figura 6.11**

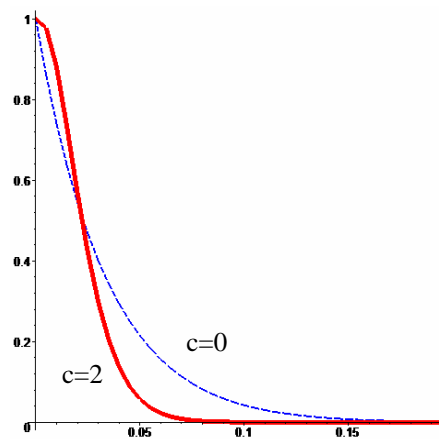
- Si aumenta el valor del número máximo de elementos no conformes para aceptar el lote ( $c$ ), para un mismo porcentaje de no conformidad del elemento ( $p$ ) aumenta la probabilidad de aceptar el lote ( $P_a$ ). En la figura 6.12 aparece las  $CCO$  tipo  $B$  para el plan de muestreo  $n = 60$ , con distintos valores del número máximo de elementos no conformes para aceptar el lote ( $c$ ).



**Figura 6.12**

- Una conclusión de lo anterior es que los planes de muestreo con un número de aceptación de elementos no conformes nulo ( $c = 0$ ) no siempre son los más apropiados.

La figura 6.13 corresponde a planes de muestreo tipo *B* de características  $n = 120$   $c = 2$  (color rojo, línea continua gruesa), y  $n = 30$   $c = 0$  (color azul, línea discontinua fina). La probabilidad ( $P_a$ ) de aceptar lotes con porcentaje de no conformidad del elemento ( $p$ ) bajo, y rechazar los de porcentaje de no conformidad del elemento ( $p$ ) alto es mayor en la curva con  $c=2$ .



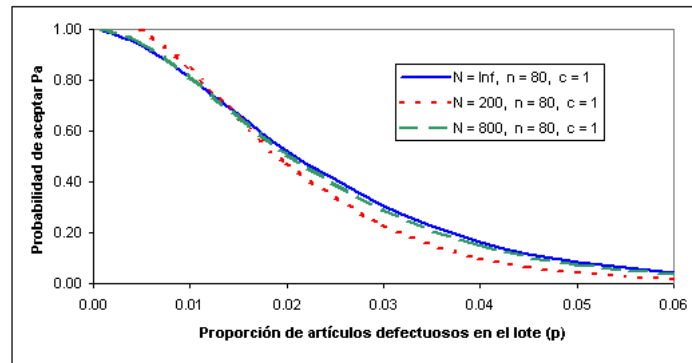
**Figura 6.13**

- La influencia del tamaño de lote ( $N$ ) es pequeña.

Las *CCO de tipo A* (distribución hipergeométrica) debido a su mayor precisión son adecuadas para lotes de tamaño pequeño respecto de la muestra ( $N \leq 10 \cdot n$ ), mientras que las *tipo B* (distribución binomial) se utilizan para lotes de tamaño grande ( $N > 10 \cdot n$ ) sin excesiva pérdida de precisión.



En la figura 6.14 se muestran las *CCO* para dos planes de muestreo simple *tipo A* (hipergeométrica) de características  $N = 200, n = 80, c = 1$  y  $N = 800, n = 80, c = 1$ ; y un plan de muestreo *tipo B* (binomial) para tamaño de lote grande (que tiende a infinito), de características  $N = Inf., n = 80$  y  $c = 1$ , en la que se aprecia que la diferencia entre las tres curvas es pequeña.



**Figura 6.14**

**3.1.7.2.1. - Obtención de la *CCO* en el muestreo de aceptación simple**

Como ya se indicó, el suceso de aceptación lote viene expresado mediante

$$Acep. = \{0 \leq x \leq c\}$$

o bien

$$Acep. = \{x = 0\} \cup \{x = 1\} \cup \dots \cup \{x = c\}$$

Al ser todos los elementos del suceso excluyentes entre sí

$$\{x = 0\} \cap \{x = 1\} \cap \dots \cap \{x = c\} = \emptyset$$

la probabilidad aceptar el lote ( $P_a$ ) es la probabilidad de su unión, lo que corresponde a la suma de las probabilidades de cada uno de los elementos del suceso

$$P_a = P(Acep.) = P(\{x \leq c\}) = P(\{x = 0\} \cup \{x = 1\} \cup \dots \cup \{x = c\}) = P(x = 0) + P(x = 1) + \dots + P(x = c) = \sum_{x=0}^c P(x)$$

Las gráficas de las *CCO* que determinan la probabilidad aceptar el lote ( $P_a$ ) se obtienen por puntos. En el caso binomial (*tipo B*) la *CCO* se determinan variando la probabilidad de no conformidad de los elementos ( $p$ ), fijados el número de elementos de la muestra ( $n$ ) y el límite de aceptación de elementos no conformes ( $c$ ). En este caso la probabilidad de aceptación ( $P_a$ ) viene dada por

$$P_a = \sum_{x=0}^c P(x) = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \right] = \sum_{x=0}^c \left[ \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \right]$$

En el caso hipergeométrico (tipo A) la CCO también se obtiene por puntos variando la probabilidad de no conformidad  $p$  a partir del número de no conformidades existentes en el lote ( $D$ ). La relación entre la probabilidad de no conformidad del elemento ( $p$ ) y el número de no conformidades del lote ( $D$ ) viene dada por

$$p = \frac{D}{N}$$

Para obtener los puntos de la curva se fijan el número de elementos del lote ( $N$ ) y de la muestra ( $n$ ). En este caso la probabilidad de aceptación del lote ( $P_a$ ) viene dada por

$$P_a = \sum_{x=0}^c P(x) = \sum_{x=0}^c \left[ \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \right] = \sum_{x=0}^c \left[ \frac{\frac{D!}{x!(D-x)!} \frac{(N-D)!}{(n-x)! [(N-D)-(n-x)]!}}{\frac{N!}{n!(N-n)!}} \right]$$

**3.1.7.2.2. - Obtención de la CCO en el muestreo de aceptación doble**

En este caso el procedimiento de aceptación permite discriminar más fácilmente los lotes óptimos de los que no lo son.

El suceso de aceptación es

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

en el que al ser todos los elementos excluyentes entre sí, la probabilidad de su unión es la suma de las probabilidades, y la probabilidad de la intersección el producto de las probabilidades

$$P_a = P(Acep.) = P(\{0 \leq x_1 \leq c_1\} \cup \{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}) = P(x_1 = 0) + P(x_1 = 1) + \dots + P(x_1 = c_1) + P(c_1 < x_1 \leq c_2) \cdot P(0 \leq x_2 < c_2 - x_1)$$

En el caso binomial (tipo B) la probabilidad de cada uno de los términos es

$$P(x_i) = \binom{n_i}{x_i} p^{x_i} q^{n_i-x_i} = \frac{n_i!}{x_i!(n_i-x_i)!} p^{x_i} q^{n_i-x_i}$$

En el caso hipergeométrico (tipo A) la relación entre la probabilidad de no conformidad del elemento ( $p$ ) y el número de no conformidades del lote ( $D$ ) no varía

$$p = \frac{D}{N}$$

y la probabilidad de cada uno de los términos es

$$P(x_i) = \frac{\binom{D}{x_i} \binom{N-D}{n_i-x_i}}{\binom{N}{n_i}} = \frac{D!}{x_i!(D-x_i)!} \frac{(N-D)!}{(n-x_i)![(N-D)-(n_i-x_i)]!} \frac{N!}{n_i!(N-n_i)!}$$

**3.1.7.2.3. - Obtención de la CCO en el muestreo de aceptación múltiple**

El suceso de aceptación es

$$Acep. = \underbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}_{\text{primera muestra}} \cup \underbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}_{\text{Segunda muestra}} \cup \underbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)\}}_{\text{Tercera muestra}} \cup \dots$$

en el que al ser todos los elementos excluyentes entre sí, la probabilidad de su unión es la suma de las probabilidades, y la probabilidad de la intersección el producto de las probabilidades

$$\begin{aligned} P_a = P(Acep.) &= P(\{0 \leq x_1 \leq c_1\} \cup \{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\} \cup \\ &\cup \{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)\} \cup \dots) = \\ &= P(x_1 = 0) + P(x_1 = 1) + \dots + P(x_1 = c_1) + P(c_1 < x_1 \leq c_2) \cdot P(0 \leq x_2 < c_2 - x_1) + \\ &+ P(c_1 < x_1 \leq c_2) \cdot P(c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cdot P(0 \leq x_3 < c_3 - x_1 - x_2) \end{aligned}$$

Nuevamente, en el caso binomial (tipo B) la probabilidad de cada uno de los términos es

$$P(x_i) = \binom{n_i}{x_i} p^{x_i} q^{n_i-x_i} = \frac{n_i!}{x_i!(n_i-x_i)!} p^{x_i} q^{n_i-x_i}$$

y en el caso hipergeométrico (tipo A) la relación  $p$  es

$$p = \frac{D}{N}$$

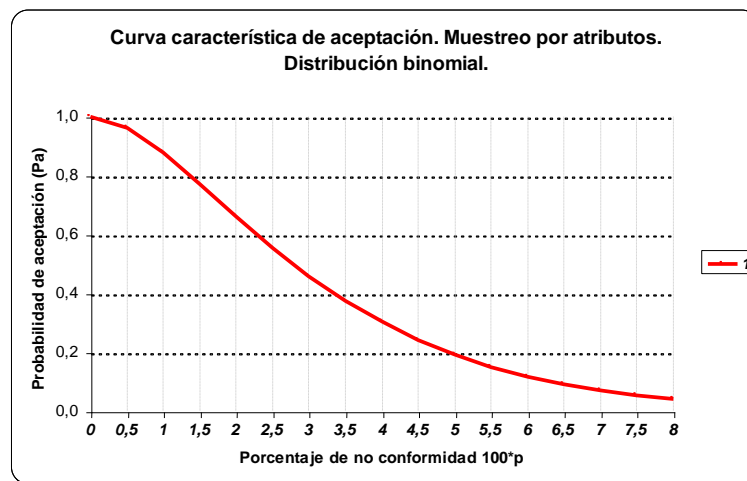
y la probabilidad de cada uno de los términos es

$$P(x_i) = \frac{\binom{D}{x_i} \binom{N-D}{n_i - x_i}}{\binom{N}{n_i}} = \frac{D!}{x_i!(D-x_i)!} \frac{(N-D)!}{(n_i-x_i)![(N-D)-(n_i-x_i)]!} \frac{N!}{n_i!(N-n_i)!}$$

### 3.1.8. - Índices de calidad para los planes de muestreo de aceptación

En el estudio se van a considerar únicamente las CCO tipo B (Binomial  $B(n, p)$ ) asociadas a planes de muestreo simples, dobles y múltiples (Figura 6.14).

Cuando se utiliza el muestreo de aceptación para el análisis de lotes siempre se produce un conflicto de intereses entre proveedor y cliente. Por un lado, el proveedor desea que se acepten todos los lotes producidos con alta calidad (que todos los lotes con probabilidad de no conformidad de los elementos ( $p$ ) baja sean aceptados), por otro, el cliente desea que se rechacen todos los lotes de baja calidad (que todos los lotes con probabilidad de no conformidad ( $p$ ) de los elementos alta sean rechazados).



**Figura 6.14**

Sin embargo, ambos intereses no pueden ser satisfechos de manera simultánea con un plan de muestreo de aceptación, ya que siempre existe la posibilidad de aceptar lotes rechazables (*error de tipo II*) o rechazar lotes aceptables (*error de tipo I*).

Para determinar la probabilidad de que esto ocurra se emplea el test de hipótesis unilateral. Dicho test parte de definir las siguientes hipótesis:

- a) Hipótesis nula: la calidad del lote es buena ( $p$  bajo).
- b) Hipótesis alternativa: la calidad del lote es mala ( $p$  elevado).

$H_0$  : la calidad del lote es buena

$H_1$  : la calidad del lote es mala



Para determinar un plan de muestreo es necesario acordar entre el proveedor y el cliente el número de elementos de la muestra ( $n$ ) y el número máximo de elementos defectuosos para aceptar el lote ( $c$ ), lo que se consigue a partir de definir los niveles de calidad aceptable ( $NCA$ ) y calidad límite ( $NCL$ ).

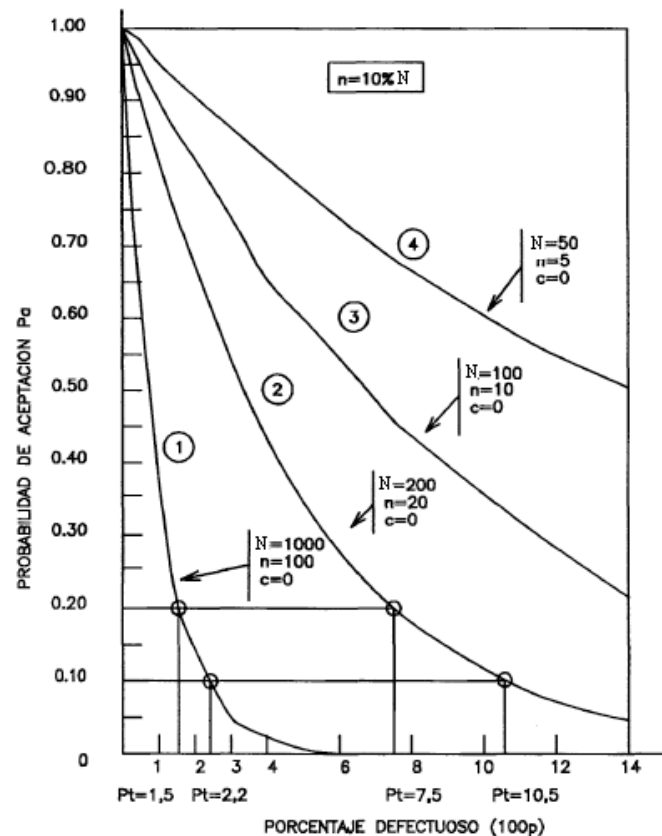
### **3.1.8.1. - Características determinantes de los planes de muestreo**

Para seleccionar el plan de muestreo más adecuado pueden tenerse en cuenta, en relación con la probabilidad de aceptación  $P_a$  de lotes de diferentes fracciones defectuosas  $p$ , las siguientes características:

1. El riesgo del consumidor,  $\beta$ .
2. El riesgo del productor,  $\alpha$ .
3. El nivel de calidad aceptable,  $NCA$ .
4. El nivel de calidad límite,  $NCL$ .
5. El porcentaje de indiferencia,  $p_0$ .
6. La calidad saliente media,  $CSM$ , y su límite,  $LCSM$ .

#### **3.1.8.1.1. - Riesgo del consumidor, $\beta$**

Es el riesgo de aceptar lotes con un gran número de piezas defectuosas. Se representa mediante la letra griega  $\beta$  y equivale a la probabilidad  $P_a$  que tiene el consumidor de aceptar lotes con un porcentaje de defectuosos tolerado  $p_i$  determinado. Generalmente, se establece un riesgo del consumidor, para estos lotes defectuosos, de  $\beta = 10\%$ .



**Figura 6.15**

En la Figura 6.15 se puede comprobar que:

- Curva 1.- Con el plan  $N=1000$ ,  $n=100$  y  $c=0$ , el consumidor aceptará lotes con un  $p_i=2'2\%$  de piezas defectuosas el 10% de las veces (riesgo del consumidor).

- Curva 2.- Con el plan  $N=200$ ,  $n=20$  y  $c=0$ , el porcentaje tolerado de defectuosos ha aumentado para el mismo riesgo del consumidor  $\beta = 10\%$ , ya que el 10% de las veces admitirá lotes con un  $p_i=10'5\%$  de piezas defectuosas.

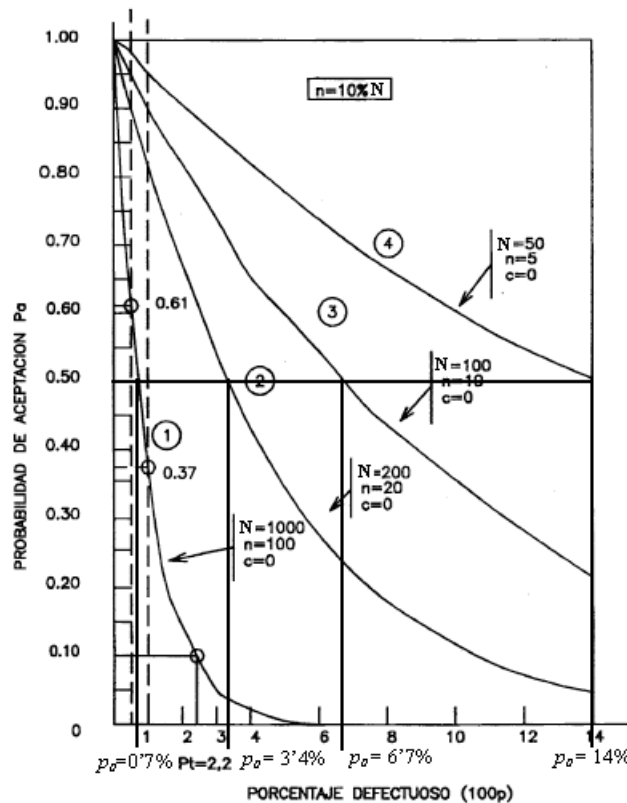
Si se modifica el riesgo del consumidor  $\beta$  (probabilidad de aceptación  $P_a$ ), se observa que se mantiene entre las dos curvas características análoga relación entre los porcentajes defectuosos tolerados  $p_i$  de cada una de ellas.

Para  $\beta = 20\%$ , en la curva 1 es  $p_i=1'5\%$  y en la curva 2 es  $p_i=7'5\%$ . Por ello, para un  $\beta = 10\%$ , el  $p_i$  correspondiente, porcentaje defectuoso tolerado en el lote (PDTL ó  $p_2$ ), da una medida relativa de la rigurosidad de cada plan.

Vinculada al riesgo del consumidor existe una definición numérica de un lote no conforme, denominada **NCL**.

**3.1.8.1.2. - Riesgo del productor,  $\alpha$**

Es el riesgo que tiene el productor de que le rechacen lotes con una proporción de piezas defectuosas pequeña. Se representa mediante la letra griega  $\alpha$  y equivale a la probabilidad  $P_r$  que tiene el productor de que le rechacen un lote con un porcentaje de defectuosos  $p_i$  determinado. Es, por lo tanto, la probabilidad complementaria de la de aceptación para ese  $p_i$ , es decir,  $P_r = \alpha$ , o sea,  $P_a = 1 - \alpha$ .



**Figura 6.16**

En las curvas características de los planes, representadas en la Figura 6.16, se puede estudiar el riesgo del productor, una vez fijado el riesgo del consumidor. En el plan  $N=1000$ ,  $n=100$  y  $c=0$ , para porcentaje de defectuosos  $p_i=2.2\%$ , el riesgo del consumidor es  $\beta = 10\%$  y el del productor  $\alpha = 10\%$ .

Igualmente, se observa que los lotes con un 1% de defectuosos son rechazados el  $100-37=63\%$  de las veces y los lotes con un 0.5% de defectuosos, el  $100-61=39\%$  de las veces. Es obvio que el plan elegido está ejerciendo una sobreprotección contra la aceptación de un lote que posee una calidad superior a la exigida, lo que aumentará considerablemente los costos, al rechazar constantemente lotes con una calidad aceptable.

En la Figura 6.16 también puede observarse que cuanto mayor es el tamaño  $n$  de la muestra, mayor será la protección del productor. Por consiguiente, es conveniente llegar a un acuerdo razonable entre productor y consumidor, para elegir un plan que satisfaga a ambos.

Vinculada al riesgo del productor existe la definición numérica de un lote aceptable, denominada *NCA*.

### 3.1.8.1.3. - Nivel de Calidad Aceptable (NCA)

El Nivel de Calidad Aceptable (*NCA*) o *Acceptable Quality Limit (AQL)* es el valor que se va a considerar como máximo admisible para la probabilidad de no conformidad ( $p_{NCA}$ ) o porcentaje de no conformidad ( $100p_{NCA}$ ) de los elementos.

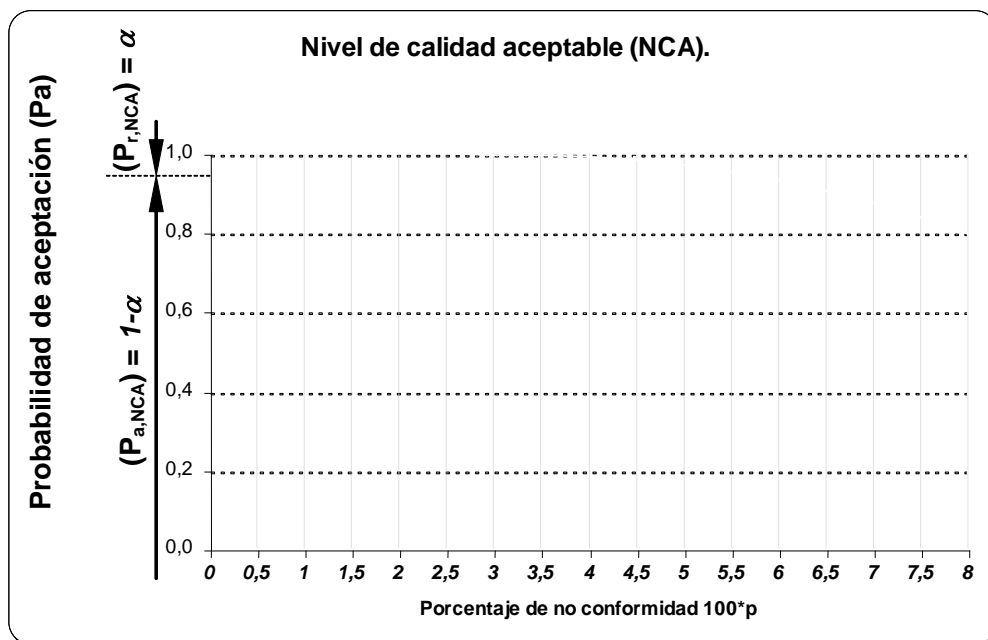
La probabilidad del *NCA* ( $p_{NCA}$ ) junto con la probabilidad de aceptar el lote con este *NCA* ( $P_{a,NCA}$ ) son fijados por el analista, y permiten determina un punto sobre la gráfica de las *CCO* por la que pasen un conjunto de ellas.

En una prueba de hipótesis unilateral, a la probabilidad de aceptar la hipótesis nula ( $H_0$ ) cuando es verdadera (correspondiente a que la calidad del lote es buena con el *NCA*,  $P_{a,NCA}$ ), se le asigna el valor del complementario al nivel de significación ( $\alpha$ ), fijado por el técnico.

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha$$

mientras que la probabilidad de rechazo con el *NCA* ( $P_{r,NCA}$ ) denominada riesgo del productor, correspondiente a rechazar la hipótesis nula  $H_0$  cuando es verdadera (error de tipo *I*), se le asigna el valor del nivel de significación ( $\alpha$ ) (Figura 6.17).

$$P_{r,NCA} = \alpha$$



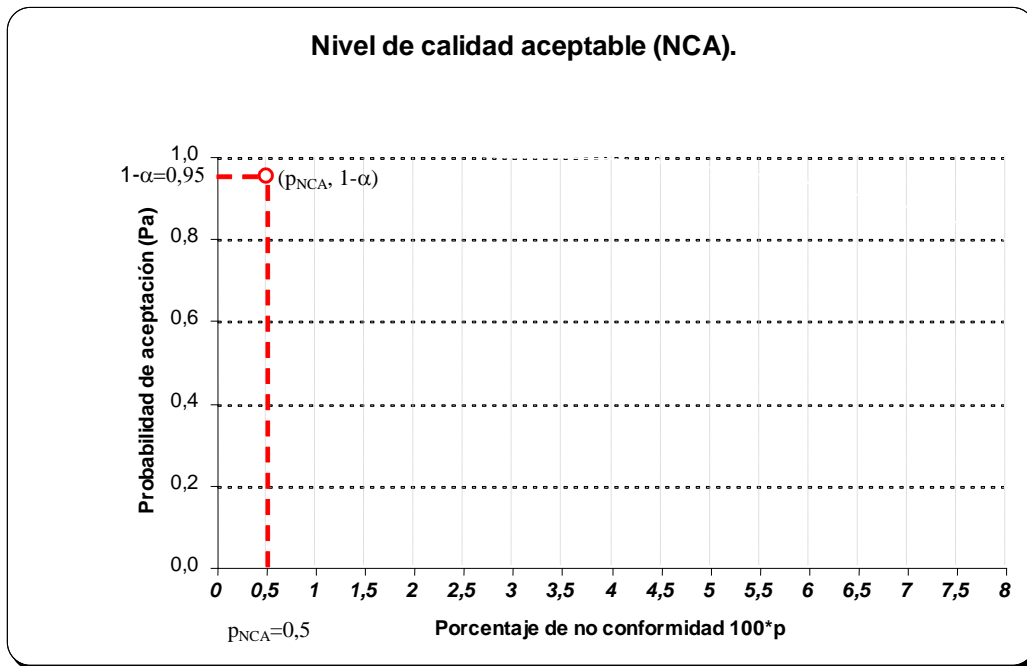
**Figura 6.17**



La probabilidad de aceptar un lote que tenga una probabilidad de aceptación ( $P_a$ ) igual o superior a la del NCA ( $P_{a,NCA}$ ) debe ser alta, por lo que se suele tomar un nivel de significación de  $\alpha=0,05$ , al cual le corresponde una probabilidad de aceptación del NCA ( $P_{a,NCA}$ ) de

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95 \text{ (Figura 6.18)}$$

Como se ha indicado, definidos la probabilidad del NCA ( $p_{NCA}$ ) y la probabilidad de aceptar este nivel de calidad ( $P_{a,NCA}$ ), sobre la gráfica de CCO se puede determinar un punto por el que pasen curvas que cumplan con dichos parámetros.



**Figura 6.18**

Cada CCO tipo B se caracteriza por del número máximo de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ) y el número de elementos de la muestra ( $n$ ), parámetros que son dependientes entre sí para un NCA definido.

Para determinar el número de elementos de la muestra ( $n$ ) se toma un valor del número máximo de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ) y a partir de la probabilidad de los elementos con el nivel de calidad aceptable ( $p_{NCA}$ ) y la probabilidad de aceptar el lote con ese nivel ( $P_{a,NCA} = 1 - \alpha$ ) se plantea una ecuación con una incógnita. Por ejemplo, para CCO tipo B se utiliza la expresión binomial

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCA}^x (1 - p_{NCA})^{n-x} \right]$$



Sin embargo la determinación del valor de  $n$  no es sencilla. Por ejemplo para  $c=2$  se tendría que obtener  $n$  de la expresión

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = (1 - p_{NCA})^n + np_{NCA}(1 - p_{NCA})^{n-1} + \frac{n \cdot (n-1)}{2} p_{NCA}^2 (1 - p_{NCA})^{n-2}$$

Para simplificarlo, en el caso de las *CCO* tipo *B* se utiliza la **Tabla 1D** del **Anexo D** en la que aparecen el producto de la probabilidad de los elementos ( $p$ ) por el número de elementos de la muestra ( $n$ ) para distintos valores del número máximo de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ) y probabilidades de aceptar el lote ( $P_a$ ). El procedimiento para su aplicación es el siguiente:

- a) Se parte de tomar un valor para el número de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ).
- b) A partir de la tabla se obtiene el producto del número de elementos de la muestra por la probabilidad de no conformidad ( $n \cdot p_{NCA}$ ) para la probabilidad de aceptar el lote con el *NCA* considerado ( $P_{a,NCA}$ ).
- c) El número de elementos de la muestra ( $n$ ) se calcula dividiendo el valor obtenido de la tabla entre la probabilidad de no conformidad del elemento para el *NCA* ( $p_{NCA}$ ).
- d) Se redondea el valor de la división al entero más próximo.

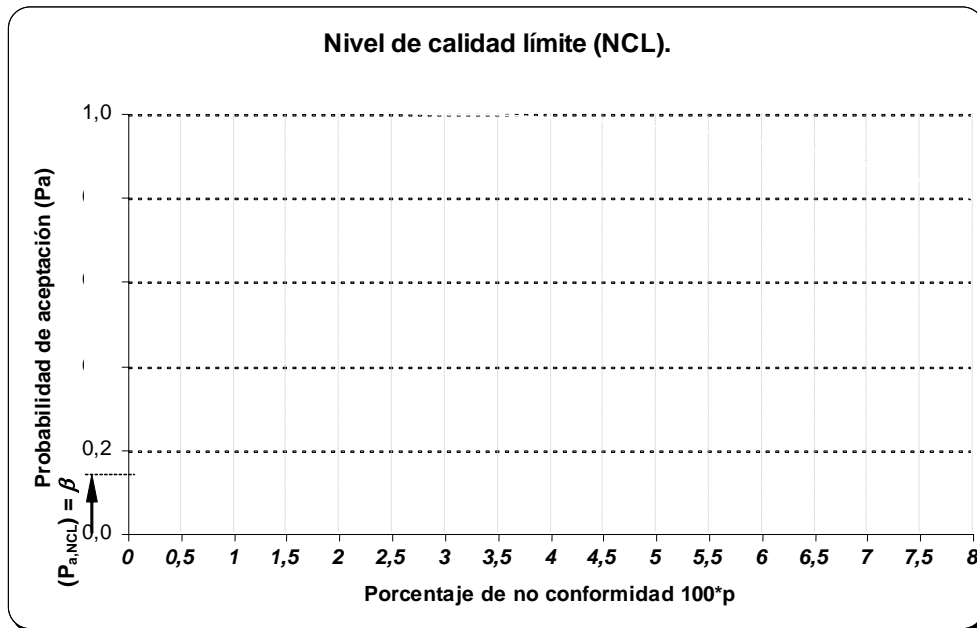
#### 3.1.8.1.4. - Nivel de calidad límite (NCL)

El Nivel de Calidad Límite (*NCL*) o *Limiting Quality Level (LQL)* es el valor que se va a considerar como mínimo admisible para la probabilidad de no conformidad ( $p_{NCL}$ ) o porcentaje de no conformidad ( $100p_{NCL}$ ) de los elementos.

La probabilidad del *NCL* ( $p_{NCL}$ ) junto con la probabilidad de aceptar el lote con este *NCL* ( $P_{a,NCL}$ ) permiten determina un punto sobre la gráfica de las *CCO* por la que pasen un conjunto de ellas.

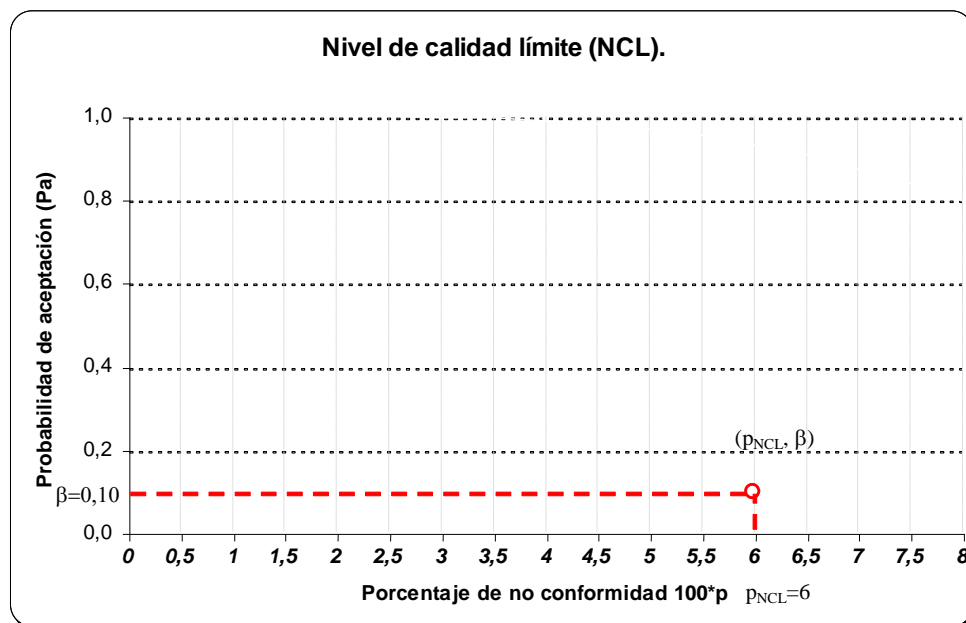
En una prueba de hipótesis unilateral, a la probabilidad de aceptar la hipótesis nula ( $H_0$ ) cuando es falsa (aunque se acepte el lote su calidad no es buena) para este *NCL* ( $P_{\beta,NCL}$ ), se le asigna el valor  $\beta$ , denominado riesgo del consumidor, correspondiente al error de tipo *II*.

$$P_{\beta,NCL} = \beta \quad (\text{Figura 6.19})$$



**Figura 6.19**

Al ser el *NCL* un nivel no satisfactorio, su probabilidad aceptarlo debe ser baja (generalmente de 0,05 o 0,10). Como se ha indicado, definidos la probabilidad del nivel *NCL* ( $p_{NCL}$ ) y la probabilidad de aceptar este nivel de calidad ( $P_{a,NCL}$ ), sobre la gráfica de *CCO* se puede determinar un punto por el que pasen curvas que cumplan con dichos parámetros (Figura 6.20).



**Figura 6.20**

Nuevamente, para determinar el número de elementos de la muestra ( $n$ ) se toma un valor del número máximo de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ) y a partir de la probabilidad de los elementos con el nivel de calidad límite ( $p_{NCL}$ ) y la probabilidad de aceptar el lote con ese nivel ( $P_{a,NCL} = \beta$ ) se plantea una ecuación con una incógnita de difícil resolución.

$$P_{a,NCL} = \beta = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCL}^x (1 - p_{NCL})^{n-x} \right]$$

Para simplificarlo, en el caso de las *CCO* tipo *B* se utiliza la **Tabla 2D del Anexo D** en la que aparecen los valores del producto de la probabilidad de los elementos para el *NCL* ( $p_{NCA}$ ) por el número de elementos de la muestra ( $n$ ) para distintos valores del número máximo de elementos no conformes para la aceptación ( $c$ ) y probabilidades de aceptar el lote o riesgos del productor ( $P_{a,NCL}$ ). El procedimiento para su aplicación es el mismo que el visto en el *NCA*.

**3.1.8.1.5. - Porcentaje de indiferencia,  $p_0$**

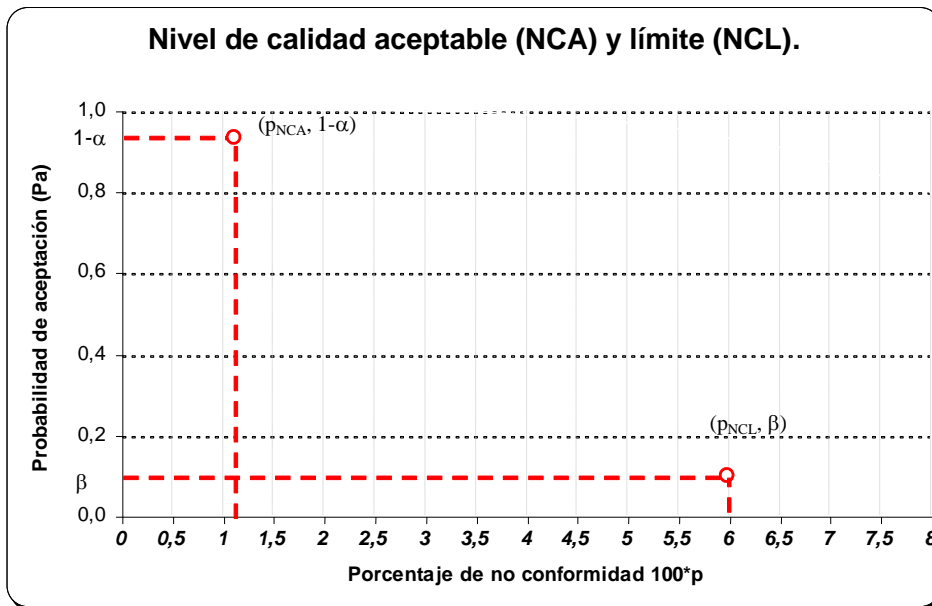
Se denomina así al porcentaje de piezas defectuosas  $p_0$  tal que la probabilidad de aceptación (o de rechazo) del lote que le contiene, sea del 50%. Es decir, corresponde al porcentaje defectuoso que presenta igual riesgo para el consumidor que para el productor ( $\alpha = \beta = 50\%$ ). Algunos planes de muestreo, como el Sistemá de Muestreo Normal Philips, se basan en este criterio de riesgo compartido.

En la Figura 6.16 (riesgo del productor) puede observarse que la probabilidad de aceptación  $P_a = \beta = 50\% = \alpha$  (riesgo compartido), corresponde en el plan:

- $L=1000, n=100, c=0$  (curva 1), al porcentaje de piezas defectuosas (porcentaje de indiferencia)  $p_0=0,7\%$ .
- $L=200, n=20, c=0$  (curva 2), al  $p_0=3,4\%$ .
- $L=100, n=10, c=0$  (curva 3), al  $p_0=6,7\%$ .
- $L=50, n=5, c=0$  (curva 4), al  $p_0=14\%$ .

**3.1.8.1.6. - Planes de muestreo para riesgos de productor y consumidor establecidos**

Se pueden establecer al mismo tiempo como condiciones del plan de muestreo tanto el riesgo del productor ( $P_{r,NCA}$ ) con su probabilidad de de no conformidad de los elementos correspondiente ( $p_{NCA}$ ), como el riesgo del consumidor ( $P_{a,NCL}$ ) con su probabilidad de aceptación ( $p_{NCL}$ ), tal como muestra la figura 6.21



**Figura 6.21**

A diferencia de los casos anteriores, para determinar las *CCO* no es necesario suponer el número de elementos no conformes para la aceptación del lote (*c*), sino que se podrá determinar tanto este parámetro como el número de elementos de la muestra (*n*).

Para *CCO* tipo *B* se considerarán las expresiones binomiales de probabilidad de aceptación del *NCA* ( $P_{a,NCA}$ ) y de probabilidad de aceptación del *NCL* ( $P_{a,NCL}$ )

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCA}^x (1 - p_{NCA})^{n-x} \right]$$

$$P_{a,NCL} = \beta = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCL}^x (1 - p_{NCL})^{n-x} \right]$$

Igual que en los casos anteriores, la determinación de los valores de *n* y *c* no es directa, por lo que se utilizarán métodos de resolución aproximados.

**3.1.8.1.7. - Resolución por aproximación a la función normal**

Se desarrolla la resolución del número de elementos no conformes para la aceptación del lote (*c*) y el número de elementos de la muestra (*n*) en planes de muestreo simples tipo *B* para riesgos de productor ( $\alpha$ ) y consumidor ( $\beta$ ) establecidos, a partir de la aproximación de la distribución binomial ( $B(n,p)$ ) a la normal estándar ( $N(\mu=0, \sigma=1)$ ).

La aproximación será válida cuando se cumplan los siguientes criterios:

- 1- Si una vez obtenidos los valores de  $n$  y  $c$  se cumple que  $n \cdot p > 5$  y  $n \cdot q > 5$ .
- 2- La distribución normal ha de tener la misma media ( $\mu$ ) y desviación típica ( $\sigma$ ) que la distribución binomial a la que se aproxima

$$X \rightarrow B(n, p) \rightarrow (E(X) = np, Var(X) = \sqrt{npq})$$

$$X \rightarrow B(n, p) \approx N(\mu = np, \sigma = \sqrt{npq})$$

**Error de tipo I**

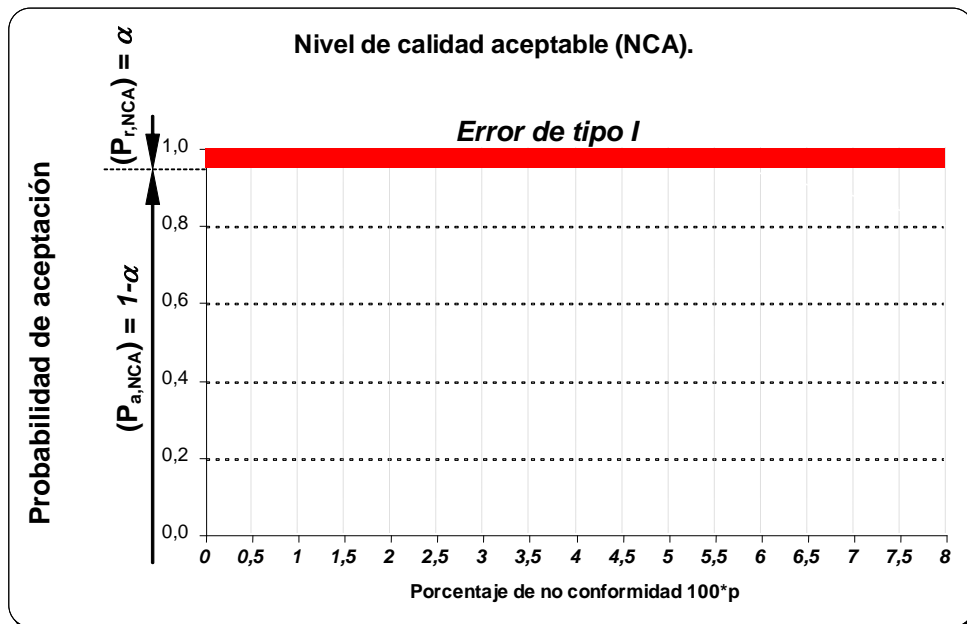
A partir de los enunciados de la prueba de hipótesis

$H_0$  : la calidad del lote es buena

$H_1$  : la calidad del lote es mala

para que se rechace el lote cuando es aceptable (*error de tipo I*) la probabilidad de rechazo asociada al nivel de calidad aceptable ( $P_{r,NCA}$ ) ha de ser menor que el riesgo del productor ( $\alpha$ ), o bien la probabilidad de aceptación ( $P_{a,NCA}$ ) mayor que  $1-\alpha$  (Figura 6.22)

$$P_{r,NCA} < \alpha \rightarrow P_{a,NCA} > 1-\alpha$$



**Figura 6.22**

Este *error de tipo I* puede ocurrir en la función binomial cuando el valor del estimador de la prueba de hipótesis ( $x$ ) sea superior al valor de aceptación del lote ( $c$ )

$$X \rightarrow B(n, p) \rightarrow p(\text{Error tipo I}) = p(x > c)$$

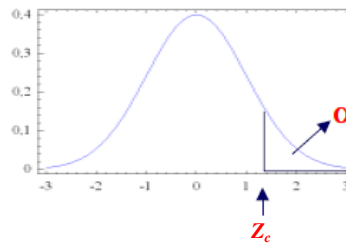
y en la función normal equivalente mediante

$$X \rightarrow N(\mu = n \cdot p_{NCA}, \sigma = \sqrt{n \cdot p_{NCA} \cdot q_{NCA}}) \rightarrow p(\text{Error tipo I}) = p(x > c)$$

La estandarización de esta función normal se realiza a partir del cambio de variable, y el valor límite de la variable aleatoria ( $z_c$ ) para que aparezca el *error de tipo I* es

$$z_c = z_{1-\alpha} = \frac{c - \mu}{\sigma} = \frac{c - n \cdot p_{NCA}}{\sqrt{n \cdot p_{NCA} \cdot q_{NCA}}}$$

cuyo dominio correspondiente al rechazo aparece reflejado en la figura 6.23

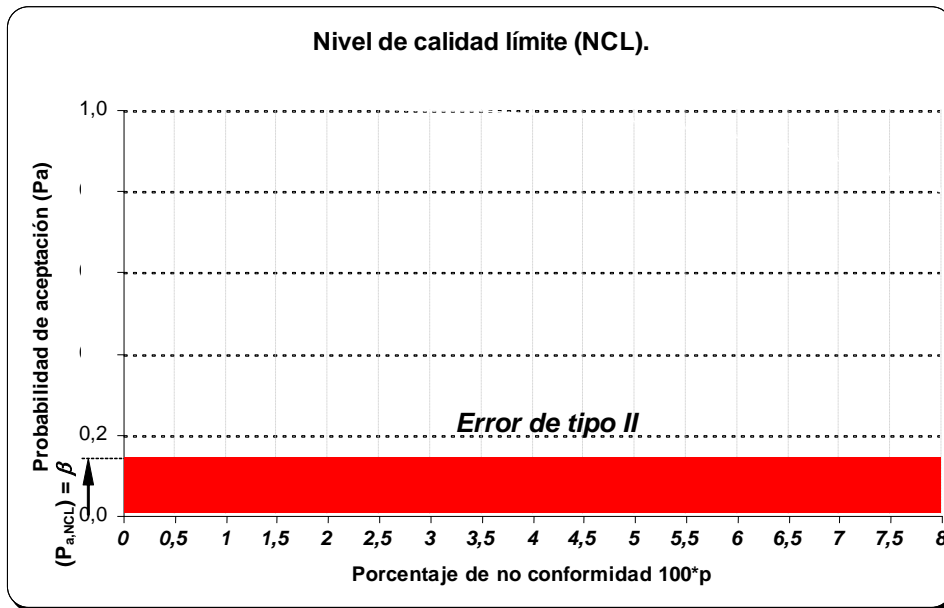


**Figura 6.23**

### **Error de tipo II**

Para que se acepte el lote cuando es rechazable (*error de tipo II*) la probabilidad de aceptación asociada al nivel de calidad límite ( $P_{a,NCL}$ ) ha de ser menor que  $\beta$  (Figura 6.24).

$$P_{a,NCL} < \beta$$



**Figura 6.24**

Este *error de tipo II* puede ocurrir en la función binomial cuando el valor del estimador de la prueba de hipótesis ( $x$ ) sea menor o igual al valor de aceptación del lote ( $c$ )

$$X \rightarrow B(n, p) \rightarrow p(\text{Error tipo II}) = p(x \leq c)$$

y en la función normal equivalente mediante

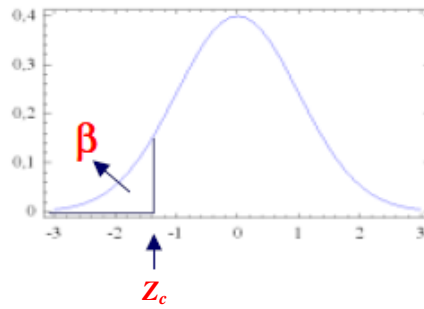
$$X \rightarrow N(\mu = n \cdot p_{NCL}, \sigma = \sqrt{n \cdot p_{NCL} \cdot q_{NCL}}) \rightarrow p(\text{Error tipo II}) = p(x \leq c)$$

La estandarización de esta función normal se realiza a partir del cambio de variable, y el valor límite de la variable aleatoria ( $z_c$ ) para que aparezca el *error de tipo II* es

$$z_c = z_\beta = \frac{c - \mu}{\sigma} = \frac{c - n \cdot p_{NCL}}{\sqrt{n \cdot p_{NCL} \cdot q_{NCL}}}$$

cuyo dominio correspondiente a la aceptación aparece reflejado en la figura 6.25





**Figura 6.25**

**Sistema de ecuaciones**

Luego el sistema de ecuaciones a resolver son

$$z_{1-\alpha} = \frac{c - np_{NCA}}{\sqrt{np_{NCA}q_{NCA}}} \quad z_{\beta} = \frac{c - np_{NCL}}{\sqrt{np_{NCL}q_{NCL}}}$$

a partir de las cuales se pueden obtener los valores de  $c$  y  $n$

$$c = z_{\beta} \sqrt{n \cdot p_{NCL} \cdot q_{NCL}} + n \cdot p_{NCL}$$

$$n = \left( \frac{z_{\beta} \sqrt{p_{NCL} \cdot q_{NCL}} - z_{1-\alpha} \sqrt{p_{NCA} \cdot q_{NCA}}}{p_{NCA} - p_{NCL}} \right)^2$$

**3.1.8.1.8. - Resolución por relación de probabilidades de no conformidad**

Otra forma de obtener la  $CCO$  es a partir de la relación de probabilidades de no conformidad de cada elemento, basado en los siguientes pasos:

- a) Se divide el valor de  $p_{NCA}$  entre  $p_{NCL}$  para tener un valor de referencia

$$\frac{p_{NCA}}{p_{NCL}}$$

- b) A partir de las tablas (**1D** y **2D**) del **Anexo D** se obtiene la relación  $P_{a,1-\alpha}$  dividido por  $P_{a,\beta}$  para cada valor de  $c$ .
- c) Los valores obtenidos se comparan con el de referencia para buscar el más próximo. Como los valores obtenidos no se ajustan al valor de referencia, se toman los dos valores adyacentes al de referencia a los que corresponden dos valores de  $c$  que se utilizarán para el análisis.



- d) Para cada valor de  $c$  se determina el número de elementos de la muestra ( $n$ ) según lo indicado en los procesos seguidos en los  $NCA$  y  $NCL$ , con lo que se obtienen cuatro valores.
- e) Para la determinación de un único valor del número de elementos de la muestra ( $n$ ) se utiliza uno de los siguientes criterios:
  - a. El de tamaño de muestra menor.
  - b. El de tamaño de muestra mayor.
  - c. El que satisfaga el riesgo del productor ( $\alpha$ ) y se aproxime más al riesgo del consumidor ( $\beta$ ) (se seleccionaría a partir de su representación gráfica).
  - d. El que satisfaga el riesgo del consumidor ( $\beta$ ) y se aproxime más al riesgo del productor ( $\alpha$ ) (se seleccionaría a partir de su representación gráfica).

### **3.1.9. - Calidad Media de Salida (CMS)**

La Calidad Media de Salida (CMS) o *Average Outgoing Quality (AOQ)* (Figura 6.26) indica la probabilidad de no conformidad media de los elementos ( $p'$ ) de un conjunto de lotes homogéneos que se obtiene después de aplicar el proceso de inspección al 100% con reposición de elementos no conformes a los lotes que no superan la inspección. Es en definitiva, la calidad que recibe realmente el consumidor.

Una forma de caracterizar la bondad de un plan de muestreo de aceptación para un conjunto de lotes homogéneo es calcular la Curva de Calidad Media de Salida (CCMS) tras la inspección, que relaciona cada probabilidad de no conformidad antes de la inspección ( $p$ ) con una probabilidad de no conformidad ( $p'$ ) tras la inspección y reposición de no conformidades en los lotes rechazados.

Si los lotes entran en el proceso de inspección con una probabilidad de no conformidad del elemento  $p$ , una parte de ellos serán aceptados con probabilidad  $P_a$ , mientras que otros serán rechazados con probabilidad  $1-P_a$ .

Si al grupo de lotes rechazado se le aplica un plan de muestreo al 100% reponiendo los elementos no conformes, se asegura que al final del proceso en estos lotes no existan elementos no conformes.

Sin embargo, en el grupo de lotes aceptados la probabilidad de no conformidad es menor o igual al valor prefijado ( $p$ ). Luego al juntar los lotes aceptados y rechazados tras su inspección al 100%, el conjunto tendrá un valor de probabilidad de no conformidad del elemento distinto al inicial ( $p$ ).

Este valor de probabilidad de no conformidad del elemento a la salida de la inspección se obtiene multiplicando la probabilidad de no conformidad del elemento ( $p$  para los lotes aceptados y 0 para los rechazados con reposición al 100%) por la probabilidad de

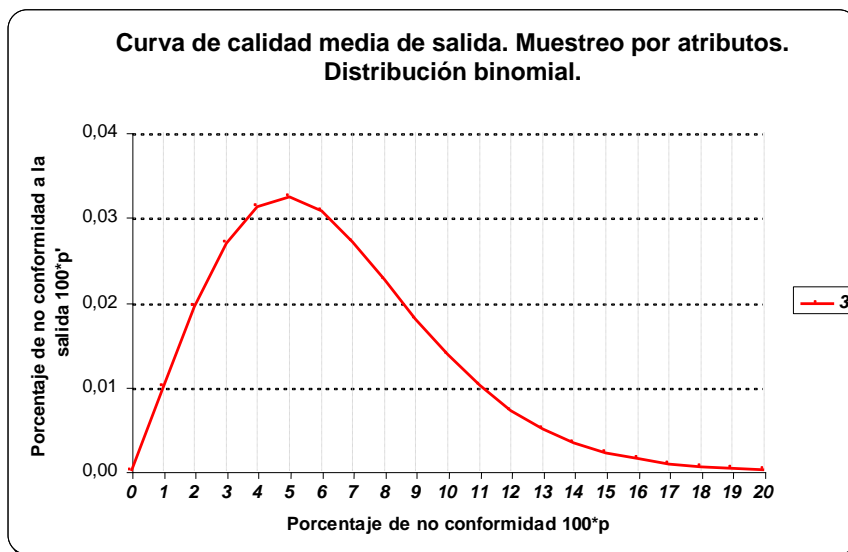
aceptación del lote ( $P_a$  para los lotes aceptados y  $1-P_a$  para los rechazados con reposición al 100%)

$$CSM = \frac{P_a \cdot p \cdot (N - n) + 0 \cdot (1 - P_a) \cdot (N - n)}{N}$$

Para lotes muy grandes y tamaños de muestra pequeños ( $N \gg n$ ), la fórmula se reduce a:

$$CMS = p' = p \cdot P_a + 0 \cdot (1 - P_a) = p \cdot P_a$$

Este método es válido para muestras simples, dobles y múltiples.

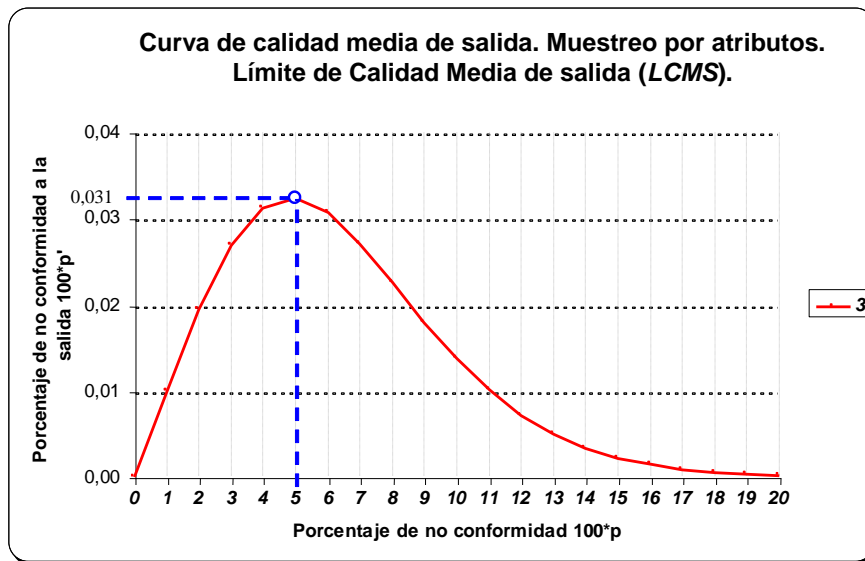


**Figura 6.26**

**3.1.9.1. - Limite de Calidad Media de Salida (LCMS)**

El Limite de la Calidad Media de Salida (LCMS) o *Average Outgoing Quality Limit (AOQL)* (Figura 6.27) es el valor máximo de la probabilidad de no conformidad a la salida ( $p'$ ) tras la inspección al 100% y reposición de no conformidades en lotes rechazados.

Representa el peor valor medio de calidad que se puede obtener tras el programa de inspección con reposición al 100% de lotes.



**Figura 6.27**

**3.1.10. - Tamaño de Muestra Medio (TMM)**

El Tamaño de muestra medio (TMM) o *Average Simple Number (ASN)* es el número medio de elementos inspeccionados por lote siguiendo un proceso de muestreo (sencillo, doble o múltiple) para tomar la decisión de aceptación o rechazo considerando la inspección al 100% de los lotes rechazados.

Se obtiene multiplicando el tamaño de cada muestra analizada por la probabilidad de que se tome la decisión con dicha muestra, suma de la probabilidad de aceptación más la de rechazo.

**3.1.10.1. - Muestreo simple**

En el caso del muestreo simple el TMM es constante, e igual al tamaño de la muestra, ya que la probabilidad de que se tome una decisión con la primera (y única) muestra es del 100% ( $P_1 = 1$ ).

$$TMM = n_1 \cdot P_1 = n_1$$

$n_1$  - Número de elementos de la primera muestra.

$P_1$  - Probabilidad de tomar una decisión basándose en los resultados de la primera muestra.

Por lo que en la primera muestra los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \quad Re\ ch. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Pr imera muestra}}$$



al ser incompatibles entre sí, la probabilidad de tomar una decisión con la primera muestra es

$$P_1 = p(0 \leq x \leq c_1) + p(x_1 \geq x \geq r_1) = 1$$

**3.1.10.2. - Muestreo doble**

En el caso de muestreo de aceptación doble la *TMM* viene dada por

$$TMM = n_1 \cdot P_1 + (n_1 + n_2) \cdot P_2$$

en la que

$n_1$  - Número de elementos de la primera muestra.

$n_2$  - Número de elementos de la segunda muestra.

$P_1$  - Probabilidad de tomar una decisión basándose en los resultados de la primera muestra.

$P_2$  - Probabilidad de tomar una decisión basándose en los resultados de la segunda muestra.

La probabilidad de tomar una decisión en cada muestra está asociada a los sucesos de aceptación o rechazo correspondientes.

En el caso del muestreo doble, los sucesos de aceptación y rechazo son los siguientes

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

$$Re\ ch. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

Por lo que en la primera muestra los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \quad Re\ ch. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}}$$

que al ser incompatibles entre sí, la probabilidad de tomar una decisión con la primera muestra es

$$P_1 = p(x_1 \leq c_1) + p(x_1 \geq r_1)$$

mientras que en la segunda muestra, los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \quad Rech. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

que al ser incompatibles entres sí, la probabilidad de tomar una decisión con la segunda muestra es

$$P_2 = p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)) + p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1))$$

O teniendo en cuenta que al ser excluyentes y complementarios entre sí los resultados de aceptación y rechazo de la primera y segunda muestra, el de la segunda se puede calcular de forma sencilla mediante

$$P_2 = 1 - P_1$$

luego

$$TMM = n_1 \cdot P_1 + (n_1 + n_2) \cdot P_2 = n_1 \cdot P_1 + (n_1 + n_2) \cdot (1 - P_1) = (n_1 + n_2) - P_1 \cdot n_2 = n_1 + n_2(1 - P_1)$$

### 3.1.10.3. - Muestreo múltiple

En el caso del muestreo de aceptación múltiple la *TMM* es viene dada por

$$TMM = n_1 \cdot P_1 + (n_1 + n_2) \cdot P_2 + (n_1 + n_2 + n_3) \cdot P_3 + \dots + (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k) \cdot P_k$$

en la que

$n_i$  - Número de elementos de la muestra  $i$ .

$P_i$  - Probabilidad de tomar una decisión basándose en los resultados de la muestra  $i$ .

Nuevamente, la probabilidad de tomar una decisión en cada muestra está asociada a los sucesos de aceptación o rechazo correspondientes. En el caso del muestreo múltiple, los sucesos de aceptación y rechazo son distintos en cada muestra. Recordamos que los criterios son

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots$$

$$Rech. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Primera muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \cup \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (n_3 \geq x_3 \geq r_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}} \cup \dots$$



Por lo que en la primera muestra los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{0 \leq x_1 \leq c_1\}}^{\text{primera muestra}} \quad Rech. = \overbrace{\{n_1 \geq x_1 \geq r_1\}}^{\text{Pr inera muestra}}$$

al ser incompatibles entre sí, la probabilidad de tomar una decisión con la primera muestra es

$$P_1 = p(0 \leq x_1 \leq c_1) + p(n_1 \geq x_1 \geq r_1)$$

en la segunda muestra, los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}} \quad Rech. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1)\}}^{\text{Segunda muestra}}$$

al ser incompatibles entre sí, la probabilidad de tomar una decisión con la segunda muestra es

$$P_2 = p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (0 \leq x_2 \leq c_2 - x_1)) + p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (n_2 \geq x_2 \geq r_2 - x_1))$$

en la tercera muestra, los criterios de aceptación y rechazo son

$$Acep. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}}$$

$$Rech. = \overbrace{\{(c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (n_3 \geq x_3 \geq r_3 - x_1 - x_2)\}}^{\text{Tercera muestra}}$$

al ser incompatibles entre sí, la probabilidad de tomar una decisión con la tercera muestra es

$$P_3 = p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (0 \leq x_3 \leq c_3 - x_1 - x_2)) + p((c_1 < x_1 < r_1) \cap (c_2 - x_1 < x_2 < r_2 - x_1) \cap (n_3 \geq x_3 \geq r_3 - x_1 - x_2))$$

De esta forma se iría obteniendo la probabilidad de tomar la decisión de cada una de las muestras.

Nuevamente, al ser excluyentes y complementarias entre sí los resultados de aceptación y rechazo de todas las muestras, la de la última se puede calcular de forma sencilla mediante

$$P_k = 1 - P_1 - P_2 - \dots - P_{k-1}$$

luego, para el caso de un muestreo triple



$$\begin{aligned}
TMM &= n_1 \cdot P_1 + (n_1 + n_2) \cdot P_2 + (n_1 + n_2 + n_3) \cdot P_3 = \\
&= n_1 \cdot P_1 + (n_1 \cdot P_2 + n_2 \cdot P_2) + (n_1 + n_2 + n_3) \cdot (1 - P_1 - P_2) = \\
&= n_1 \cdot P_1 + (n_1 \cdot P_2 + n_2 \cdot P_2) + (n_1 + n_2 + n_3) - (n_1 \cdot P_1 + n_2 \cdot P_1 + n_3 \cdot P_1) - (n_1 \cdot P_2 + n_2 \cdot P_2 + n_3 \cdot P_2) = \\
&= n_1 + n_2(1 - P_1) + n_3(1 - P_1 - P_2)
\end{aligned}$$

**3.1.11. - Inspección Total Media (ITM)**

La Inspección Total Media (ITM) es el número de elementos inspeccionados tanto en el proceso de muestreo como en el de rectificación al 100% de los lotes rechazados.

La diferencia con el Tamaño Medio de la Muestra (TMM) visto anteriormente es que éste corresponde al número de elementos inspeccionados únicamente en el proceso de muestreo, mientras que en la ITM se incluye el proceso de rectificación de los lotes no aceptados.

**3.1.11.1. - Muestreo simple**

En el caso de muestreo de aceptación simple, la ITM corresponde al Tamaño de la Muestra Medio (TMM) utilizado para tomar la decisión de aceptación o rechazo, a los que se añadirá el 100 % de los lotes rechazados, obtenido mediante el producto de la probabilidad de rechazo del lote (Pr) multiplicado por el número de elementos no inspeccionados en el TMM (N-n).

Si la probabilidad de rechazo del lote es Pr, la ITM es:

$$ITM = TMM + P_r \cdot (N - n)$$

**3.1.11.2. - Muestreo doble**

Siguiendo el mismo procedimiento, el ITM de muestreo de aceptación doble es:

$$ITM = TMM + P_{r_1} \cdot (N - n_1) + P_{r_2} \cdot (N - n_1 - n_2)$$

**3.1.11.3. - Muestreo múltiple**

En el caso de muestreo de aceptación múltiple, la ITM es:

$$ITM = TMM + P_{r_1} \cdot (N - n_1) + P_{r_2} \cdot (N - n_1 - n_2) + P_{r_3} \cdot (N - n_1 - n_2 - n_3) + \dots$$

**3.1.12. - Sistemas para el método de muestreo de inspección**

**3.1.12.1. - Tablas de muestreo de recepción por atributos**

Las tablas de muestreo para la inspección por atributos contienen una colección de planes de muestreo, relativamente fáciles de seleccionar, aplicar e interpretar, de acuerdo con las características del control previsto.





Las primeras tablas editadas, conocidas por el nombre de sus autores H. F. Dodge y H. G. Romig, fueron inicialmente utilizadas por la Bell Telephone System. Posteriormente se publicaron para uso general en 1924 con el título: "Tablas de inspección de muestreo. Muestreo simple y doble". El libro contiene tablas de muestreo simple y doble para dos criterios de aceptación.

La MIL-STD 105, norma del Gobierno de los Estados Unidos para la inspección de muestreo por atributos, es la más utilizada. Contiene una colección de planes de muestreo, junto con un Manual de Suministro y Logística H 105, que lo convierte en un procedimiento muy completo para efectuar un muestreo de aceptación, lote a lote, por medio de atributos.

Aunque existen otras tablas, como por ejemplo el Sistema de Muestreo Normal Philips, basado en el establecimiento de igual riesgo (50%) para el productor que para el consumidor, las dos citadas anteriormente siguen siendo las más utilizadas, sobre todo las últimas.

### 3.1.12.1.1. - Tablas DODGE-ROMIG

Contienen tablas de muestreo simple y doble en las que puede entrarse con dos tipos de datos:

Tipo A) Porcentaje Defectuoso Tolerado en el Lote, PDTL ó  $p_t$  (en la terminología inglesa LTPD, Lot Tolerance Percent Defectives, o simplemente LT) y

Tipo B) Límite de la Calidad Saliente Media, LCSM, ofreciendo en total cuatro tipos de planes.

Las tablas proporcionan los siguientes parámetros:

- **Muestreo simple:** número de unidades de la muestra,  $n$ , y número de unidades defectuosas permitido en la muestra,  $c$ .

- **Muestreo doble:** número de unidades de las muestras,  $n_1$  y  $n_2$ ; su suma,  $n_1 + n_2$ ; y número de unidades defectuosas permitido en las muestras,  $c_1$  y  $c_2$ .

#### - **Tablas de muestreo simple**

Para seleccionar los planes de muestreo simple se puede partir, como se ha dicho anteriormente, de dos grupos de datos:

Tipo A) Se entra en las tablas con el PCTL ó  $p_t$ , el tamaño del lote  $L$ , y la calidad media del proceso o calidad entrante, si se conoce. Las tablas (ocho) de muestreo simple PCTL ó  $p_t$  están confeccionadas atendiendo a los siguientes criterios:

1. Se adopta un riesgo del consumidor  $\beta = 10\%$ , probabilidad de aceptación de lotes con un determinado porcentaje defectuoso, PCTL ó  $p_t$ . El PCTL ó  $p_t$  puede tomar ocho valores: 0.5%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 7% y 10%. Con estos datos se puede elegir la tabla



adecuada.

2. El tamaño del lote L puede variar de 1 a 100000 unidades, agrupadas en 18 intervalos. Con este dato se elige la fila adecuada de la tabla.

3. La calidad media del proceso o calidad entrante está clasificada en seis intervalos, cuyos valores dependen del PDTL de la tabla. Con este dato se elige la columna que mejor se adapta a las necesidades previstas.

En efecto, si puede estimarse la calidad media del proceso, el plan de muestreo asociado a ella reduce la inspección total, teniendo en cuenta que, naturalmente, los lotes rechazados requieren una inspección completa.

Si no se conoce la calidad media del proceso, se entra en la tabla por la columna de la derecha, que establece un mayor tamaño de muestra y un criterio de aceptación más permisivo (LCSM mayor); este plan recopila datos más rápidamente y da a los lotes buenos una mayor probabilidad de aceptación.

En la tabla se obtiene el tamaño de la muestra **n**, el número de unidades defectuosas permitido **c** y el Límite de la Calidad Saliente Media, LCSM.

La **Tabla 3D1** del **Anexo D** incluye, como ejemplo, la tabla Dodge-Romig de Muestreo simple para un Porcentaje Defectuoso Tolerado en el Lote PDTL=2% y Riesgo del Consumidor  $\beta = 10\%$ .

**Tipo B)** Se entra en las tablas de muestreo (trece) con el Límite de la Calidad Saliente Media LCSM, el tamaño del lote L y la calidad media del proceso o calidad entrante, si se conoce.

Estas tablas de muestreo están calculadas para los valores siguientes:

1. El LCSM puede variar del 0'1% al 10% según trece valores, lo que permite elegir la tabla adecuada.
2. El tamaño del lote L varía de 1 a 100000 unidades, agrupadas en 18 intervalos. Nos permite seleccionar la fila de la tabla.
3. La calidad media del proceso o calidad entrante está clasificada en seis intervalos, cuyos valores dependen del LCSM de la tabla. Ello permite elegir la columna. Caso de desconocerse la calidad media del proceso, se adopta la columna derecha de la tabla, que establece un tamaño de muestra mayor para un porcentaje defectuoso tolerado en el lote, PDTL ó  $p_t$ , menor.

La **Tabla 3D2** del **Anexo D** representa, como ejemplo, la tabla Dodge-Romig de Muestreo simple para un Límite de la Calidad Saliente Media LCSM=1%.



### - **Tablas de muestreo doble**

Las tablas de muestreo doble están confeccionadas de la misma manera que las tablas de muestreo simple, excepto que, como es natural, se han previsto dos tamaños de muestras y dos números de aceptación.

En las **Tablas 3E1 y 3E2 del Anexo D** se han representado, como ejemplo, sendas tablas Dodge-Romig para muestreo doble: una, tipo A, para Porcentaje Defectuoso Tolerado en el Lote PDTL=5% y Riesgo del Consumidor  $\beta = 10\%$ , y otra, tipo B, para un Límite de la Calidad Saliente Media LCSM=7%.

#### **3.1.12.1.2. - MIL-STD-105D y ANSI/ASQC Z1.4**

En 1941 un grupo de ingenieros de los laboratorios Bell Telephone diseñó por primera vez un plan de muestreo de aceptación para una inspección lote por lote por atributos, denominado *JAN-STD-105*. En 1973 lo adoptó la *ISO* y se denominó norma internacional *ISO/DIS-2859*. Este es el método de muestreo más aceptado de forma mundial.

Esta norma contempla tres tipos de muestreo: Sencillo, doble y múltiple, ya analizadas anteriormente.

#### **Tipos de inspección**

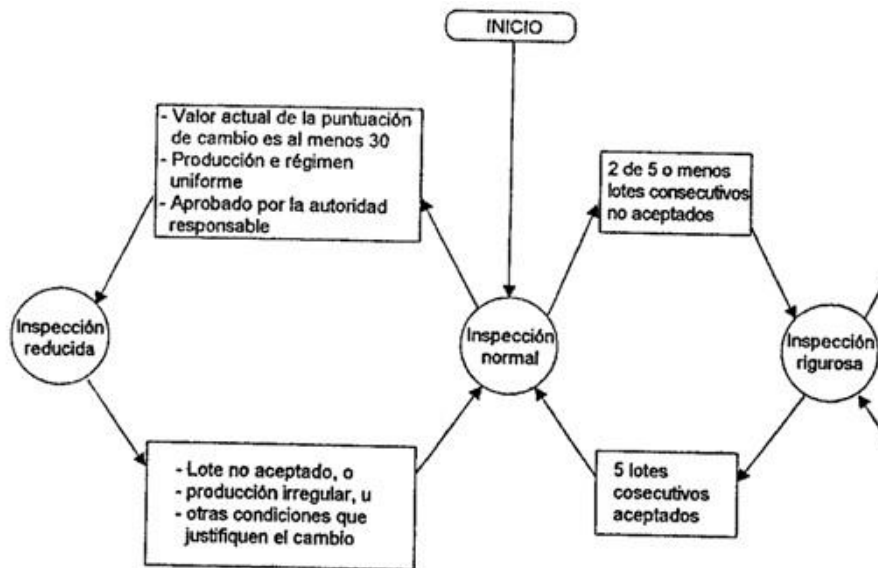
Para cada uno de estos tipos de muestreo existe la posibilidad de inspección:

- Normal.  
Es la que se realiza inicialmente.
- Rigurosa.  
Se emplea cuando el historial reciente de calidad del producto no es bueno. Los requisitos de aceptación son más estrictos que en el caso normal.
- Reducido.  
Se emplea cuando el historial reciente de calidad del producto es bueno. Los requisitos de aceptación son menos estrictos que en el caso normal.

Los procedimientos o reglas de cambio entre tipos de inspección deben aplicarse independientemente de la clase de no conformidades (Figura 6.28). Los criterios de cambio son:

- Cambio de normal a rigurosa. Si dos de cinco lotes consecutivos han resultado no aceptables.

- Cambio de rigurosa a normal. Si cinco lotes consecutivos han sido considerados aceptables.
- Cambio de normal a reducida. Cuando diez lotes consecutivos han sido aceptables.
- Cambio de reducida a normal. Cuando se obtiene un rechazo o la producción comienza a ser irregular.



**Figura 6.28**

**Niveles de inspección**

La norma *MIL-STD-105D* proporciona 7 niveles de inspección, tres generales (*I, II y III*) y cuatro especiales (*S-1, S-2, S-3, S-4*). El tamaño de la muestra dependerá del tamaño del lote y del nivel de inspección. Existen tres niveles de inspección:

- Nivel *I*.  
Se inspeccionan tamaños de muestra aproximadamente la mitad de los del nivel *II*.
- Nivel *II*.  
Es el que se usa normalmente.
- Nivel *III*.  
Se inspeccionan tamaños de muestra aproximadamente el doble de los del nivel *II*.



Los niveles especiales  $S-1$ ,  $S-2$ ,  $S-3$ ,  $S-4$  pueden ser utilizados con tamaños de muestra relativamente pequeños y con riesgos de muestreo elevados.

### Tamaños de muestras

Los tamaños de las muestras se designan a partir del tamaño del lote ( $N$ ) y del nivel de inspección mediante un código numérico, tal como muestra la **Tabla 5D** del **Anexo D**.

### Planes de muestreo

Los planes de muestreo aparecen reflejados en las **tablas** de la **7D** a la **21D**.

Entrando con la letra del código del tamaño de muestra y para el  $NCA$  (Obtenido de la **tabla 6D**) deseado se obtiene el tamaño de muestra ( $n$ ) y el número de elementos de aceptación ( $c$ ) y rechazo ( $r$ ) correspondientes.

## 3.2. - Control de calidad de recepción por variables

Si las características a inspeccionar pueden medirse en una escala variable y se desea establecer la recepción lote por lote, puede emplearse el **muestreo por variables**. Para ello se seleccionan las unidades de la muestra de acuerdo con una buena práctica de muestreo, se calculan los parámetros de situación y de dispersión, y se aplican los siguientes **criterios**:

- Para límite de especificación superior:  $L.E.S. \geq \mu + k\sigma$
- Para límite de especificación inferior:  $L.E.I. \leq \mu - k\sigma$
- Para límites a ambos lados rigen las relaciones anteriores más la expresión:  $DTM \geq \sigma$

siendo:

$\mu$  = media de la muestra,

$k$  = constante de aceptación (desviación normal, variable estandarizada de la distribución normal) que, junto con el tamaño de muestra, refleja los riesgos de aceptación y rechazo, inherentes al plan de muestreo,

$\sigma$  = medida de dispersión o variabilidad, que puede ser:

$\sigma$  = variabilidad estimada partiendo de la desviación tipo de la muestra,

$R/d_2$  = variabilidad estimada partiendo del recorrido medio  $R$  de  $N$  subgrupos de la muestra [fórmula de Shewhart], (ver valores de  $d_2$  en la **Tabla 21D** del **Anexo D**),



$\sigma'$  = variabilidad conocida,

DTM = desviación tipo máxima.

Las **circunstancias** que aconsejan la aplicación del control de recepción por variables, son las siguientes:

1. La característica a inspeccionar es una variable o es capaz de ser puesta en una escala variable.
2. La inspección por atributos es demasiado costosa (tiempo de inspección, naturaleza destructiva del ensayo, etc.).
3. La inspección por atributos no da suficiente información y se desea conocer también la cuantía de la variación.
4. La variable que se considera responde, al menos aproximadamente, a una distribución normal o de Gauss.

Las **características** que distinguen un plan de muestreo por variables, de un plan por atributos, son las siguientes:

1. Se obtiene una protección equivalente, con un tamaño de muestra más pequeño.
2. Puede aplicarse solamente a la aceptación o rechazo de **una** característica de inspección.
3. Por lo general implica mayores costes administrativos. Se requiere un personal más hábil, se necesitan más cálculos, se cometen más errores de cálculo, y requiere un equipo de inspección más caro.
4. Generalmente ofrece una base más apropiada para mejorar la calidad y da mucha más información en situaciones de rechazo.

Al considerar si conviene aplicar el muestreo por atributos o por variables a una característica de inspección, un estudio superficial puede incitar al empleo del último sistema, pero un análisis del coste aconseja a menudo la elección del primero.

### **3.2.1. - MIL-STD-414**

Aunque existen muchas fuentes autorizadas de planes de recepción basados en el **muestreo por variables**, aquí sólo se describirá con detalle la norma MIL-STD-414. Como la MIL-STD-105, este documento se ha convertido en una norma de uso corriente para las empresas privadas. La MIL-STD-414 tiene cuatro secciones: A, B, C y D. Las dos



primeras serán objeto de explicación detallada.

- **La Sección A** contiene una descripción general de los planes de muestreo. Establece normas para el uso de los planes, clasificación de defectos, expresión de la disconformidad, Nivel de Calidad Aceptable (NCA), presentación del producto, aceptabilidad del lote, selección de muestras, cambios en la severidad de inspección, y procedimientos especiales para la aplicación de planes de muestreo mixtos (de variables y atributos).

Salvo las necesarias adiciones y cambios requeridos para la interpretación de variables, las instrucciones para la aplicación de los planes, coinciden con las ya descritas para el control por atributos.

La Sección A contiene también una **Tabla de conversión del NCA (Tabla 22D superior del Anexo D)** y una **Tabla de letras de código de tamaño muestral (Tabla 22D inferior del Anexo D)** en función del tamaño del lote y el nivel de inspección (de I a V) adoptado.

A menos que se especifique otra cosa, se prescribe el uso del Nivel IV. Es evidente que los niveles más altos corresponden a planes más rigurosos. Las **letras de código** son representativas del tamaño de muestra **n** que se ha de tomar.

Las **curvas características** para todos los planes se hallan incluidas también en la Sección A. Existen catorce NCA a utilizar, coincidentes con los contenidos en la MIL-STD-105. Los inspectores pueden consultar esta sección, al determinar el NCA y la letra de código del tamaño de muestra, y observar los riesgos inherentes a la aplicación del plan.

**La Sección B** contiene instrucciones para la aplicación de los planes del método de desviación tipo  $\sigma$  desconocida, para límites de especificación simple y dobles; tablas maestras para las inspecciones normal, rigurosa y reducida; tablas para la estimación del porcentaje defectuoso, empleando el método de desviación tipo; instrucciones y tablas para estimar la calidad media; criterios para la inspección reducida y rigurosa; valores de F para DTM (desviación tipo máxima), y ejemplos de cálculo.

En dicha sección se especifican dos tipos de métodos de cálculo. Los empleados al principio de este apartado se designan por **Forma 1**, y es la única que desarrollaremos aquí. La conversión de las desviaciones normales en porcentaje de la curva de Gauss, más allá de los límites de especificación, antes de la aplicación de los criterios, se designa por **Forma 2** (no expuesta aquí).

En la MIL-STD-414, hay ejemplos de cálculo que muestran los procedimientos para aplicar los criterios de aceptación de las Formas 1 y 2 a un problema cuando sólo existe un límite de especificación. Se emplea el método de desviación tipo  $\sigma$  desconocida.

**La Tabla 24D del Anexo D**, que reproduce la **Tabla B-2** de la MIL-STD-414, y la **Tabla B-4** de la misma (no representada aquí) corresponden a la inspección reducida empleando los métodos de la Forma 1 y de la Forma 2, respectivamente.

Las condiciones para instaurar la **inspección reducida** son las siguientes:



**Condición A.** Los 10 lotes precedentes (o cualquier otro número de lotes designado) han estado bajo inspección normal y ninguno ha sido rechazado.

**Condición B.** El porcentaje defectuoso estimado para cada uno de estos lotes precedentes es menor que el límite inferior aplicable, mostrado en la Tabla B-7 de la MIL-STD-414; o, para ciertos planes de muestreo, el porcentaje defectuoso es igual a cero para un número especificado de lotes consecutivos.

**Condición C.** La producción se realiza a un ritmo estable.

Se reinstaura la **inspección normal** si, durante la inspección reducida, tiene lugar cualquiera de las siguientes condiciones:

**Condición D.** Si se ha rechazado un lote.

**Condición E.** Si la media estimada del proceso es mayor que el NCA.

**Condición F.** Si la producción se hace irregular o se retrasa.

**Condición G.** Otras condiciones que aconsejen la reimplantación de la inspección normal.

La **inspección rigurosa** se implanta cuando la media estimada del proceso determinada mediante los 10 lotes precedentes (o cualquier otro número de lotes designado) es mayor que el NCA, y cuando más de un cierto número, T, de estos lotes, tienen estimaciones de porcentaje defectuoso que exceden del NCA.

La media calculada del proceso es la media aritmética ponderada de los porcentajes defectuosos de los lotes precedentes designados. Los valores de T se dan en la **Tabla B-6** de la MIL-STD-414, para la media del proceso, para cinco, diez o quince lotes. Si la letra de código del tamaño de muestra no es la misma para todas las muestras empleadas, el uso de la Tabla citada se determina por la letra correspondiente al tamaño de la menor de las muestras empleadas en cualquiera de los lotes incluidos en la estimación de la media del proceso.

La **inspección normal** se reinstaura si la media de proceso estimada de los lotes bajo inspección rigurosa es igual o inferior al NCA.

La Forma 1 puede emplearse también para el caso de límites a ambos lados (límites de especificación superior e inferior). Las cantidades  $(S - \bar{x})/s$  y  $(\bar{x} - I)/s$  deben ser iguales o mayores que k, para que el lote sea aceptable. Para determinar la Desviación Tipo Máxima (DTM) se busca en la **Tabla 25D del Anexo D** el valor apropiado de F. La DTM se calcula hallando el producto de F y (S-I). El criterio de aceptación exige que DTM sea igual o mayor que la desviación tipo, según la expresión.

- **La Sección C** es aplicable a la situación de variabilidad desconocida y es exactamente la misma que la Sección B, excepto que las tablas se basan en cálculos que emplean el recorrido medio R como medida de variabilidad.





- **La Sección D** es aplicable a la situación de variabilidad conocida y está dispuesta como las Secciones B y C, pero al ser la variabilidad conocida, no se estima a partir de los datos de la muestra.

# Capítulo 7 - Control estadístico de procesos

## 1. - Introducción

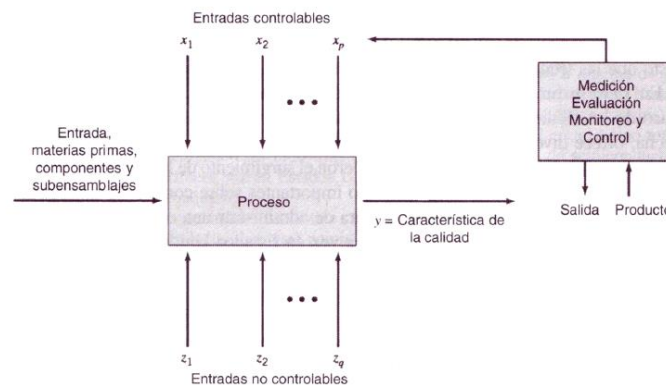
El control estadístico de procesos o *SPC (Statistical Process Control)* está basado en el control visual a través de gráficas que permiten ajustar y controlar la exactitud y precisión de un procedimiento. Se utilizan de manera generalizada en la industria como técnica para la vigilancia de los procesos de producción a fin de identificar y prevenir de forma prematura la aparición de variaciones.

En los procesos de producción se pretende alcanzar unos estándares de calidad que permitan la fabricación masiva de productos, de forma que su variabilidad sea la menor posible, hecho que facilita su repetitividad.

La variación en cualquier producto es una característica inevitable, asociada a distintas causas englobadas en los denominados  $\delta M$  (mano de obra, material, maquinaria, método, medio ambiente y medición) de forma que aunque se realice una intensa capacitación de operarios, verificación de materiales, calibración de las máquinas, ajuste de procedimientos, control de factores ambientales y ajuste de los aparatos de inspección no se puede llegar a evitar.

Sin embargo hay causas específicas de esta variabilidad, como pueden ser la falta de formación del operario, el uso de material o maquinaria en malas condiciones, la aplicación de procedimientos, entorno o equipos de inspección inadecuados, que en caso de ser detectadas podrían ser fácilmente corregidos, aumentando la calidad del producto.

Teniendo en cuenta lo anterior, cualquier proceso puede ser considerado como un sistema en el que se producen entradas asociadas a variables aleatorias que pueden ser clasificadas en controlables y no controlables, a partir de las cuales se obtienen unos resultados verificables, que tras su análisis permiten la optimización del sistema (Figura 7.1).



**Figura 7.1**



Las variables que afectan a todo proceso se clasifican en:

- Variables no asignables (no controlables).

Son debidas a causas aleatorias o “naturales” del procedimiento, muy frecuentes y difíciles tanto de detectar como de eliminar (que producen el denominado *ruido de fondo*).

- Variables asignables (controlables).

Son debidas a causas no aleatorias o “no naturales” del procedimiento, poco frecuentes en sistemas correctamente ajustados y fáciles tanto de detectar como de determinar su origen.

Si una vez ajustado el procedimiento mediante la determinación y limitación de las variables controlables, el proceso sufre pequeñas fluctuaciones debido a variables no controlables, difícilmente asignables a una causa específica, se dice que el proceso está bajo control estadístico (lo que permite que su comportamiento sea repetitivo y predecible).

Sin embargo, cuando la variación del proceso es debida a variables controlables y fácilmente asignables a una causa específica, el proceso tiende a situarse fuera de control estadístico.

El uso de las gráficas de control es un procedimiento utilizado para prevenir la aparición de variaciones en los procesos que afectan de manera negativa a la calidad del producto, debido a causas asignables, y por lo tanto identificables. Una vez detectada su aparición, se pueden investigar sus causas y emprender las acciones correctoras correspondientes.

### **1.1. - Modo, tamaño y frecuencia en la toma de muestras**

#### **Modo de toma de muestras**

Las muestras hay que tomarlas siempre de forma aleatoria. La selección de elementos en una muestra se puede realizar de dos maneras:

- a) En un instante determinado.

Los elementos de la muestra se toman en el mismo instante por lo que la variación del parámetro de estudio entre dichos elementos es mínima, sin embargo facilita su detección entre distintas muestras, lo que mejora la determinación de las causas de variación atribuibles en cada instante.

- b) En un intervalo de tiempo.

Los elementos de la muestra se toman en distintos instantes por lo que es más fácil que exista variación del parámetro de estudio entre los elementos de una



misma muestra, lo que facilita la detección temprana de causas atribuibles en el tiempo.

Independientemente del método empleado para obtener las muestras, los lotes de los que se obtengan deberán ser homogéneos, entendiendo como tales que las piezas que lo forman hayan sido obtenidas en las mismas condiciones (mismo operario, máquina procedimiento,...).

### **Tamaño de las muestras**

Para decidir el tamaño de las muestras se suelen tener en cuenta los siguientes criterios:

- 1- Cuanto más grande es el tamaño de la muestra, más se aproximan los límites de control al valor central, por lo que son más sensibles a pequeñas variaciones. Para detectar cambios relativamente grandes (del orden de  $2\sigma$ ) son suficientes tamaños de muestra de 4 a 6 elementos.
- 2- Cuanto más grande es el tamaño de la muestra, mayor es el coste de inspección.
- 3- Cuando las pruebas a realizar impliquen la destrucción del elemento, el tamaño de la muestra ha de ser el mínimo posible.
- 4- Cuando las muestras son pequeñas se reduce el riesgo de que el cambio se produzca durante su obtención, lo que no quedaría correctamente reflejado debido a que la media está influido por las restantes observaciones.

La conclusión es utilizar un tamaño de muestra tan pequeño como sea posible, pero que a la vez permita detectar el cambio de la magnitud requerida

Una alternativa a incrementar el tamaño de muestra para aumentar la sensibilidad del proceso es utilizar límites de atención  $1\sigma$  o  $2\sigma$ , lo que se consigue añadiendo condiciones adicionales, como se verá posteriormente.

### **Frecuencia**

La frecuencia de muestreo se relaciona con la frecuencia de ajuste del proceso y el nivel de confianza que se tenga en el mismo, de forma que para procesos que se desajustan de forma rápida la frecuencia ha de ser mayor que en procesos estables.

### **1.2. - Análisis del proceso**

El control estadístico está basado en la toma de decisión sobre si el proceso se encuentra o no dentro de los límites admisibles, decisión que se toma utilizando las pruebas de hipótesis. En general estas pruebas de hipótesis son bilaterales, con una declaración del tipo

$$\left. \begin{aligned} H_0 : \theta = \theta_0 &\Rightarrow \text{proceso bajo control} \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 &\Rightarrow \text{proceso fuera de control} \end{aligned} \right\}$$

y cuyo criterio de aceptación para la hipótesis nula ( $H_0$ ) es que el estadístico de prueba ( $\theta_0$ ) se encuentre dentro de los límites de aceptación definidos mediante

$$\theta - k \cdot \sigma_\theta \leq \theta_0 \leq \theta + k \cdot \sigma_\theta$$

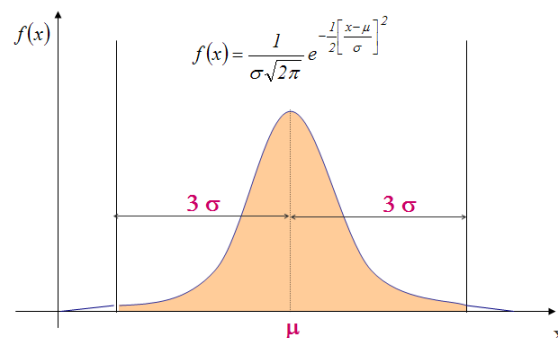
donde:

$k$  – parámetro numérico asociado al nivel de confianza ( $\alpha$ ) a definir por el analista

$\sigma_\theta$  - desviación estándar poblacional del parámetro en estudio

Cuando el parámetro  $k$  vale 3 el método se denomina  $6\sigma$  (Figura 7.2), ya que define un dominio de aceptación de longitud igual a 6 desviaciones típicas respecto del parámetro de estudio ( $3\sigma$  a cada lado del valor del parámetro  $\theta$ )

$$\theta - 3 \cdot \sigma_\theta \leq \theta_0 \leq \theta + 3 \cdot \sigma_\theta$$



**Figura 7.2**

Las gráficas que se van a utilizar permiten determinar de forma visual si un proceso está bajo control estadístico  $6\sigma$ . A partir de conocer los valores de la media y desviación típica poblacional ( $\mu_\theta$ ,  $\sigma_\theta$ , o  $\hat{\mu}_\theta$ ,  $\hat{\sigma}_\theta$ , en los casos en que sean conocidos o estimados, respectivamente), se definen los valores siguientes:

Línea Central ( $LC$ ): Tendencia central del parámetro ( $\mu_\theta$  o  $\hat{\mu}_\theta$ ).

Límite de Control Superior ( $LCS$ ): Límite superior de aceptación.

$$LCS = \mu_\theta + 3 \cdot \sigma_\theta \quad \text{o} \quad LCS = \hat{\mu}_\theta + 3 \cdot \hat{\sigma}_\theta$$

Límite de Control Inferior ( $LCI$ ): Límite inferior de aceptación.



$$LCI = \mu_{\theta} - 3 \cdot \sigma_{\theta} \quad \text{o} \quad LCI = \hat{\mu}_{\theta} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\theta}$$

El proceso de control de un sistema se divide en dos etapas: Ajuste y control.

### **1.3. - Ajuste del proceso**

El ajuste del proceso se basa en definir el valor y los límites de comportamiento debido a su variación por causas normales con los que se considera que el parámetro en estudio ( $\theta$ ) está bajo control.

#### **Media y varianza de la función de parámetros conocidos**

En caso de que a partir de la experiencia se conocen los valores de la media y desviación típica poblacional ( $\mu_{\theta}$ ,  $\sigma_{\theta}$ ) se pueden definir

Línea Central ( $LC$ ):  $\mu_{\theta}$

Límite de Control Superior ( $LCS$ ):  $LCS = \mu_{\theta} + 3 \cdot \sigma_{\theta}$

Límite de Control Inferior ( $LCI$ ):  $LCI = \mu_{\theta} - 3 \cdot \sigma_{\theta}$

Por lo que se determinan los límites de la variación normal para desarrollar su control con lo que el proceso de ajuste se da por terminado.

#### **Media y varianza de la función de parámetros estimados**

Si se desconocen dichos valores, se han de realizar su estimación mediante muestras. Para ello se extraen  $k$  muestras aleatorias ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ ). Se facilita el proceso si todas son del mismo tamaño  $n$ .

Como la variable aleatoria correspondiente al parámetro a controlar ( $\theta$ ) sigue una ley de comportamiento normal (o tendente a ser normal según el teorema central del límite) con media y desviación típica  $\mu_{\theta}$ ,  $\sigma_{\theta}$ , cada uno de los elementos de las muestras ( $x_{ij}$ ) reproduce en el parámetro este comportamiento.



$$U \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_1 \subset U \rightarrow M_1 = \{\theta_{11}, \theta_{21}, \dots, \theta_{n1}\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_{11} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \theta_{21} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \vdots \\ \theta_{n1} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \end{array} \right. \\ \\ M_2 \subset U \rightarrow M_2 = \{\theta_{12}, \theta_{22}, \dots, \theta_{n2}\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_{12} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \theta_{22} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \vdots \\ \theta_{n2} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \end{array} \right. \\ \\ \vdots \\ \\ M_k \subset U \rightarrow M_k = \{\theta_{1k}, \theta_{2k}, \dots, \theta_{nk}\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_{1k} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \theta_{2k} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ \vdots \\ \theta_{nk} \Rightarrow N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

A partir de estas muestras, se estiman la media y varianza del parámetro de estudio ( $\hat{\mu}_\theta$ ,  $\hat{\sigma}_\theta$ ) con los que se definen

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_\theta$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \hat{\mu}_\theta + 3 \cdot \hat{\sigma}_\theta$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCS = \hat{\mu}_\theta - 3 \cdot \hat{\sigma}_\theta$

Por lo que se determinan los límites de la variación normal del control

Sin embargo, no se puede asegurar que todas las muestras que se han utilizado para el ajuste del sistema estén bajo control. Para ello se va a seguir el siguiente procedimiento.

Como cada muestra ( $M_j$ ) tendrá una media muestral del parámetro ( $\bar{\theta}_j$ ) distinta, se calcula

$$\bar{\theta}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (\theta_{ji})}{n}$$

y su valor ( $\bar{\theta}_j$ ) se localizará con un punto sobre la gráfica. Dichos puntos se suelen unir generando una línea quebrada

Si la variación de estos puntos es normal seguirá una curva de Gauss. Al analizar la localización de los puntos correspondientes a las medias muestrales ( $\bar{\theta}_j$ ) del parámetro de estudio ( $\theta$ ) pueden aparecer dos situaciones:

- 1- Que todos los puntos se encuentren dentro de los límites de aceptación.



En este caso se aceptan los límites de control obtenidos y se considera que el proceso está ajustado.

2- Que alguno de los puntos se encuentren fuera de los límites de aceptación.

En este caso no se aceptan los límites obtenidos. Habrá que analizar las causas que han podido producir esta anomalía, y en caso en el que sean asignables se elimina la o las muestras en las que el punto está fuera de los límites y se calculan con los valores no eliminados los nuevos límites de aceptación.

Si en el análisis se utilizan varias gráficas al mismo tiempo, la muestra de causas asignables cuyo valor está fuera de los límites de aceptación se elimina de todas las gráficas.

Con estos nuevos límites se considera que el proceso queda ajustado (no se vuelven a llevar los puntos correspondientes a las medias muestrales sobre la gráfica).

En cualquiera de los dos casos, se llega a una situación en la que se han determinado los límites correspondientes al ajuste del proceso, definidos como los de fluctuación natural del sistema debido a causas no controlables.

Este proceso de ajuste se realizará tanto sobre las gráficas de exactitud ( $X$ ) como sobre la precisión ( $S$  o  $R$ ) como se verá más adelante.

#### **1.4. - Control estadístico del proceso**

Una vez que el proceso se encuentra ajustado, el procedimiento seguido para el control estadístico del proceso es el siguiente:

Se extraen  $k$  muestras aleatorias ( $M_1, M_2, \dots, M_k$ ) todas del mismo tamaño  $n$ .

Cada muestra ( $M_j$ ) tendrá una media muestral del parámetro ( $\bar{\theta}_j$ ) distinta,

$$\bar{\theta}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (\theta_{ji})}{n}$$

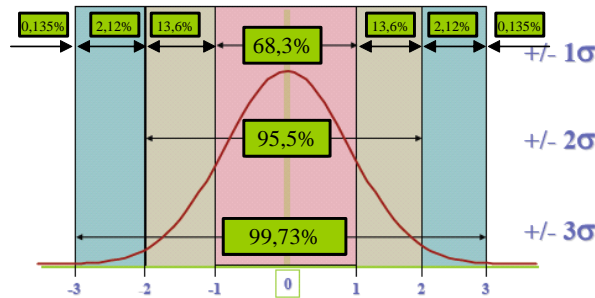
cuyo valor ( $\bar{\theta}_j$ ) se llevará sobre la gráfica con los límites del ajuste anterior (el proceso ya está ajustado), generando una línea quebrada.

#### **Análisis de la fluctuación natural**

Cuando el sistema está bajo control sigue una variación natural según la cual el 68,3% de los puntos están dentro del intervalo de ancho  $\pm 1\sigma$  respecto del valor central, el 95,5% están dentro del intervalo de ancho  $\pm 2\sigma$  (lo que corresponde al 13,6% entre  $1\sigma$  y



$2\sigma$ ) y el 99,73% están dentro del intervalo de ancho  $\pm 3\sigma$  (lo que corresponde al 2,12% entre  $2\sigma$  y  $3\sigma$ ), encontrándose únicamente el 0,135% fuera de estos límites en cada lado (Figura 7.3).



**Figura 7.3**

Si el punto correspondiente a la muestra  $j$  y el valor medio de esta muestra ( $j, \bar{\theta}_j$ ) está dentro de los límites de aceptación

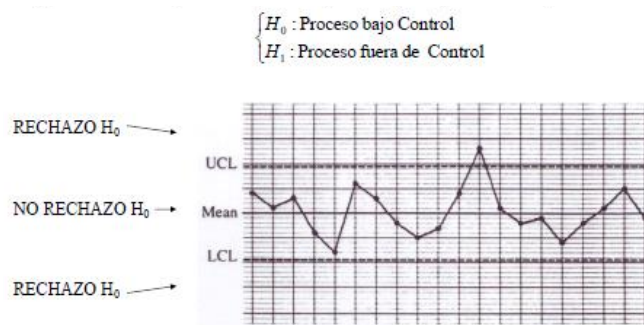
$$\theta - 3 \cdot \sigma_{\theta} \leq \bar{\theta}_j \leq \theta + 3 \cdot \sigma_{\theta}$$

se acepta la hipótesis nula ( $H_0: \theta = \theta_0 \Rightarrow$  proceso bajo control) y se considera que el sistema se encuentran bajo control estadístico dentro de los límites de aceptación  $6\sigma$  con una probabilidad  $\beta$  de *error de tipo II* (aceptar la hipótesis nula cuando es falsa).

Si el punto ( $j, \bar{\theta}_j$ ) está fuera de los límites de aceptación

$$\theta - 3 \cdot \sigma_{\theta} > \bar{\theta}_j \quad \text{o} \quad \bar{\theta}_j > \theta + 3 \cdot \sigma_{\theta}$$

se rechaza la hipótesis nula ( $H_0: \theta = \theta_0 \Rightarrow$  proceso bajo control) y se acepta la alternativa ( $H_1: \theta \neq \theta_0 \Rightarrow$  proceso fuera de control), considerándose que el sistema se encuentran fuera de control estadístico  $6\sigma$ , siendo  $\alpha$  la probabilidad de aparición del *error de tipo I* (rechazar la hipótesis nula cuando es cierta) (Figura 7.4).



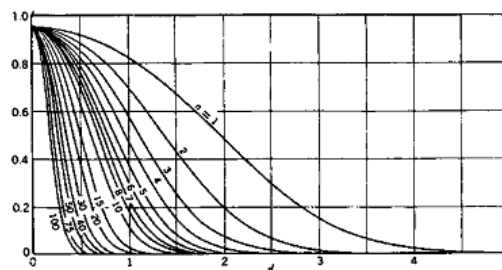
**Figura 7.4**

El *error de tipo I* con probabilidad  $\alpha$  correspondiente a que se rechace la hipótesis nula ( $H_0$ ) siendo verdadera aparecerá cuando la fluctuación natural del sistema haga que un punto se encuentre fuera de los límites de aceptación, hecho improbable ya que ocurrirá 2,7 veces de cada 1000.

El *error de tipo II* con probabilidad  $\beta$ , correspondiente a que se acepte la hipótesis nula ( $H_0$ ) cuando es falsa. Depende de la distancia ( $d$ ) entre el valor del parámetro real ( $\theta$ ) y el de prueba ( $\theta_0$ ), de la desviación típica muestral que, para el análisis de las medias asociado a la exactitud ( $\sigma_{\bar{X}}$ ), se obtiene de la desviación típica del universo ( $\sigma$ ) dividida entre la raíz cuadrada del número de elementos de la muestra ( $n$ )

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad d = \frac{\mu - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

**CCO prueba normal bilateral con significación 0,05**



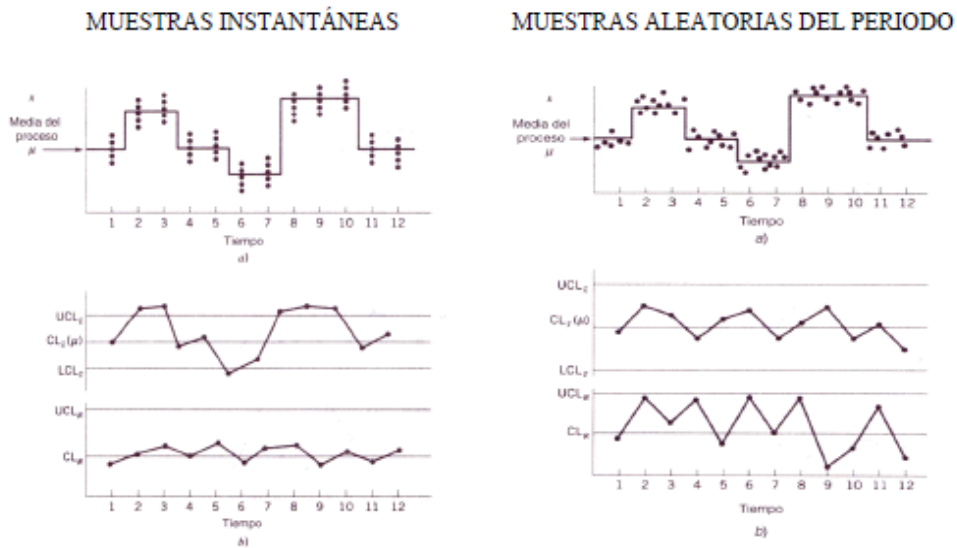
**Figura 7.5**

**Tipos de gráficas**

En el análisis para el control por variables se van a utilizar dos gráficas distintas, una denominada  $X$  asociada a la exactitud, y otra denominada  $S$  o  $R$  asociada a precisión, lo que da nombre a las gráficas ( $X-S$  o  $X-R$ ).

El uso de las gráficas  $X-R$  es debido a la mayor simplicidad del cálculo de los rangos muestrales ( $R$ ) frente a las desviaciones estándar muestrales ( $S$ ).

A partir de llevar los valores de las muestras a la gráfica ajustada se entiende mejor la diferencia entre las dos maneras de toma de muestras. Como ya se indicó, el caso de toma de muestras en un instante determinado facilita la detección de la variación entre distintos instantes, desconociendo el comportamiento que se produce entre ellas, mientras que si los elementos de la muestra se toman en distintos instantes se facilita la detección de variación a lo largo del tiempo (Figura 7.6).



**Figura 7.6**

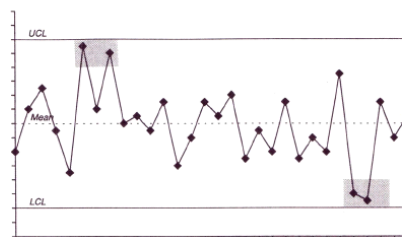
**Criterios alternativos de rechazo**

La incapacidad de las gráficas de control para detectar pequeñas fluctuaciones del parámetro de estudio ( $\theta_{ij}$ ), debido a que el análisis se realiza con la media muestral ( $\bar{\theta}_j$ ), ha motivado el desarrollo de criterios alternativos para el rechazo de la hipótesis nula.

Estos criterios se basan en la introducción de condiciones adicionales para determinar si un sistema está fuera de control, aunque las medias muestrales estén dentro de los límites de aceptación. Para ello se consideran los dominios  $\pm 1\sigma$  y  $\pm 2\sigma$  en el estudio.

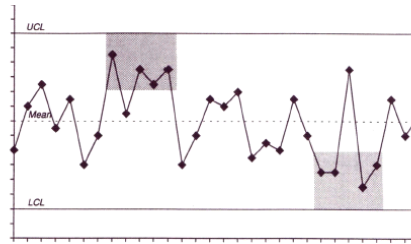
Las condiciones son las siguientes:

- 1- Dos de tres puntos sucesivos están fuera de los límites  $2 \cdot \sigma_\theta$  en el mismo lado de la línea central (LC) (Figura 7.7).



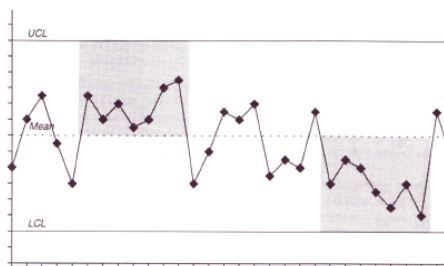
**Figura 7.7**

- 2- Cuatro de cinco puntos sucesivos están fuera de los límites  $1 \cdot \sigma_\theta$  en el mismo lado de la línea central (LC) (Figura 7.8).



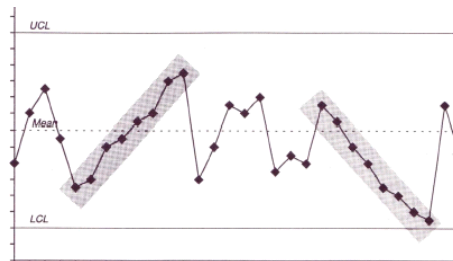
**Figura 7.8**

3- Siete puntos sucesivos están en el mismo lado de la línea central (LC) (Figura 7.9).



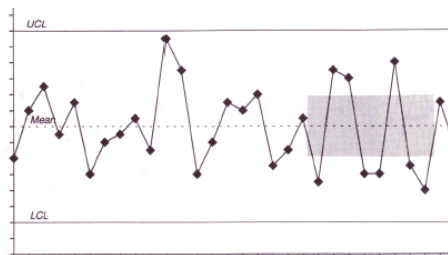
**Figura 7.9**

4- Ocho puntos sucesivos crecientes o decrecientes (Figura 7.10).



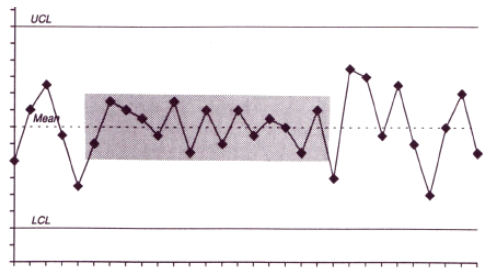
**Figura 7.10**

5- Ocho puntos sucesivos situados entre los límites  $\pm 2 \cdot \sigma_\theta$  y  $\pm 3 \cdot \sigma_\theta$  (Figura 7.11).



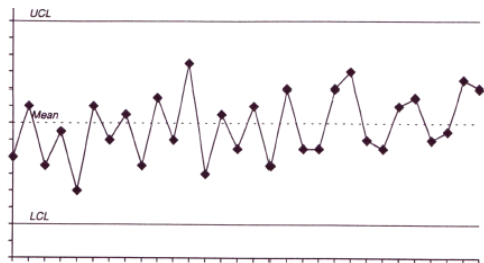
**Figura 7.11**

- 6- Quince puntos sucesivos situados entre los límites  $\pm\sigma_\theta$  (Figura 7.12).



**Figura 7.12**

- 7- Catorce puntos sucesivos situados alternativamente a cada lado de la línea central (LC) (Figura 7.13).



**Figura 7.13**

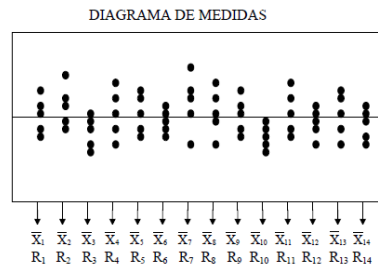
Este proceso de control se realizará tanto sobre las gráficas de exactitud ( $X$ ) como sobre la precisión ( $S$  o  $R$ ) como se verá más adelante.

### Patrones de comportamiento de un sistema

Para su comprensión se va a utilizar las siguientes gráficas para un estudio formado por 5 elementos por muestra (correspondientes a los 5 puntos por muestra) y 14 muestras.

- 1- Gráfica de medidas.

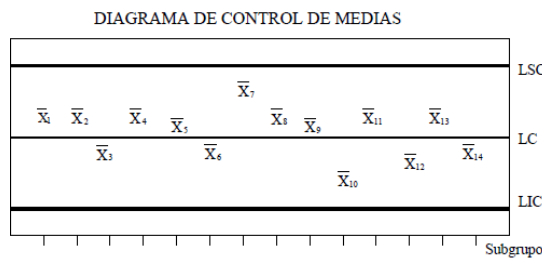
La posición de los puntos corresponde al valor del parámetro de estudio de cada uno de los elementos de la muestra. De cada una de las muestras se obtiene su media muestral ( $\bar{X}_i$ ) y su variación (en este caso definido mediante el rango  $R_i$ ). La línea central corresponde a la media de las medias muestrales. Esta gráfica, aunque es muy representativa, no se suele utilizar (Figura 7.14).



**Figura 7.14**

2- Diagrama de control de medias.

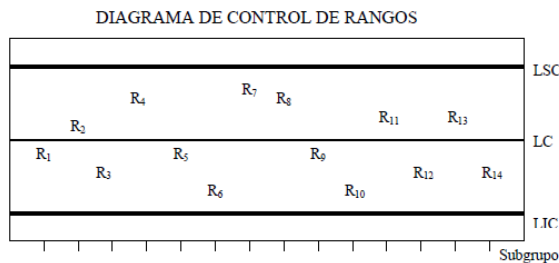
Los valores de las medias muestrales se introducen en la gráfica de control con sus límites ya ajustados. En este caso los puntos han sido sustituidos por los símbolos  $\bar{X}_i$  y no se han unido entre sí mediante una línea quebrada (Figura 7.15).



**Figura 7.15**

3- Diagrama de control de rangos.

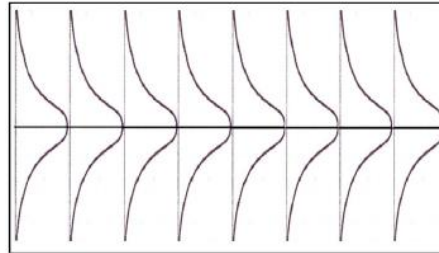
Los valores de los rangos muestrales se introducen en la gráfica de control con sus límites ya ajustados. En este caso los puntos han sido sustituidos por los símbolos  $R_i$  y no se han unido entre sí mediante una línea quebrada (Figura 7.16).



**Figura 7.16**

4- Diagrama de funciones normales.

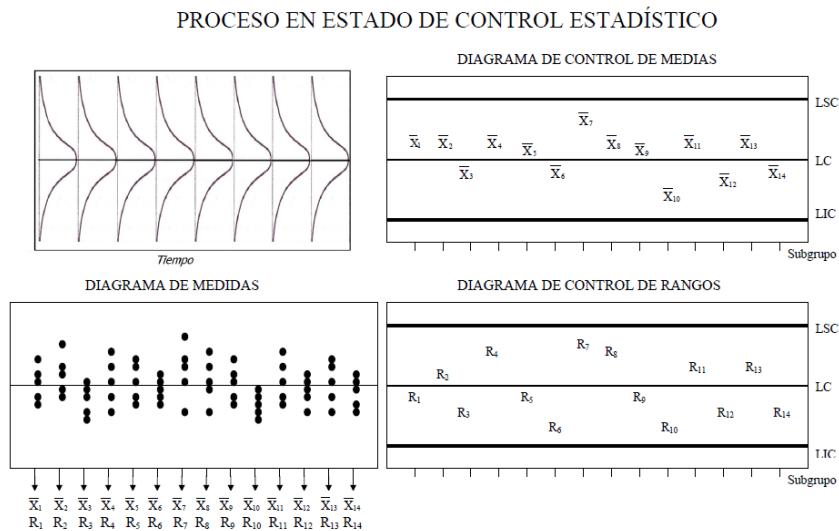
El comportamiento de la exactitud y precisión está asociado a la media y desviación estándar de las distribuciones normales correspondientes a cada una de las muestras, que se representan de forma individual (en la figura no se han representado todas las muestras). Esta gráfica, aunque es representativa, no se suele utilizar (Figura 7.17).



**Figura 7.17**

**Proceso bajo control estadístico**

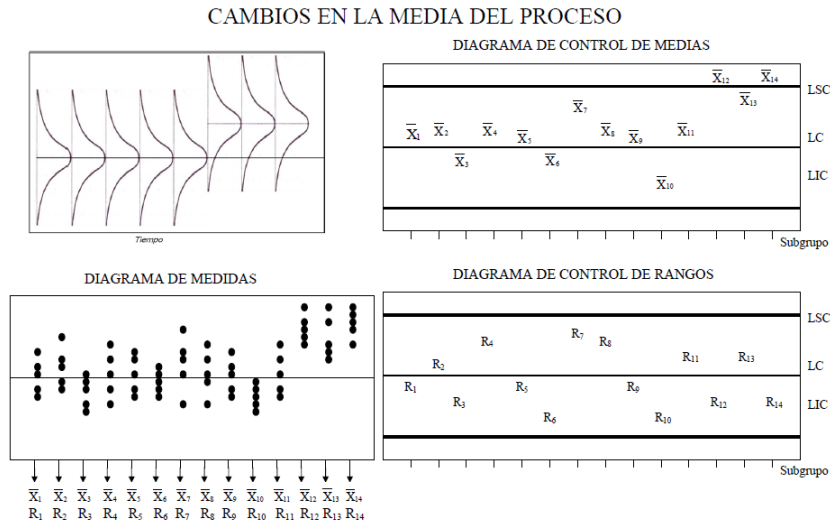
Cuando un sistema se encuentra bajo control estadístico, los valores correspondientes a las medias y desviaciones están dentro de los límites, por lo que su comportamiento se puede considerar normal. Cuando el sistema está bajo control estadístico se acepta la hipótesis nula en todas las muestras tanto en exactitud como en precisión, por lo que se considera que todas las muestras siguen el mismo comportamiento normal tanto en su valor medio como en su desviación típica. Las cuatro gráficas representadas en la misma imagen serían las siguientes (Figura 7.18).



**Figura 7.18**

**Proceso fuera de control por variación de la exactitud**

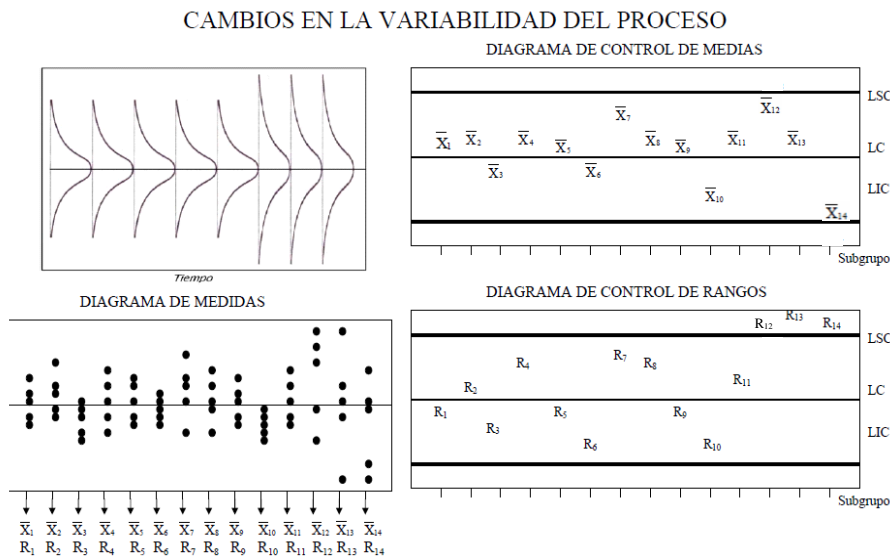
En este caso, aunque en todas las muestras se acepta la hipótesis nula en cuanto a precisión ( $R$ ), no ocurre lo mismo en cuanto a exactitud ( $\bar{X}$ ) (Figura 7.19).



**Figura 7.19**

**Proceso fuera de control por variación de la precisión.**

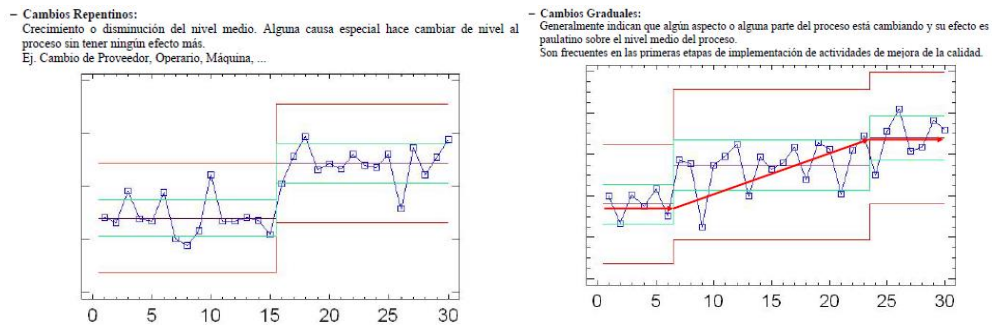
En este caso, aunque en todas las muestras se acepta la hipótesis nula en cuanto a exactitud ( $\bar{X}$ ), no ocurre lo mismo en cuanto a precisión ( $R$ ) (Figura 7.20).



**Figura 7.20**



### Cambio repentino o gradual de nivel (Figura 7.21)



**Figura 7.21**

## 2. - Control por atributos de procesos de fabricación

El control de la calidad durante el proceso supone la racionalización de muchos objetivos de calidad para lograr la mejor inversión de las horas-hombre empleadas en el control. El sistema de control de calidad que debe emplearse es aquél que permite efectuar el trabajo a un coste total de calidad óptimo.

El término atributo, tal como se emplea en control de calidad, es la propiedad que tiene una unidad del producto de ser buena o mala, es decir, de estar o no de acuerdo con las especificaciones. La inspección por atributos está generalmente asociada a los calibres pasa-no pasa, que permiten clasificar las unidades inspeccionadas en dos grupos: unidades dentro de las especificaciones y unidades fuera de ellas.

Mediante inspección visual se pueden también separar las unidades en dos categorías: buena o mala. La situación sí o no, buena o mala, es típica de una inspección por atributos.

El control de calidad por atributos de procesos industriales se realiza comprobando si los productos en curso de fabricación poseen o no cierta característica, si sus dimensiones están o no dentro de ciertos límites, o si tienen o no defectos inadmisibles. Como norma general, los productos que no superan la verificación se denominan **defectuosos**.

El control de calidad por atributos, tiene aplicaciones bien definidas, como:

1. Cuando se trata de controlar características **no medibles**, como el aspecto.
2. Cuando no interesa medir las características a controlar, porque es más económico y rápido comprobar con un calibre pasa-no pasa si una dimensión está dentro de tolerancias.
3. Cuando interesa controlar varios defectos simultáneamente.

Al gráfico confeccionado para controlar este tipo de medidas de calidad se le conoce como



**diagrama de control por atributos.** Constituye un instrumento muy valioso para el control global de la calidad de un proceso, para señalar perturbaciones en las características de calidad, sobre todo al principio del desarrollo del programa de control de calidad, y para facilitar información sobre la calidad a la dirección.

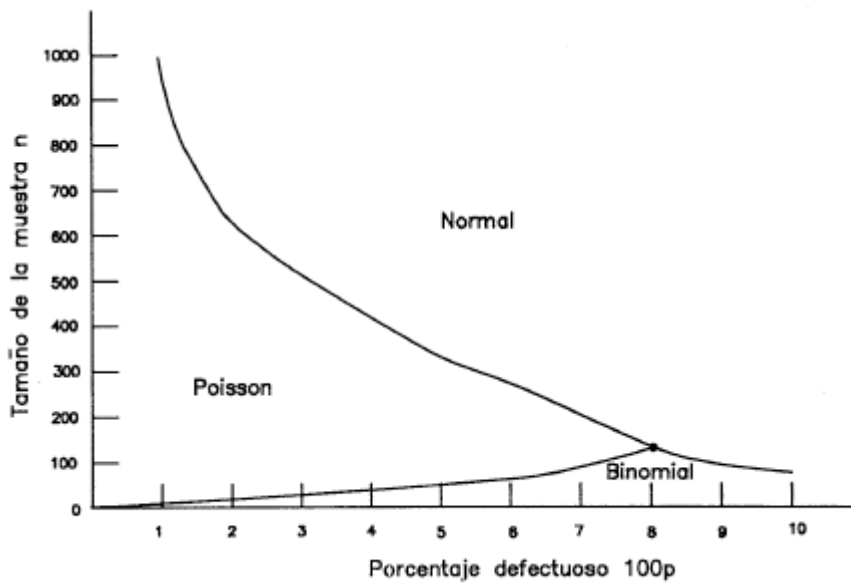
### 2.1. - Diagramas de control por atributos

El control por atributos, puede realizarse bajo **cuatro modalidades**, que se diferencian fundamentalmente en la forma de registrar los defectos:

- a) **Por fracción defectuosa:** Se registra la proporción  $p_i$  (o el porcentaje,  $100p_i$ ) de productos defectuosos sobre el total de unidades de cada muestra.
- b) **Por número de productos defectuosos:** Se anota el número de productos defectuosos  $d_i = n \cdot p_i$  hallados en cada muestra.
- c) **Por número de defectos:** Se registra el número total de defectos  $D_i$  encontrados en cada muestra.
- d) **Por puntos de demérito:** Asignando una puntuación  $W_j$  a cada clase de defecto  $j$ , se calculan los puntos totales  $Q_i$  de demérito de los defectos  $D_{ij}$  encontrados en cada muestra  $i$ :  $Q_i = \sum W_j \cdot D_{ij}$ . Esta modalidad corresponde al control por puntos de demérito en cada muestra. También puede hacerse el control por puntos de demérito por unidad en cada muestra  $i$ :  $q_i = Q_i / n_i$ .

Cada modalidad tiene aplicaciones específicas como veremos más adelante.

Las distribuciones de frecuencia de la fracción defectuosa, de los productos defectuosos, de los defectos controlados o de los puntos de demérito, se representan mediante curvas que siguen en general la ley binomial o la de Poisson, según sea el tamaño de la muestra ( $n$ ), en relación con el tamaño del lote ( $N$ ), y la calidad de éste. Se puede considerar que siguen la **ley binomial** cuando:  $n < 0,1N$ ;  $n \leq 50$ ;  $p \leq 0,20$ . Y siguen la **ley de Poisson** cuando:  $n > 50$ ;  $p < 0,10$ . Cuando  $np > 18$ , tanto la ley binomial como la de Poisson, pueden asimilarse a la **distribución normal** (de Laplace-Gauss). Ver Figura 7.22.



**Figura 7.22 - Aplicación de las leyes de Poisson, Binomial y Normal**

En todas las modalidades de inspección por atributos de procesos de fabricación, la **aplicación del control** se realiza con arreglo al siguiente esquema:

1. Se definen las características a controlar.
2. Se programa la toma de muestras.
3. Se verifican las características de los productos.
4. Se traza el diagrama de control, con la línea central y las líneas de los límites de control (en ocasiones, también las líneas de los límites de atención).
5. Se analiza el diagrama y se corrige la fabricación si es necesario.

### 2.1.1. - Control por fracción defectuosa

Consideremos en primer lugar uno de los diagramas de control más aceptados: el de la fracción defectuosa  $p$  (o del porcentaje defectuoso  $100p$ ). Es muy fácil de adaptar y puede usarse para controlar los atributos distribuidos binomialmente. Normalmente, se emplea para controlar la calidad del producto cuando el porcentaje ideal de defectuosos debe ser inferior al 10%. Para la medición de características de atributos ajenos a la calidad no es preciso tener en consideración el techo del 10%.

Esta cifra es, en realidad, un valor arbitrario. La justificación para limitar el porcentaje de defectuosos al 10% o menos, reside en el efecto que ejerce sobre la dirección un valor de, por ejemplo, el 25% de unidades defectuosas. Cuando se espera un porcentaje superior al 10% puede expresarse la proporción como defectos por unidad, que suena mejor y es una expresión más válida.



Se calcula la fracción defectuosa  $p_i$  considerada en cada muestra  $i$  inspeccionada, dividiendo el número de productos defectuosos  $d_i$  hallados en la muestra entre el número total de los productos que la componen,  $n_i$ :

$$p_i = d_i / n_i, \text{ y si se pone en forma de porcentaje: } 100p_i = 100 \cdot d_i / n_i.$$

Añadiremos que en esta modalidad de muestreo por atributos, puede variarse el tamaño  $n_i$  de las muestras, de una toma a otra, pero no es aconsejable.

- Valor  $\bar{p}$  equivalente a la media:

$$\bar{p} = \frac{\sum d_i}{\sum n_i} \quad \text{ó} \quad \bar{p} = \frac{\sum d_i}{k \cdot n}$$

siendo  $k$  el número de muestras,  $d_i = n \cdot p_i$  y  $n_i = n$  si es constante

- Valor equivalente a la desviación tipo de las medias muestrales:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

- Límites de control superior e inferior:

$$L.C.S. = \bar{p} + 3\sigma_m \quad L.C.I. = \bar{p} - 3\sigma_m$$

- Límites de atención superior e inferior:

$$L.A.S. = \bar{p} + 2\sigma_m \quad L.A.I. = \bar{p} - 2\sigma_m$$

**1.) Características a controlar:** Realmente, en este control hay que destacar dos particularidades muy interesantes:

- a) Que las características controlables son mucho más numerosas que en el control por variables, que sólo inspecciona las características medibles.
- b) En el control por atributos puede verificarse una sola característica, como en el control por variables, o varias al mismo tiempo, resultando así este control mucho más rápido y económico en determinados casos.

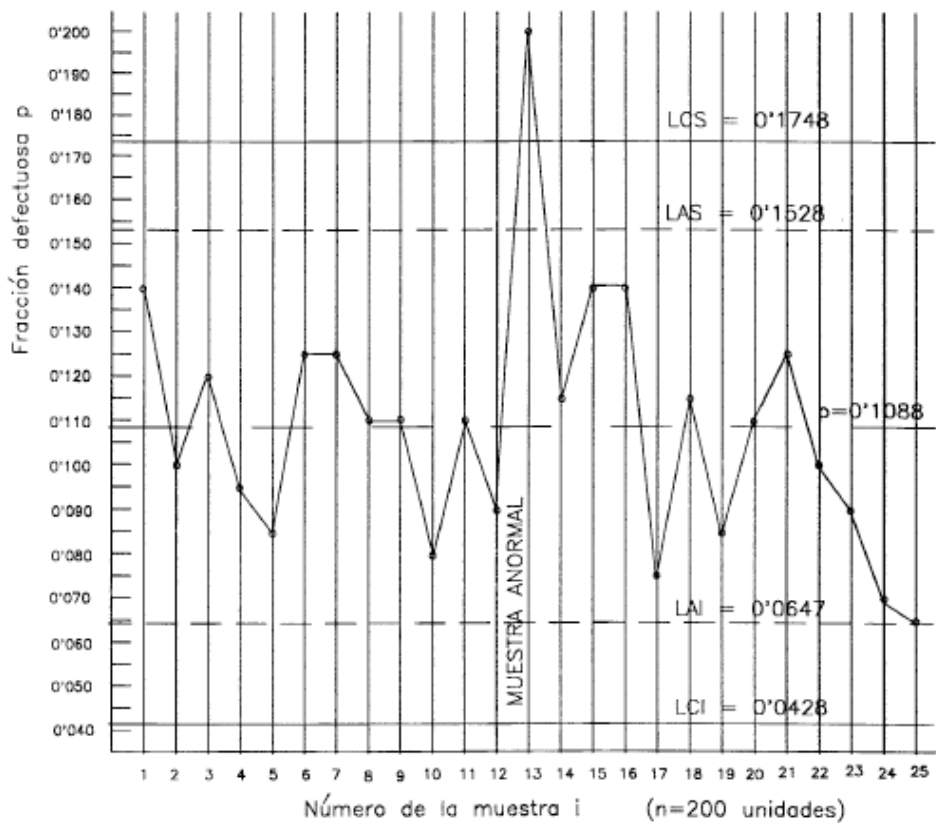
Por regla general, se prefiere controlar solamente una característica, pues hay algunas cuyos defectos son fáciles de corregir y otros muy difíciles, cuando no imposibles. Y también porque los diagramas suelen estar muy influenciados por los defectos fáciles, que se presentan en mayor proporción que los difíciles.

**2.) Toma de muestras:** Advertiremos que debe realizarse al azar y, en líneas generales, de la misma forma que para un control por variables. La única diferencia esencial es que,

como el número de defectos encontrados en cada muestra será en general pequeño, se cogen muestras mucho mayores que en el control por variables:  $n=50$  ó más unidades, con objeto de aumentar la sensibilidad de la prueba.

**3.) Verificación de productos y presentación de datos:** La verificación de los productos recogidos en cada muestreo se realiza de acuerdo con la característica que se trata de controlar. A veces basta una inspección visual; otras la aplicación de un calibre pasa-no pasa, para clasificar las piezas en correctas o defectuosas. En general, puede decirse que la verificación es más rápida que en el control por variables y, a pesar de que las unidades que componen cada muestra es mayor, resulta en conjunto el control más rápido y económico.

**4.) Trazado del diagrama de control:** Una vez obtenidos los datos de las  $k$  muestras, se procede al trazado del diagrama de control, que consta de una línea central (paralela al eje de abscisas), trazada por el valor obtenido para  $\bar{p}$ ; dos líneas paralelas a aquella para los límites de control, una para el superior LCS y otra para el inferior LCI; y otras dos líneas paralelas interiores para los límites de atención, una para el superior LAS y otra para el inferior LAI (Figura 7.23).



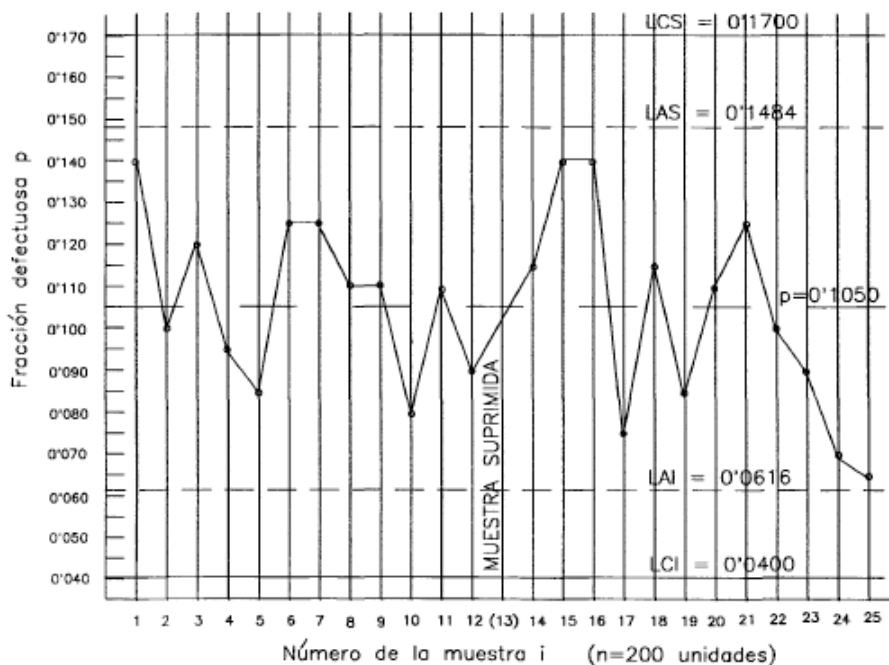
**Figura 7.23**

A continuación, se van llevando los valores de la fracción defectuosa  $p_i$  de cada muestra, a sus ordenadas correspondientes. Si todos los puntos están ahora dentro de control, se

adoptan los nuevos valores como definitivos. Puede suceder (como en este caso) que en el período preliminar aparezcan algunos puntos, correspondientes a algunas fracciones defectuosas aisladas, que se salen de los límites de control. Si se investigan las causas y se encuentran, puede prescindirse de estas muestras y calcularse sin ellas el nuevo valor de la línea central  $\bar{p}$  y los nuevos límites superior e inferior de control y de atención.

Habiéndose descubierto y corregido la causa que provocó la anomalía en la toma de muestras núm. 13, se eliminan los datos de esta muestra y se recalculan los parámetros (Figura 7.24)

Se traza el nuevo diagrama y como todos los puntos están dentro de control, se adopta este diagrama como definitivo.



**Figura 7.24**

Para hacer una comprobación estadística pueden agruparse una serie de subgrupos en uno solo y calcular la media de la fracción defectuosa de dicha serie, para ver si varía en más de tres sigma del valor de la fracción defectuosa tomada como normal. En caso afirmativo, puede adoptarse este nuevo valor como normal para la producción futura.

**5.) Análisis del diagrama de control:** Una vez solucionadas las incidencias preliminares, si se presentan, tal como hemos visto en el párrafo anterior, y si el diagrama trazado con las primeras muestras parece normal, hay que decidir si se aceptan como válidas la línea central  $\bar{p}$  y las de los límites de control, es decir, si resultan admisibles esa fracción defectuosa media y su dispersión.

Si no se aceptan, habrá que revisar el proceso y/o el intervalo de tolerancia, ya que no puede lograrse mejor calidad con los elementos de que se dispone en ese momento. En el



caso de que se estime el proceso satisfactorio y se acepten la línea central y las de los límites como definitivas, se prolongan para que sirvan de guía a la producción futura, y se prosigue el control de nuevas muestras. Para cada una de éstas, se anota en el cuadro el número de la muestra, el tamaño de la misma y el número de productos defectuosos  $d_i$  encontrado; se calcula  $p_i$  y se representa en el diagrama de control.

Si cae algún punto  $p_i$  fuera de los límites de control, es muy probable que existan causas de variación en el proceso, por lo que debe precederse inmediatamente a efectuar una investigación, para saber bajo qué condiciones se hizo la producción del lote a que pertenece la muestra. Si se encuentra el motivo de los puntos fuera de control y se pueden corregir las causas, para que no vuelva a ocurrir en la producción futura, se anulan los datos de esa muestra y se continúa el muestreo como si nada hubiese ocurrido.

El valor medio de la fracción defectuosa  $\bar{p}$ , debe revisarse de vez en cuando, con objeto de operar lo más próximo posible a su verdadero valor. Es mejor hacerlo a intervalos regulares: cada mes, cada dos meses o cada 20 ó 40 muestras. No obstante, los cambios de la media hacia una producción mejor, sólo deben admitirse si no repercuten económicamente sobre la producción; las variaciones de la media hacia porcentajes defectuosos mayores, deben evitarse, estudiando sus causas, porque se deteriora la calidad sin beneficio económico.

**2.1.2. - Control por número de piezas defectuosas**

El control por número de productos defectuosos es, en realidad, una simplificación a efectos de cálculo del control por fracción defectuosa, y se utiliza cuando todas las muestras están compuestas del mismo número de productos ( $n$ ).

- Valor **d** equivalente a la media:

$$\bar{d} = n_i \cdot \bar{p} \quad \text{ó} \quad \bar{d} = n \cdot \bar{p} = \frac{\sum d_i}{k}$$

siendo  $k$  el número de muestras y  $n_i = n$  si es constante

- Valor equivalente a la desviación tipo de las medias muestrales:

$$\sigma_m = \sqrt{n \cdot \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})} = \sqrt{\bar{d} \cdot (1 - \bar{p})}$$

- Límites de control superior e inferior:

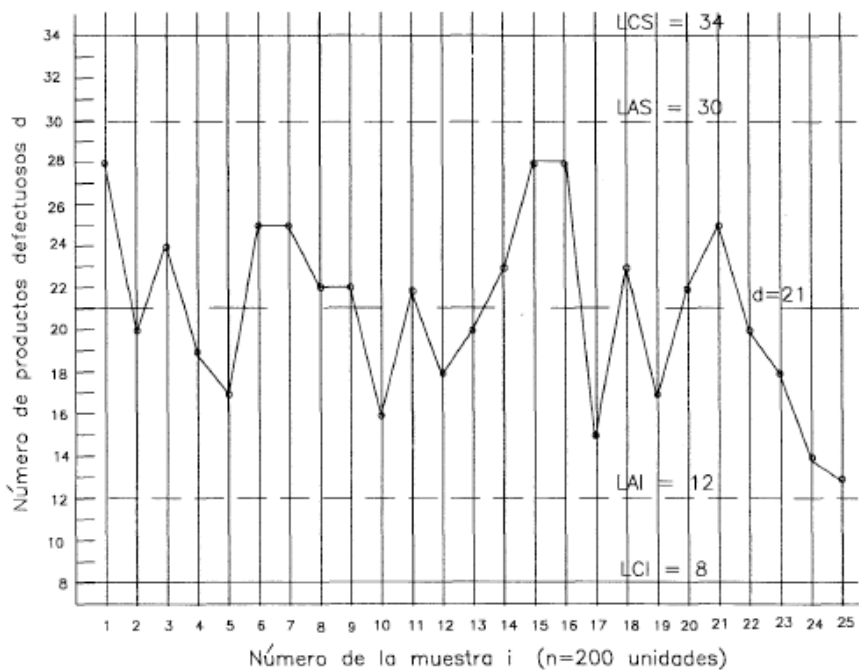
$$L.C.S. = \bar{d} + 3\sigma_m \qquad L.C.I. = \bar{d} - 3\sigma_m$$

- Límites de atención superior e inferior:

$$L.A.S. = \bar{d} + 2\sigma_m \qquad L.A.I. = \bar{d} - 2\sigma_m$$

Como siempre, si un límite inferior (de control o de atención) es negativo, se tomará el valor cero para ese límite.

Por lo demás, todo lo dicho para el control por fracción defectuosa, sobre las características que se controlan, la toma de muestras, la inspección de los productos, presentación de datos e interpretación de diagramas, tiene plena aplicación al control por número de piezas defectuosas (Figura 7.25).



**Figura 7.25**

Una objeción frecuente sobre los diagramas de control por fracción defectuosa o por número de productos defectuosos, es el importante tamaño de la muestra que se necesita inspeccionar para obtener una información fidedigna sobre la calidad del lote. Por ello, los talleres cuyos procesos están caracterizados por pequeños lotes (por ejemplo, de 1 a 20 piezas/lote), deberían desestimar el uso de dicho gráfico. Ciertamente si  $p$  es pequeña,  $n$  debería ser suficientemente grande para que exista una buena probabilidad de obtener unidades defectuosas en la muestra. De otra manera, la aparición de una sola unidad defectuosa situará a la muestra fuera de control.

### 2.1.3. - Control por número de defectos

Los defectos (o cualquier otro suceso de interés) pueden controlarse mediante un diagrama de forma semejante a la fracción defectuosa (o porcentaje) y al número de piezas defectuosas. La condición para emplear el número de defectos  $D$  como una expresión de rechazo es que el área de probabilidad de ocurrencia de un defecto sea muy constante de una unidad de inspección a otra. Una unidad de inspección puede estar constituida por la





unidad de producto, 10 unidades, 100 unidades u otra cantidad elegida (por ejemplo, el propio tamaño de muestra  $n$ ). Si el tamaño de muestra permanece constante, el resultado de la inspección puede expresarse en número de defectos, considerándose implícitamente referidos a cada muestra.

Al adoptar el número de defectos por 100 unidades se guarda cierto paralelismo con el porcentaje defectuoso, lo que puede ser interesante si se desea emplear la norma MIL-STD-105 para control a largo plazo (Figura 7.26).

- Valor **D** equivalente a la media:

$$\bar{D} = \frac{\sum D_i}{k}$$

siendo  $k$  el número de muestras y suponemos  $n$  constante

- Valor equivalente a la desviación tipo de las medias muestrales:

$$\sigma_m = \sqrt{\bar{D}}$$

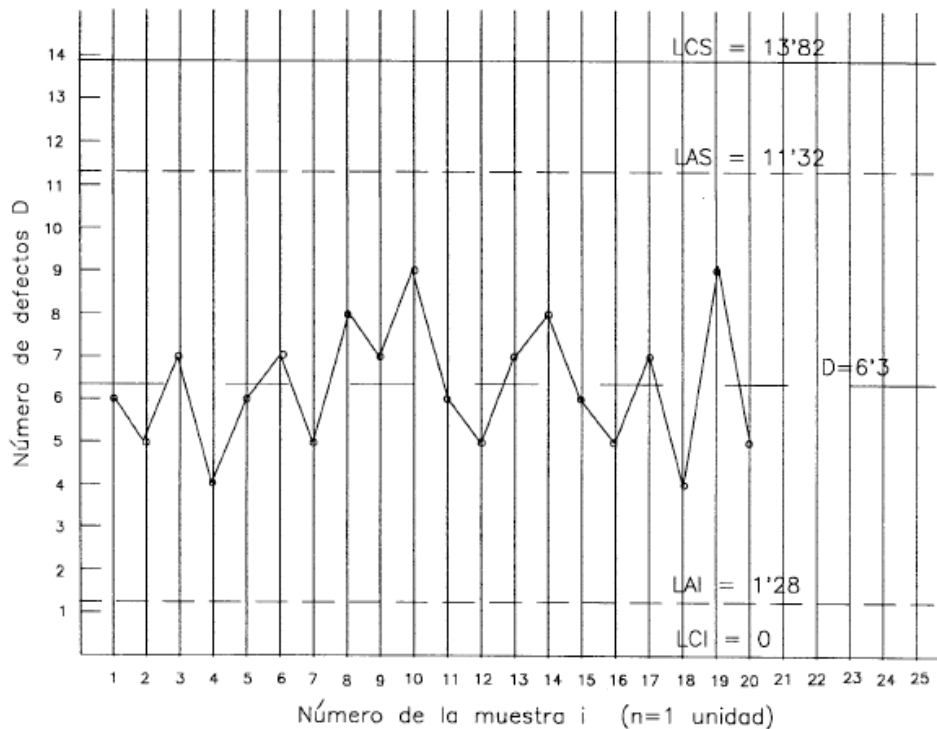
- Límites de control superior e inferior:

$$L.C.S. = \bar{D} + 3\sigma_m \qquad L.C.I. = \bar{D} - 3\sigma_m$$

- Límites de atención superior e inferior:

$$L.A.S. = \bar{D} + 2\sigma_m \qquad L.A.I. = \bar{D} - 2\sigma_m$$

Si algún límite inferior es negativo, se tomará el valor cero para dicho límite.



**Figura 7.26**

Una vez trazados los puntos correspondientes a las  $k = 20$  ó  $30$  muestras, hay que analizar, como siempre, si la línea central puede darse o no por definitiva, siguiendo el mismo proceso analítico explicado para el diagrama de control por fracción defectuosa.

Este control por atributos está especialmente indicado cuando en cada unidad de producción se pueden presentar varios defectos similares que, incluso sin que la pieza sea rechazable, hacen que desmerezca su aspecto y presentación, y son por lo tanto un indicador de la calidad.

Cuando los defectos valorados tienen distinta importancia, se les califica de acuerdo con una puntuación que pondere su gravedad, y se establece entonces un control por puntos de demérito, como veremos a continuación.

El verdadero valor del diagrama de control reside en su estándar y en los límites de decisión para realizar el control de la calidad actual y "corriente". El análisis del período-base se realiza exclusivamente con el fin de estimar la ejecución pasada, de forma que puedan establecerse los estándares obtenibles y los límites naturales de decisión.

**2.1.4. - Control por puntos de demérito**

El sistema de valoración por puntos de demérito puede utilizarse para el control del proceso de fabricación por atributos, como se ha dicho anteriormente, y tiene una especial utilidad cuando se comprueba la existencia de distintos tipos de defectos, que presentan diferentes grados de gravedad (por ejemplo: defectos críticos, graves, mayores, menores, etc.); este tipo de control ha sido documentado por Dodge y Torrey.



El plan de muestreo por puntos de demérito requiere que los defectos se clasifiquen y valoren de acuerdo con su importancia. Si se clasifican los diferentes defectos que pueden presentarse en el producto objeto de inspección, en **M** clases, a cada clase **j** se le asignará una puntuación **W<sub>j</sub>** según la gravedad de ese tipo de defecto (a mayor gravedad, mayor puntuación de demérito).

En el plan Dodge-Torrey los defectos se estructuran en **M = 4** clases (A, B, C y D), de mayor a menor gravedad, con una calificación (ponderación o peso) de **W<sub>a</sub>=100**, **W<sub>b</sub>=50**, **W<sub>c</sub>=10** y **W<sub>d</sub>=1** puntos de demérito por clase de defecto, respectivamente.

La puntuación de demérito media **Q** de cada muestra, para un período-base o de referencia determinado, en el que se han inspeccionado **k** muestras de **n** unidades de producto cada una, supuesto constante el tamaño de la muestra, será:

- Valor **Q** equivalente a la media:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} Q_i}{k} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_{ij}}{k} = \frac{\sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_j}{k}$$

Siendo:

**k** = número de muestras

**M** = número de clases

**Q<sub>i</sub>** =  $\sum W_j \cdot D_{ij}$  = Puntos de demérito totales de la muestra **i**-ésima.

**W<sub>j</sub>** = Puntuación de demérito del defecto de clase **j**-ésima.

**D<sub>ij</sub>** = Número de defectos de la clase **j**-ésima hallados en la muestra **i**-ésima.

**D<sub>j</sub>** =  $\sum D_{ij}$  = Número total de defectos de la clase **j**-ésima (en las **k** muestras).

- Valor equivalente a la desviación tipo de las medias muestrales:

$$\sigma_m = \sqrt{C} = \sqrt{\frac{\sum W_j \cdot D_j}{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (W_j^2 \cdot \sum_{i=1}^k D_{ij})}{k}}$$

Siendo:

**D<sub>j</sub>** =  $\sum D_{ij}$  = Número total de defectos de la clase **j**-ésima (en las **k** muestras).

Factor de variación estándar **C** de deméritos por muestra:

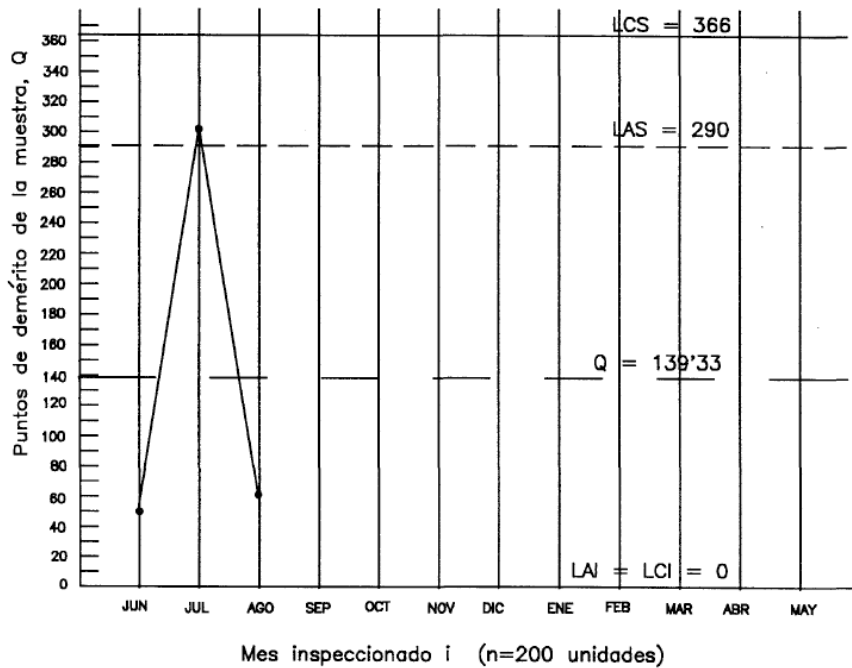
$$C = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^M W_j^2 \cdot D_{ij}}{k} = \frac{\sum_{j=1}^M W_j^2 \cdot D_j}{k}$$

- Límites de control superior e inferior:

$$L.C.S. = \bar{Q} + 3\sigma_m \qquad L.C.I. = \bar{Q} - 3\sigma_m$$

- Límites de atención superior e inferior:

$$L.A.S. = \bar{Q} + 2\sigma_m \qquad L.A.I. = \bar{Q} - 2\sigma_m$$



**Figura 7.27**

Una vez representado el diagrama ha de decidirse si el estándar de calidad obtenido, expresado en puntos de demérito  $\bar{Q} = 139,33$  por cada muestra de  $n = 200$  unidades (ó  $q = Q/n = 139,33/200 = 0,697$  puntos de demérito por unidad), es aceptable. Si no lo fuera, habría que revisar el proceso de fabricación para lograr que produzca artículos con mayor calidad (menos puntos de demérito). Pero si el estándar es aceptable, se representa el diagrama de control correspondiente, que se prolonga para permitir la anotación de los puntos de demérito  $Q_i$  de las muestras inspeccionadas en los meses sucesivos, comprobando que se mantienen dentro de control.



Como en los anteriores tipos de control por atributos:

- Si en la determinación del estándar y representación en el diagrama, alguna de las muestras queda fuera de los límites de control, se analizan las causas que produjeron tal anomalía. Si se descubren y se habilitan medidas para solucionarlas, puede despreciarse esa muestra en el cálculo de un nuevo estándar, que representará una producción de mejor calidad.
- Conviene, periódicamente, recalcular los parámetros que definen el diagrama de control, haciendo intervenir los datos de todas las muestras inspeccionadas hasta ese momento, para aproximarlos cada vez más a la distribución real del proceso. Se analizarán y corregirán las causas que puedan ocasionar el deterioro del estándar, por cuestión de calidad y porque suele llevar aparejados perjuicios económicos.

Si el tamaño de la muestra  $n_i$  no es constante, como suele suceder cuando se hacen inspecciones al 100%, los puntos de demérito obtenidos en cada muestra no son comparables, por lo que se requiere referirlos a la unidad de producto. En ese caso, la puntuación de demérito media  $\bar{q}$  por unidad de producto se obtendrá mediante la expresión:

$$\bar{q} = \frac{\sum Q_i}{\sum n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_{ij}}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i} = \frac{\sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_j}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}$$

y constituirá el estándar de deméritos por unidad, línea central del diagrama de control de deméritos por unidad.

Se establece un **factor de variación normal c** de deméritos por unidad, cuyo valor es:

$$c = \sum_{j=1}^{j=M} \left( W_j^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=k} D_{ij}}{\sum n_i} \right) = \sum_{j=1}^{j=M} \left( W_j^2 \cdot \frac{D_j}{\sum n_i} \right)$$

La desviación tipo del estándar de los puntos de demérito por unidad en las muestras vale:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{c}{n}}$$

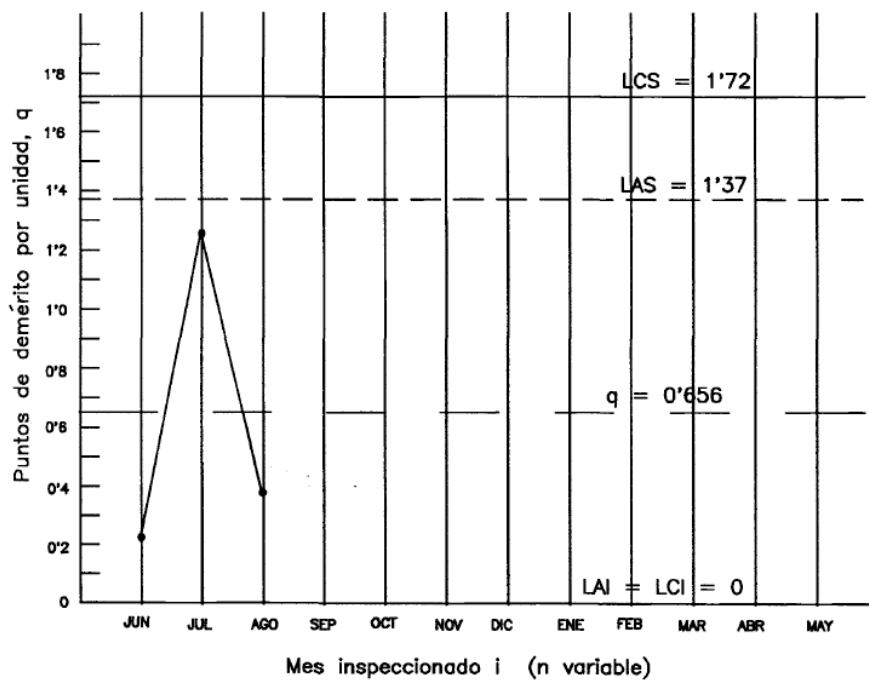
Siendo:

$n = \sum n_i / k$  = Promedio de los valores  $n_i$  (tamaños de las muestras), si no se diferencian en gran manera.

Los límites de control y de atención del diagrama serán:

$$L.C. = \bar{q} \pm 3\sigma_m \quad L.A. = \bar{q} \pm 2\sigma_m$$

Se pasa, lógicamente, de este tipo de control de deméritos por unidad al control de deméritos por muestra, siendo el tamaño muestral  $n$  constante, multiplicando todas estas expresiones por  $n$ . En efecto,  $Q = q \cdot n$  y  $C = c \cdot n$ , por lo que la desviación tipo de la media muestral y los límites de control y de atención se ven multiplicados también por  $n$  (Figura 7.28).



**Figura 7.28**

Como en los casos anteriores, este es el momento de decidir si el estándar de calidad obtenido, expresado en puntos de demérito por unidad  $q=0.656$  es o no aceptable. Si no lo es, habrá que revisar el proceso de fabricación para lograr que produzca artículos con mayor calidad (menos puntos de demérito). Pero si el estándar es aceptable, se representa el diagrama de control correspondiente, que se prolonga para permitir la anotación de los puntos de demérito por unidad  $q_i = Q_i / n_i$  de las muestras inspeccionadas en los meses sucesivos, comprobando que se mantienen dentro de control



### 3. - Control por variables de procesos de fabricación

La característica de calidad es la que puede medirse cuantitativamente por medio de una escala de valores.

Al igual que ocurre en la medición de variables, la magnitud de las desviaciones puede determinarse con el mismo tipo de instrumentos de medida, de esta forma se obtiene más información sobre la característica de calidad que se examina, que en el caso de medición de atributos. Lógicamente, esta información adicional sólo podrá lograrse con mayor gasto, ya que, en general, los instrumentos de medición de variables presentan mayores costos de adquisición, conservación y uso. Frecuentemente, la inversión hecha es rentable por la información adicional obtenida y por la reducción lograda en la duración de la inspección.

Enunciemos algunos ejemplos de características variables: temperatura, presión, resistencia a la tracción, dimensiones, dureza, acidez, etc. Los útiles empleados para medir estas características variables son también más o menos familiares. Frecuentemente, las características normalmente consideradas como atributos, son susceptibles de conversión a una escala de variables. Un ejemplo es la apreciación del sabor. Además de estimar el sabor de un alimento o bebida como bueno o malo, pueden asignarse valores puntuales de buen o mal sabor para graduación de tipo variable.

Seguramente, el método de control estadístico de calidad por variables más conocido es el diagrama de control media-recorrido ( $\bar{X}$  y  $\bar{R}$ ). Aunque constituye un instrumento muy importante del control de calidad, ha recibido demasiada atención en la literatura, así como en los cursos de enseñanza académica e industrial. La gran difusión de este método provoca que sea aplicado en muchas circunstancias en las que no está económicamente justificado.

Advertiremos que es un instrumento de control que sólo debería emplearse para un porcentaje muy pequeño del total de las características de calidad. Sin embargo, cuando su uso está justificado, constituye un instrumento muy importante y eficaz para el control de la calidad de los procesos.

Realmente, el control de calidad por variables de un proceso de producción se desarrolla de acuerdo con el siguiente esquema:

1. Se establecen los objetivos del control.
2. Se define y valora la característica a verificar.
3. Se programa la toma de muestras.
4. Se verifican las características en los productos.
5. Se trazan los diagramas de control.
6. Se analizan los diagramas y se corrige la fabricación si resulta necesario.



Por lo general, el primer paso para aplicar el control de calidad consiste en establecer perfectamente los objetivos del control, fijando las etapas del proceso de producción que interesa considerar.

Ahora bien, las tres condiciones que debe cumplir el control de calidad del proceso son:

- a) *Que sea posible aplicarlo* sin parar la fabricación, ni entorpecerla, pues si así no fuera, en general los perjuicios ocasionados serían superiores a los beneficios.
- b) *Que sea útil* y aprovechables sus resultados para corregir si fuera necesario la fabricación.
- c) *Que sea económicamente interesante*, pues el interés económico es el que se persigue, generalmente, en los procesos industriales.

Las características que definen los productos y que configuran por lo tanto su calidad, pueden tener una importancia muy distinta, pues mientras una pequeña variación de algunas, como por ejemplo la dimensión de una pieza que ha de ajustarse en otra, pueden hacer totalmente inservible el producto, la variación de otras puede no afectar a su utilización. Según esto conviene distinguir las características de un producto según su importancia, para no controlar más que las que sean absolutamente necesarias, y evitar el costo y el despilfarro que supondría controlarlas todas, y no desechar piezas con defectos secundarios, perfectamente utilizables.

En concordancia con este criterio, se han clasificado las características de los fabricados, según su importancia en: *críticas, principales, secundarias y accesorias*.

Naturalmente, las características *críticas* son las que afectan a la seguridad del producto, como la composición de un medicamento. Estas características se controlan, en general, unitariamente (al 100%).

Características *principales* son las que afectan a la utilidad del producto. Por ejemplo, el límite elástico de un muelle, las dimensiones que han de ajustarse en otras piezas, y en general las características fundamentales de todos los productos: olor de un perfume, color de una pintura, resistencia de una pieza mecánica fundamental, etc.

Igualmente, las características *secundarias* son las que no afectan a la utilización fundamental de un producto, como por ejemplo la longitud del eje de un motor, cuyo diámetro es característica principal.

*Accesorias* son las características que afectan exclusivamente a la presentación, siempre que ésta no sea fundamental (cosa que ocurre en los objetos de adorno, ya que en ellos la presentación sí importa).

### **3.1. - Toma de muestras**

El control de calidad de una producción casi nunca se realiza al 100%, sino por muestras compuestas de un número  $n$  de elementos, siempre el mismo en cada muestra, tomados





con una frecuencia predeterminada, y desde luego al azar.

El número de elementos que componen cada muestra (tamaño muestral), en el control por variables de un proceso de producción se aconseja que sea de 4 ó 5, pues son números que dan cálculos sencillos y cocientes decimales exactos al hacer las medias aritméticas. Algunas veces, sin embargo, por razones de eficacia u otros motivos, se utilizan muestras de mayor número de elementos.

La frecuencia de las extracciones se fija en cada caso particular en función del grado de vigilancia que se quiere ejercer, de la frecuencia de los ajustes que se consideren necesarios, y también del coste de la inspección. La frecuencia óptima sería aquella que redujera al mínimo los costes de la inspección por muestreo, pero permitiendo descubrir eficazmente los cambios en el proceso.

La experiencia, más el conocimiento del tiempo de empeoramiento del proceso, tal como el desgaste de la herramienta, contaminación química y reducción de la resistencia, en la mayor parte de los casos, facilitará al usuario la deducción de la mejor frecuencia de muestreo. Si no se tiene ninguna experiencia, la proporción de muestras deberá ser necesariamente elevada, para descender a medida que se gane en conocimientos sobre el proceso.

Se aconseja inspeccionar al principio el 10% de la producción, reduciendo la inspección al 5%, en cuanto se compruebe que la producción está en control, e incluso al 2'5% si se conserva el control satisfactoriamente.

El intervalo de tiempo entre tomas de muestras sucesivas puede calcularse por la siguiente fórmula:

$$I = N \cdot t_u = n \cdot K \cdot t_u$$

siendo:

I = Intervalo de tiempo entre inspecciones.

N = Cantidad fabricada entre dos inspecciones sucesivas (tamaño del lote).

$t_u$  = Tiempo unitario de fabricación

n = Tamaño de la muestra.

K = N/n, es decir, número de veces que el lote contiene a la muestra: para una inspección del 10% vale  $N/n=N/0'1N=10$ ; para una inspección del 5% vale  $N/n=N/0'05N=20$ ; para una inspección del 2'5% vale  $N/n=N/0'025N=40$ .

Cualquiera que sea el resultado del cálculo, se redondean los intervalos en fracciones de hora (cuartos o medias horas).

La toma de muestras se hace, en general, de los productos salidos de la máquina,



recogiendo al azar del material acumulado durante el tiempo transcurrido entre dos inspecciones sucesivas. Es recomendable que las visitas de inspección, para la recogida de muestras, no sean rigurosamente regulares, para evitar que puedan coincidir con variaciones periódicas del proceso.

**Verificación de características y presentación de datos**

Para controlar las características a verificar en las muestras, deben utilizarse instrumentos de medida, bien comprobados y cuya precisión sea superior a la de las especificaciones. Si por ejemplo, las medidas vienen con una precisión de centésimas de milímetro, los instrumentos deben apreciar micras.

Los datos obtenidos, pueden ser las medidas, o bien las diferencias entre la medida patrón y las obtenidas en el proceso de fabricación.

**3.2. - Diagramas de control por variables simplificados**

**3.2.1. - Gráficas X-S**

Las gráficas X-S permiten determinar si un proceso está bajo control estadístico  $6\sigma$  a partir del conocimiento o estimación de la media y desviación estándar poblacional  $(\mu, \sigma)$  del parámetro de estudio  $(\theta)$ .

**3.2.1.1. - Conocidos la media y desviación estándar poblacional  $(\mu, \sigma)$**

**- Gráfica X (exactitud)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar de la media muestral  $(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}})$  función de la desviación estándar muestral son

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

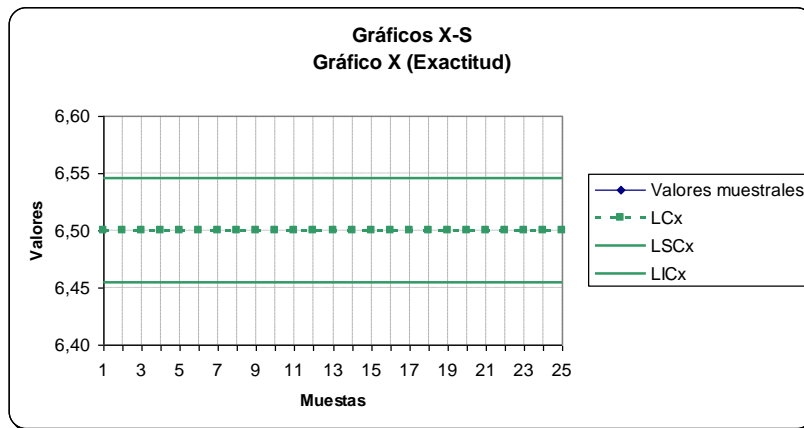
Conocidos los valores del universo  $(\mu, \sigma)$ , se definen los límites de aceptación:

Línea Central (LC):  $\mu_{\bar{X}} = \mu$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \mu_{\bar{X}} + 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} = \mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu + A \cdot \sigma$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \mu_{\bar{X}} - 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} = \mu - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu - A \cdot \sigma$

donde los valores de  $A$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control (Figura 7.29).



**Figura 7.29**

- **Gráfica S (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función desviación estándar muestral ( $S$ ) en la que

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad S = \sqrt{S^2}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar de la desviación estándar muestral ( $\mu_S, \sigma_S^2, \sigma_S$ ) función de la desviación estándar muestral son

$$\left. \begin{matrix} \mu_S = a_n \sigma \\ E(S^2) = \sigma^2 \\ E(S) = a_n \sigma \end{matrix} \right\} \Rightarrow \sigma_S^2 = E(S^2) - [E(S)]^2 = \sigma^2 - (a_n \sigma)^2 = \sigma^2 (1 - a_n^2)$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_S^2} = \sigma \sqrt{1 - a_n^2}$$

Conocidos los valores del universo ( $\mu, \sigma$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\mu_S = a_n \sigma$

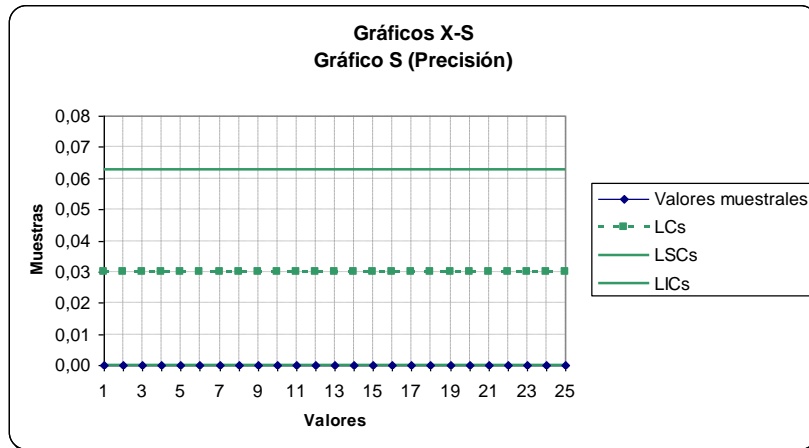
Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \mu_S + 3 \cdot \sigma_S = a_n \sigma + 3 \cdot \sigma \sqrt{1 - a_n^2} = \sigma \left[ a_n + 3 \sqrt{1 - a_n^2} \right] = \sigma B_6$$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \mu_S - 3 \cdot \sigma_S = a_n \sigma - 3 \cdot \sigma \sqrt{(1 - a_n^2)} = \sigma \left[ a_n - 3 \sqrt{(1 - a_n^2)} \right] = \sigma B_5$$

donde los valores de  $B_6, B_5$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control (Figura 7.30).



**Figura 7.30**

**3.2.1.2. - Estimadas la media y desviación estándar poblacional a partir de muestras**

**- Gráfica X (exactitud)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral ( $\bar{X}$ ) a partir de la media de las medias muestrales ( $\bar{\bar{X}}$ )

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral ( $\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}}$ ) función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_{\bar{X}} \rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{S}^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}}$$

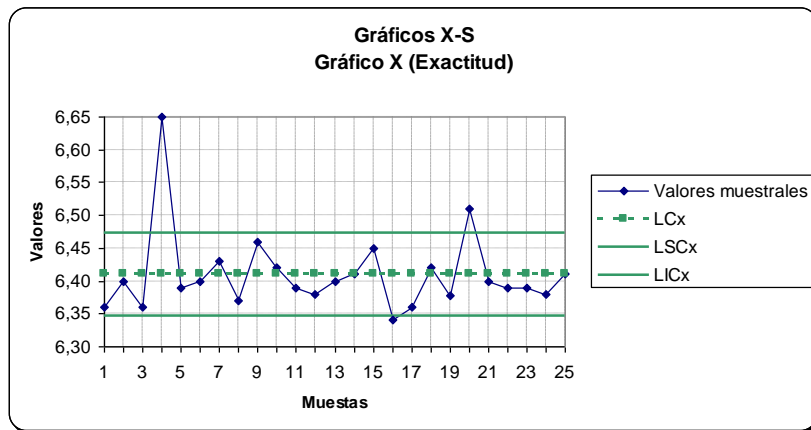
Estimados los valores de la media muestral ( $\bar{X}$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$

donde el valor de  $A_3$  se encuentra tabulado para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control (Figura 7.31).



**Figura 7.31**

**- Gráfica S (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función desviación estándar muestral ( $S$ ) en la que

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \bar{S}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k S_j^2}{k} \quad \bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2}$$

La media, varianza y desviación estándar de la desviación estándar muestral ( $\mu_S, \sigma_S^2, \sigma_S$ ) función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_S \rightarrow \hat{\mu}_S = \bar{S} \quad \left. \begin{matrix} \sigma_S^2 = \sigma^2 (1 - a_n^2) \\ \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{a_n} \end{matrix} \right\} \rightarrow \hat{\sigma}_S^2 = \left[ \frac{\bar{S}}{a_n} \right]^2 (1 - a_n^2)$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_S^2} = \sigma \sqrt{1 - a_n^2} \rightarrow \hat{\sigma}_S = \sqrt{\hat{\sigma}_S^2} = \bar{S} \frac{\sqrt{1 - a_n^2}}{a_n}$$

Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_S = \bar{S}$

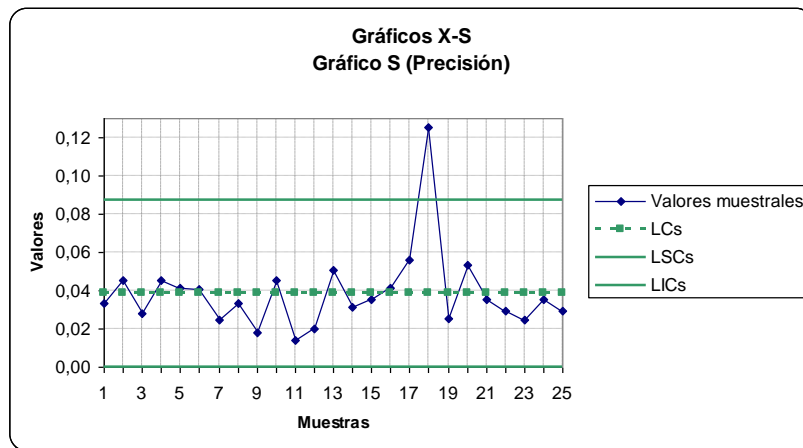
Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_S + 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} + 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n + 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_4 \bar{S}$$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_S - 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} - 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n - 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_3 \bar{S}$$

donde los valores de  $B_4, B_3$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control. En el caso en que  $B_3$  sea negativa, se toma el valor 0 (Figura 7.32).



**Figura 7.32**

### 3.2.2. - Gráficas X-R

Igual que en el caso anterior, las gráficas X-R permiten determinar si un proceso está bajo control estadístico  $6\sigma$  a partir de la determinación de la media y desviación estándar poblacional ( $\mu, \sigma$ ). Se utiliza por la simplicidad de la determinación de los residuos muestrales R.

#### 3.2.2.1. - Conocidos la media y desviación estándar poblacional ( $\mu, \sigma$ )

##### - Gráfica X (exactitud)

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}$$

El residuo muestral de la muestra  $i$  de  $n$  elementos se define como la diferencia entre el máximo y el mínimo de los valores

$$R_i = \max(x_{i,1}, \dots, x_{i,n}) - \min(x_{i,1}, \dots, x_{i,n})$$

La media de los residuos muestrales de  $k$  muestras se define mediante

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k [\max(x_{i,1}, \dots, x_{i,n}) - \min(x_{i,1}, \dots, x_{i,n})]}{k}$$

En la que sumando y restando la media poblacional ( $\mu$ ) y multiplicando y dividiendo por la desviación estándar poblacional ( $\sigma$ ) se estandarizada la variable aleatoria normal ( $Z$ )

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{\sum_{i=1}^k [\max(x_{i,1}, \dots, x_{i,n}) - \min(x_{i,1}, \dots, x_{i,n})]}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k [\max(x_{i,1} - \mu, \dots, x_{i,n} - \mu) - \min(x_{i,1} - \mu, \dots, x_{i,n} - \mu)]}{k} = \\ &= \sigma \frac{\sum_{i=1}^k \left[ \max\left(\frac{x_{i,1} - \mu}{\sigma}, \dots, \frac{x_{i,n} - \mu}{\sigma}\right) - \min\left(\frac{x_{i,1} - \mu}{\sigma}, \dots, \frac{x_{i,n} - \mu}{\sigma}\right) \right]}{k} = \sigma \frac{\sum_{i=1}^k [\max(Z_{i,1}, \dots, Z_{i,n_m}) - \min(Z_{i,1}, \dots, Z_{i,n})]}{k} \end{aligned}$$

Su media, varianza y desviación estándar de la media muestral ( $\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}}$ ) función de la desviación estándar muestral son

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

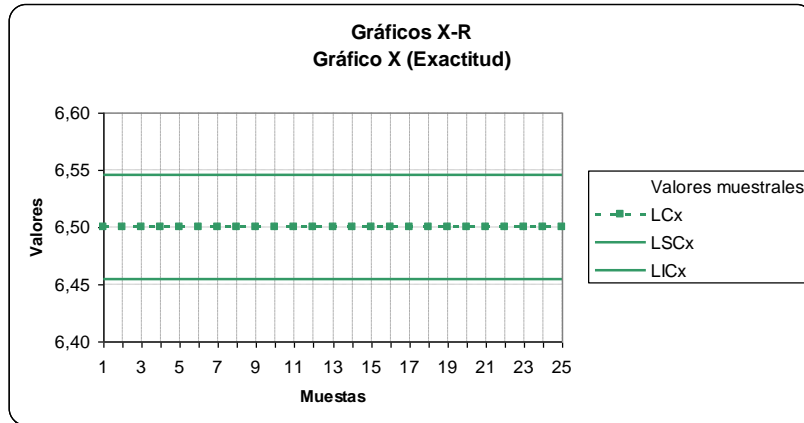
Conocidos los valores del universo ( $\mu, \sigma$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\mu_{\bar{X}} = \mu$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \mu_{\bar{X}} + 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} = \mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu + A \cdot \sigma$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \mu_{\bar{X}} - 3 \cdot \sigma_{\bar{X}} = \mu - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \mu - A \cdot \sigma$

donde los valores de  $A$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación (LCS, LC, LCI) para realizar los procesos de ajuste y control (Figura 7.33).



**Figura 7.33**

**- Gráfica R (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media de los residuos muestrales ( $\bar{R}$ ) en la que

$$R = \max(x_1, \dots, x_n) - \min(x_1, \dots, x_n) \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar del rango muestral ( $\mu_R, \sigma_R^2, \sigma_R$ ) función del rango muestral (sin demostrar) son

$$\mu_R = d_2 \sigma \quad \sigma_R^2 = d_3^2 \sigma^2 \quad \sigma_R = d_3 \sigma$$

conocidos los valores del universo ( $\mu_R, \sigma_R$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\mu_R = d_2 \sigma$

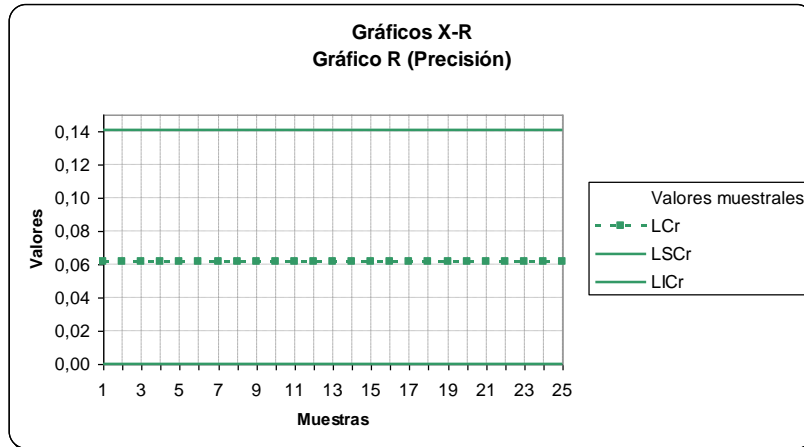
Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \mu_R + 3 \cdot \sigma_R = d_2 \sigma + 3 \cdot d_3 \sigma = \sigma(d_2 + 3 \cdot d_3) = \sigma D_2$$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \mu_R - 3 \cdot \sigma_R = d_2 \sigma - 3 \cdot d_3 \sigma = \sigma(d_2 - 3 \cdot d_3) = \sigma D_1$

donde los valores de  $D_1, D_2, d_2, d_3$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación (LCS, LC, LCI) para realizar los procesos de ajuste y control. En el caso en que  $D_1$  sea negativo, se toma el valor 0 (Figura 7.34).





**Figura 7.34**

**3.2.2.2. - Estimadas la media y desviación estándar poblacional a partir de muestras**

**- Gráfica X**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral ( $\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}}$ ) función del rango muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{\bar{X}} \rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \\ \mu_R = d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R = \bar{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \\ \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{R}^2}{d_2^2 n}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

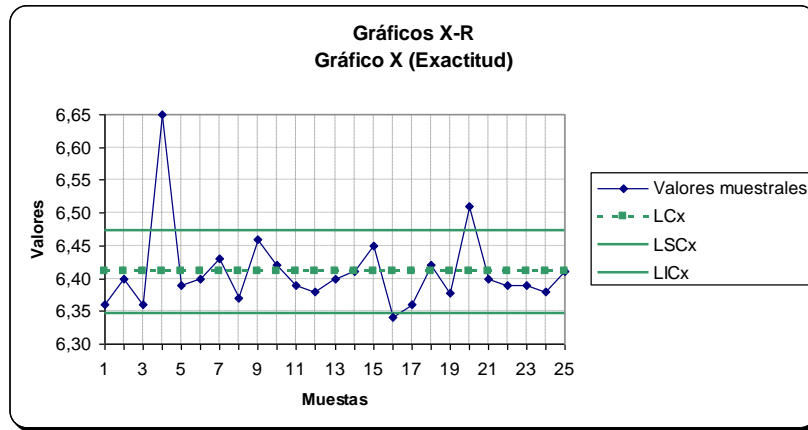
Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$

donde el valor de  $A_2$  se encuentra tabulado para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control (Figura 7.35).



**Figura 7.35**

**- Gráfica R**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media de los residuos muestrales ( $\bar{R}$ ) en la que

$$R = \max(x_1, \dots, x_n) - \min(x_1, \dots, x_n) \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar ( $\mu_R, \sigma_R$ ) sin demostrar son

$$\left. \begin{array}{l} \mu_R \rightarrow \hat{\mu}_R = \bar{R} \\ \mu_R = d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R = \bar{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_R = \sigma d_3 \\ \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_R = \bar{R} \frac{d_3}{d_2}$$

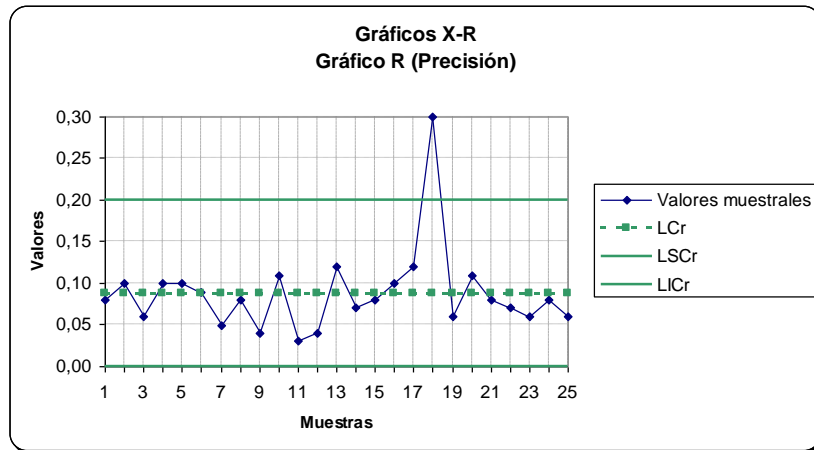
conocidos los valores del universo ( $\mu_R, \sigma_R$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_R = \bar{R}$

Límite de Control Superior (LCS):  $LCS = \hat{\mu}_R + 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_4$

Límite de Control Inferior (LCI):  $LCI = \hat{\mu}_R - 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_3$

donde los valores de  $D_4, D_3$  se encuentran tabulados para distintos tamaños muestrales ( $n$ ), a partir de los cuales se trazan las rectas límite de aceptación ( $LCS, LC, LCI$ ) para realizar los procesos de ajuste y control. En el caso en que  $D_3$  sea negativo, se toma el valor 0 (Figura 7.36).



**Figura 7.36**

### 3.3. - Diagramas de control para datos individuales

Es preferible un gráfico de medias ( $n = 4$  ó  $5$ ) a un gráfico de datos individuales ( $n=1$ ), cuando el número de éstos disponible es suficiente. Sin embargo, a veces se tienen pocos datos y, entonces, el trazado de las lecturas individuales puede ser de algún valor, para fines de control.

Con frecuencia es útil, junto a un gráfico individual, un gráfico de recorrido móvil, en el cual en un grupo de  $n$  lecturas hay  $n-1$  recorridos móviles de dos lecturas ( $n = 2$ )  $|x_1 - x_2|, |x_2 - x_3|, \dots, |x_{n-1} - x_n|$

Se llaman recorridos móviles porque, en cada caso, la primera lectura deja de tener efecto y se agrega la siguiente lectura a la serie. Un recorrido móvil puede componerse de cualquier número de lecturas individuales deseadas ( $n =$  variable). En general, es un método para suavizar los datos, para fines de interpretación. Los límites de control se establecen de la misma manera que antes.

Sin embargo, cada recorrido depende del anterior, de forma que un valor trazado no tiene por sí mismo igual significado que en un gráfico de recorridos convencional. Los puntos trazados deben constituir  $n + 1$  intervalos separados, antes de que se hagan independientes. Las dos primeras lecturas de recorrido móvil, son dependientes entre sí, pero la primera y la tercera no. Naturalmente, las conclusiones tradicionales de significación sólo pueden hacerse sobre muestras independientes.



- **Grafico X (exactitud)**

- $LC = \hat{\mu}_X = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n}$

$$\hat{\sigma}_X^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$S = \sqrt{S^2}, \quad \hat{\sigma}_X = \frac{S}{a_n} \text{ Para } n > 8 \quad a_n \approx 1$$

- $LCS = \hat{\mu}_X + 3\hat{\sigma}_X = \mu_X + 3\frac{\bar{R}}{d_2}$

- $LCI = \hat{\mu}_X - 3\hat{\sigma}_X = \mu - 3\frac{\bar{R}}{d_2}$

El valor de  $d_2$  lo obtenemos de la **Tabla 7E** del **Anexo E**, para  $n = 2$  si tomamos 2 lecturas para cada recorrido móvil.

- **Grafico R (precisión)**

- $LC = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i)}{n-1}$

- $LCS = \bar{R} \cdot D_4$

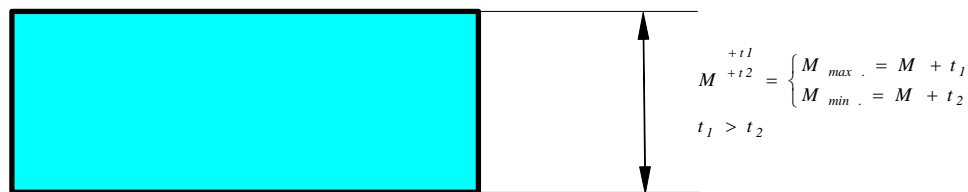
- $LCI = \bar{R} \cdot D_3$

Los valores de  $D_3$  y  $D_4$  los obtenemos de la **Tabla 7E** del **Anexo E**.

#### 4. - Especificaciones.

Son los límites fijados por el cliente, fabricante o norma, a partir de los cuales se decide si la producción es o no válida. Han de ser cumplidos de forma obligatoria.

La línea central ( $LE$ ) y los límites especificados superior e inferior ( $LES, LEI$ ) se obtienen del valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ) y de su tolerancia ( $t_1, t_2$ ), de forma que son fijados directamente, sin ningún tipo de planteamiento estadístico (Figura 7.37).



**Figura 7.37**

Las especificaciones afectan únicamente a la exactitud, por lo que van a indicar los límites conocidos el parámetro de estudio ( $M$ ) y de su tolerancia superior e inferior ( $t_1, t_2$ )

Línea Central ( $LE$ ):  $LE = M$ .

Límite de Control Superior ( $LES$ ):  $LES = M + t_1$

Límite de Control Inferior ( $LEI$ ):  $LEI = M + t_2$

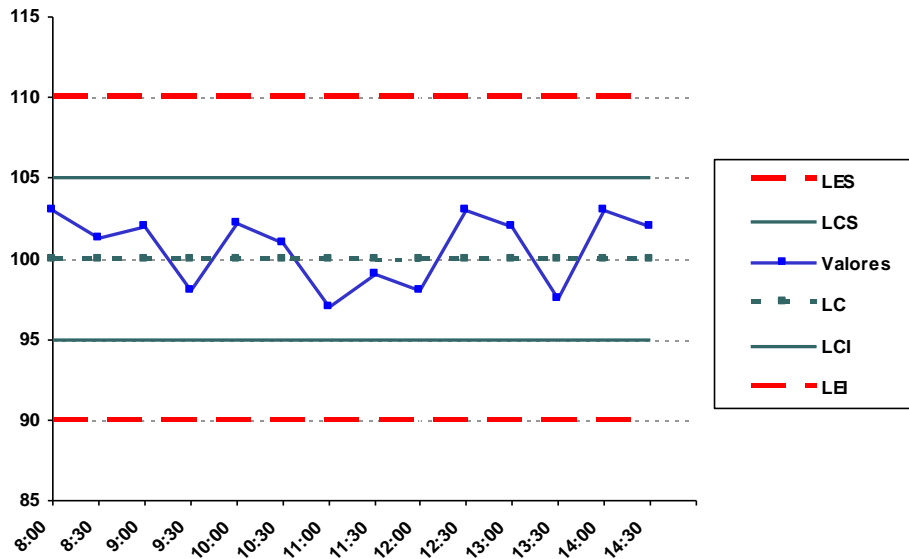
##### 4.1. - Análisis de la capacidad de un sistema.

Mediante el control estadístico de una característica se asegura que la variabilidad de su exactitud y precisión siguen un comportamiento normal debido a causas no asignables, dentro de los límites de admisibilidad ( $6\sigma$ ).

Con las especificaciones se indican las características que ha de tener el parámetro de estudio según las necesidades del cliente, también dentro de los límites de admisibilidad ( $LES - LEI$ ). En función de estos dos criterios pueden aparecer distintas situaciones:

##### **Caso $6\sigma \leq LES - LEI$ y sistema bajo control estadístico.**

En este caso el sistema se comporta de forma óptima ya que los valores están dentro de los límites de control estadístico del proceso siendo estos más restrictivos que las especificaciones del cliente, tal como muestra la figura siguiente (Figura 7.38).

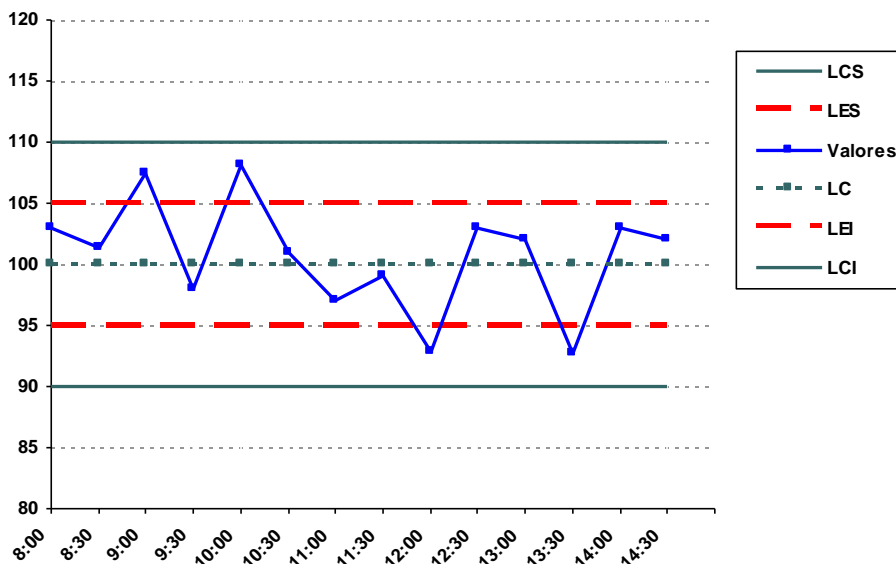


**Figura 7.39**

Sin embargo no siempre el comportamiento del sistema sigue este patrón.

**Caso  $6\sigma > LCS_{esp.} - LCI_{esp.}$  y sistema bajo control estadístico.**

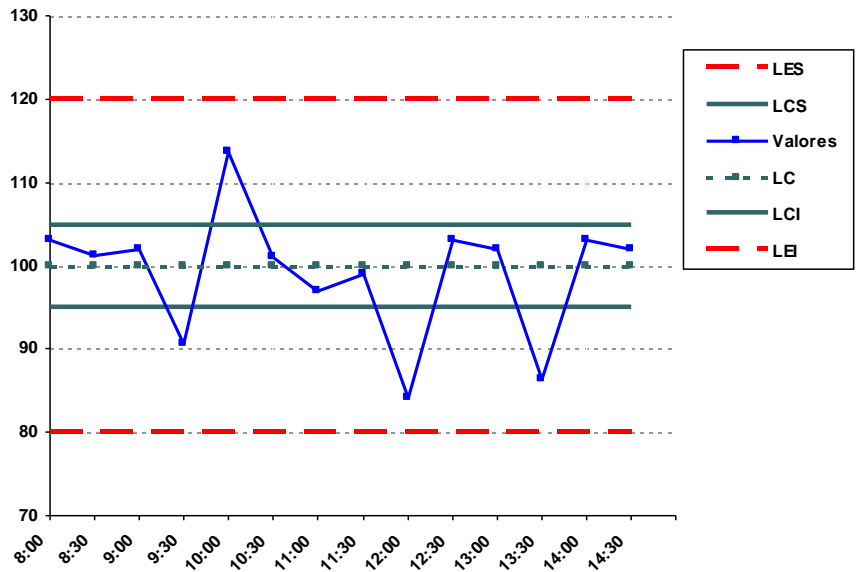
Si los límites de especificación del cliente son más restrictivos que los límites de control estadístico del sistema, el sistema en su comportamiento normal no es capaz de cumplir con las especificaciones y por lo tanto no es válido, independientemente de que los valores se encuentren bajo control (Figura 7.39).



**Figura 7.40**

**Caso  $6\sigma \leq LCS_{exp.} - LCI_{exp.}$  y sistema fuera de control estadístico.**

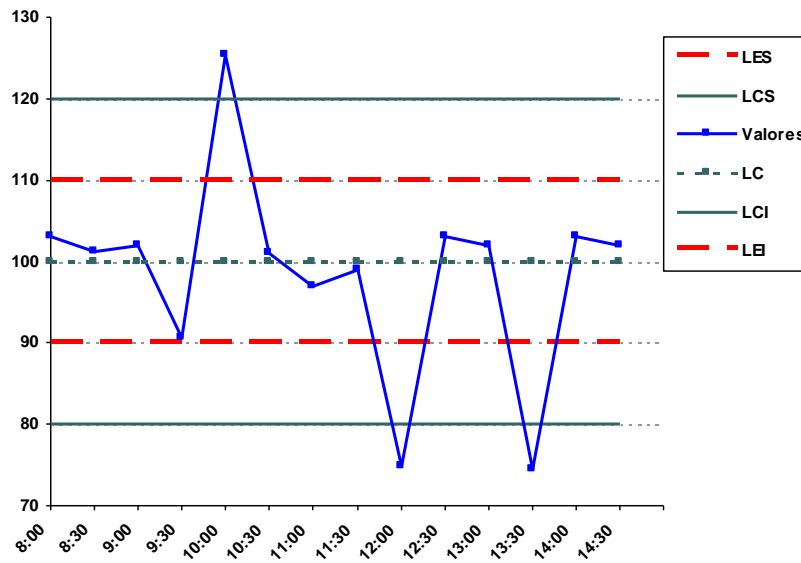
Si los límites de especificación del cliente son menos restrictivos que los límites de control estadístico del sistema, pero los valores se encuentran fuera de control, aunque el sistema está capacitado, no está funcionando de forma adecuada, por lo que es necesaria su revisión para buscar las variables asignables que lo sitúan fuera de control (Figura 7.40).



**Figura 7.41**

**Caso  $6\sigma \leq LCS_{exp.} - LCI_{exp.}$  y sistema fuera de control estadístico.**

Es el caso más desfavorable. Ocurre si los límites de especificación del cliente son más restrictivos que los límites de control estadístico del sistema, y además los valores se encuentran fuera de control. En este caso el sistema no está capacitado y además no funciona de forma adecuada, por lo que no es válido (Figura 7.41).



**Figura 7.42**

**4.2. - Capacidad e índice de capacidad del proceso.**

- **Capacidad del proceso.**

Se define como capacidad de un proceso el valor  $6\sigma$  correspondiente al  $LCS-LCI$  del comportamiento normal ajustado.

$$6\sigma = LCS - LCI$$

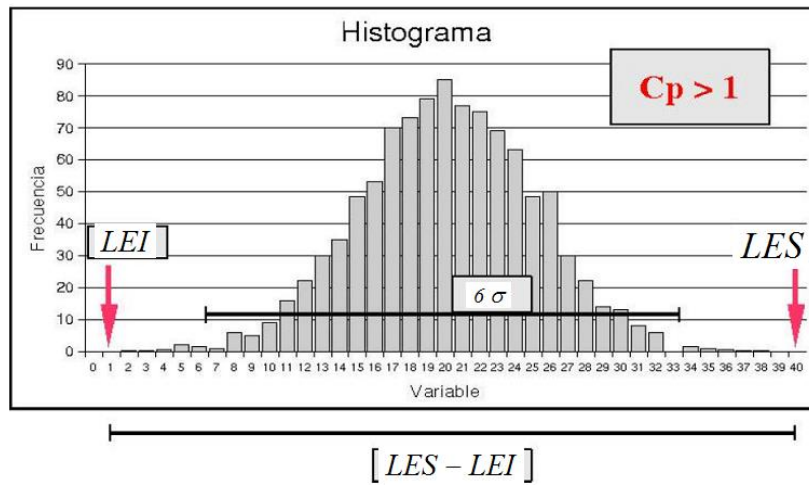
- **Índice de capacidad del proceso.**

Es la relación entre la diferencia de los límites de especificación del cliente ( $LES - LEI$ ) y la capacidad del proceso ( $6\sigma$ ).

$$C_p = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{LES - LEI}{LCS - LCI}$$

Si el proceso tiene capacidad para fabricar el producto el índice de capacidad ( $C_p$ ) ha de ser mayor que la unidad, aconsejándose el valor  $C_p \geq 1,33$ . Cuanto mayor sea el índice de capacidad ( $C_p$ ), más facilidad tendrá el proceso para conseguir el objetivo de forma adecuada.





**Figura 7.43**

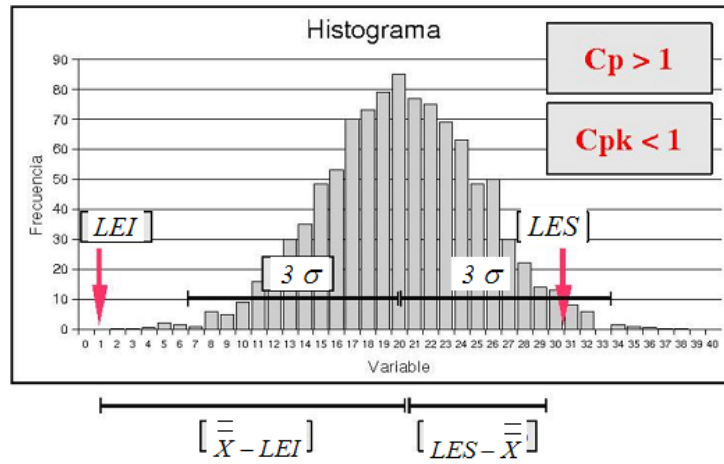
La condición para aplicar el índice de capacidad ( $C_p$ ) es que el proceso esté centrado respecto del valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ), lo que indica que la línea central ( $LE$ ) del comportamiento natural del sistema ( $\mu$  o  $\hat{\mu}$  en el caso de la exactitud) está próxima al valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ).

$$\mu = M \quad \text{o} \quad \hat{\mu} = M$$

En caso contrario se utiliza el índice  $C_{pk}$  definido mediante la expresión

$$C_{pk} = \frac{\Delta}{3\sigma} \quad \text{con} \quad \Delta = \text{mínimo} \begin{cases} LES - \hat{\mu} \\ \hat{\mu} - LEI \end{cases}$$

En la figura se comprueba como aunque la capacidad del proyecto es mayor que la unidad ( $C_p > 1$ ) al no encontrarse el sistema centrado respecto del valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ), el índice  $C_{pk}$  es menor que la unidad y el sistema no tiene capacidad.



**Figura 7.43**



---

**Universidad de Valladolid**

**PROYECTO DE FIN DE CARRERA**

**INFORME DEL MUESTREO DE  
ACEPTACIÓN DE  
RODAMIENTOS Y DEL  
CONTROL DEL PROCESO DE  
FABRICACIÓN DE ESTOS Y DE  
LOS MOTORES ELÉCTRICOS**

**Tutor: José María García Terán**

**Alumno: Eduardo Galicia Andrés**

**Fecha: 25/06/2013**

**Ingeniería Técnica Industrial especialidad Mecánica**



## **Introducción**

Los presentes informes de muestreo de aceptación y de control del proceso tienen como objetivo realizar un estudio de los rodamientos recibidos por parte del proveedor, para la construcción de motores eléctricos, los cuales serán posteriormente analizados.

La primera parte del informe consistirá en realizar varios muestreos de aceptación de los lotes de rodamientos suministrados por el proveedor, del cual se darán los datos completos del plan a continuación.

En la segunda parte, se decide optar por fabricar nosotros mismos las piezas necesarias para el montaje de los motores eléctricos, se realizará un control del proceso de los rodamientos, antes de su montaje en los motores.

En la última parte se comprobarán los defectos que puedan tener los motores eléctricos fabricados y se registrarán para ver si nuestra producción es correcta o no.



# MUESTREO DE ACEPTACIÓN DE RODAMIENTOS



**Lote 1 - Plan de muestreo**

Se ha solicitado a nuestro proveedor que nos suministre los rodamientos para la fabricación de nuestros motores eléctricos y se van a revisar lotes de 3.000 unidades cada uno. Para comprobar la calidad de dichos lotes y ver si se aceptan, se ha establecido un plan de muestreo triple, que se realizará en 3 ocasiones. Para ello empleamos la norma MIL-STD-105D y se establece un nivel de inspección general II, un NCA = 2,5% y un NCL = 10%.

Para obtener los parámetros del muestreo de aceptación *c* y *r* seguiremos los pasos que nos marca la norma:

1. En la **tabla 5D** del anexo obtenemos el código para nuestro lote de 3.000 rodamientos, que en este caso sería:

Tamaño del lote de 1.201 a 3.200 con un Nivel de Inspección general II → **Letra K**

2. En la **tabla 6D** del anexo obtenemos el valor del NCA que vamos a usar en la tabla posterior.

Para un NCA = 2,5% estamos entre 1,65 y 2,79 → NCA = 2,5%

3. A continuación estableceremos los parámetros del plan. En nuestro caso es una inspección normal, plan de muestreo múltiple, letra K y NCA = 2,5%, por lo tanto vamos a la **tabla 14D** y obtenemos los siguientes datos:

|                  |                           |                          |                          |
|------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>Muestra 1</b> | <b>n<sub>1</sub> = 32</b> | <b>c<sub>1</sub> = 0</b> | <b>r<sub>1</sub> = 4</b> |
| <b>Muestra 2</b> | <b>n<sub>2</sub> = 32</b> | <b>c<sub>2</sub> = 1</b> | <b>r<sub>2</sub> = 6</b> |
| <b>Muestra 3</b> | <b>n<sub>3</sub> = 32</b> | <b>c<sub>3</sub> = 5</b> | <b>r<sub>3</sub> = 6</b> |

La tercera muestra tiene de parámetros  $c_3 = 3$  y  $r_3 = 8$ , pero se ha establecido como  $r_3 = 6$  y como  $r_3 = c_3 + 1$  tenemos que  $c_3 = 5$ , ya que al ser un muestreo triple no se van a tomar más muestras en caso de no cumplir con el plan.

El dato del rodamiento que vamos a controlar es el diámetro interno con unas especificaciones de  $\varnothing 25^{+0,050}_{-0,050}$  mm. Los valores que se encuentren fuera de los límites establecidos por las tolerancias se considerarán no aceptables (muestreo por atributos).

Un primer cálculo que se puede realizar, dadas las tolerancias exigidas, es el de los Límites de Especificación:  $\varnothing M^{+t_1}_{-t_2}$

Línea Central de Especificación (LE):  $LE = M = 25$  mm

Límite de Especificación Superior (LES):  $LES = M + t_1 = 25 + 0,05 = 25,050$  mm

Límite de Especificación Inferior (LEI):  $LEI = M + t_2 = 25 - 0,05 = 24,950$  mm



### 1.1. - Curva característica de Operación (CCO) y Curva de Calidad Media de Salida (CMS)

Dado que los 3 muestreos siguen el mismo plan, las curvas CCO y CMS son iguales en todos.

#### 1.1.1. - CCO

Vamos a construir la curva CCO tipo B (tipo Binomial), para el caso de muestreo triple, y para representarla utilizaremos la ley de probabilidad, que viene expresada mediante:

$$P(x_i) = \binom{n_i}{x_i} p^{x_i} q^{n_i-x_i} = \frac{n_i!}{x_i!(n_i-x_i)!} p^{x_i} q^{n_i-x_i}$$

El suceso de aceptación está formado por los siguientes eventos:

- (0) ∪
- ∪ (1,0) ∪
- ∪ (1,1,0) ∪ (1,1,1) ∪ (1,1,2) ∪ (1,1,3) ∪
- ∪ (1,2,0) ∪ (1,2,1) ∪ (1,2,2) ∪
- ∪ (1,3,0) ∪ (1,3,1) ∪
- ∪ (1,4,0) ∪
- ∪ (2,0,0) ∪ (2,0,1) ∪ (2,0,2) ∪ (2,0,3) ∪
- ∪ (2,1,0) ∪ (2,1,1) ∪ (2,1,2) ∪
- ∪ (2,2,0) ∪ (2,2,1) ∪
- ∪ (2,3,0) ∪
- ∪ (3,0,0) ∪ (3,0,1) ∪ (3,0,2) ∪
- ∪ (3,1,0) ∪ (3,1,1) ∪
- ∪ (3,2,0) ∪

Con sus probabilidades asociadas correspondientes.

$$\begin{aligned}
& p(x_1 = 0) + \\
& + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 0) + \\
& + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 1) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 2) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 3) + \\
& + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 1) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 2) + \\
& + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 3) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 3) \cdot p(x_3 = 1) + \\
& + p(x_1 = 1) \cdot p(x_2 = 4) \cdot p(x_3 = 0) + \\
& + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 1) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 2) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 3) + \\
& + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 1) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 2) + \\
& + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 1) + \\
& + p(x_1 = 2) \cdot p(x_2 = 3) \cdot p(x_3 = 0) + \\
& + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 1) + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 0) \cdot p(x_3 = 2) + \\
& + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 0) + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 1) \cdot p(x_3 = 1) + \\
& + p(x_1 = 3) \cdot p(x_2 = 2) \cdot p(x_3 = 0)
\end{aligned}$$

Para un valor por ejemplo de p = 0,1 sería 0,094 ó 9,4%:



Los cálculos y la representación se han realizado mediante una hoja de Excel. A continuación se mostrará la tabla de datos y su representación gráfica.

| x | p                    | 0 | 0,025 | 0,05  | 0,075 | 0,1   | 0,125 |
|---|----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 |                      | 0 | 0,445 | 0,194 | 0,083 | 0,034 | 0,014 |
| 1 |                      | 0 | 0,365 | 0,326 | 0,214 | 0,122 | 0,064 |
| 2 |                      | 0 | 0,145 | 0,266 | 0,269 | 0,210 | 0,141 |
| 3 |                      | 0 | 0,037 | 0,140 | 0,218 | 0,234 | 0,202 |
| 4 |                      | 0 | 0,007 | 0,053 | 0,128 | 0,188 | 0,209 |
|   | <b>P<sub>a</sub></b> | 1 | 0,965 | 0,663 | 0,290 | 0,094 | 0,026 |
|   | <b>100p</b>          | 0 | 2,5   | 5     | 7,5   | 10    | 12,5  |

| x | p                    | 0,15  | 0,175 | 0,2   | 0,225 | 0,25  | 0,275 |
|---|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 |                      | 0,006 | 0,002 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1 |                      | 0,031 | 0,014 | 0,006 | 0,003 | 0,001 | 0,000 |
| 2 |                      | 0,085 | 0,047 | 0,025 | 0,012 | 0,006 | 0,002 |
| 3 |                      | 0,150 | 0,100 | 0,061 | 0,035 | 0,018 | 0,009 |
| 4 |                      | 0,192 | 0,154 | 0,111 | 0,073 | 0,045 | 0,025 |
|   | <b>P<sub>a</sub></b> | 0,008 | 0,002 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
|   | <b>100p</b>          | 15    | 17,5  | 20    | 22,5  | 25    | 27,5  |

En este caso el NCA y el NCL están establecidos por nosotros así que para obtener los riesgos del productor y del consumidor se calcula de la siguiente forma:

$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCA}^x (1 - p_{NCA})^{n-x} \right]$$

$$P_{a,NCL} = \beta = \sum_{x=0}^c \left[ \binom{n}{x} p_{NCL}^x (1 - p_{NCL})^{n-x} \right]$$

Considerando una probabilidad de no conformidad de 2,5% para el NCA y una probabilidad de no conformidad de 12,5% para el NCL ( $p_{NCA}$  y  $p_{NCL}$ ), realizando los cálculos se obtienen las probabilidades de aceptación para el nivel de calidad aceptable y nivel de calidad límite, cuyos valores son:

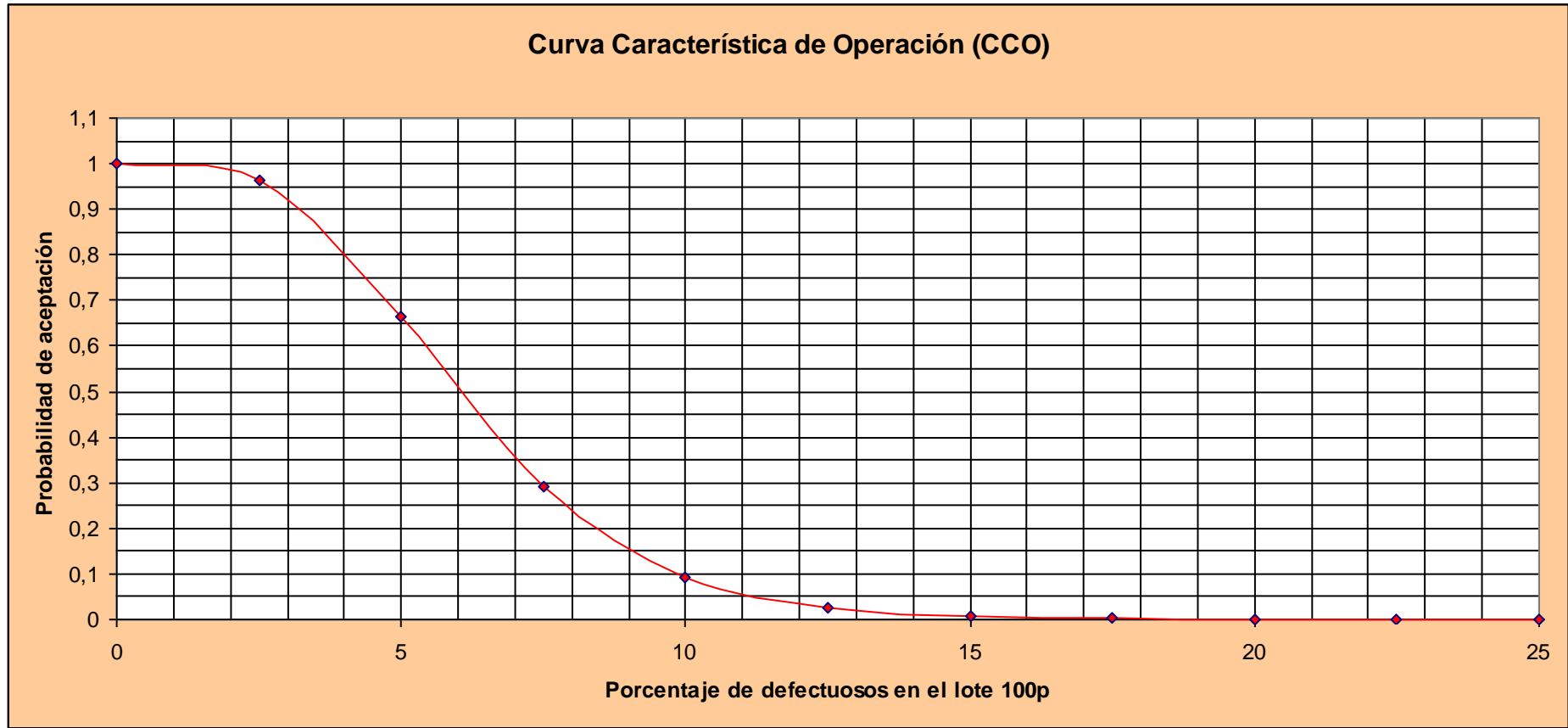
$$P_{a,NCA} = 1 - \alpha = 0,965$$

$$P_{a,NCL} = \beta = 0,094$$





Esto indica que con este muestreo el nivel de calidad aceptable (NCA) asociado a la probabilidad de que se rechace un lote o riesgo del productor, cuando el porcentaje de no conformidad de los elementos es inferior al 2,5% ( $p=0,025$ ) es inferior a la  $P_{r,NCA}=0,035$  o superior a  $P_{a,NCA} = 1-0,035=0,965$  (96,5%), mientras que el nivel de calidad límite (NCL) asociado a la probabilidad de que se acepte un lote o riesgo del consumidor, cuando el porcentaje de no conformidad de los elementos es superior al 10% ( $p=0,10$ ) es inferior a  $P_{a,NCL}=0,094$  (9,4%)





**1.1.2. - CMS**

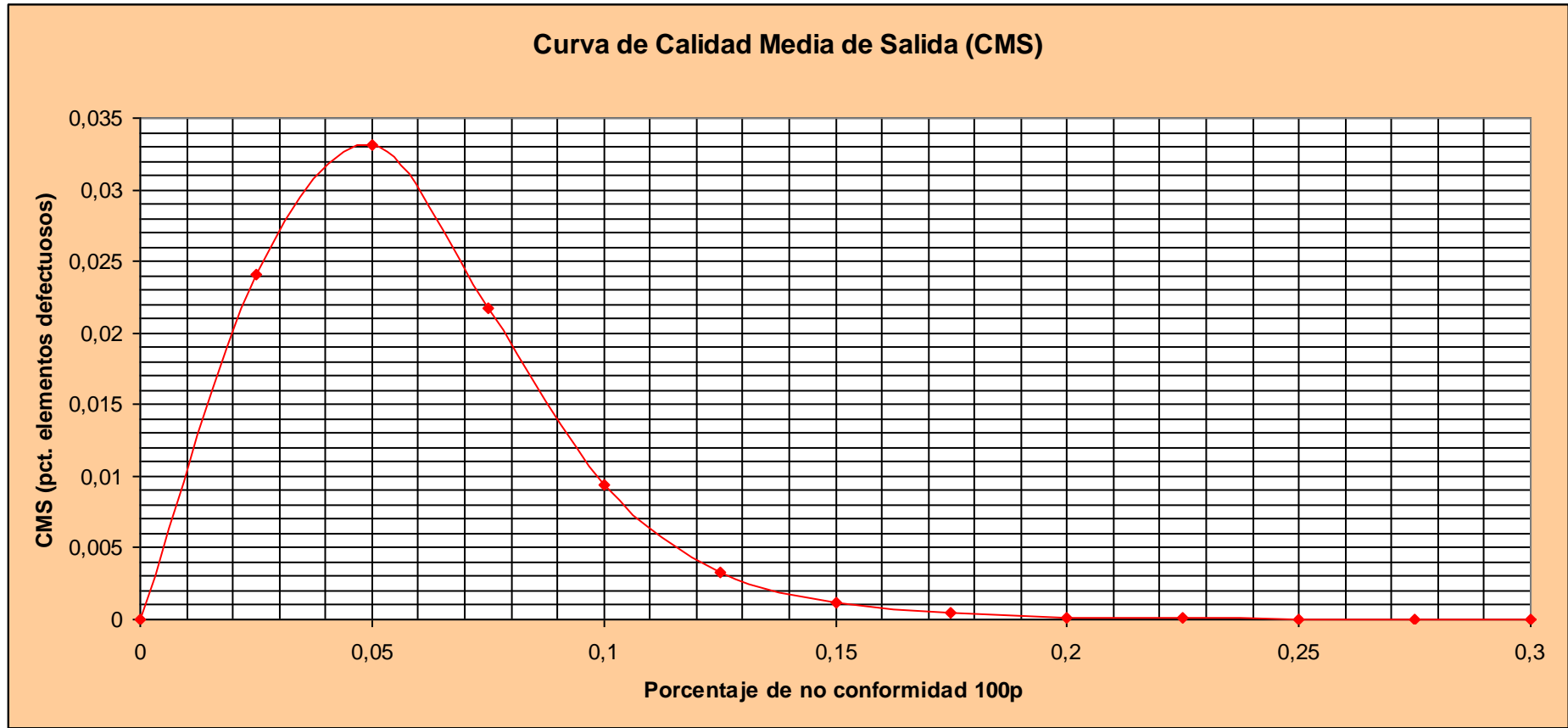
Para la curva de Calidad Media de Salida (*CMS*) de tipo B, la obtención de los distintos puntos se obtiene multiplicando el valor de *p* (probabilidad de no conformidad) por el de *P<sub>a</sub>* (probabilidad de aceptación):

$$p' = p \cdot P_a$$

A continuación se representarán la curva con los datos obtenidos de la hoja de cálculo.

|                      |          |              |             |              |            |              |
|----------------------|----------|--------------|-------------|--------------|------------|--------------|
| <b>p</b>             | <b>0</b> | <b>0,025</b> | <b>0,05</b> | <b>0,075</b> | <b>0,1</b> | <b>0,125</b> |
| <b>P<sub>a</sub></b> | 1        | 0,965        | 0,663       | 0,290        | 0,094      | 0,026        |
| <b>p'</b>            | 0        | 0,024        | 0,033       | 0,022        | 0,009      | 0,003        |

|                      |             |              |            |              |             |              |
|----------------------|-------------|--------------|------------|--------------|-------------|--------------|
| <b>p</b>             | <b>0,15</b> | <b>0,175</b> | <b>0,2</b> | <b>0,225</b> | <b>0,25</b> | <b>0,275</b> |
| <b>P<sub>a</sub></b> | 0,008       | 0,002        | 0,001      | 0,000        | 0,000       | 0,000        |
| <b>p'</b>            | 0,001       | 0,000        | 0,000      | 0,000        | 0,000       | 0,000        |





## 1.2. - Primer muestreo

### 1.2.1. - Muestra 1

#### Tabla de datos

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 25,010               | <b>12</b> | 25,010               | <b>23</b> | 24,960               |
| <b>2</b>  | 24,970               | <b>13</b> | 25,020               | <b>24</b> | 24,970               |
| <b>3</b>  | 25,080               | <b>14</b> | 24,980               | <b>25</b> | 25,090               |
| <b>4</b>  | 25,030               | <b>15</b> | 25,040               | <b>26</b> | 24,970               |
| <b>5</b>  | 24,980               | <b>16</b> | 24,960               | <b>27</b> | 25,040               |
| <b>6</b>  | 25,040               | <b>17</b> | 25,030               | <b>28</b> | 24,960               |
| <b>7</b>  | 24,920               | <b>18</b> | 24,980               | <b>29</b> | 24,970               |
| <b>8</b>  | 24,990               | <b>19</b> | 25,050               | <b>30</b> | 25,020               |
| <b>9</b>  | 25,020               | <b>20</b> | 25,020               | <b>31</b> | 25,040               |
| <b>10</b> | 24,990               | <b>21</b> | 24,990               | <b>32</b> | 24,990               |
| <b>11</b> | 24,970               | <b>22</b> | 24,990               |           |                      |

Como puede comprobarse en la tabla, hay 3 puntos de la muestra que se encuentran fuera de los Límites de Especificación. Por lo tanto no cumple con las especificaciones, ya que el número de piezas que no cumple ( $x_1 = 3$ ) es mayor que el valor de aceptación ( $c_1 = 0$ ). Vamos a analizarlo a continuación para ver si rechazamos el lote o extraemos otra muestra.

$$0 \leq x_1 \leq c_1 = 0 \leq 3 \leq 0 \text{ No cumple}$$

$$c_1 < x_1 < r_1 = 0 < 3 < 4 \text{ Luego sí que se extrae una segunda muestra}$$



1.2.2. - Muestra 2

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 25,020         | 12 | 25,010         | 23 | 25,020         |
| 2  | 24,970         | 13 | 25,040         | 24 | 24,970         |
| 3  | 24,990         | 14 | 24,980         | 25 | 25,040         |
| 4  | 25,040         | 15 | 25,040         | 26 | 24,990         |
| 5  | 25,030         | 16 | 24,990         | 27 | 25,030         |
| 6  | 24,960         | 17 | 25,020         | 28 | 24,960         |
| 7  | 24,990         | 18 | 24,960         | 29 | 25,010         |
| 8  | 24,930         | 19 | 25,000         | 30 | 24,990         |
| 9  | 25,020         | 20 | 24,970         | 31 | 25,020         |
| 10 | 24,990         | 21 | 25,020         | 32 | 24,960         |
| 11 | 25,000         | 22 | 24,970         |    |                |

En este caso nos sucede igual que con la primera muestra. El número de piezas inválidas del muestreo (x<sub>2</sub> = 1) + (x<sub>1</sub> = 3), es mayor que el valor de aceptación c<sub>2</sub> = 1, luego tampoco cumple con los límites de especificación, tal y como mostramos a continuación.

x<sub>1</sub> ≤ x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> ≤ c<sub>2</sub> = 3 ≤ 3 + 1 ≤ 1 = 3 ≤ 4 ≤ 1 No cumple

Ahora veremos si se extrae una tercera muestra o si se rechaza el lote.

c<sub>2</sub> < x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> < r<sub>2</sub> = 1 < 4 < 6 Luego sí que se puede extraer una última muestra



**1.2.3. - Muestra 3**

**Tabla de datos**

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 24,980               | <b>12</b> | 25,010               | <b>23</b> | 25,020               |
| <b>2</b>  | 25,030               | <b>13</b> | 24,990               | <b>24</b> | 24,980               |
| <b>3</b>  | 24,990               | <b>14</b> | 25,020               | <b>25</b> | 25,030               |
| <b>4</b>  | 25,020               | <b>15</b> | 25,030               | <b>26</b> | 25,010               |
| <b>5</b>  | 25,030               | <b>16</b> | 24,980               | <b>27</b> | 24,970               |
| <b>6</b>  | 24,960               | <b>17</b> | 24,950               | <b>28</b> | 25,010               |
| <b>7</b>  | 25,050               | <b>18</b> | 25,040               | <b>29</b> | 25,040               |
| <b>8</b>  | 24,980               | <b>19</b> | 25,010               | <b>30</b> | 24,980               |
| <b>9</b>  | 25,000               | <b>20</b> | 24,970               | <b>31</b> | 25,030               |
| <b>10</b> | 24,970               | <b>21</b> | 25,020               | <b>32</b> | 24,990               |
| <b>11</b> | 25,000               | <b>22</b> | 24,930               |           |                      |

Dado que solo podíamos tener como máximo 3 rodamientos incorrectos, y que  $x_1 + x_2 = 4$  y  $c_3 = 5$ , nuestro plan se cumple porque  $x_3 = 1$ .

A continuación la comprobación.

$x_1 + x_2 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq c_3 = 3+1 \leq 3+1+1 \leq 5 = 4 \leq 5 \leq 5$  Se acepta el lote a falta de comprobar los resultados de los otros 2 muestreos.



### 1.3. - Segundo muestreo

#### 1.3.1. - Muestra 1

Tabla de datos

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 25,020               | <b>12</b> | 25,040               | <b>23</b> | 24,980               |
| <b>2</b>  | 24,960               | <b>13</b> | 25,010               | <b>24</b> | 24,980               |
| <b>3</b>  | 25,050               | <b>14</b> | 24,970               | <b>25</b> | 25,030               |
| <b>4</b>  | 24,990               | <b>15</b> | 24,990               | <b>26</b> | 24,970               |
| <b>5</b>  | 24,960               | <b>16</b> | 24,960               | <b>27</b> | 25,040               |
| <b>6</b>  | 25,040               | <b>17</b> | 25,030               | <b>28</b> | 24,970               |
| <b>7</b>  | 25,000               | <b>18</b> | 24,980               | <b>29</b> | 24,990               |
| <b>8</b>  | 24,990               | <b>19</b> | 25,050               | <b>30</b> | 25,030               |
| <b>9</b>  | 25,020               | <b>20</b> | 25,020               | <b>31</b> | 24,990               |
| <b>10</b> | 24,970               | <b>21</b> | 24,980               | <b>32</b> | 25,020               |
| <b>11</b> | 25,010               | <b>22</b> | 25,010               |           |                      |

En este segundo plan de muestreo, la muestra 1 ya cumple con lo establecido en el plan, porque al ser  $x_1 = c_1 = 0$ , y por lo tanto se aceptará el lote si el último muestreo cumple con nuestro plan

$0 \leq x_1 \leq c_1 = 0 \leq 0 \leq 0$  Se aceptará el lote si el siguiente muestreo también cumple.





1.4. - Tercer muestreo

1.4.1. - Muestra 1

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 24,970         | 12 | 25,010         | 23 | 24,960         |
| 2  | 25,010         | 13 | 25,040         | 24 | 24,990         |
| 3  | 25,040         | 14 | 24,990         | 25 | 25,020         |
| 4  | 25,010         | 15 | 25,010         | 26 | 24,970         |
| 5  | 24,980         | 16 | 24,990         | 27 | 25,070         |
| 6  | 25,040         | 17 | 25,040         | 28 | 25,010         |
| 7  | 24,960         | 18 | 24,930         | 29 | 24,980         |
| 8  | 24,940         | 19 | 25,050         | 30 | 24,970         |
| 9  | 25,030         | 20 | 25,010         | 31 | 25,030         |
| 10 | 24,990         | 21 | 24,990         | 32 | 25,030         |
| 11 | 25,040         | 22 | 25,020         |    |                |

Como puede comprobarse en la tabla, hay 3 puntos de nuestra muestra que se encuentran fuera de los Límites de Especificación. Por lo tanto no cumple con las especificaciones, ya que el número de piezas que no cumple (x<sub>1</sub> = 3) es mayor que el valor de aceptación (c<sub>1</sub> = 0). Vamos a analizarlo a continuación para ver si rechazamos el lote o extraemos otra muestra.

0 ≤ x<sub>1</sub> ≤ c<sub>1</sub> = 0 ≤ 3 ≤ 0 No cumple

c<sub>1</sub> < x<sub>1</sub> < r<sub>1</sub> = 0 < 3 < 4 Luego sí que se extrae una segunda muestra



1.4.2. - Muestra 2

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 25,030         | 12 | 25,040         | 23 | 25,020         |
| 2  | 25,010         | 13 | 25,030         | 24 | 24,980         |
| 3  | 24,980         | 14 | 24,980         | 25 | 25,030         |
| 4  | 25,040         | 15 | 24,960         | 26 | 24,990         |
| 5  | 24,940         | 16 | 24,990         | 27 | 25,020         |
| 6  | 24,960         | 17 | 25,060         | 28 | 24,990         |
| 7  | 25,020         | 18 | 24,990         | 29 | 24,940         |
| 8  | 24,970         | 19 | 25,000         | 30 | 25,000         |
| 9  | 25,020         | 20 | 24,970         | 31 | 25,030         |
| 10 | 24,990         | 21 | 25,040         | 32 | 24,970         |
| 11 | 25,010         | 22 | 25,010         |    |                |

En esta segunda muestra tenemos 3 rodamientos que no cumplen con los límites establecidos ( $x_2 = 3$ ), la suma ( $x_2 = 3$ ) + ( $x_1 = 3$ ) = 6, supera el valor de  $c_2 = 1$ , luego hay que comprobar si se extrae una tercera muestra o no.

$x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2 = 3 \leq 3 + 3 \leq 1 = 3 \leq 6 \leq 1$  No cumple

Ahora veremos si se extrae una tercera muestra o si se rechaza el lote.

$c_2 < x_1 + x_2 < r_2 = 1 < 6 < 6$  Luego tampoco cumple y se rechaza el lote de 3.000 rodamientos de este proveedor.

Se decide por tanto devolver a este proveedor el lote de rodamientos para que se encargue de realizar una inspección al 100% o lo que considere oportuno. Si el siguiente lote se rechazase de nuevo se pasaría a una inspección rigurosa y de rechazarse otro después del cambio buscaríamos otro proveedor de rodamientos.

Antes vamos a estimar la media y la desviación estándar poblacional de este proveedor.



### 1.5. - Estimación de la Media y la Desviación estándar poblacional

Para estimar los valores de la media y desviación estándar poblacional emplearemos la teoría de la inferencia estadística que hemos explicado en el proyecto para el caso de varias muestras y después lo aplicaremos para los tres muestreos.

#### 1.5.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras y muestreos

$$\hat{\mu}_{\bar{X}_1} = \bar{\bar{X}}_1$$

La determinación de la media de la media muestral ( $\bar{\bar{X}}$ ) se obtiene mediante

$$\bar{\bar{X}}_1 = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k} = \frac{25,0025 + 24,9978 + 25,0006}{3} = 25,000313$$

Luego la media estimada del primer muestreo sería  $\hat{\mu}_1 = 25,0003$

Se haría lo mismo para los otros 2 muestreos y tendríamos:  $\hat{\mu}_2 = 25,0016$  y  $\hat{\mu}_3 = 25,0020$

Con lo que la **media poblacional estimada** sería:

$$\frac{\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2 + \hat{\mu}_3}{3} \Rightarrow \hat{\mu} = 25,0013 \approx 25,001$$

#### 1.5.2. - Estimador insesgado de la desviación estándar poblacional con varias muestras y muestreos

$$\hat{\sigma}_1^2 = \bar{S}_1^2$$

La determinación de la varianza media ( $\bar{S}_1^2$ ) se obtiene mediante

$$\bar{S}_1^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (S_1^2)}{k} = \frac{0,0014258 + 0,0008564 + 0,0008448}{3} = 0,00104231$$

y para la desviación estándar

$$\bar{S}_1 = \sqrt{\bar{S}_1^2} = \sqrt{0,00104231} = 0,03228475$$



$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\bar{S}_1}{a_n} \Rightarrow \hat{\sigma}_1 = \frac{0,03228475}{1} = 0,03228475$$

La desviación estándar estimada del primer muestreo sería  $\hat{\sigma}_1 = 0,03228475$

Se haría lo mismo para los otros 2 muestreos y tendríamos:  $\hat{\sigma}_2 = 0,02829674$  y  $\hat{\sigma}_3 = 0,03198963$

Con lo que **la desviación estándar poblacional estimada** sería:

$$\frac{\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3}{3} \Rightarrow \hat{\sigma} = 0,03085704 \approx 0,031$$



**Lote 2 - Plan de muestreo**

Como hemos dicho al final del informe anterior se va a comprobar un segundo lote. Dado que el plan es el mismo, todos los parámetros y las curvas *CCO* y *CMS* son iguales.

|                  |                              |                             |                             |
|------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <b>Muestra 1</b> | <b><math>n_1 = 32</math></b> | <b><math>c_1 = 0</math></b> | <b><math>r_1 = 4</math></b> |
| <b>Muestra 2</b> | <b><math>n_2 = 32</math></b> | <b><math>c_2 = 1</math></b> | <b><math>r_2 = 6</math></b> |
| <b>Muestra 3</b> | <b><math>n_3 = 32</math></b> | <b><math>c_3 = 5</math></b> | <b><math>r_3 = 6</math></b> |



**2.1. - Primer muestreo**

**2.1.1. - Muestra 1**

**Tabla de datos**

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 25,020               | <b>12</b> | 25,010               | <b>23</b> | 24,960               |
| <b>2</b>  | 24,990               | <b>13</b> | 25,020               | <b>24</b> | 24,970               |
| <b>3</b>  | 25,060               | <b>14</b> | 24,980               | <b>25</b> | 25,030               |
| <b>4</b>  | 24,970               | <b>15</b> | 25,040               | <b>26</b> | 24,970               |
| <b>5</b>  | 24,980               | <b>16</b> | 24,970               | <b>27</b> | 25,040               |
| <b>6</b>  | 25,020               | <b>17</b> | 25,060               | <b>28</b> | 24,980               |
| <b>7</b>  | 24,990               | <b>18</b> | 24,980               | <b>29</b> | 24,970               |
| <b>8</b>  | 25,000               | <b>19</b> | 25,020               | <b>30</b> | 25,010               |
| <b>9</b>  | 25,020               | <b>20</b> | 25,020               | <b>31</b> | 25,040               |
| <b>10</b> | 24,990               | <b>21</b> | 24,990               | <b>32</b> | 25,030               |
| <b>11</b> | 24,980               | <b>22</b> | 25,000               |           |                      |

Como puede comprobarse en la tabla, hay 2 puntos de nuestra muestra que se encuentran fuera de los Límites de Especificación. Por lo tanto no cumple con las especificaciones, ya que el número de piezas que no cumple ( $x_1 = 2$ ) es mayor que el valor de aceptación ( $c_1 = 0$ ). Vamos a analizarlo a continuación para ver si rechazamos el lote o extraemos otra muestra.

$0 \leq x_1 \leq c_1 = 0 \leq 2 \leq 0$  No cumple

$c_1 < x_1 < r_1 = 0 < 2 < 4$  Luego sí que se extrae una segunda muestra



**2.1.2. - Muestra 2**

**Tabla de datos**

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 24,980               | <b>12</b> | 25,010               | <b>23</b> | 24,990               |
| <b>2</b>  | 24,990               | <b>13</b> | 25,030               | <b>24</b> | 24,970               |
| <b>3</b>  | 25,010               | <b>14</b> | 25,010               | <b>25</b> | 25,040               |
| <b>4</b>  | 25,030               | <b>15</b> | 25,040               | <b>26</b> | 24,980               |
| <b>5</b>  | 24,960               | <b>16</b> | 24,970               | <b>27</b> | 25,040               |
| <b>6</b>  | 25,020               | <b>17</b> | 25,010               | <b>28</b> | 25,000               |
| <b>7</b>  | 24,990               | <b>18</b> | 24,990               | <b>29</b> | 25,010               |
| <b>8</b>  | 25,000               | <b>19</b> | 25,020               | <b>30</b> | 25,020               |
| <b>9</b>  | 25,000               | <b>20</b> | 25,020               | <b>31</b> | 24,980               |
| <b>10</b> | 24,970               | <b>21</b> | 24,990               | <b>32</b> | 24,980               |
| <b>11</b> | 24,980               | <b>22</b> | 24,960               |           |                      |

En este caso nos sucede igual que con la primera muestra. El número de piezas inválidas del muestreo ( $x_1 = 2$ ) + ( $x_2 = 0$ ), es mayor que el valor de aceptación  $c_2 = 1$ , luego tampoco cumple con los Límites de especificación, tal y como mostramos a continuación.

$$x_1 \leq x_1 + x_2 \leq c_2 = 2 \leq 2 + 0 \leq 1 = 2 \leq 2 \leq 1 \text{ No cumple}$$

Ahora veremos si se extrae una tercera muestra o si se rechaza el lote.

$$c_2 < x_1 + x_2 < r_2 = 1 < 2 < 4 \text{ Luego sí que se puede extraer una última muestra}$$



**2.1.3. - Muestra 3**

**Tabla de datos**

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 25,000               | <b>12</b> | 25,020               | <b>23</b> | 25,000               |
| <b>2</b>  | 24,990               | <b>13</b> | 25,030               | <b>24</b> | 24,970               |
| <b>3</b>  | 25,010               | <b>14</b> | 24,960               | <b>25</b> | 25,030               |
| <b>4</b>  | 25,020               | <b>15</b> | 25,030               | <b>26</b> | 24,960               |
| <b>5</b>  | 24,980               | <b>16</b> | 24,990               | <b>27</b> | 25,030               |
| <b>6</b>  | 24,990               | <b>17</b> | 25,010               | <b>28</b> | 25,000               |
| <b>7</b>  | 24,990               | <b>18</b> | 24,980               | <b>29</b> | 25,010               |
| <b>8</b>  | 25,040               | <b>19</b> | 24,970               | <b>30</b> | 25,020               |
| <b>9</b>  | 25,000               | <b>20</b> | 25,030               | <b>31</b> | 24,980               |
| <b>10</b> | 24,970               | <b>21</b> | 25,010               | <b>32</b> | 24,990               |
| <b>11</b> | 24,990               | <b>22</b> | 24,980               |           |                      |

En esta muestra si que se cumple el plan, ya que  $x_1 + x_2 + x_3 = 2$  y  $c_3 = 5$ , ya que  $x_3 = 0$ .

A continuación la comprobación.

$x_1 + x_2 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq c_3 = 2 + 0 \leq 2 + 0 + 0 \leq 3 = 2 \leq 2 \leq 5$  Se acepta el lote a falta de comprobar los resultados de los otros 2 muestreos.





2.2. - Segundo muestreo

2.2.1. - Muestra 1

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 25,010         | 12 | 25,010         | 23 | 25,000         |
| 2  | 25,000         | 13 | 25,030         | 24 | 24,970         |
| 3  | 25,030         | 14 | 24,990         | 25 | 25,020         |
| 4  | 24,960         | 15 | 25,030         | 26 | 24,970         |
| 5  | 24,990         | 16 | 24,980         | 27 | 25,030         |
| 6  | 25,020         | 17 | 25,010         | 28 | 24,980         |
| 7  | 24,970         | 18 | 24,990         | 29 | 24,970         |
| 8  | 25,020         | 19 | 25,070         | 30 | 25,010         |
| 9  | 25,020         | 20 | 25,020         | 31 | 25,020         |
| 10 | 24,990         | 21 | 24,970         | 32 | 25,010         |
| 11 | 24,980         | 22 | 25,010         |    |                |

Como puede comprobarse en la tabla, hay 1 punto de nuestra muestra que se encuentran fuera de los Límites de Especificación. Por lo tanto no cumple con las especificaciones, ya que el número de piezas que no cumple (x<sub>1</sub> = 1) es mayor que el valor de aceptación (c<sub>1</sub> = 0). Vamos a analizarlo a continuación para ver si rechazamos el lote o extraemos otra muestra.

0 ≤ x<sub>1</sub> ≤ c<sub>1</sub> = 0 ≤ 1 ≤ 0 No cumple

c<sub>1</sub> < x<sub>1</sub> < r<sub>1</sub> = 0 < 1 < 4 Luego sí que se extrae una segunda muestra



2.2.2. - Muestra 2

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 24,940         | 12 | 25,000         | 23 | 25,010         |
| 2  | 24,990         | 13 | 25,030         | 24 | 25,020         |
| 3  | 25,010         | 14 | 25,010         | 25 | 24,960         |
| 4  | 25,000         | 15 | 25,060         | 26 | 24,980         |
| 5  | 24,970         | 16 | 24,970         | 27 | 25,020         |
| 6  | 25,020         | 17 | 25,020         | 28 | 24,990         |
| 7  | 24,980         | 18 | 24,990         | 29 | 25,010         |
| 8  | 25,030         | 19 | 25,030         | 30 | 25,020         |
| 9  | 25,010         | 20 | 25,030         | 31 | 24,990         |
| 10 | 24,990         | 21 | 24,960         | 32 | 24,980         |
| 11 | 24,980         | 22 | 24,970         |    |                |

Nuevamente nos sucede igual que con la primera muestra. El número de piezas inválidas del muestreo (x<sub>1</sub> = 1) + (x<sub>2</sub> = 2), es mayor que el valor de aceptación c<sub>2</sub> = 1, luego tampoco cumple con los Límites de especificación, tal y como mostramos a continuación.

x<sub>1</sub> ≤ x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> ≤ c<sub>2</sub> = 1 ≤ 1 + 2 ≤ 1 = 1 ≤ 3 ≤ 1 No cumple

Ahora veremos si se extrae una tercera muestra o si se rechaza el lote.

c<sub>2</sub> < x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> < r<sub>2</sub> = 1 < 3 < 4 Luego sí que se puede extraer una última muestra



**2.2.3. - Muestra 3**

**Tabla de datos**

| <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> | <b>n</b>  | <b>x<sub>i</sub></b> |
|-----------|----------------------|-----------|----------------------|-----------|----------------------|
| <b>1</b>  | 25,020               | <b>12</b> | 25,040               | <b>23</b> | 25,000               |
| <b>2</b>  | 24,960               | <b>13</b> | 25,010               | <b>24</b> | 24,980               |
| <b>3</b>  | 25,010               | <b>14</b> | 24,970               | <b>25</b> | 25,020               |
| <b>4</b>  | 25,030               | <b>15</b> | 25,030               | <b>26</b> | 24,970               |
| <b>5</b>  | 24,970               | <b>16</b> | 24,990               | <b>27</b> | 25,030               |
| <b>6</b>  | 25,000               | <b>17</b> | 25,010               | <b>28</b> | 25,000               |
| <b>7</b>  | 24,990               | <b>18</b> | 24,970               | <b>29</b> | 24,980               |
| <b>8</b>  | 25,030               | <b>19</b> | 25,020               | <b>30</b> | 25,020               |
| <b>9</b>  | 25,040               | <b>20</b> | 24,980               | <b>31</b> | 24,980               |
| <b>10</b> | 24,980               | <b>21</b> | 25,020               | <b>32</b> | 25,010               |
| <b>11</b> | 24,990               | <b>22</b> | 24,990               |           |                      |

En esta muestra si que se cumple el plan, ya que  $x_1 + x_2 + x_3 = 3$  y  $c_3 = 5$ , ya que  $x_3 = 0$ .

A continuación la comprobación.

$x_1 + x_2 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq c_3 = 1 + 2 \leq 1 + 2 + 0 \leq 5 = 3 \leq 3 \leq 5$  Se acepta el lote a falta en función del último muestreo.



### 2.3. - Tercer muestreo

#### 2.3.1. - Muestra 1

##### Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 25,040         | 12 | 25,010         | 23 | 25,000         |
| 2  | 24,960         | 13 | 25,040         | 24 | 24,990         |
| 3  | 25,020         | 14 | 24,990         | 25 | 25,020         |
| 4  | 24,970         | 15 | 25,020         | 26 | 24,940         |
| 5  | 24,990         | 16 | 24,990         | 27 | 25,030         |
| 6  | 25,030         | 17 | 25,020         | 28 | 25,000         |
| 7  | 24,980         | 18 | 24,990         | 29 | 24,970         |
| 8  | 25,010         | 19 | 25,040         | 30 | 25,010         |
| 9  | 25,020         | 20 | 25,020         | 31 | 24,980         |
| 10 | 24,960         | 21 | 24,960         | 32 | 25,020         |
| 11 | 24,980         | 22 | 25,010         |    |                |

Como puede comprobarse en la tabla, hay 1 punto de nuestra muestra que se encuentran fuera de los Límites de Especificación. Por lo tanto no cumple con las especificaciones, ya que el número de piezas que no cumple ( $x_1 = 1$ ) es mayor que el valor de aceptación ( $c_1 = 0$ ). Vamos a analizarlo a continuación para ver si rechazamos el lote o extraemos otra muestra.

$$0 \leq x_1 \leq c_1 = 0 \leq 1 \leq 0 \text{ No cumple}$$

$$c_1 < x_1 < r_1 = 0 < 1 < 4 \text{ Luego sí que se extrae una segunda muestra}$$



2.3.2. - Muestra 2

Tabla de datos

| n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> | n  | x <sub>i</sub> |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1  | 25,040         | 12 | 25,020         | 23 | 25,030         |
| 2  | 24,990         | 13 | 24,980         | 24 | 25,020         |
| 3  | 25,020         | 14 | 25,010         | 25 | 24,970         |
| 4  | 24,960         | 15 | 24,980         | 26 | 25,010         |
| 5  | 24,970         | 16 | 24,960         | 27 | 25,020         |
| 6  | 25,020         | 17 | 25,030         | 28 | 24,980         |
| 7  | 24,990         | 18 | 24,990         | 29 | 25,010         |
| 8  | 25,000         | 19 | 25,020         | 30 | 25,030         |
| 9  | 25,010         | 20 | 25,030         | 31 | 24,990         |
| 10 | 24,960         | 21 | 24,980         | 32 | 24,970         |
| 11 | 24,990         | 22 | 24,970         |    |                |

En esta muestra el número de piezas inválidas del muestreo (x<sub>1</sub> = 1) + (x<sub>2</sub> = 0), es igual que el valor de aceptación c<sub>2</sub> = 1, luego cumple con los Límites de especificación, tal y como mostramos a continuación y por lo tanto no es necesaria una tercera muestra. Al cumplirse los 3 muestreos se acepta el lote de 3.000 rodamientos de este proveedor.

x<sub>1</sub> ≤ x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> ≤ c<sub>2</sub> = 1 ≤ 1 + 0 ≤ 1 = 1 ≤ 1 ≤ 1 Sí cumple y se acepta el lote

Tal y como se ha dicho se acepta este lote y se mantiene la inspección normal con este proveedor y dependiendo de los lotes sucesivos se realizarán cambios en el nivel de inspección de ser necesario, sino se mantendrá el que tenemos.

## 2.4. - Estimación de la Media y la Desviación estándar poblacional

Para estimar los valores de la media y desviación estándar poblacional emplearemos la teoría de la inferencia estadística que hemos explicado en el proyecto para el caso de varias muestras y después lo aplicaremos para los tres muestreos.

### 2.4.1. - Estimador insesgado de la media poblacional con varias muestras y muestreos

$$\hat{\mu}_{\bar{X}_1} = \bar{\bar{X}}_1$$

La determinación de la media de la media muestral ( $\bar{\bar{X}}$ ) se obtiene mediante

$$\bar{\bar{X}}_1 = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k} = \frac{25,003438 + 24,999688 + 24,999375}{3} = 25,000833$$

Luego la media estimada del primer muestreo sería  $\hat{\mu}_1 = 25,000833$

Se haría lo mismo para los otros 2 muestreos y tendríamos:  $\hat{\mu}_2 = 25,000938$  y  $\hat{\mu}_3 = 24,999375$

Con lo que la **media poblacional estimada** sería:

$$\frac{\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2 + \hat{\mu}_3}{3} \Rightarrow \hat{\mu} = 25,0003819 \approx 25,000$$

### 2.4.2. - Estimador insesgado de la desviación estándar poblacional con varias muestras y muestreos

$$\hat{\sigma}_1^2 = \bar{S}_1^2$$

La determinación de la varianza media ( $\bar{S}_1^2$ ) se obtiene mediante

$$\bar{S}_1^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (S_1^2)}{k} = \frac{0,000791 + 0,0005515 + 0,0005093}{3} = 0,00061727$$

y para la desviación estándar

$$\bar{S}_1 = \sqrt{\bar{S}_1^2} = \sqrt{0,00061727} = 0,02484495$$



$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\bar{S}_1}{a_n} \Rightarrow \hat{\sigma}_1 = \frac{0,02484495}{1} = 0,02484495$$

La desviación estándar estimada del primer muestreo sería  $\hat{\sigma}_1 = 0,02484495$

Se haría lo mismo para los otros 2 muestreos y tendríamos:  $\hat{\sigma}_2 = 0,024762$  y  $\hat{\sigma}_3 = 0,025438$

Con lo que **la desviación estándar poblacional estimada** sería:

$$\frac{\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3}{3} \Rightarrow \hat{\sigma} = 0,025015 \approx 0,025$$



# **CONTROL DEL PROCESO DE LOS RODAMIENTOS**





1. - Introducción

Con el paso del tiempo se ha decidido invertir en maquinaria para poder fabricar nosotros mismos las distintas piezas para la fabricación de los motores eléctricos, entre las que se encuentran los rodamientos, y así no depender de otros. Con lo que ahora vamos realizar un control del proceso de los rodamientos antes de montarlos en los motores eléctricos. Para ello vamos a tomar 5 muestras diarias de 5 rodamientos cada una, de lunes a viernes. Estos datos serán tabulados y representados gráficamente en los diagramas de control de procesos. Después realizaremos un análisis de dicho proceso, comprobando las distintas anomalías en él y sus posibles soluciones en caso de necesitarlas.

2. - Control del proceso

Los datos de las distintas muestras han sido recogidos a continuación.

Table with 10 columns: Muestra, n1, n2, n3, n4, n5, Media, Rec., Var., Desv. and 25 rows of data including a total media row.



### 3. - Gráficos de control

Ahora vamos a representar los gráficos de control  $X-S$  y  $X-R$  a partir de los datos de las muestras obtenidas a lo largo del proceso.

Se calcularán en todos los casos la línea central y los límites de control del proceso y se compararán con los de especificación, calculados a partir de las tolerancias definidas por el cliente o norma usada, que en este caso las hemos impuesto nosotros.

Tal y como definimos en la teoría, se considera el caso de media y desviación estándar poblacionales estimadas a partir de muestras.

Las especificaciones de los rodamientos son:  $\varnothing 25^{+0,050}_{-0,050}$  mm.

Línea Central de Especificación ( $LE$ ):  $LE = M = 25$  mm

Límite de Especificación Superior ( $LES$ ):  $LES = M + t_1 = 25 + 0,05 = 25,050$  mm

Límite de Especificación Inferior ( $LEI$ ):  $LEI = M + t_2 = 25 - 0,05 = 24,950$  mm



### **3.1. - Gráfico X-S**

Las gráficas X-S permiten determinar si un proceso está bajo control estadístico  $6\sigma$  a partir del conocimiento o estimación de la media y desviación estándar poblacional  $(\mu, \sigma)$  del parámetro de estudio  $(\theta)$ .

#### **3.1.1. - Gráfico X (exactitud)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral  $(\bar{X})$  a partir de la media de las medias muestrales  $(\bar{\bar{X}})$

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral  $(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}})$  función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_{\bar{X}} \rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{S}^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}}$$

Estimados los valores de la media muestral  $(\bar{X})$ , se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 25,00016 \approx 25,000$

Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} = 25,00016 + 1,4270 \cdot 0,041297 = 25,0591$$

LCS  $\approx 25,059$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} = 25,00016 - 1,4270 \cdot 0,041297 = 24,9412$$

LCI  $\approx 24,941$

donde el valor de  $A_3$  lo obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.

**3.1.2. - Gráfico S (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función desviación estándar muestral (S) en la que

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \bar{S}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k S_j^2}{k} \quad \bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2}$$

La media, varianza y desviación estándar de la desviación estándar muestral ( $\mu_S, \sigma_S^2, \sigma_S$ ) función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_S \rightarrow \hat{\mu}_S = \bar{S} \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_S^2 = \sigma^2(1-a_n^2) \\ \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{a_n} \end{array} \right\} \rightarrow \hat{\sigma}_S^2 = \left[ \frac{\bar{S}}{a_n} \right]^2 (1-a_n^2)$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_S^2} = \sigma \sqrt{(1-a_n^2)} \rightarrow \hat{\sigma}_S = \sqrt{\hat{\sigma}_S^2} = \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n}$$

Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_S = \bar{S} = 0,041297$

Límite de Control Superior (LCS):

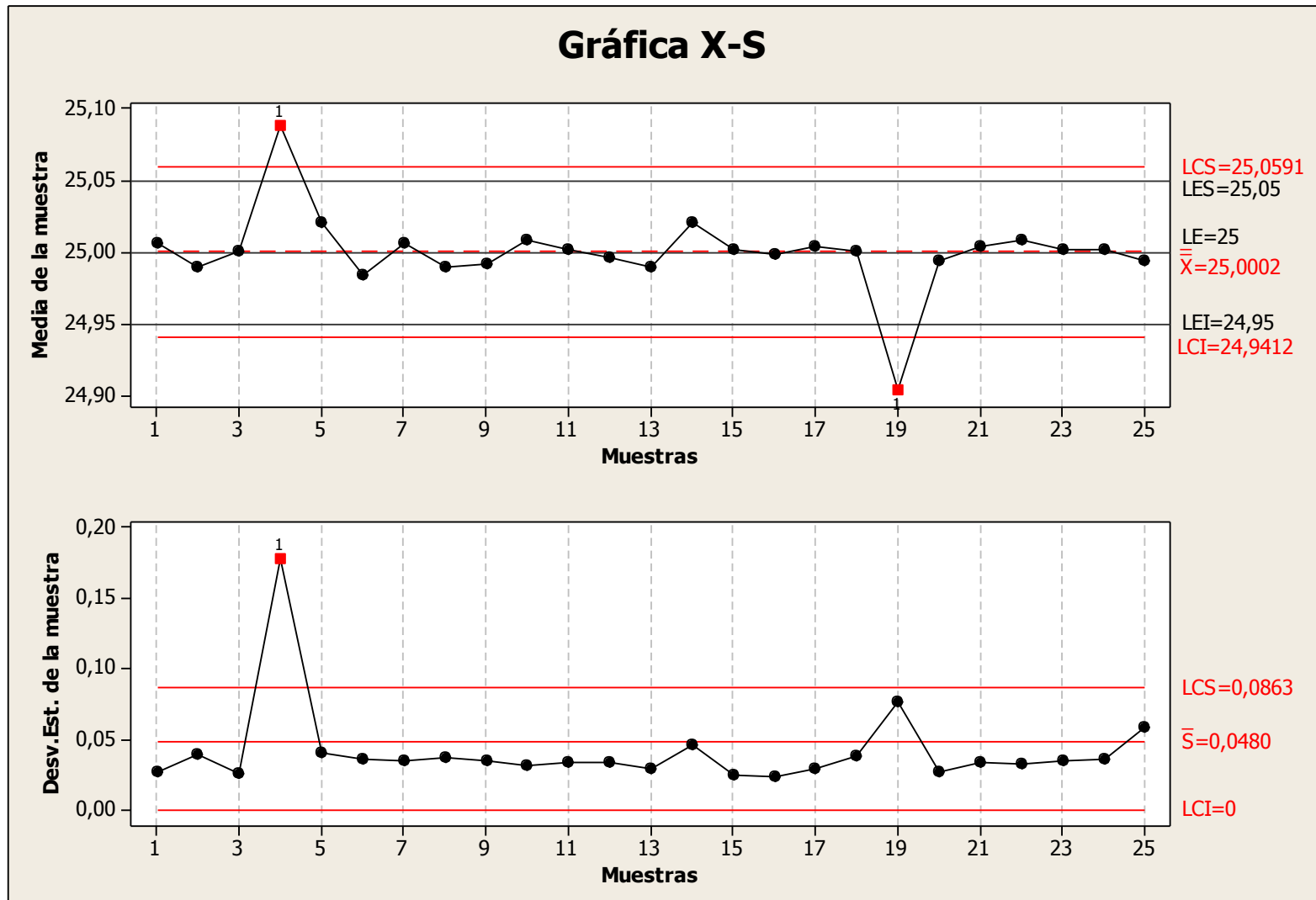
$$LCS = \hat{\mu}_S + 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} + 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n + 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_4 \bar{S} = 2,0890 \cdot 0,041297 = 0,0863$$

LCS  $\approx$  0,086

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_S - 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} - 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n - 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_3 \bar{S} = 0 \cdot 0,041297 = 0$$

donde los valores de  $B_4, B_3$  los obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.





### 3.2. - Gráfico X-R

Igual que en el caso anterior, las gráficas X-R permiten determinar si un proceso está bajo control estadístico  $6\sigma$  a partir de la determinación de la media y desviación estándar poblacional  $(\mu, \sigma)$ . Se utiliza por la simplicidad de la determinación de los residuos muestrales  $R$ .

#### 3.2.1. - Gráfico X (exactitud)

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral  $(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}})$  función del rango muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\bar{X}} &\rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \\ \left. \begin{aligned} \mu_R &= d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R &= \bar{R} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} \sigma_{\bar{X}}^2 &= \frac{\sigma^2}{n} \\ \sigma &= \frac{\bar{R}}{d_2} \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{R}^2}{d_2^2 n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 25,00016 \approx 25,000$

Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 25,00016 + 0,5770 \cdot 0,098 = 25,0567$$

$$LCS \approx 25,057$$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 25,00016 - 0,5770 \cdot 0,098 = 24,9436$$

$$LCI \approx 24,944$$

donde el valor de  $A_2$  lo obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.

**3.2.2. - Gráfico  $R$  (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media de los residuos muestrales ( $\bar{R}$ ) en la que

$$R = \max(x_1, \dots, x_n) - \min(x_1, \dots, x_n) \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar ( $\mu_R, \sigma_R$ ) sin demostrar son

$$\left. \begin{array}{l} \mu_R \rightarrow \hat{\mu}_R = \bar{R} \\ \mu_R = d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R = \bar{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_R = \sigma d_3 \\ \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_R = \bar{R} \frac{d_3}{d_2}$$

conocidos los valores del universo ( $\mu_R, \sigma_R$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_R = \bar{R} = 0,098$

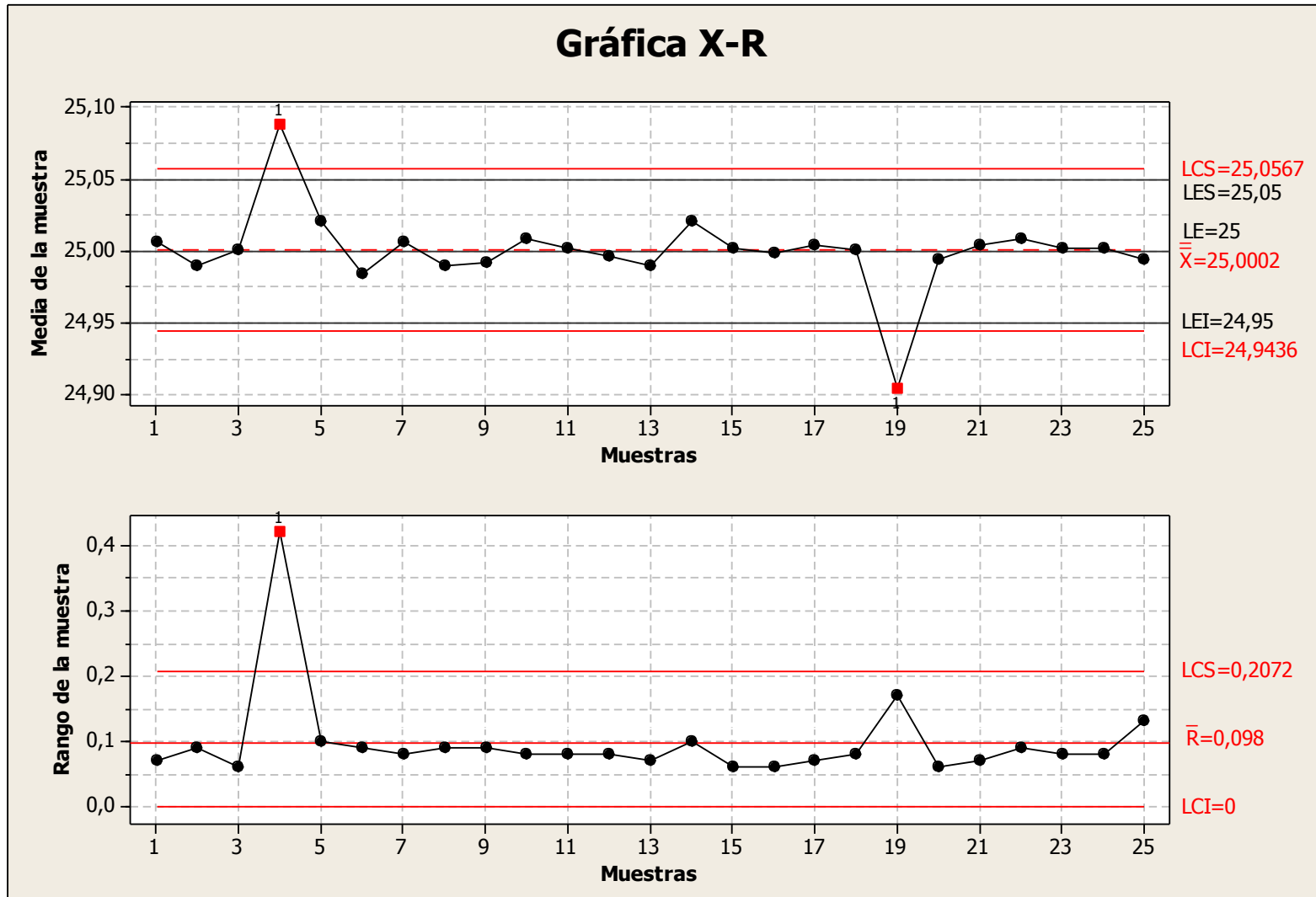
Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_R + 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_4 = 0,098 \cdot 2,1140 = 0,2072$$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_R - 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_3 = 0,098 \cdot 0 = 0$$

donde los valores de  $D_4, D_3$  los obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.







### **3.3. - Análisis de los datos**

Como puede verse, tanto en la tabla como en los gráficos de control, hay 2 muestras (4 y 19) que se encuentran fuera de los límites de control y de especificación y por lo tanto hay que analizarlas y corregirlas:

- Muestra 4: El valor de 25,400mm se debe a una equivocación del operario a la hora de registrar la medida del diámetro interno del rodamiento que es en realidad 25,040mm.

- Muestra 4: En la misma muestra nos encontramos con la medida de 25,060mm que se debe a un error de fabricación. Al ser un diámetro interno, no disponemos de las herramientas para reducir el tamaño de dicha dimensión, es decir, para añadir material y que se encuentre entre los límites de especificación, así que este rodamiento es descartado de la muestra. Al retirarlo el  $n_4 = 5$  pasa a  $n_4 = 4$ .

- Muestra 19: En este caso, como se puede ver en la tabla, hay 3 valores incorrectos que se encuentran por debajo de los límites de especificación. Como ya se indicó, los datos recogidos en este informe son de tomar 5 muestras al día durante 5 días. En el caso de esta muestra, son 3 los valores incorrectos además de consecutivos y después ninguno (dentro de la misma muestra). Esto se debe a que la herramienta de nuestra máquina encargada de aumentar el diámetro interno del rodamiento esta desgastada y no llega al límite inferior establecido por las tolerancias. Una vez sustituida la herramienta por otra nueva se vuelven a extraer 3 rodamientos y se registran sus valores.

Los nuevos datos y cálculos son los siguientes:



| Muestra               | n1     | n2     | n3     | n4                | n5                 | Media    | Recorrido | Varianza | Desv. Típica |
|-----------------------|--------|--------|--------|-------------------|--------------------|----------|-----------|----------|--------------|
| 1                     | 25,020 | 24,970 | 24,990 | 25,010            | 25,040             | 25,006   | 0,070     | 0,001    | 0,027019     |
| 2                     | 25,030 | 25,000 | 24,960 | 24,940            | 25,020             | 24,99    | 0,090     | 0,001    | 0,038730     |
| 3                     | 25,020 | 24,980 | 24,970 | 25,030            | 25,000             | 25       | 0,060     | 0,001    | 0,025495     |
| 4 (n <sub>4</sub> =4) | 24,990 | 25,010 | 25,040 | <del>25,040</del> | 24,980             | 25,005   | 0,060     | 0,001    | 0,026458     |
| 5                     | 25,040 | 25,060 | 24,960 | 25,040            | 25,000             | 25,02    | 0,100     | 0,002    | 0,040000     |
| 6                     | 24,940 | 25,030 | 25,000 | 24,960            | 24,990             | 24,984   | 0,090     | 0,001    | 0,035071     |
| 7                     | 25,030 | 24,980 | 24,960 | 25,020            | 25,040             | 25,006   | 0,080     | 0,001    | 0,034351     |
| 8                     | 24,950 | 24,960 | 24,990 | 25,010            | 25,040             | 24,99    | 0,090     | 0,001    | 0,036742     |
| 9                     | 25,000 | 24,940 | 25,030 | 25,010            | 24,980             | 24,992   | 0,090     | 0,001    | 0,034205     |
| 10                    | 25,040 | 25,010 | 25,030 | 24,960            | 25,000             | 25,008   | 0,080     | 0,001    | 0,031145     |
| 11                    | 24,980 | 24,960 | 25,000 | 25,030            | 25,040             | 25,002   | 0,080     | 0,001    | 0,033466     |
| 12                    | 25,020 | 25,040 | 24,970 | 24,990            | 24,960             | 24,996   | 0,080     | 0,001    | 0,033615     |
| 13                    | 24,960 | 24,970 | 25,010 | 25,030            | 24,980             | 24,99    | 0,070     | 0,001    | 0,029155     |
| 14                    | 25,070 | 25,060 | 25,020 | 24,980            | 24,970             | 25,02    | 0,100     | 0,002    | 0,045277     |
| 15                    | 24,980 | 24,990 | 25,040 | 25,010            | 24,990             | 25,002   | 0,060     | 0,001    | 0,023875     |
| 16                    | 24,990 | 25,030 | 25,010 | 24,970            | 24,990             | 24,998   | 0,060     | 0,001    | 0,022804     |
| 17                    | 25,040 | 25,010 | 24,970 | 25,020            | 24,980             | 25,004   | 0,070     | 0,001    | 0,028810     |
| 18                    | 24,960 | 25,030 | 25,010 | 25,040            | 24,960             | 25       | 0,080     | 0,001    | 0,038079     |
| 19                    | 24,980 | 25,030 | 24,970 | 25,010            | 24,960             | 24,99    | 0,070     | 0,001    | 0,029155     |
| 20                    | 25,020 | 24,990 | 25,020 | 24,980            | 24,960             | 24,994   | 0,060     | 0,001    | 0,026077     |
| 21                    | 24,970 | 25,040 | 24,980 | 25,040            | 24,990             | 25,004   | 0,070     | 0,001    | 0,033615     |
| 22                    | 25,000 | 25,010 | 24,970 | 25,000            | 25,060             | 25,008   | 0,090     | 0,001    | 0,032711     |
| 23                    | 25,020 | 25,020 | 25,040 | 24,970            | 24,960             | 25,002   | 0,080     | 0,001    | 0,034928     |
| 24                    | 24,960 | 25,030 | 24,970 | 25,010            | 25,040             | 25,002   | 0,080     | 0,001    | 0,035637     |
| 25                    | 25,060 | 24,930 | 25,000 | 25,040            | 24,940             | 24,994   | 0,130     | 0,003    | 0,058138     |
|                       |        |        |        |                   | <b>Media total</b> | 25,00028 | 0,080     | 0,001    | 0,033382     |

### **3.4. - Gráfico X-S**

#### **3.4.1. - Gráfico X (exactitud)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral ( $\bar{X}$ ) a partir de la media de las medias muestrales ( $\bar{\bar{X}}$ )

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral ( $\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}}$ ) función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_{\bar{X}} \rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{S}^2}{n} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}}$$

Estimados los valores de la media muestral ( $\bar{X}$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 25,00028 \approx 25,000$

Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} = 25,00028 + 1,4270 \cdot 0,033382 = 25,0479$$

LCS  $\approx$  25,048

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{S}}{a_n \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} = 25,00028 - 1,4270 \cdot 0,033382 = 24,9526$$

LCI  $\approx$  24,953

donde el valor de  $A_3$  lo obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.

**3.4.2. - Gráfico S (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función desviación estándar muestral ( $S$ ) en la que

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \bar{S}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k S_j^2}{k} \quad \bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2}$$

La media, varianza y desviación estándar de la desviación estándar muestral ( $\mu_S, \sigma_S^2, \sigma_S$ ) función de la desviación estándar muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\mu_S \rightarrow \hat{\mu}_S = \bar{S} \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_S^2 = \sigma^2(1-a_n^2) \\ \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{a_n} \end{array} \right\} \rightarrow \hat{\sigma}_S^2 = \left[ \frac{\bar{S}}{a_n} \right]^2 (1-a_n^2)$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_S^2} = \sigma \sqrt{(1-a_n^2)} \rightarrow \hat{\sigma}_S = \sqrt{\hat{\sigma}_S^2} = \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n}$$

Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_S = \bar{S} = 0,033382$

Límite de Control Superior (LCS):

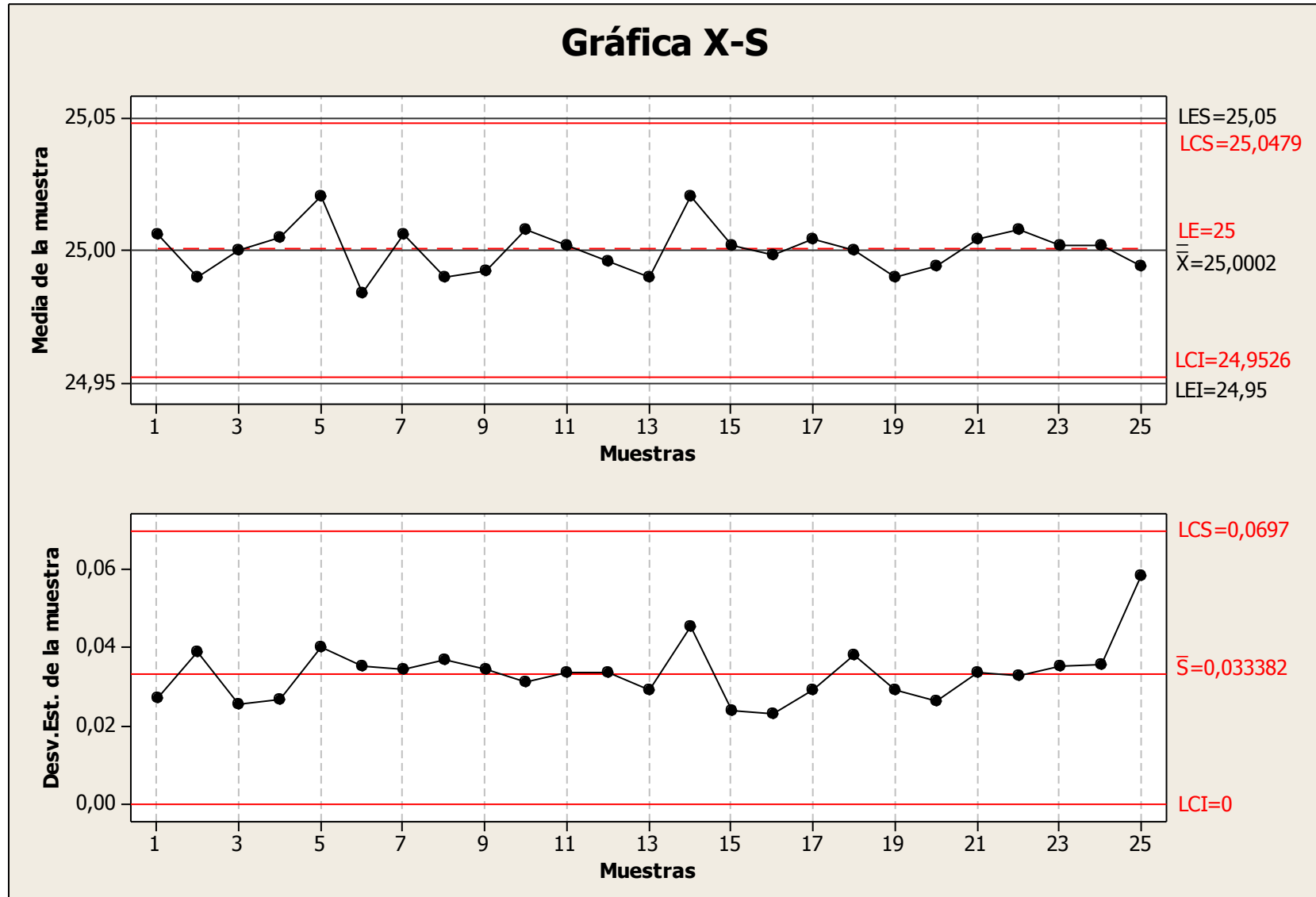
$$LCS = \hat{\mu}_S + 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} + 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n + 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_4 \bar{S} = 2,0890 \cdot 0,033382 = 0,0697$$

LCS  $\approx$  0,070

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_S - 3 \cdot \hat{\sigma}_S = \bar{S} - 3 \cdot \bar{S} \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} = \bar{S} \left( a_n - 3 \cdot \frac{\sqrt{1-a_n^2}}{a_n} \right) = B_3 \bar{S} = 0 \cdot 0,033382 = 0$$

donde los valores de  $B_4, B_3$  los obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.



### 3.5. - Gráfico X-R

#### 3.5.1. - Gráfico X (exactitud)

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media muestral

$$\bar{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij})}{n} \quad \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^k (\bar{X}_j)}{k}$$

La media, varianza y desviación estándar de la media muestral  $(\mu_{\bar{X}}, \sigma_{\bar{X}}^2, \sigma_{\bar{X}})$  función del rango muestral se estiman a partir de  $k$  muestras de  $n$  elementos mediante

$$\left. \begin{array}{l} \mu_{\bar{X}} \rightarrow \hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \\ \left. \begin{array}{l} \mu_R = d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R = \bar{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \\ \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{\bar{R}^2}{d_2^2 n} \end{array} \right\}$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

Estimados los valores del universo, se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = 25,00028 \approx 25,000$

Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_{\bar{X}} + 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 25,00028 + 0,5770 \cdot 0,080 = 25,0462$$

LCS  $\approx$  25,047

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_{\bar{X}} - 3 \cdot \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 25,00028 - 0,5770 \cdot 0,080 = 24,9544$$

LCI  $\approx$  24,954

donde el valor de  $A_2$  lo obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.



**3.5.2. - Gráfico R (precisión)**

Se van a graficar puntos correspondientes a la función media de los residuos muestrales ( $\bar{R}$ ) en la que

$$R = \max(x_1, \dots, x_n) - \min(x_1, \dots, x_n) \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

por lo que su media, varianza y desviación estándar ( $\mu_R, \sigma_R$ ) sin demostrar son

$$\left. \begin{array}{l} \mu_R \rightarrow \hat{\mu}_R = \bar{R} \\ \mu_R = d_2 \sigma \\ \hat{\mu}_R = \bar{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sigma_R = \sigma d_3 \\ \sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\sigma}_R = \bar{R} \frac{d_3}{d_2}$$

conocidos los valores del universo ( $\mu_R, \sigma_R$ ), se definen los siguientes límites:

Línea Central (LC):  $\hat{\mu}_R = \bar{R} = 0,080$

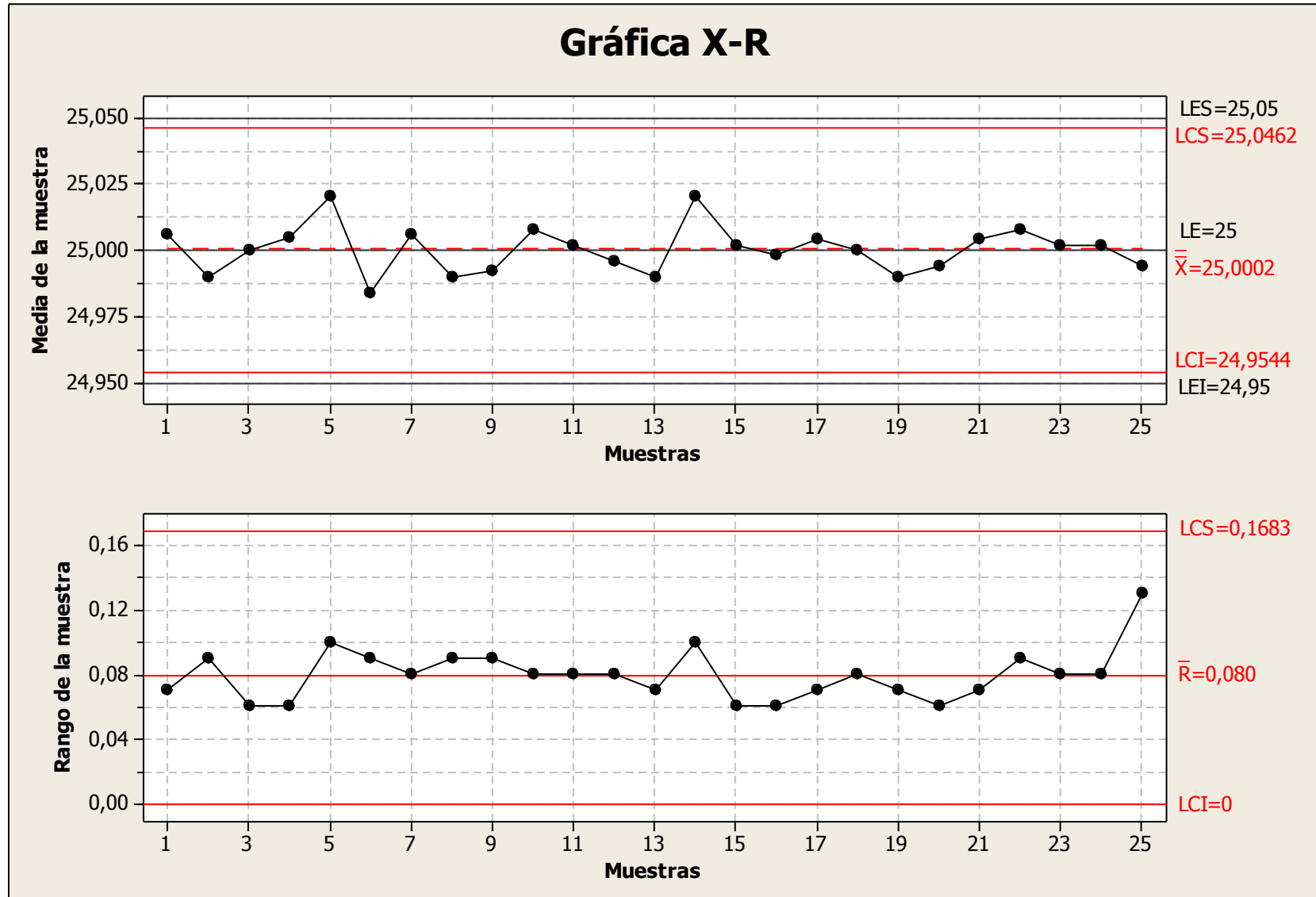
Límite de Control Superior (LCS):

$$LCS = \hat{\mu}_R + 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_4 = 0,080 \cdot 2,1140 = 0,1683$$

Límite de Control Inferior (LCI):

$$LCI = \hat{\mu}_R - 3 \cdot \hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3 \cdot \bar{R} \frac{d_3}{d_2} = \bar{R} \left( 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2} \right) = \bar{R} D_3 = 0,080 \cdot 0 = 0$$

donde los valores de  $D_4, D_3$  los obtenemos de la **tabla 1E** del Anexo.







#### 4. - Análisis de la capacidad del sistema

Mediante el control estadístico de una característica se asegura que la variabilidad de su exactitud y precisión siguen un comportamiento normal debido a causas no asignables, dentro de los límites de admisibilidad ( $6\sigma$ ).

Con las especificaciones se indican las características que ha de tener el parámetro de estudio según las necesidades del cliente, también dentro de los límites de admisibilidad ( $LES - LEI$ ).

En nuestro caso teníamos en un principio, antes de revisar las piezas defectuosas del proceso, que

$$6\sigma > LES - LEI \text{ y sistema fuera de control estadístico}$$

Es el caso más desfavorable. Ocurre si los límites de especificación del cliente, nosotros mismos en este caso, son más restrictivos que los límites de control estadístico del sistema, y además los valores se encuentran fuera de control. Nuestro sistema no estaba por tanto capacitado y además no funcionaba de forma adecuada, por lo que no era válido.

Después se procedió a analizar las piezas que no se encontraban dentro de los límites de control del proceso y se corrigieron quedando

$$6\sigma \leq LES - LEI \text{ y sistema bajo control estadístico}$$

Así nuestro sistema se comporta de forma óptima ya que los valores están dentro de los límites de control estadístico del proceso siendo estos más restrictivos que las especificaciones que hemos establecido.

##### **4.1. - Capacidad e índice de capacidad del proceso**

- **Capacidad del proceso.**

Se define como capacidad de un proceso el valor  $6\sigma$  correspondiente al  $LCS - LCI$  del comportamiento normal ajustado.

$$6\sigma = LCS - LCI$$

- Antes de las correcciones:  $6\sigma = 0,118$  Gráfica X-S

$$6\sigma = 0,113 \text{ Gráfica X-R}$$

- Después de las correcciones:  $6\sigma = 0,095$  Gráfica X-S

$$6\sigma = 0,092 \text{ Gráfica X-R}$$

- **Índice de capacidad del proceso.**

Es la relación entre la diferencia de los límites de especificación del cliente ( $LES - LEI$ ) y la capacidad del proceso ( $6\sigma$ ).

$$C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{LES - LEI}{LCS - LCI}$$

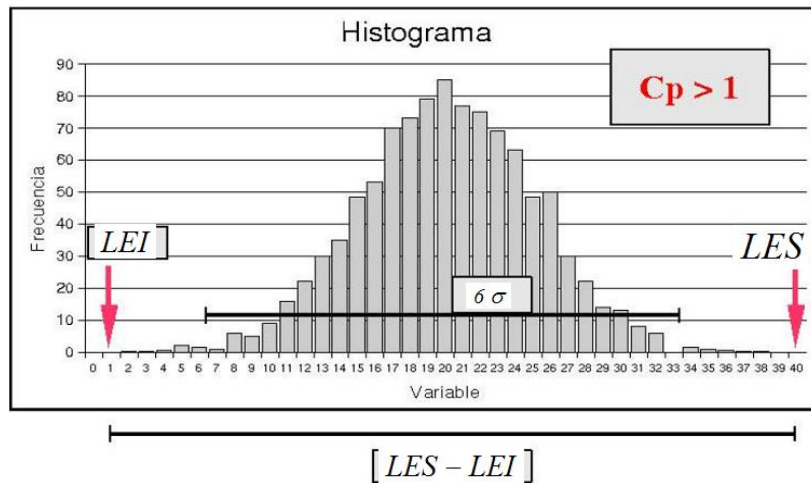
- Antes de las correcciones:  $C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{0,100}{0,118} = 0,847$  Gráfica X-S

$$C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{0,100}{0,113} = 0,885 \quad \text{Gráfica X-R}$$

- Después de las correcciones:  $C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{0,100}{0,095} = 1,053$  Gráfica X-S

$$C_P = \frac{LES - LEI}{6\sigma} = \frac{0,100}{0,092} = 1,087 \quad \text{Gráfica X-R}$$

Como puede verse, antes de las correcciones el proceso no tenía capacidad para fabricar el producto ya que  $C_p < 1$ , pero después sí ( $C_p > 1$ ). Es aconsejable un  $C_p \geq 1,33$  que en este caso no se cumple. Cuanto mayor sea el índice de capacidad ( $C_p$ ), más facilidad tendrá el proceso para conseguir el objetivo de forma adecuada, luego aún se podría mejorar nuestro proceso.



La condición para aplicar el índice de capacidad ( $C_p$ ) es que el proceso esté centrado respecto del valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ), lo que indica que la línea central ( $LE$ ) del comportamiento natural del sistema ( $\mu$  o  $\hat{\mu}$  en el caso de la exactitud) está próxima al valor nominal del parámetro de estudio ( $M$ ).

En nuestro caso si se cumple:  $\mu = 25,00028 \approx 25,000mm$  y  $M = 25,000mm$



En caso contrario se utiliza el índice  $C_{pk}$  definido mediante la expresión

$$C_{pk} = \frac{\Delta}{3\sigma} \quad \text{con} \quad \Delta = \text{mínimo} \begin{cases} LES - \hat{\mu} \\ \hat{\mu} - LEI \end{cases}$$



# **CONTROL DEL PROCESO DE FABRICACIÓN DE MOTORES ELÉCTRICOS**

## **1. - Control de calidad del proceso**

Se va a mostrar a continuación un informe de control del proceso de fabricación de motores eléctricos que se ha hecho recopilando los datos de los 4 trimestres del año 2012.

Para ello se ha elaborado un control de calidad por puntos de demérito, según el cual podemos catalogar en 4 tipos los distintos defectos que se pueden presentar.

Este tipo de control ha sido documentado por Dodge y Torrey, que los clasifican en función de su gravedad y les dan un peso de  $W_a=100$ ,  $W_b=50$ ,  $W_c=10$  y  $W_d=1$  puntos de demérito según la gravedad del defecto.

Se han tomado 10 muestras diarias, de lunes a viernes, durante todo el año 2012, de tal forma que no todos los meses se han obtenido la misma cantidad de muestras (el número de muestras de cada mes se ha recogido en las tablas que se expondrán a continuación).

Debido a que las muestras han sido distintas dependiendo de cada mes, en lugar de hacer un control de deméritos por muestra, se ha hecho por unidad, con lo que las ecuaciones empleadas han sido las siguientes.

$$\bar{q} = \frac{\sum Q_i}{\sum n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} \sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_{ij}}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i} = \frac{\sum_{j=1}^{j=M} W_j \cdot D_j}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}$$

$$c = \sum_{j=1}^{j=M} \left( W_j^2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=k} D_{ij}}{\sum n_i} \right) = \sum_{j=1}^{j=M} \left( W_j^2 \cdot \frac{D_j}{\sum n_i} \right)$$

La desviación tipo del estándar de los puntos de demérito por unidad en las muestras vale:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{c}{n}}$$

Siendo:

$n = \sum n_i / k$  = Promedio de los valores  $n_i$  (tamaños de las muestras), si no se diferencian en gran manera.

Los límites de control y de atención del diagrama serán:

$$L.C. = \bar{q} \pm 3\sigma_m \quad L.A. = \bar{q} \pm 2\sigma_m$$

A continuación se recogen las hojas Excel usadas para el cálculo de todos los datos



## Análisis estadístico del control de calidad en las empresas



| <b>PRIMER TRIMESTRE DEL 2012</b>     |   |                                |                     |                   |                |  |                               |                             |                          |                   |
|--------------------------------------|---|--------------------------------|---------------------|-------------------|----------------|--|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------|-------------------|
| CLASE DE DEFECTO<br>$j$              | PUNTOS DE DEMERITO POR DEFECTO<br>$W_j$ | NUMERO DE DEFECTOS<br>$D_{ij}$ |                     |                   |                | PUNTOS DE DEMERITO<br>$W_j \cdot D_{ij}$ |                               |                             |                          | $W_j^2 \cdot D_j$ |
|                                      |   | ENERO<br>$D_{1j}$              | FEBRERO<br>$D_{2j}$ | MARZO<br>$D_{3j}$ | TOTAL<br>$D_j$ | ENERO<br>$W_j \cdot D_{1j}$              | FEBRERO<br>$W_j \cdot D_{2j}$ | MARZO<br>$W_j \cdot D_{3j}$ | TOTAL<br>$W_j \cdot D_j$ |                   |
| A (1)                                | 100                                     | 0                              | 0                   | 1                 | 1              | 0  | 0                             | 100                         | 100                      | 10000             |
| B (2)                                | 50                                      | 2                              | 1                   | 0                 | 3              | 100                                      | 50                            | 0                           | 150                      | 7500              |
| C (3)                                | 10                                      | 4                              | 5                   | 11                | 20             | 40                                       | 50                            | 110                         | 200                      | 2000              |
| D (4)                                | 1                                       | 7                              | 2                   | 2                 | 11             | 7  | 2                             | 2                           | 11                       | 11                |
| <b>Puntos de demérito totales</b>    |   |                                |                     |                   |                | <b>147</b>                               | <b>102</b>                    | <b>212</b>                  | 461                      | 19511             |
| <b>Tamaño de la muestra</b>          |   |                                |                     |                   |                | 220                                      | 210                           | 220                         | 650                      | 650               |
| <b>Puntos de demérito por unidad</b> |   |                                |                     |                   |                | 0,668                                    | 0,486                         | 0,964                       | 0,709                    | 30,017            |

| <b>SEGUNDO TRIMESTRE DEL 2012</b>    |   |                                |                  |                   |                |  |                            |                             |                          |                   |
|--------------------------------------|---|--------------------------------|------------------|-------------------|----------------|--|----------------------------|-----------------------------|--------------------------|-------------------|
| CLASE DE DEFECTO<br>$j$              | PUNTOS DE DEMERITO POR DEFECTO<br>$W_j$ | NUMERO DE DEFECTOS<br>$D_{ij}$ |                  |                   |                | PUNTOS DE DEMERITO<br>$W_j \cdot D_{ij}$ |                            |                             |                          | $W_j^2 \cdot D_j$ |
|                                      |   | ABRIL<br>$D_{4j}$              | MAYO<br>$D_{5j}$ | JUNIO<br>$D_{6j}$ | TOTAL<br>$D_j$ | ABRIL<br>$W_j \cdot D_{4j}$              | MAYO<br>$W_j \cdot D_{5j}$ | JUNIO<br>$W_j \cdot D_{6j}$ | TOTAL<br>$W_j \cdot D_j$ |                   |
| A (1)                                | 100                                     | 0                              | 0                | 1                 | 1              | 0  | 0                          | 100                         | 100                      | 10000             |
| B (2)                                | 50                                      | 0                              | 1                | 2                 | 3              | 0  | 50                         | 100                         | 150                      | 7500              |
| C (3)                                | 10                                      | 7                              | 5                | 6                 | 18             | 70                                       | 50                         | 60                          | 180                      | 1800              |
| D (4)                                | 1                                       | 12                             | 7                | 9                 | 28             | 12                                       | 7                          | 9                           | 28                       | 28                |
| <b>Puntos de demérito totales</b>    |   |                                |                  |                   |                | <b>82</b>                                | <b>107</b>                 | <b>269</b>                  | 458                      | 19328             |
| <b>Tamaño de la muestra</b>          |   |                                |                  |                   |                | 210                                      | 230                        | 210                         | 650                      | 650               |
| <b>Puntos de demérito por unidad</b> |   |                                |                  |                   |                | 0,391                                    | 0,465                      | 1,281                       | 0,705                    | 29,735            |



Análisis estadístico del control de calidad en las empresas



| <b>TERCER TRIMESTRE DEL 2012</b>     |  |                                       |                           |                               |                         |  |  |  |  |  |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|---------------------------|-------------------------------|-------------------------|--|--|--|--|--|
| CLASE DE DEFECTO<br>j                | PUNTOS DE DEMERITO POR DEFECTO<br>W <sub>j</sub> | NUMERO DE DEFECTOS<br>D <sub>ij</sub> |                           |                               |                         | PUNTOS DE DEMERITO<br>W <sub>j</sub> · D <sub>ij</sub> |  |  |  | W <sub>j</sub> <sup>2</sup> · D <sub>j</sub> |
|                                      |  | JULIO<br>D <sub>7j</sub>              | AGOSTO<br>D <sub>8j</sub> | SEPTIEMBRE<br>D <sub>9j</sub> | TOTAL<br>D <sub>j</sub> | JULIO<br>W <sub>j</sub> · D <sub>7j</sub>              | AGOSTO<br>W <sub>j</sub> · D <sub>8j</sub> | SEPTIEMBRE<br>W <sub>j</sub> · D <sub>9j</sub> | TOTAL<br>W <sub>j</sub> · D <sub>j</sub> |  |
| A (1)                                | 100  | 1                                     | 0                         | 0                             | 1                       | 100  | 0  | 0  | 100                                      | 10000  |
| B (2)                                | 50   | 1                                     | 1                         | 2                             | 4                       | 50   | 50   | 100  | 200                                      | 10000  |
| C (3)                                | 10   | 6                                     | 7                         | 5                             | 18                      | 60   | 70   | 50   | 180                                      | 1800   |
| D (4)                                | 1  | 7                                     | 11                        | 5                             | 23                      | 7  | 11   | 5  | 23                                       | 23   |
| <b>Puntos de demérito totales</b>    |  |                                       |                           |                               |                         | <b>217</b>   | <b>131</b>                                 | <b>155</b>                                     | 503                                      | 21823  |
| <b>Tamaño de la muestra</b>          |  |                                       |                           |                               |                         | 220  | 230  | 210  | 660                                      | 660  |
| <b>Puntos de demérito por unidad</b> |  |                                       |                           |                               |                         | 0,986  | 0,570                                      | 0,738  | 0,762                                    | 33,065                                       |

| <b>CUARTO TRIMESTRE DEL 2012</b>     |  |                                       |                               |                               |                         |  |  |  |  |  |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------|--|--|--|--|--|
| CLASE DE DEFECTO<br>j                | PUNTOS DE DEMERITO POR DEFECTO<br>W <sub>j</sub> | NUMERO DE DEFECTOS<br>D <sub>ij</sub> |                               |                               |                         | PUNTOS DE DEMERITO<br>W <sub>j</sub> · D <sub>ij</sub> |  |  |  | W <sub>j</sub> <sup>2</sup> · D <sub>j</sub> |
|                                      |  | OCTUBRE<br>D <sub>10j</sub>           | NOVIEMBRE<br>D <sub>11j</sub> | DICIEMBRE<br>D <sub>12j</sub> | TOTAL<br>D <sub>j</sub> | OCTUBRE<br>W <sub>j</sub> · D <sub>10j</sub>           | NOVIEMBRE<br>W <sub>j</sub> · D <sub>11j</sub> | DICIEMBRE<br>W <sub>j</sub> · D <sub>12j</sub> | TOTAL<br>W <sub>j</sub> · D <sub>j</sub> |  |
| A (1)                                | 100  | 1                                     | 0                             | 0                             | 1                       | 100  | 0  | 0  | 100                                      | 10000  |
| B (2)                                | 50   | 0                                     | 1                             | 0                             | 1                       | 0  | 50   | 0  | 50                                       | 2500   |
| C (3)                                | 10   | 6                                     | 4                             | 5                             | 15                      | 60   | 40   | 50   | 150                                      | 1500   |
| D (4)                                | 1  | 9                                     | 9                             | 9                             | 27                      | 9  | 9  | 9  | 27                                       | 27   |
| <b>Puntos de demérito totales</b>    |  |                                       |                               |                               |                         | <b>169</b>   | <b>99</b>                                      | <b>59</b>                                      | 327                                      | 14027  |
| <b>Tamaño de la muestra</b>          |  |                                       |                               |                               |                         | 230  | 220  | 210  | 660                                      | 660  |
| <b>Puntos de demérito por unidad</b> |  |                                       |                               |                               |                         | 0,735  | 0,450  | 0,281  | 0,496                                    | 21,253                                       |

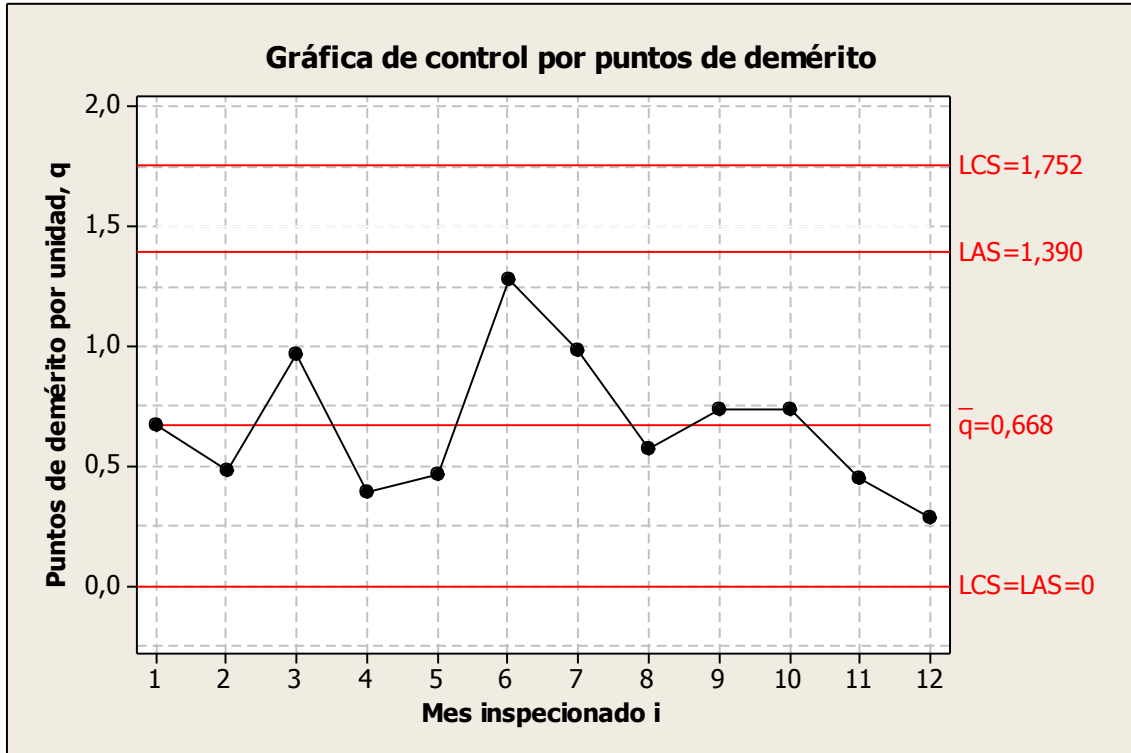
1.1. - Recopilación de datos y cálculo de los parámetros

| <b>AÑO</b>                          | <b>Puntos de demérito totales</b> | <b>Por unidad</b> |
|-------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| ENERO                               | 147                               | 0,668             |
| FEBRERO                             | 102                               | 0,486             |
| MARZO                               | 212                               | 0,964             |
| ABRIL                               | 82                                | 0,391             |
| MAYO                                | 107                               | 0,465             |
| JUNIO                               | 269                               | 1,281             |
| JULIO                               | 217                               | 0,986             |
| AGOSTO                              | 131                               | 0,570             |
| SEPTIEMBRE                          | 155                               | 0,738             |
| OCTUBRE                             | 169                               | 0,735             |
| NOVIEMBRE                           | 99                                | 0,450             |
| DICIEMBRE                           | 59                                | 0,281             |
| $\Sigma Q_i = \Sigma W_j \cdot D_j$ | <b>1749</b>                       |                   |
| $\Sigma W_j^2 \cdot D_j$            | <b>74689</b>                      |                   |
| $\Sigma n_i$                        | <b>2620</b>                       |                   |
| $n = \Sigma n_i / k$                | <b>218,333</b>                    |                   |

| <b>Gráfico de control por puntos de demérito</b>                        |               |            |
|---|---------------|------------|
| $\bar{q} = \Sigma Q_i / \Sigma n_i = \Sigma W_i \cdot D_j / \Sigma n_i$ | <b>0,668</b>  |            |
| $c = \Sigma W_j^2 \cdot D_j / \Sigma n_i$                               | <b>28,507</b> |            |
| $Desv.tipo = \sigma_m = \sqrt{\frac{c}{n}}$                             | <b>0,361</b>  |            |
| $LCS = \bar{q} + 3 \cdot \sigma_m$                                      | <b>1,752</b>  |            |
| $LCI = \bar{q} - 3 \cdot \sigma_m$                                      | <b>-0,417</b> | <b>⇒ 0</b> |
| $LAS = \bar{q} + 2 \cdot \sigma_m$                                      | <b>1,390</b>  |            |
| $LAI = \bar{q} - 2 \cdot \sigma_m$                                      | <b>-0,055</b> | <b>⇒ 0</b> |



1.2. - Gráfica de control por puntos de demérito



Tal y como vemos en la gráfica, nuestro proceso de fabricación es correcto ya que todos los puntos se encuentran dentro de los límites, tanto de control como de aceptación.

Si alguna de nuestras muestras, hubiese quedado fuera de los límites de control, se habrían analizado las causas que produjeron tal anomalía, y de descubrirse y haberse habilitado medidas para solucionarlas, podrían despreciarse esas muestras en el cálculo de un nuevo estándar, que representaría una producción de mejor calidad.



## CONCLUSIONES

En los primeros capítulos de este proyecto de fin de carrera se han explicado muchos de los conceptos necesarios para su desarrollo y aunque algunos de ellos no se han empleado en el desarrollo de nuestros informes, sí que es necesario nombrarlos y en algunos casos explicarlos pues estos se pueden hacer de varias maneras.

Los informes, como se ha podido ver a lo largo del proyecto, son unas herramientas muy útiles para las empresas. En el caso de los muestreos de aceptación porque nos permiten a la entrada del proceso asegurar que cumplen las especificaciones con un grado de confianza determinado. Conseguimos no aceptar lotes sin realizar ninguna inspección (*cero inspecciones*) cuando no se tiene una alta confianza en el proceso de fabricación ni es necesario revisar todos los elementos del lote (*inspección al 100%*) que en caso de ensayos destructivos sería absurdo.

Evidentemente estos procesos no están exentos de errores, que como hemos visto en la parte teórica del proyecto los hay de 2 tipos:

- Rechazar lotes que en su conjunto tienen pocos elementos no conformes (*error de tipo I*) por no ser la muestra suficientemente representativa del lote.
- Aceptar lotes que posean excesivos elementos no conformes (*error de tipo II*) al no aparecer en la muestra.

Como se ha visto se han utilizado las normas MIL-STD-105D para los informes expuestos ya que las de Dodge Romig son válidas únicamente para muestreos simples o dobles. Se podrían haber utilizados la normas MIL-STD-414 ya que los datos recogidos son variables pero se ha optado por clasificarlos como rodamientos aceptables o no aceptables para realizar un muestreo por atributos ya que su técnica se ajusta mejor al control de muestras.

El control estadístico de procesos es también muy útil porque está basado en el control visual a través de gráficas que permiten ajustar y controlar la exactitud y precisión de un procedimiento. Se utilizan de manera generalizada en la industria como técnica para la vigilancia de los procesos de producción a fin de identificar y prevenir de forma prematura la aparición de variaciones.

En los procesos de producción se pretende alcanzar unos estándares de calidad que permitan la fabricación masiva de productos, de forma que su variabilidad sea la menor posible, hecho que facilita su repetitividad.

La variación en cualquier producto es una característica inevitable de forma que aunque se realice una intensa capacitación de operarios, verificación de materiales, calibración de las máquinas, ajuste de procedimientos, control de factores ambientales y ajuste de los aparatos de inspección no se puede llegar a evitar.

Sin embargo hay causas específicas de esta variabilidad, como pueden ser la falta de formación del operario, el uso de material o maquinaria en malas condiciones, la aplicación de procedimientos, entorno o equipos de inspección inadecuados, que en



caso de ser detectadas podrían ser fácilmente corregidos, aumentando la calidad del producto, tal y como hemos visto en nuestro informe del control del proceso de fabricación de los rodamientos.



**PRESUPUESTO DEL PROYECTO**

• **COSTES DIRECTOS**

En concepto de costes imputables directamente al proyecto se tendrán en cuenta en este estudio los siguientes:

**Coste de personal:** 1 Ingeniero Técnico.

El tiempo previsto a invertir en cada una de las tareas del proyecto y su coste económico, tomando como coste hora de 13,68 €, sería:

| ACTIVIDAD   |                             | HORAS             | COSTE           |
|---|-----------------------------|-------------------|-----------------|
| Tipo  | Fase                        | Ingeniero Técnico | FASE            |
| Investigación previa  | Planteamiento de tareas     | 3                 | 41,04           |
|   | Estudio y documentación     | 43                | 588,24          |
| <b>Horas de investigación totales</b>                           |                             | <b>50</b>         | <b>684,00</b>   |
| Generación de las hojas de cálculo                              | Planteamientos estadísticos | 24                | 328,32          |
|   | Verificaciones              | 23                | 314,64          |
| <b>Horas empleadas en la generación de las hojas de cálculo</b> |                             | <b>47</b>         | <b>64,00</b>    |
| Cálculo y Análisis  | Cálculos estadísticos       | 30                | 410,40          |
|   | Análisis de resultados      | 6                 | 82,08           |
| <b>Horas empleadas en el cálculo y resultados</b>               |                             | <b>36</b>         | <b>49,00</b>    |
| Informe final   | Elaboración                 | 50                | 684,00          |
|   | Presentación                | 7                 | 95,76           |
| <b>Horas empleadas en redactar el informe final</b>             |                             | <b>57</b>         | <b>779,76</b>   |
| <b>TOTAL</b>  |                             | <b>180</b>        | <b>2.462,40</b> |

**Coste previsto total de personal: 2.462,40 €**



**Costes de los elementos utilizados:**

- Costes de amortización del inmovilizado: se tendrá en cuenta el correspondiente a los elementos a utilizar: 1 pie de rey, 1 PC y software.

| ÍNDICE | EQUIPO             | Inversión inicial CV(€) | Tiempo amortización (n años) | Valor residual (VR €) | Coste de amortización (€/h) |
|--------|--------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| 1      | Pie de rey digital | 200,00                  | 5                            | 0                     | 0,022                       |
| 2      | Windows XP         | 126,00                  | 2                            | 0                     | 0,035                       |
| 3      | Office 2003        | 150,00                  | 2                            | 0                     | 0,042                       |
| 4      | Minitab 16         | 2.296,00                | 1                            | 0                     | 1,29                        |
| 5      | PC                 | 1.200,00                | 2                            | 75                    | 0,32                        |
| 6      | Impresora Láser    | 336,57                  | 2                            | 22,5                  | 0,09                        |

El coste de amortización previsto a computar de cada uno de los elementos al presente proyecto sería:

| Índice | Horas de utilización | Coste de Amortización (€) |
|--------|----------------------|---------------------------|
| 1      | 24                   | 0,528                     |
| 2      | 40                   | 1,4                       |
| 3      | 40                   | 1,68                      |
| 4      | 40                   | 51,6                      |
| 5      | 60                   | 19,2                      |
| 6      | 10                   | 0,9                       |

**Costes totales previstos de amortización: 75,31 €**

PRESUPUESTO TOTAL DEL PROYECTO:

- Coste de personal: **2.462,40 €**

- Costes de amortización: 75,31 €

**TOTAL: 2.537,71**

**€**



## **BIBLIOGRAFÍA**

**Probabilidad y estadística para ingeniería y administración - Willians W. Hines**

**Control de Calidad - Dale H. Besterfield**

**Probabilidad Y Estadística Para Ingeniería Y Ciencias - Jay L. Devore**

**Apuntes de la asignatura de métodos estadísticos de la ingeniería – Ángel de Uña**

**Probabilidad y Estadística para ciencias e ingenierías - Rosario Delgado de la Torre (Delta Publicaciones)**

**Fiabilidad y calidad Tomos I, II y Anexos – César Palencia Mongín y Araceli Martín Panero**



# ANEXOS

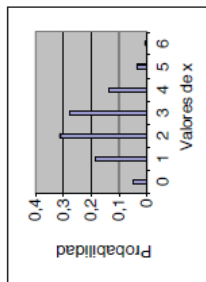


# Anexo A

## Modelos de distribución discretos



**TABLA 1A - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**



$$P(X \leq x) = \sum_{x=0}^n p(x)$$

$$p(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

$P(X=0/ n=6, y, p= 0,40)$

| n | x | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | x | n |
|---|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|---|
|   |   | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95   |   |   |
| 2 | 0 | 0,9025       | 0,8100 | 0,7225 | 0,6400 | 0,5625 | 0,4900 | 0,4225 | 0,3600 | 0,3025 | 0,2500 | 0,2025 | 0,1600 | 0,1225 | 0,0900 | 0,0625 | 0,0400 | 0,0225 | 0,0100 | 0,0025 | 0 | 2 |
|   | 1 | 0,9975       | 0,9900 | 0,9775 | 0,9600 | 0,9375 | 0,9100 | 0,8775 | 0,8400 | 0,7975 | 0,7500 | 0,6975 | 0,6400 | 0,5775 | 0,5100 | 0,4375 | 0,3600 | 0,2775 | 0,1900 | 0,0975 | 1 | 2 |
| 3 | 0 | 0,8574       | 0,7290 | 0,6141 | 0,5120 | 0,4219 | 0,3430 | 0,2746 | 0,2160 | 0,1664 | 0,1250 | 0,0911 | 0,0640 | 0,0429 | 0,0270 | 0,0156 | 0,0080 | 0,0034 | 0,0010 | 0,0001 | 0 | 3 |
|   | 1 | 0,9928       | 0,9720 | 0,9393 | 0,8960 | 0,8438 | 0,7840 | 0,7183 | 0,6480 | 0,5748 | 0,5000 | 0,4253 | 0,3520 | 0,2818 | 0,2160 | 0,1563 | 0,1040 | 0,0607 | 0,0280 | 0,0072 | 1 | 3 |
|   | 2 | 0,9999       | 0,9990 | 0,9966 | 0,9920 | 0,9844 | 0,9730 | 0,9571 | 0,9360 | 0,9089 | 0,8750 | 0,8336 | 0,7840 | 0,7254 | 0,6570 | 0,5781 | 0,4880 | 0,3859 | 0,2710 | 0,1426 | 2 | 3 |
| 4 | 0 | 0,8145       | 0,6561 | 0,5220 | 0,4096 | 0,3164 | 0,2401 | 0,1785 | 0,1296 | 0,0915 | 0,0625 | 0,0410 | 0,0256 | 0,0150 | 0,0081 | 0,0039 | 0,0016 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0 | 4 |
|   | 1 | 0,9860       | 0,9477 | 0,8905 | 0,8192 | 0,7383 | 0,6517 | 0,5630 | 0,4752 | 0,3910 | 0,3125 | 0,2415 | 0,1792 | 0,1265 | 0,0837 | 0,0508 | 0,0272 | 0,0120 | 0,0037 | 0,0005 | 1 | 4 |
|   | 2 | 0,9995       | 0,9963 | 0,9880 | 0,9728 | 0,9492 | 0,9163 | 0,8735 | 0,8208 | 0,7585 | 0,6875 | 0,6090 | 0,5248 | 0,4370 | 0,3483 | 0,2617 | 0,1808 | 0,1095 | 0,0523 | 0,0140 | 2 | 4 |
|   | 3 | 1            | 0,9999 | 0,9995 | 0,9984 | 0,9961 | 0,9919 | 0,9850 | 0,9744 | 0,9590 | 0,9375 | 0,9085 | 0,8704 | 0,8215 | 0,7599 | 0,6836 | 0,5904 | 0,4780 | 0,3439 | 0,1855 | 3 | 4 |
| 5 | 0 | 0,7738       | 0,5905 | 0,4437 | 0,3277 | 0,2373 | 0,1681 | 0,1160 | 0,0778 | 0,0503 | 0,0313 | 0,0185 | 0,0102 | 0,0053 | 0,0024 | 0,0010 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0 | 5 |
|   | 1 | 0,9774       | 0,9185 | 0,8352 | 0,7373 | 0,6328 | 0,5282 | 0,4284 | 0,3370 | 0,2562 | 0,1875 | 0,1312 | 0,0870 | 0,0540 | 0,0308 | 0,0156 | 0,0067 | 0,0022 | 0,0005 | 0      | 1 | 5 |
|   | 2 | 0,9988       | 0,9914 | 0,9734 | 0,9421 | 0,8965 | 0,8369 | 0,7648 | 0,6826 | 0,5931 | 0,5000 | 0,4069 | 0,3174 | 0,2352 | 0,1631 | 0,1035 | 0,0579 | 0,0266 | 0,0086 | 0,0012 | 2 | 5 |
|   | 3 | 1            | 0,9995 | 0,9978 | 0,9933 | 0,9844 | 0,9692 | 0,9460 | 0,9130 | 0,8688 | 0,8125 | 0,7438 | 0,6630 | 0,5716 | 0,4718 | 0,3672 | 0,2627 | 0,1648 | 0,0815 | 0,0226 | 3 | 5 |
|   | 4 | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9990 | 0,9976 | 0,9947 | 0,9898 | 0,9815 | 0,9688 | 0,9497 | 0,9222 | 0,8840 | 0,8319 | 0,7627 | 0,6723 | 0,5563 | 0,4095 | 0,2262 | 4 | 5 |
| 6 | 0 | 0,7351       | 0,5314 | 0,3771 | 0,2621 | 0,1780 | 0,1176 | 0,0754 | 0,0467 | 0,0277 | 0,0156 | 0,0083 | 0,0041 | 0,0018 | 0,0007 | 0,0002 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0 | 6 |
|   | 1 | 0,9672       | 0,8857 | 0,7765 | 0,6554 | 0,5339 | 0,4202 | 0,3191 | 0,2333 | 0,1636 | 0,1094 | 0,0692 | 0,0410 | 0,0223 | 0,0109 | 0,0046 | 0,0016 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 1 | 6 |
|   | 2 | 0,9978       | 0,9842 | 0,9527 | 0,9011 | 0,8306 | 0,7443 | 0,6471 | 0,5443 | 0,4415 | 0,3438 | 0,2553 | 0,1792 | 0,1174 | 0,0705 | 0,0376 | 0,0170 | 0,0059 | 0,0013 | 0,0001 | 2 | 6 |
|   | 3 | 0,9999       | 0,9987 | 0,9941 | 0,9830 | 0,9624 | 0,9295 | 0,8826 | 0,8208 | 0,7447 | 0,6563 | 0,5585 | 0,4557 | 0,3529 | 0,2557 | 0,1694 | 0,0989 | 0,0473 | 0,0158 | 0,0022 | 3 | 6 |
|   | 4 | 1            | 0,9999 | 0,9996 | 0,9984 | 0,9954 | 0,9891 | 0,9777 | 0,9590 | 0,9308 | 0,8906 | 0,8364 | 0,7667 | 0,6809 | 0,5798 | 0,4661 | 0,3446 | 0,2235 | 0,1143 | 0,0328 | 4 | 6 |
|   | 5 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9998 | 0,9993 | 0,9982 | 0,9959 | 0,9917 | 0,9844 | 0,9723 | 0,9533 | 0,9246 | 0,8824 | 0,8220 | 0,7379 | 0,6229 | 0,4686 | 0,2649 | 5 | 6 |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | x      | n      |        |        |   |    |
|----|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|----|
|    |   | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   |        |        | 0,90   | 0,95   |   |    |
| 7  | 0 | 0,6983       | 0,4783 | 0,3206 | 0,2097 | 0,1335 | 0,0824 | 0,0490 | 0,0280 | 0,0152 | 0,0078 | 0,0037 | 0,0016 | 0,0006 | 0,0002 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 7  |
|    | 1 | 0,9556       | 0,8503 | 0,7166 | 0,5767 | 0,4449 | 0,3294 | 0,2338 | 0,1586 | 0,1024 | 0,0625 | 0,0357 | 0,0188 | 0,0090 | 0,0038 | 0,0013 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 1  |
|    | 2 | 0,9962       | 0,9743 | 0,9262 | 0,852  | 0,7564 | 0,6471 | 0,5323 | 0,4199 | 0,3164 | 0,2266 | 0,1529 | 0,0963 | 0,0556 | 0,0288 | 0,0129 | 0,0047 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0 | 2  |
|    | 3 | 0,9998       | 0,9973 | 0,9879 | 0,9667 | 0,9294 | 0,8740 | 0,8002 | 0,7102 | 0,6083 | 0,5000 | 0,3917 | 0,2898 | 0,1998 | 0,1260 | 0,0706 | 0,0333 | 0,0121 | 0,0027 | 0,0002 | 0      | 0      | 0 | 3  |
|    | 4 | 1            | 0,9998 | 0,9988 | 0,9953 | 0,9871 | 0,9712 | 0,9444 | 0,9037 | 0,8471 | 0,7734 | 0,6836 | 0,5801 | 0,4677 | 0,3529 | 0,2436 | 0,1480 | 0,0738 | 0,0257 | 0,0038 | 0      | 0      | 0 | 4  |
|    | 5 | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9987 | 0,9962 | 0,9910 | 0,9812 | 0,9643 | 0,9375 | 0,8976 | 0,8414 | 0,7662 | 0,6706 | 0,5551 | 0,4233 | 0,2834 | 0,1497 | 0,0444 | 0      | 0      | 0 | 5  |
|    | 6 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9998 | 0,9994 | 0,9984 | 0,9963 | 0,9922 | 0,9848 | 0,9720 | 0,9510 | 0,9176 | 0,8665 | 0,7903 | 0,6794 | 0,5217 | 0,3017 | 0      | 0      | 0 | 6  |
|    | 7 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 7 |    |
| 8  | 0 | 0,6634       | 0,4305 | 0,2725 | 0,1678 | 0,1001 | 0,0576 | 0,0319 | 0,0168 | 0,0084 | 0,0039 | 0,0017 | 0,0007 | 0,0002 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 8  |
|    | 1 | 0,9428       | 0,8131 | 0,6572 | 0,5033 | 0,3671 | 0,2553 | 0,1691 | 0,1064 | 0,0632 | 0,0352 | 0,0181 | 0,0085 | 0,0036 | 0,0013 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 1  |
|    | 2 | 0,9942       | 0,9619 | 0,8948 | 0,7969 | 0,6785 | 0,5518 | 0,4278 | 0,3154 | 0,2201 | 0,1445 | 0,0885 | 0,0498 | 0,0253 | 0,0113 | 0,0042 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 2  |
|    | 3 | 0,9996       | 0,9950 | 0,9786 | 0,9437 | 0,8862 | 0,8059 | 0,7064 | 0,5941 | 0,4770 | 0,3633 | 0,2604 | 0,1737 | 0,1061 | 0,0580 | 0,0273 | 0,0104 | 0,0029 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0 | 3  |
|    | 4 | 1            | 0,9996 | 0,9971 | 0,9896 | 0,9727 | 0,9420 | 0,8939 | 0,8263 | 0,7396 | 0,6367 | 0,5230 | 0,4059 | 0,2936 | 0,1941 | 0,1138 | 0,0563 | 0,0214 | 0,0050 | 0,0004 | 0      | 0      | 0 | 4  |
|    | 5 | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9958 | 0,9887 | 0,9747 | 0,9502 | 0,9115 | 0,8555 | 0,7799 | 0,6846 | 0,5722 | 0,4482 | 0,3215 | 0,2031 | 0,1052 | 0,0381 | 0,0058 | 0      | 0      | 0 | 5  |
|    | 6 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9987 | 0,9964 | 0,9915 | 0,9819 | 0,9648 | 0,9368 | 0,8936 | 0,8309 | 0,7447 | 0,6329 | 0,4967 | 0,3428 | 0,1869 | 0,0572 | 0      | 0 | 6  |
|    | 7 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 7 |    |
|    | 8 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 8 |    |
| 9  | 0 | 0,6302       | 0,3874 | 0,2316 | 0,1342 | 0,0751 | 0,0404 | 0,0207 | 0,0101 | 0,0046 | 0,0020 | 0,0008 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 9  |
|    | 1 | 0,9288       | 0,7748 | 0,5995 | 0,4362 | 0,3003 | 0,1960 | 0,1211 | 0,0705 | 0,0385 | 0,0195 | 0,0091 | 0,0038 | 0,0014 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 1  |
|    | 2 | 0,9916       | 0,9470 | 0,8591 | 0,7382 | 0,6007 | 0,4628 | 0,3373 | 0,2318 | 0,1495 | 0,0898 | 0,0498 | 0,0250 | 0,0112 | 0,0043 | 0,0013 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 2  |
|    | 3 | 0,9994       | 0,9917 | 0,9661 | 0,9144 | 0,8343 | 0,7297 | 0,6089 | 0,4826 | 0,3614 | 0,2539 | 0,1658 | 0,0994 | 0,0536 | 0,0253 | 0,0100 | 0,0031 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0 | 3  |
|    | 4 | 1            | 0,9991 | 0,9944 | 0,9804 | 0,9511 | 0,9012 | 0,8283 | 0,7334 | 0,6214 | 0,5000 | 0,3786 | 0,2666 | 0,1717 | 0,0988 | 0,0489 | 0,0196 | 0,0056 | 0,0009 | 0      | 0      | 0      | 0 | 4  |
|    | 5 | 1            | 0,9999 | 0,9994 | 0,9969 | 0,9900 | 0,9747 | 0,9464 | 0,9006 | 0,8342 | 0,7461 | 0,6386 | 0,5174 | 0,3911 | 0,2703 | 0,1657 | 0,0856 | 0,0339 | 0,0083 | 0,0006 | 0      | 0      | 0 | 5  |
|    | 6 | 1            | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9987 | 0,9957 | 0,9888 | 0,9750 | 0,9502 | 0,9102 | 0,8505 | 0,7682 | 0,6627 | 0,5372 | 0,3993 | 0,2618 | 0,1409 | 0,0530 | 0,0084 | 0      | 0      | 0 | 6  |
|    | 7 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9986 | 0,9962 | 0,9909 | 0,9805 | 0,9615 | 0,9295 | 0,8789 | 0,8040 | 0,6997 | 0,5638 | 0,4005 | 0,2252 | 0,0712 | 0      | 0 | 7  |
|    | 8 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9992 | 0,9980 | 0,9954 | 0,9899 | 0,9793 | 0,9596 | 0,9249 | 0,8658 | 0,7684 | 0,6126 | 0,3698 | 0 | 8  |
|    | 9 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1 | 9  |
| 10 | 0 | 0,5987       | 0,3487 | 0,1969 | 0,1074 | 0,0563 | 0,0282 | 0,0135 | 0,0060 | 0,0025 | 0,0010 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 10 |
|    | 1 | 0,9139       | 0,7361 | 0,5443 | 0,3758 | 0,2440 | 0,1493 | 0,0860 | 0,0464 | 0,0233 | 0,0107 | 0,0045 | 0,0017 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 1  |
|    | 2 | 0,9885       | 0,9298 | 0,8202 | 0,6778 | 0,5256 | 0,3828 | 0,2616 | 0,1673 | 0,0996 | 0,0547 | 0,0274 | 0,0123 | 0,0048 | 0,0016 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 2  |
|    | 3 | 0,9990       | 0,9872 | 0,9500 | 0,8791 | 0,7759 | 0,6496 | 0,5138 | 0,3823 | 0,2660 | 0,1719 | 0,1020 | 0,0548 | 0,0260 | 0,0106 | 0,0035 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 3  |
|    | 4 | 0,9999       | 0,9984 | 0,9901 | 0,9672 | 0,9219 | 0,8497 | 0,7515 | 0,6331 | 0,5044 | 0,3770 | 0,2616 | 0,1662 | 0,0949 | 0,0473 | 0,0197 | 0,0064 | 0,0014 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0 | 4  |
|    | 5 | 1            | 0,9999 | 0,9986 | 0,9936 | 0,9803 | 0,9527 | 0,9051 | 0,8338 | 0,7384 | 0,6230 | 0,4956 | 0,3669 | 0,2485 | 0,1503 | 0,0781 | 0,0328 | 0,0099 | 0,0016 | 0,0001 | 0      | 0      | 0 | 5  |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95   |        |
| 6  | 0  | 0,5688       | 0,3138 | 0,1673 | 0,0859 | 0,0422 | 0,0198 | 0,0088 | 0,0036 | 0,0014 | 0,0005 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 6  | 1  | 0,9999       | 0,9991 | 0,9965 | 0,9894 | 0,9740 | 0,9452 | 0,8980 | 0,8281 | 0,7340 | 0,6177 | 0,4862 | 0,3504 | 0,2241 | 0,1209 | 0,0500 | 0,0128 | 0,0010 | 0      | 0      | 0      |
| 7  | 0  | 0,9848       | 0,9104 | 0,7788 | 0,6174 | 0,4552 | 0,3127 | 0,2001 | 0,1189 | 0,0652 | 0,0327 | 0,0148 | 0,0059 | 0,0020 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 7  | 1  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9996 | 0,9984 | 0,9952 | 0,9877 | 0,9726 | 0,9453 | 0,9004 | 0,8327 | 0,7384 | 0,6172 | 0,4744 | 0,3222 | 0,1798 | 0,0702 | 0,0115 | 0      | 0      | 0      |
| 8  | 0  | 0,9999       | 0,9972 | 0,9841 | 0,9496 | 0,8854 | 0,7897 | 0,6683 | 0,5328 | 0,3971 | 0,2744 | 0,1738 | 0,0994 | 0,0501 | 0,0216 | 0,0076 | 0,0020 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      |
| 8  | 1  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9995 | 0,9983 | 0,9955 | 0,9893 | 0,9767 | 0,9536 | 0,9140 | 0,8507 | 0,7560 | 0,6242 | 0,4557 | 0,2639 | 0,0861 | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 9  | 0  | 0,9997       | 0,9973 | 0,9883 | 0,9657 | 0,9218 | 0,8513 | 0,7535 | 0,6331 | 0,5000 | 0,3669 | 0,2465 | 0,1487 | 0,0782 | 0,0343 | 0,0117 | 0,0027 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      |
| 9  | 1  | 0,9997       | 0,9980 | 0,9924 | 0,9784 | 0,9499 | 0,9006 | 0,8262 | 0,7256 | 0,6029 | 0,4672 | 0,3317 | 0,2103 | 0,1146 | 0,0504 | 0,0159 | 0,0028 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      |
| 10 | 0  | 0,9998       | 0,9988 | 0,9957 | 0,9878 | 0,9707 | 0,9390 | 0,8867 | 0,8089 | 0,7037 | 0,5744 | 0,4304 | 0,2867 | 0,1611 | 0,0694 | 0,0185 | 0,0016 | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 10 | 1  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9994 | 0,9980 | 0,9941 | 0,9852 | 0,9673 | 0,9348 | 0,8811 | 0,7999 | 0,6873 | 0,5448 | 0,3826 | 0,2212 | 0,0896 | 0,0152 | 0      | 0      | 0      |
| 11 | 0  | 0,9998       | 0,9993 | 0,9978 | 0,9941 | 0,9861 | 0,9698 | 0,9394 | 0,8870 | 0,8029 | 0,6779 | 0,5078 | 0,3026 | 0,1019 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 11 | 1  | 0,9998       | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| 12 | 0  | 0,5404       | 0,2824 | 0,1422 | 0,0687 | 0,0317 | 0,0138 | 0,0057 | 0,0022 | 0,0008 | 0,0002 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 12 | 1  | 0,8816       | 0,6590 | 0,4435 | 0,2749 | 0,1584 | 0,0850 | 0,0424 | 0,0196 | 0,0083 | 0,0032 | 0,0011 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 0  | 0,9804       | 0,8891 | 0,7358 | 0,5583 | 0,3907 | 0,2528 | 0,1513 | 0,0834 | 0,0421 | 0,0193 | 0,0079 | 0,0028 | 0,0008 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 1  | 0,9978       | 0,9744 | 0,9078 | 0,7946 | 0,6488 | 0,4925 | 0,3467 | 0,2253 | 0,1345 | 0,0730 | 0,0356 | 0,0153 | 0,0056 | 0,0017 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 2  | 0,9998       | 0,9957 | 0,9761 | 0,9274 | 0,8424 | 0,7237 | 0,5833 | 0,4382 | 0,3044 | 0,1938 | 0,1117 | 0,0573 | 0,0255 | 0,0095 | 0,0028 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 3  | 0,9995       | 0,9954 | 0,9806 | 0,9456 | 0,8822 | 0,7873 | 0,6652 | 0,5269 | 0,3872 | 0,2607 | 0,1582 | 0,0846 | 0,0386 | 0,0143 | 0,0039 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 4  | 0,9999       | 0,9993 | 0,9961 | 0,9857 | 0,9614 | 0,9154 | 0,8418 | 0,7393 | 0,6128 | 0,4731 | 0,3348 | 0,2127 | 0,1178 | 0,0544 | 0,0194 | 0,0046 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 5  | 0,9999       | 0,9994 | 0,9972 | 0,9905 | 0,9745 | 0,9427 | 0,8883 | 0,8062 | 0,6956 | 0,5618 | 0,4167 | 0,2763 | 0,1576 | 0,0726 | 0,0239 | 0,0043 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 6  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9996 | 0,9983 | 0,9944 | 0,9847 | 0,9644 | 0,9270 | 0,8655 | 0,7747 | 0,6533 | 0,5075 | 0,3512 | 0,2054 | 0,0922 | 0,0256 | 0,0022 | 0      | 0      |
| 13 | 7  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 8  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 9  | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 10 | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 11 | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 12 | 0,9999       | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 13 | 13 | 0,5133       | 0,2542 | 0,1209 | 0,0550 | 0,0238 | 0,0097 | 0,0037 | 0,0013 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 1  | 0,8646       | 0,6213 | 0,3983 | 0,2336 | 0,1267 | 0,0637 | 0,0296 | 0,0126 | 0,0049 | 0,0017 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 2  | 0,9755       | 0,8661 | 0,6920 | 0,5017 | 0,3326 | 0,2025 | 0,1132 | 0,0579 | 0,0269 | 0,0112 | 0,0041 | 0,0013 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | x      | n      |        |        |        |      |      |   |    |    |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|---|----|----|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   |        |        | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90 | 0,95 |   |    |    |
| 13 | 3  | 0,9969       | 0,9658 | 0,8820 | 0,7473 | 0,5843 | 0,4206 | 0,2783 | 0,1686 | 0,0929 | 0,0461 | 0,0203 | 0,0078 | 0,0025 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 3  | 13 |
|    | 4  | 0,9997       | 0,9935 | 0,9658 | 0,9009 | 0,7940 | 0,6543 | 0,5005 | 0,3530 | 0,2279 | 0,1334 | 0,0698 | 0,0321 | 0,0126 | 0,0040 | 0,0010 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 4  | 13 |
|    | 5  | 1            | 0,9991 | 0,9925 | 0,9700 | 0,9198 | 0,8346 | 0,7159 | 0,5744 | 0,4268 | 0,2905 | 0,1788 | 0,0977 | 0,0462 | 0,0182 | 0,0056 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 5  | 13 |
|    | 6  | 1            | 0,9999 | 0,9987 | 0,9930 | 0,9757 | 0,9376 | 0,8705 | 0,7712 | 0,6437 | 0,5000 | 0,3563 | 0,2288 | 0,1295 | 0,0624 | 0,0243 | 0,0070 | 0,0013 | 0,0001 | 0      | 0    | 0    | 0 | 6  | 13 |
|    | 7  | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9944 | 0,9818 | 0,9538 | 0,9023 | 0,8212 | 0,7095 | 0,5732 | 0,4256 | 0,2841 | 0,1654 | 0,0802 | 0,0300 | 0,0075 | 0,0009 | 0      | 0    | 0    | 0 | 7  | 13 |
|    | 8  | 1            | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9960 | 0,9874 | 0,9679 | 0,9302 | 0,8666 | 0,7721 | 0,6470 | 0,4995 | 0,3457 | 0,2060 | 0,0991 | 0,0342 | 0,0065 | 0,0003 | 0    | 0    | 0 | 8  | 13 |
|    | 9  | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9975 | 0,9922 | 0,9797 | 0,9539 | 0,9071 | 0,8314 | 0,7217 | 0,5794 | 0,4157 | 0,2527 | 0,1180 | 0,0342 | 0,0031 | 0    | 0    | 0 | 9  | 13 |
|    | 10 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9987 | 0,9959 | 0,9888 | 0,9731 | 0,9421 | 0,8868 | 0,7975 | 0,6674 | 0,4983 | 0,3080 | 0,1339 | 0,0245 | 0    | 0    | 0 | 10 | 13 |
|    | 11 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9983 | 0,9951 | 0,9874 | 0,9704 | 0,9363 | 0,8733 | 0,7664 | 0,6017 | 0,3787 | 0,1354 | 0      | 0    | 0    | 0 | 11 | 13 |
|    | 12 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9987 | 0,9963 | 0,9903 | 0,9762 | 0,9450 | 0,8791 | 0,7458 | 0,4867 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 12 | 13 |
|    | 13 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9987 | 0,9963 | 0,9903 | 0,9762 | 0,9450 | 0,8791 | 0,7458 | 0,4867 | 0      | 0    | 0    | 0 | 13 | 13 |
| 14 | 0  | 0,4877       | 0,2288 | 0,1028 | 0,0440 | 0,0178 | 0,0068 | 0,0024 | 0,0008 | 0,0002 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 14 | 14 |
|    | 1  | 0,8470       | 0,5846 | 0,3567 | 0,1979 | 0,1010 | 0,0475 | 0,0205 | 0,0081 | 0,0029 | 0,0009 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 1  | 14 |
|    | 2  | 0,9699       | 0,8416 | 0,6479 | 0,4481 | 0,2811 | 0,1608 | 0,0839 | 0,0398 | 0,0170 | 0,0065 | 0,0022 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 2  | 14 |
|    | 3  | 0,9958       | 0,9559 | 0,8535 | 0,6982 | 0,5213 | 0,3552 | 0,2205 | 0,1243 | 0,0632 | 0,0287 | 0,0114 | 0,0039 | 0,0011 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 3  | 14 |
|    | 4  | 0,9996       | 0,9908 | 0,9533 | 0,8702 | 0,7415 | 0,5842 | 0,4227 | 0,2793 | 0,1672 | 0,0898 | 0,0426 | 0,0175 | 0,0060 | 0,0017 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 4  | 14 |
|    | 5  | 1            | 0,9985 | 0,9885 | 0,9561 | 0,8883 | 0,7805 | 0,6405 | 0,4859 | 0,3373 | 0,2120 | 0,1189 | 0,0583 | 0,0243 | 0,0083 | 0,0022 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 5  | 14 |
|    | 6  | 1            | 0,9998 | 0,9978 | 0,9884 | 0,9617 | 0,9067 | 0,8164 | 0,6925 | 0,5461 | 0,3953 | 0,2586 | 0,1501 | 0,0753 | 0,0315 | 0,0103 | 0,0024 | 0,0003 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 6  | 14 |
|    | 7  | 1            | 1      | 0,9997 | 0,9976 | 0,9897 | 0,9685 | 0,9247 | 0,8499 | 0,7414 | 0,6047 | 0,4539 | 0,3075 | 0,1836 | 0,0933 | 0,0383 | 0,0116 | 0,0022 | 0,0002 | 0      | 0    | 0    | 0 | 7  | 14 |
|    | 8  | 1            | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9978 | 0,9917 | 0,9757 | 0,9417 | 0,8811 | 0,7880 | 0,6627 | 0,5141 | 0,3595 | 0,2195 | 0,1117 | 0,0439 | 0,0115 | 0,0015 | 0      | 0    | 0    | 0 | 8  | 14 |
|    | 9  | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9983 | 0,9940 | 0,9825 | 0,9574 | 0,9102 | 0,8328 | 0,7207 | 0,5773 | 0,4158 | 0,2585 | 0,1298 | 0,0467 | 0,0092 | 0,0004 | 0    | 0    | 0 | 9  | 14 |
|    | 10 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9989 | 0,9961 | 0,9886 | 0,9713 | 0,9368 | 0,8757 | 0,7795 | 0,6448 | 0,4787 | 0,3018 | 0,1465 | 0,0441 | 0,0042 | 0    | 0    | 0 | 10 | 14 |
|    | 11 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9978 | 0,9935 | 0,9830 | 0,9602 | 0,9161 | 0,8392 | 0,7189 | 0,5519 | 0,3521 | 0,1584 | 0,0301 | 0    | 0    | 0 | 11 | 14 |
|    | 12 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9991 | 0,9971 | 0,9919 | 0,9795 | 0,9525 | 0,8990 | 0,8021 | 0,6433 | 0,4154 | 0,1530 | 0    | 0    | 0 | 12 | 14 |
|    | 13 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9998 | 0,9992 | 0,9976 | 0,9932 | 0,9822 | 0,9560 | 0,8972 | 0,7712 | 0,5123 | 0      | 0    | 0    | 0 | 13 | 14 |
|    | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9998 | 0,9992 | 0,9976 | 0,9932 | 0,9822 | 0,9560 | 0,8972 | 0,7712 | 0,5123 | 0    | 0    | 0 | 14 | 14 |
| 15 | 0  | 0,4633       | 0,2059 | 0,0874 | 0,0352 | 0,0134 | 0,0047 | 0,0016 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 15 | 15 |
|    | 1  | 0,8290       | 0,5490 | 0,3186 | 0,1671 | 0,0802 | 0,0353 | 0,0142 | 0,0052 | 0,0017 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 1  | 15 |
|    | 2  | 0,9638       | 0,8159 | 0,6042 | 0,3980 | 0,2361 | 0,1268 | 0,0617 | 0,0271 | 0,0107 | 0,0037 | 0,0011 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 2  | 15 |
|    | 3  | 0,9945       | 0,9444 | 0,8227 | 0,6482 | 0,4613 | 0,2969 | 0,1727 | 0,0905 | 0,0424 | 0,0176 | 0,0063 | 0,0019 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 3  | 15 |
|    | 4  | 0,9994       | 0,9873 | 0,9383 | 0,8358 | 0,6865 | 0,5155 | 0,3519 | 0,2173 | 0,1204 | 0,0592 | 0,0255 | 0,0093 | 0,0028 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 4  | 15 |
|    | 5  | 0,9999       | 0,9978 | 0,9832 | 0,9389 | 0,8516 | 0,7216 | 0,5643 | 0,4032 | 0,2608 | 0,1509 | 0,0769 | 0,0338 | 0,0124 | 0,0037 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 5  | 15 |
|    | 6  | 1            | 0,9997 | 0,9964 | 0,9819 | 0,9434 | 0,8689 | 0,7548 | 0,6098 | 0,4522 | 0,3036 | 0,1818 | 0,0950 | 0,0422 | 0,0152 | 0,0042 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 6  | 15 |
|    | 7  | 1            | 1      | 0,9994 | 0,9958 | 0,9827 | 0,9500 | 0,8868 | 0,7869 | 0,6535 | 0,5000 | 0,3465 | 0,2131 | 0,1132 | 0,0500 | 0,0173 | 0,0042 | 0,0006 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 7  | 15 |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x      | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | x      | n      |        |        |      |
|----|--------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
|    |        | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   |        |        | 0,75   | 0,80   | 0,85 |
| 8  | 1      | 1            | 0,9999 | 0,9992 | 0,9958 | 0,9848 | 0,9578 | 0,9050 | 0,8182 | 0,6964 | 0,5478 | 0,3902 | 0,2452 | 0,1311 | 0,0566 | 0,0181 | 0,0036 | 0,0003 | 0      | 8    |
| 9  | 1      | 1            | 0,9999 | 0,9992 | 0,9963 | 0,9876 | 0,9602 | 0,9231 | 0,8491 | 0,7392 | 0,5968 | 0,4357 | 0,2784 | 0,1484 | 0,0611 | 0,0168 | 0,0022 | 0,0001 | 0      | 9    |
| 10 | 1      | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9972 | 0,9907 | 0,9745 | 0,9408 | 0,8796 | 0,7827 | 0,6481 | 0,4845 | 0,3135 | 0,1642 | 0,0617 | 0,0127 | 0,0006 | 0      | 10   |
| 11 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9981 | 0,9937 | 0,9824 | 0,9576 | 0,9095 | 0,8273 | 0,7031 | 0,5387 | 0,3518 | 0,1773 | 0,0556 | 0,0055 | 0      | 11   |
| 12 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9989 | 0,9963 | 0,9893 | 0,9729 | 0,9383 | 0,8732 | 0,7639 | 0,6020 | 0,3958 | 0,1841 | 0,0362 | 0      | 12   |
| 13 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9983 | 0,9948 | 0,9858 | 0,9647 | 0,9198 | 0,8329 | 0,6814 | 0,4510 | 0,1710 | 0      | 13     |      |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9984 | 0,9953 | 0,9866 | 0,9648 | 0,9126 | 0,7941 | 0,5367 | 0      | 0      | 14     |      |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9984 | 0,9953 | 0,9866 | 0,9648 | 0,9126 | 0,7941 | 0,5367 | 0      | 0      | 15   |
| 16 | 0      | 0,4401       | 0,1853 | 0,0743 | 0,0281 | 0,0100 | 0,0033 | 0,0010 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 16   |
| 1  | 0,8108 | 0,5147       | 0,2839 | 0,1407 | 0,0635 | 0,0261 | 0,0098 | 0,0033 | 0,0010 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 1    |
| 2  | 0,9571 | 0,7892       | 0,5614 | 0,3518 | 0,1971 | 0,0994 | 0,0451 | 0,0183 | 0,0066 | 0,0021 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 2    |
| 3  | 0,9930 | 0,9316       | 0,7899 | 0,5981 | 0,4050 | 0,2459 | 0,1339 | 0,0651 | 0,0281 | 0,0106 | 0,0035 | 0,0009 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 3    |
| 4  | 0,9991 | 0,9830       | 0,9209 | 0,7982 | 0,6302 | 0,4499 | 0,2892 | 0,1666 | 0,0853 | 0,0384 | 0,0149 | 0,0049 | 0,0013 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 4    |
| 5  | 0,9999 | 0,9967       | 0,9765 | 0,9183 | 0,8103 | 0,6598 | 0,4900 | 0,3288 | 0,1976 | 0,1051 | 0,0486 | 0,0191 | 0,0062 | 0,0016 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 5    |
| 6  | 1      | 0,9995       | 0,9944 | 0,9733 | 0,9204 | 0,8247 | 0,6881 | 0,5272 | 0,3660 | 0,2272 | 0,1241 | 0,0583 | 0,0229 | 0,0071 | 0,0016 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 6    |
| 7  | 1      | 0,9999       | 0,9989 | 0,9930 | 0,9729 | 0,9256 | 0,8406 | 0,7161 | 0,5629 | 0,4018 | 0,2559 | 0,1423 | 0,0671 | 0,0257 | 0,0075 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 7    |
| 8  | 1      | 1            | 0,9998 | 0,9985 | 0,9925 | 0,9743 | 0,9329 | 0,8577 | 0,7441 | 0,5982 | 0,4371 | 0,2839 | 0,1594 | 0,0744 | 0,0271 | 0,0070 | 0,0011 | 0,0001 | 0      | 8    |
| 9  | 1      | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9984 | 0,9929 | 0,9771 | 0,9417 | 0,8759 | 0,7728 | 0,6340 | 0,4728 | 0,3119 | 0,1753 | 0,0796 | 0,0267 | 0,0056 | 0,0005 | 0      | 9    |
| 10 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9984 | 0,9938 | 0,9809 | 0,9514 | 0,8949 | 0,8024 | 0,6712 | 0,5100 | 0,3402 | 0,1897 | 0,0817 | 0,0235 | 0,0033 | 0,0001 | 10   |
| 11 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9987 | 0,9951 | 0,9851 | 0,9616 | 0,9147 | 0,8334 | 0,7108 | 0,5501 | 0,3698 | 0,2018 | 0,0791 | 0,0170 | 0,0009 | 11   |
| 12 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9991 | 0,9965 | 0,9894 | 0,9719 | 0,9349 | 0,8661 | 0,7541 | 0,5950 | 0,4019 | 0,2101 | 0,0684 | 0,0070 | 12   |
| 13 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9979 | 0,9934 | 0,9817 | 0,9549 | 0,9006 | 0,8029 | 0,6482 | 0,4386 | 0,2108 | 0,0429 | 13   |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9990 | 0,9967 | 0,9902 | 0,9739 | 0,9365 | 0,8593 | 0,7161 | 0,4853 | 0,1892 | 14   |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9990 | 0,9967 | 0,9900 | 0,9719 | 0,9257 | 0,8147 | 0,5599 | 0      | 15   |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 16   |
| 17 | 0      | 0,4181       | 0,1668 | 0,0631 | 0,0225 | 0,0075 | 0,0023 | 0,0007 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 17   |
| 1  | 0,7922 | 0,4818       | 0,2525 | 0,1182 | 0,0501 | 0,0193 | 0,0067 | 0,0021 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 1    |
| 2  | 0,9497 | 0,7618       | 0,5198 | 0,3096 | 0,1637 | 0,0774 | 0,0327 | 0,0123 | 0,0041 | 0,0012 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 2    |
| 3  | 0,9912 | 0,9174       | 0,7556 | 0,5489 | 0,3530 | 0,2019 | 0,1028 | 0,0464 | 0,0184 | 0,0064 | 0,0019 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 3    |
| 4  | 0,9988 | 0,9779       | 0,9013 | 0,7582 | 0,5739 | 0,3887 | 0,2348 | 0,1260 | 0,0596 | 0,0245 | 0,0086 | 0,0025 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 4    |
| 5  | 0,9999 | 0,9953       | 0,9681 | 0,8943 | 0,7653 | 0,5968 | 0,4197 | 0,2639 | 0,1471 | 0,0717 | 0,0301 | 0,0106 | 0,0030 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 5    |
| 6  | 1      | 0,9992       | 0,9917 | 0,9623 | 0,8929 | 0,7752 | 0,6188 | 0,4478 | 0,2902 | 0,1662 | 0,0826 | 0,0348 | 0,0120 | 0,0032 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 6    |
| 7  | 1      | 0,9999       | 0,9983 | 0,9891 | 0,9598 | 0,8954 | 0,7872 | 0,6405 | 0,4743 | 0,3145 | 0,1834 | 0,0919 | 0,0383 | 0,0127 | 0,0031 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 7    |
| 8  | 1      | 1            | 0,9997 | 0,9974 | 0,9876 | 0,9597 | 0,9006 | 0,8011 | 0,6626 | 0,5000 | 0,3374 | 0,1989 | 0,0994 | 0,0403 | 0,0124 | 0,0026 | 0,0003 | 0      | 0      | 8    |





Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x      | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | x      | n |      |   |
|----|--------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|------|---|
|    |        | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   |        |   | 0,95 |   |
| 19 | 5      | 0,9998       | 0,9914 | 0,9463 | 0,8369 | 0,6678 | 0,4739 | 0,2968 | 0,1629 | 0,0777 | 0,0318 | 0,0109 | 0,0031 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 6  | 1      | 0,9983       | 0,9837 | 0,9324 | 0,8251 | 0,6655 | 0,4812 | 0,3081 | 0,1727 | 0,0835 | 0,0342 | 0,0116 | 0,0031 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 7  | 1      | 0,9997       | 0,9959 | 0,9767 | 0,9225 | 0,8180 | 0,6656 | 0,4878 | 0,3169 | 0,1796 | 0,0871 | 0,0352 | 0,0114 | 0,0028 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 8  | 1      | 0,9992       | 0,9933 | 0,9713 | 0,9161 | 0,8145 | 0,6675 | 0,4940 | 0,3238 | 0,1841 | 0,0885 | 0,0347 | 0,0105 | 0,0023 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 9  | 1      | 0,9999       | 0,9984 | 0,9911 | 0,9674 | 0,9125 | 0,8139 | 0,6710 | 0,5000 | 0,3290 | 0,1861 | 0,0875 | 0,0326 | 0,0089 | 0,0016 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 10 | 1      | 1            | 0,9997 | 0,9977 | 0,9895 | 0,9653 | 0,9115 | 0,8159 | 0,6762 | 0,5060 | 0,3325 | 0,1855 | 0,0839 | 0,0287 | 0,0067 | 0,0008 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 11 | 1      | 1            | 1      | 0,9995 | 0,9972 | 0,9886 | 0,9648 | 0,9129 | 0,8204 | 0,6831 | 0,5122 | 0,3344 | 0,1820 | 0,0775 | 0,0233 | 0,0041 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 12 | 1      | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9969 | 0,9884 | 0,9658 | 0,9165 | 0,8273 | 0,6919 | 0,5188 | 0,3345 | 0,1749 | 0,0676 | 0,0163 | 0,0017 | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 13 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9969 | 0,9891 | 0,9682 | 0,9223 | 0,8371 | 0,7032 | 0,5261 | 0,3322 | 0,1631 | 0,0537 | 0,0086 | 0,0002 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9972 | 0,9904 | 0,9720 | 0,9304 | 0,8500 | 0,7178 | 0,5346 | 0,3267 | 0,1444 | 0,0352 | 0,0020 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9978 | 0,9923 | 0,9770 | 0,9409 | 0,8668 | 0,7369 | 0,5449 | 0,3159 | 0,1150 | 0,0132 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9985 | 0,9945 | 0,9830 | 0,9538 | 0,8887 | 0,7631 | 0,5587 | 0,2946 | 0,0665 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 17 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9992 | 0,9969 | 0,9896 | 0,9896 | 0,9690 | 0,9171 | 0,8015 | 0,5797 | 0,2453 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 18 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9997 | 0,9989 | 0,9958 | 0,9856 | 0,9544 | 0,8649 | 0,6226 | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 19 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1 | 1    | 1 |
| 20 | 0      | 0,3585       | 0,1216 | 0,0388 | 0,0115 | 0,0032 | 0,0008 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 1  | 0,7358 | 0,3917       | 0,1756 | 0,0692 | 0,0243 | 0,0076 | 0,0021 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 2  | 0,9245 | 0,6769       | 0,4049 | 0,2061 | 0,0913 | 0,0355 | 0,0121 | 0,0036 | 0,0009 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 3  | 0,9841 | 0,8670       | 0,6477 | 0,4114 | 0,2252 | 0,1071 | 0,0444 | 0,0160 | 0,0049 | 0,0013 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 4  | 0,9974 | 0,9568       | 0,8298 | 0,6296 | 0,4148 | 0,2375 | 0,1182 | 0,0510 | 0,0189 | 0,0059 | 0,0015 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 5  | 0,9997 | 0,9887       | 0,9327 | 0,8042 | 0,6172 | 0,4164 | 0,2454 | 0,1256 | 0,0553 | 0,0207 | 0,0064 | 0,0016 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 6  | 1      | 0,9976       | 0,9781 | 0,9133 | 0,7858 | 0,6080 | 0,4166 | 0,2500 | 0,1299 | 0,0577 | 0,0214 | 0,0065 | 0,0015 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 7  | 1      | 0,9996       | 0,9941 | 0,9679 | 0,8982 | 0,7723 | 0,6010 | 0,4159 | 0,2520 | 0,1316 | 0,0580 | 0,0210 | 0,0060 | 0,0013 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 8  | 1      | 0,9999       | 0,9987 | 0,9900 | 0,9591 | 0,8867 | 0,7624 | 0,5956 | 0,4143 | 0,2517 | 0,1308 | 0,0565 | 0,0196 | 0,0051 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 9  | 1      | 1            | 0,9998 | 0,9974 | 0,9861 | 0,9520 | 0,8782 | 0,7553 | 0,5914 | 0,4119 | 0,2493 | 0,1275 | 0,0532 | 0,0171 | 0,0039 | 0,0006 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 10 | 1      | 1            | 1      | 0,9994 | 0,9961 | 0,9829 | 0,9468 | 0,8725 | 0,7507 | 0,5881 | 0,4086 | 0,2447 | 0,1218 | 0,0480 | 0,0139 | 0,0026 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 11 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9991 | 0,9949 | 0,9804 | 0,9435 | 0,8692 | 0,7483 | 0,5857 | 0,4044 | 0,2376 | 0,1133 | 0,0409 | 0,0100 | 0,0013 | 0,0001 | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 12 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9987 | 0,9940 | 0,9790 | 0,9420 | 0,8684 | 0,7480 | 0,5841 | 0,3990 | 0,2277 | 0,1018 | 0,0321 | 0,0059 | 0,0004 | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 13 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9985 | 0,9935 | 0,9786 | 0,8423 | 0,7071 | 0,5834 | 0,3920 | 0,2142 | 0,0867 | 0,0219 | 0,0024 | 0      | 0      | 0 | 0    | 0 |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9984 | 0,9936 | 0,9793 | 0,9447 | 0,8744 | 0,7546 | 0,5836 | 0,3828 | 0,1958 | 0,0673 | 0,0113 | 0,0003 | 0 | 0    | 0 |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9985 | 0,9941 | 0,9811 | 0,9490 | 0,8818 | 0,7625 | 0,5852 | 0,3704 | 0,1702 | 0,0432 | 0,0026 | 0 | 0    | 0 |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9987 | 0,9951 | 0,9840 | 0,9556 | 0,8929 | 0,7748 | 0,5886 | 0,3523 | 0,1330 | 0,0159 | 0 | 0    | 0 |



Continuación ... Distribución Binomial

Table with columns for n, x, and values of p (0.05 to 0.95). It contains binomial distribution data for n from 17 to 22.





Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |   |   | x | n  |    |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|---|---|---|----|----|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95 |   |   |   |    |    |
| 22 | 6  | 0,9999       | 0,9956 | 0,9632 | 0,8670 | 0,6994 | 0,4942 | 0,3022 | 0,1584 | 0,0705 | 0,0262 | 0,0080 | 0,0019 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 6  | 22 |
|    | 7  | 1            | 0,9991 | 0,9886 | 0,9439 | 0,8385 | 0,6713 | 0,4736 | 0,2898 | 0,1518 | 0,0669 | 0,0243 | 0,0070 | 0,0016 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 7  |    |
|    | 8  | 1            | 0,9999 | 0,9970 | 0,9799 | 0,9254 | 0,8135 | 0,6466 | 0,4540 | 0,2764 | 0,1431 | 0,0617 | 0,0215 | 0,0058 | 0,0011 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 8  |    |
|    | 9  | 1            | 1      | 0,9993 | 0,9939 | 0,9705 | 0,9084 | 0,7916 | 0,6244 | 0,4350 | 0,2617 | 0,1328 | 0,0551 | 0,0180 | 0,0043 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 9  |    |
|    | 10 | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9984 | 0,9900 | 0,9613 | 0,8930 | 0,7720 | 0,6037 | 0,4159 | 0,2457 | 0,1207 | 0,0474 | 0,0140 | 0,0029 | 0,0003 | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 10 |    |
|    | 11 | 1            | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9971 | 0,9860 | 0,9526 | 0,8793 | 0,7543 | 0,5841 | 0,3963 | 0,2280 | 0,1070 | 0,0387 | 0,0100 | 0,0016 | 0,0001 | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 11 |    |
|    | 12 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9957 | 0,9820 | 0,9449 | 0,8672 | 0,7383 | 0,5650 | 0,3756 | 0,2084 | 0,0916 | 0,0295 | 0,0061 | 0,0007 | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 12 |    |
|    | 13 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9989 | 0,9942 | 0,9785 | 0,9383 | 0,8569 | 0,7236 | 0,5460 | 0,3534 | 0,1865 | 0,0746 | 0,0201 | 0,0030 | 0,0001 | 0    | 0 | 0 | 0 | 13 |    |
|    | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9984 | 0,9930 | 0,9757 | 0,9331 | 0,8482 | 0,7102 | 0,5264 | 0,3287 | 0,1615 | 0,0561 | 0,0114 | 0,0009 | 0    | 0 | 0 | 0 | 14 |    |
|    | 15 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9981 | 0,9920 | 0,9738 | 0,9295 | 0,8416 | 0,6978 | 0,5058 | 0,3006 | 0,1330 | 0,0368 | 0,0044 | 0,0001 | 0    | 0 | 0 | 0 | 15 |    |
|    | 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9979 | 0,9915 | 0,9729 | 0,9278 | 0,8371 | 0,6866 | 0,4832 | 0,2674 | 0,0999 | 0,0182 | 0,0006 | 0    | 0 | 0 | 0 | 16 |    |
|    | 17 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9978 | 0,9917 | 0,9734 | 0,9284 | 0,8355 | 0,6765 | 0,4571 | 0,2262 | 0,0621 | 0,0040 | 0    | 0 | 0 | 0 | 17 |    |
|    | 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9980 | 0,9924 | 0,9755 | 0,9319 | 0,8376 | 0,6680 | 0,4248 | 0,1719 | 0,0222 | 0    | 0 | 0 | 0 | 18 |    |
|    | 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9984 | 0,9939 | 0,9793 | 0,9394 | 0,8455 | 0,6618 | 0,3800 | 0,0948 | 0    | 0 | 0 | 0 | 19 |    |
|    | 20 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9959 | 0,9851 | 0,9520 | 0,8633 | 0,6608 | 0,3018 | 0    | 0 | 0 | 0 | 20 |    |
|    | 21 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9982 | 0,9926 | 0,9720 | 0,9015 | 0,6765 | 0    | 0 | 0 | 0 | 21 |    |
|    | 22 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    | 0 | 0 | 0 | 22 |    |
| 23 | 0  | 0,3074       | 0,0886 | 0,0238 | 0,0059 | 0,0013 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 0  | 23 |
|    | 1  | 0,6794       | 0,3151 | 0,1204 | 0,0398 | 0,0116 | 0,0030 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 1  |    |
|    | 2  | 0,8948       | 0,5920 | 0,3080 | 0,1332 | 0,0492 | 0,0157 | 0,0043 | 0,0010 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 2  |    |
|    | 3  | 0,9742       | 0,8073 | 0,5396 | 0,2965 | 0,1370 | 0,0538 | 0,0181 | 0,0052 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 3  |    |
|    | 4  | 0,9951       | 0,9269 | 0,7440 | 0,5007 | 0,2832 | 0,1356 | 0,0551 | 0,0190 | 0,0055 | 0,0013 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 4  |    |
|    | 5  | 0,9992       | 0,9774 | 0,8811 | 0,6947 | 0,4685 | 0,2688 | 0,1309 | 0,0540 | 0,0186 | 0,0053 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 5  |    |
|    | 6  | 0,9999       | 0,9942 | 0,9537 | 0,8402 | 0,6537 | 0,4399 | 0,2534 | 0,1240 | 0,0510 | 0,0173 | 0,0048 | 0,0010 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 6  |    |
|    | 7  | 1            | 0,9988 | 0,9848 | 0,9285 | 0,8037 | 0,6181 | 0,4136 | 0,2373 | 0,1152 | 0,0466 | 0,0153 | 0,0040 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 7  |    |
|    | 8  | 1            | 0,9998 | 0,9958 | 0,9727 | 0,9037 | 0,7709 | 0,5860 | 0,3884 | 0,2203 | 0,1050 | 0,0411 | 0,0128 | 0,0030 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 8  |    |
|    | 9  | 1            | 1      | 0,9990 | 0,9911 | 0,9592 | 0,8799 | 0,7408 | 0,5562 | 0,3636 | 0,2024 | 0,0937 | 0,0349 | 0,0100 | 0,0021 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 9  |    |
|    | 10 | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9975 | 0,9851 | 0,9454 | 0,8575 | 0,7129 | 0,5278 | 0,3388 | 0,1836 | 0,0813 | 0,0283 | 0,0072 | 0,0012 | 0,0001 | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 10 |    |
|    | 11 | 1            | 1      | 1      | 0,9994 | 0,9954 | 0,9786 | 0,9318 | 0,8364 | 0,6865 | 0,5000 | 0,3135 | 0,1636 | 0,0682 | 0,0214 | 0,0046 | 0,0006 | 0      | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 11 |    |
|    | 12 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9988 | 0,9928 | 0,9717 | 0,9187 | 0,8164 | 0,6612 | 0,4722 | 0,2871 | 0,1425 | 0,0546 | 0,0149 | 0,0025 | 0,0002 | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 12 |    |
|    | 13 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9979 | 0,9900 | 0,9651 | 0,9063 | 0,7976 | 0,6364 | 0,4438 | 0,2592 | 0,1201 | 0,0408 | 0,0089 | 0,0010 | 0      | 0    | 0 | 0 | 0 | 13 |    |
|    | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9970 | 0,9872 | 0,9589 | 0,8950 | 0,7797 | 0,6116 | 0,4140 | 0,2291 | 0,0963 | 0,0273 | 0,0042 | 0,0002 | 0    | 0 | 0 | 0 | 14 |    |

Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x      | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |    | x | n |
|----|--------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|----|---|---|
|    |        | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95 |    |   |   |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9960 | 0,9847 | 0,9534 | 0,8848 | 0,7627 | 0,5864 | 0,3819 | 0,1963 | 0,0715 | 0,0152 | 0,0012 | 0    | 15 |   |   |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9952 | 0,9827 | 0,9490 | 0,8760 | 0,7466 | 0,5601 | 0,3463 | 0,1598 | 0,0463 | 0,0058 | 0,0001 | 16   |    |   |   |
| 17 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9947 | 0,9814 | 0,9460 | 0,8691 | 0,7312 | 0,5315 | 0,3053 | 0,1189 | 0,0226 | 0,0008 | 17     |      |    |   |   |
| 18 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9987 | 0,9945 | 0,9810 | 0,9449 | 0,8644 | 0,7168 | 0,4993 | 0,2560 | 0,0731 | 0,0049 | 18     |        |      |    |   |   |
| 19 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9948 | 0,9819 | 0,9462 | 0,8630 | 0,7035 | 0,4604 | 0,1927 | 0,0258 | 19     |        |        |      |    |   |   |
| 20 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9957 | 0,9843 | 0,9508 | 0,8668 | 0,6920 | 0,4080 | 0,1052 | 20     |        |        |        |      |    |   |   |
| 21 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9970 | 0,9884 | 0,9602 | 0,8796 | 0,6849 | 0,3206 | 21     |        |        |        |        |      |    |   |   |
| 22 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9987 | 0,9941 | 0,9762 | 0,9114 | 0,6926 | 22     |        |        |        |        |        |        |      |    |   |   |
| 23 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    | 23 |   |   |
| 24 | 0      | 0,2920       | 0,0798 | 0,0202 | 0,0047 | 0,0010 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 24 |   |   |
| 1  | 0,6608 | 0,2925       | 0,1059 | 0,0331 | 0,0090 | 0,0022 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 1  |   |   |
| 2  | 0,8841 | 0,5643       | 0,2798 | 0,1145 | 0,0398 | 0,0119 | 0,0030 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 2  |   |   |
| 3  | 0,9702 | 0,7857       | 0,5049 | 0,2639 | 0,1150 | 0,0424 | 0,0133 | 0,0035 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 3  |   |   |
| 4  | 0,9940 | 0,9149       | 0,7134 | 0,4599 | 0,2466 | 0,1111 | 0,0422 | 0,0134 | 0,0036 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 4  |   |   |
| 5  | 0,9990 | 0,9723       | 0,8606 | 0,6559 | 0,4222 | 0,2288 | 0,1044 | 0,0400 | 0,0127 | 0,0033 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 5  |   |   |
| 6  | 0,9999 | 0,9925       | 0,9428 | 0,8111 | 0,6074 | 0,3886 | 0,2106 | 0,0960 | 0,0364 | 0,0113 | 0,0028 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 6  |   |   |
| 7  | 1      | 0,9983       | 0,9801 | 0,9108 | 0,7662 | 0,5647 | 0,3575 | 0,1919 | 0,0863 | 0,0320 | 0,0095 | 0,0022 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 7  |   |   |
| 8  | 1      | 0,9997       | 0,9941 | 0,9638 | 0,8787 | 0,7250 | 0,5257 | 0,3279 | 0,1730 | 0,0758 | 0,0269 | 0,0075 | 0,0016 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 8  |   |   |
| 9  | 1      | 0,9999       | 0,9985 | 0,9874 | 0,9453 | 0,8472 | 0,6866 | 0,4891 | 0,2991 | 0,1537 | 0,0648 | 0,0217 | 0,0055 | 0,0010 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 9  |   |   |
| 10 | 1      | 1            | 0,9997 | 0,9962 | 0,9787 | 0,9258 | 0,8167 | 0,6502 | 0,4539 | 0,2706 | 0,1341 | 0,0535 | 0,0164 | 0,0036 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 10 |   |   |
| 11 | 1      | 1            | 0,9999 | 0,9990 | 0,9928 | 0,9686 | 0,9058 | 0,7870 | 0,6151 | 0,4194 | 0,2420 | 0,1143 | 0,0423 | 0,0115 | 0,0021 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0    | 11 |   |   |
| 12 | 1      | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9979 | 0,9885 | 0,9577 | 0,8857 | 0,7580 | 0,5806 | 0,3849 | 0,2130 | 0,0942 | 0,0314 | 0,0072 | 0,0010 | 0,0001 | 0      | 0      | 0    | 12 |   |   |
| 13 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9995 | 0,9964 | 0,9836 | 0,9465 | 0,8659 | 0,7294 | 0,5461 | 0,3498 | 0,1833 | 0,0742 | 0,0213 | 0,0038 | 0,0003 | 0      | 0      | 0    | 13 |   |   |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9990 | 0,9945 | 0,9783 | 0,9352 | 0,8463 | 0,7009 | 0,5109 | 0,3134 | 0,1528 | 0,0547 | 0,0126 | 0,0015 | 0,0001 | 0    | 14 |   |   |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9984 | 0,9925 | 0,9731 | 0,9242 | 0,8270 | 0,6721 | 0,4743 | 0,2750 | 0,1213 | 0,0362 | 0,0059 | 0,0003 | 0    | 15 |   |   |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9978 | 0,9905 | 0,9680 | 0,9137 | 0,8081 | 0,6425 | 0,4353 | 0,2338 | 0,0892 | 0,0199 | 0,0017 | 0      | 0    | 16 |   |   |
| 17 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9972 | 0,9887 | 0,9636 | 0,9040 | 0,7894 | 0,6114 | 0,3926 | 0,1889 | 0,0572 | 0,0075 | 0,0001 | 17   |    |   |   |
| 18 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9967 | 0,9873 | 0,9600 | 0,8956 | 0,7712 | 0,5778 | 0,3441 | 0,1394 | 0,0277 | 0,0010 | 18     |      |    |   |   |
| 19 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9964 | 0,9866 | 0,9578 | 0,8889 | 0,7534 | 0,5401 | 0,2866 | 0,0851 | 0,0060 | 19     |        |      |    |   |   |
| 20 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9965 | 0,9867 | 0,9576 | 0,8850 | 0,7361 | 0,4951 | 0,2143 | 0,0298 | 20   |    |   |   |
| 21 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9970 | 0,9881 | 0,9602 | 0,8855 | 0,7202 | 0,4357 | 0,1159 | 21   |    |   |   |
| 22 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9978 | 0,9910 | 0,9669 | 0,8941 | 0,7075 | 0,3392 | 22   |    |   |   |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | n      |        |        |        |        |        |        |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   |        | 0,95   |        |        |        |        |        |
| 24 | 23 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9953 | 0,9798 | 0,9202 | 0,7080 |
| 24 | 24 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 25 | 0  | 0,2774       | 0,0718 | 0,0172 | 0,0038 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 1  | 1  | 0,6424       | 0,2712 | 0,0931 | 0,0274 | 0,0070 | 0,0016 | 0,0003 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 2  | 2  | 0,8729       | 0,5371 | 0,2537 | 0,0982 | 0,0321 | 0,0090 | 0,0021 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 3  | 3  | 0,9659       | 0,7636 | 0,4711 | 0,2340 | 0,0962 | 0,0332 | 0,0097 | 0,0024 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 4  | 4  | 0,9928       | 0,9020 | 0,6821 | 0,4207 | 0,2137 | 0,0905 | 0,0320 | 0,0095 | 0,0023 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 5  | 5  | 0,9988       | 0,9666 | 0,8385 | 0,6167 | 0,3783 | 0,1935 | 0,0826 | 0,0294 | 0,0086 | 0,0020 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 6  | 6  | 0,9998       | 0,9905 | 0,9305 | 0,7800 | 0,5611 | 0,3407 | 0,1734 | 0,0736 | 0,0258 | 0,0073 | 0,0016 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 7  | 7  | 1            | 0,9977 | 0,9745 | 0,8909 | 0,7265 | 0,5118 | 0,3061 | 0,1536 | 0,0639 | 0,0216 | 0,0058 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 8  | 8  | 1            | 0,9995 | 0,9920 | 0,9532 | 0,8506 | 0,6769 | 0,4668 | 0,2735 | 0,1340 | 0,0539 | 0,0174 | 0,0043 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 9  | 9  | 1            | 0,9999 | 0,9979 | 0,9827 | 0,9287 | 0,8106 | 0,6303 | 0,4246 | 0,2424 | 0,1148 | 0,0440 | 0,0132 | 0,0029 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 10 | 10 | 1            | 1      | 0,9995 | 0,9944 | 0,9703 | 0,9022 | 0,7712 | 0,5858 | 0,3843 | 0,2122 | 0,0960 | 0,0344 | 0,0093 | 0,0018 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 11 | 11 | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9985 | 0,9893 | 0,9558 | 0,8746 | 0,7323 | 0,5426 | 0,3450 | 0,1827 | 0,0778 | 0,0255 | 0,0060 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 12 | 12 | 1            | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9966 | 0,9825 | 0,9396 | 0,8462 | 0,6937 | 0,5000 | 0,3063 | 0,1538 | 0,0604 | 0,0175 | 0,0034 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 13 | 13 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9991 | 0,9940 | 0,9745 | 0,9222 | 0,8173 | 0,6550 | 0,4574 | 0,2677 | 0,1254 | 0,0442 | 0,0107 | 0,0015 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 14 | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9982 | 0,9907 | 0,9656 | 0,9040 | 0,7878 | 0,6157 | 0,4142 | 0,2288 | 0,0978 | 0,0297 | 0,0056 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 15 | 15 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9995 | 0,9971 | 0,9868 | 0,9560 | 0,8852 | 0,7576 | 0,5754 | 0,3697 | 0,1894 | 0,0713 | 0,0173 | 0,0021 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 16 | 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9957 | 0,9826 | 0,9461 | 0,8660 | 0,7265 | 0,5332 | 0,3231 | 0,1494 | 0,0468 | 0,0080 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 17 | 17 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9942 | 0,9784 | 0,9361 | 0,8464 | 0,6939 | 0,4882 | 0,2735 | 0,1091 | 0,0255 | 0,0023 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 18 | 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9984 | 0,9927 | 0,9742 | 0,9264 | 0,8266 | 0,6593 | 0,4389 | 0,2200 | 0,0695 | 0,0095 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 19 | 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9980 | 0,9914 | 0,9706 | 0,9174 | 0,8065 | 0,6217 | 0,3833 | 0,1615 | 0,0334 | 0,0012 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 20 | 20 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9977 | 0,9905 | 0,9680 | 0,9095 | 0,7863 | 0,5793 | 0,3179 | 0,0980 | 0,0072 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 21 | 21 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9976 | 0,9903 | 0,9668 | 0,9038 | 0,7660 | 0,5289 | 0,2364 | 0,0341 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 22 | 22 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9979 | 0,9910 | 0,9679 | 0,9018 | 0,7463 | 0,4629 | 0,1271 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 23 | 23 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9997 | 0,9984 | 0,9930 | 0,9726 | 0,9069 | 0,7288 | 0,3576 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 24 | 24 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9962 | 0,9828 | 0,7226 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 25 | 25 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 26 | 0  | 0,2635       | 0,0646 | 0,0146 | 0,0030 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 1  | 1  | 0,6241       | 0,2513 | 0,0817 | 0,0227 | 0,0055 | 0,0011 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 2  | 2  | 0,8614       | 0,5105 | 0,2296 | 0,0841 | 0,0258 | 0,0067 | 0,0015 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| 3  | 3  | 0,9613       | 0,7409 | 0,4385 | 0,2068 | 0,0802 | 0,0260 | 0,0070 | 0,0016 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |



*Continuación ... Distribución Binomial*

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |   |   |   |   | x | n |    |    |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|---|---|---|---|---|----|----|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95   |        |   |   |   |   |   |   |    |    |
| 26 | 4  | 0,9915       | 0,8882 | 0,6505 | 0,3833 | 0,1844 | 0,0733 | 0,0242 | 0,0066 | 0,0015 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 26 |    |
| 5  | 5  | 0,9985       | 0,9601 | 0,8150 | 0,5775 | 0,3371 | 0,1626 | 0,0649 | 0,0214 | 0,0058 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5  | 26 |
| 6  | 6  | 0,9998       | 0,9881 | 0,9167 | 0,7474 | 0,5154 | 0,2965 | 0,1416 | 0,0559 | 0,0180 | 0,0047 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6  | 26 |
| 7  | 7  | 1            | 0,9970 | 0,9679 | 0,8687 | 0,6852 | 0,4605 | 0,2596 | 0,1216 | 0,0467 | 0,0145 | 0,0035 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7  | 26 |
| 8  | 8  | 1            | 0,9994 | 0,9894 | 0,9408 | 0,8195 | 0,6274 | 0,4106 | 0,2255 | 0,1024 | 0,0378 | 0,0110 | 0,0025 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8  | 26 |
| 9  | 9  | 1            | 0,9999 | 0,9970 | 0,9768 | 0,9091 | 0,7705 | 0,5731 | 0,3642 | 0,1936 | 0,0843 | 0,0293 | 0,0079 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9  | 26 |
| 10 | 10 | 1            | 1      | 0,9993 | 0,9921 | 0,9599 | 0,8747 | 0,7219 | 0,5213 | 0,3204 | 0,1635 | 0,0674 | 0,0217 | 0,0052 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 26 |
| 11 | 11 | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9977 | 0,9845 | 0,9397 | 0,8384 | 0,6737 | 0,4713 | 0,2786 | 0,1350 | 0,0518 | 0,0150 | 0,0030 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 26 |
| 12 | 12 | 1            | 1      | 1      | 0,9994 | 0,9948 | 0,9745 | 0,9168 | 0,8007 | 0,6257 | 0,4225 | 0,2383 | 0,1082 | 0,0377 | 0,0094 | 0,0015 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 12 | 26 |
| 13 | 13 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9985 | 0,9906 | 0,9623 | 0,8918 | 0,7617 | 0,5775 | 0,3743 | 0,1993 | 0,0832 | 0,0255 | 0,0052 | 0,0006 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 26 |
| 14 | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9970 | 0,9850 | 0,9482 | 0,8650 | 0,7214 | 0,5287 | 0,3263 | 0,1616 | 0,0603 | 0,0155 | 0,0023 | 0,0002 | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 | 26 |
| 15 | 15 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9991 | 0,9948 | 0,9783 | 0,9326 | 0,8365 | 0,6796 | 0,4787 | 0,2781 | 0,1253 | 0,0401 | 0,0079 | 0,0007 | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 26 |
| 16 | 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9985 | 0,9921 | 0,9707 | 0,9157 | 0,8064 | 0,6358 | 0,4269 | 0,2295 | 0,0909 | 0,0232 | 0,0030 | 0,0001 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16 | 26 |
| 17 | 17 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9975 | 0,9890 | 0,9622 | 0,8976 | 0,7745 | 0,5894 | 0,3726 | 0,1805 | 0,0592 | 0,0106 | 0,0006 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 26 |
| 18 | 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9965 | 0,9855 | 0,9533 | 0,8784 | 0,7404 | 0,5395 | 0,3148 | 0,1313 | 0,0321 | 0,0030 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 | 26 |
| 19 | 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9991 | 0,9953 | 0,9820 | 0,9441 | 0,8584 | 0,7035 | 0,4846 | 0,2526 | 0,0833 | 0,0119 | 0,0002 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 19 | 26 |
| 20 | 20 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9942 | 0,9786 | 0,9351 | 0,8374 | 0,6629 | 0,4225 | 0,1850 | 0,0399 | 0,0015 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 | 26 |
| 21 | 21 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9985 | 0,9934 | 0,9758 | 0,9267 | 0,8156 | 0,6167 | 0,3495 | 0,1118 | 0,0085 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 21 | 26 |
| 22 | 22 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9984 | 0,9930 | 0,9740 | 0,9198 | 0,7932 | 0,5615 | 0,2591 | 0,0387 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22 | 26 |
| 23 | 23 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9985 | 0,9933 | 0,9742 | 0,9159 | 0,7704 | 0,4895 | 0,1386 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 23 | 26 |
| 24 | 24 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9989 | 0,9945 | 0,9773 | 0,9183 | 0,7487 | 0,3759 | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 24 | 26 |
| 25 | 25 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9970 | 0,9854 | 0,9354 | 0,7365 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25 | 26 |
| 26 | 26 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 26 | 26 |
| 27 | 0  | 0,2503       | 0,0581 | 0,0124 | 0,0024 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 27 |
| 1  | 1  | 0,6061       | 0,2326 | 0,0716 | 0,0187 | 0,0042 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 27 |
| 2  | 2  | 0,8495       | 0,4846 | 0,2074 | 0,0718 | 0,0207 | 0,0051 | 0,0010 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2  | 27 |
| 3  | 3  | 0,9563       | 0,7179 | 0,4072 | 0,1823 | 0,0666 | 0,0202 | 0,0051 | 0,0011 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3  | 27 |
| 4  | 4  | 0,9900       | 0,8734 | 0,6187 | 0,3480 | 0,1583 | 0,0591 | 0,0182 | 0,0046 | 0,0009 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4  | 27 |
| 5  | 5  | 0,9981       | 0,9529 | 0,7903 | 0,5387 | 0,2989 | 0,1358 | 0,0507 | 0,0155 | 0,0038 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5  | 27 |
| 6  | 6  | 0,9997       | 0,9853 | 0,9014 | 0,7134 | 0,4708 | 0,2563 | 0,1148 | 0,0421 | 0,0125 | 0,0030 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6  | 27 |
| 7  | 7  | 1            | 0,9961 | 0,9602 | 0,8444 | 0,6427 | 0,4113 | 0,2183 | 0,0953 | 0,0338 | 0,0096 | 0,0021 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7  | 27 |
| 8  | 8  | 1            | 0,9991 | 0,9862 | 0,9263 | 0,7859 | 0,5773 | 0,3577 | 0,1839 | 0,0774 | 0,0261 | 0,0069 | 0,0014 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8  | 27 |

Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x      | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |      |   |    |    |  |  |  |
|----|--------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|---|----|----|--|--|--|
|    |        | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90 | 0,95 | x | n  |    |  |  |  |
| 27 | 9      | 1            | 0,9998 | 0,9958 | 0,9696 | 0,8867 | 0,7276 | 0,5162 | 0,3087 | 0,1526 | 0,0610 | 0,0193 | 0,0046 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 9  | 27 |  |  |  |
| 10 | 1      | 1            | 0,9998 | 0,9899 | 0,9890 | 0,9472 | 0,8434 | 0,6698 | 0,4585 | 0,2633 | 0,1239 | 0,0464 | 0,0134 | 0,0028 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 10 | 10 |  |  |  |
| 11 | 1      | 1            | 0,9998 | 0,9965 | 0,9784 | 0,9202 | 0,7976 | 0,6127 | 0,4034 | 0,2210 | 0,0978 | 0,0337 | 0,0086 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 11 | 11 |  |  |  |
| 12 | 1      | 1            | 0,9990 | 0,9922 | 0,9641 | 0,8894 | 0,7499 | 0,5562 | 0,3506 | 0,1815 | 0,0743 | 0,0229 | 0,0050 | 0,0007 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 12 | 12 |  |  |  |
| 13 | 1      | 1            | 0,9998 | 0,9976 | 0,9857 | 0,9464 | 0,8553 | 0,7005 | 0,5000 | 0,2995 | 0,1447 | 0,0536 | 0,0143 | 0,0024 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 13 | 13 |  |  |  |
| 14 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9993 | 0,9950 | 0,9771 | 0,9257 | 0,8185 | 0,6494 | 0,4438 | 0,2501 | 0,1106 | 0,0359 | 0,0078 | 0,0010 | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 14 | 14 |  |  |  |
| 15 | 1      | 1            | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9985 | 0,9914 | 0,9663 | 0,9022 | 0,7790 | 0,5966 | 0,3873 | 0,2024 | 0,0798 | 0,0216 | 0,0035 | 0,0002 | 0      | 0    | 0    | 0 | 15 | 15 |  |  |  |
| 16 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9972 | 0,9866 | 0,9536 | 0,8761 | 0,7367 | 0,5415 | 0,3302 | 0,1566 | 0,0528 | 0,0110 | 0,0011 | 0      | 0    | 0    | 0 | 16 | 16 |  |  |  |
| 17 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9954 | 0,9807 | 0,9390 | 0,8474 | 0,6913 | 0,4838 | 0,2724 | 0,1133 | 0,0304 | 0,0042 | 0,0002 | 0    | 0    | 0 | 17 | 17 |  |  |  |
| 18 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9986 | 0,9931 | 0,9739 | 0,9226 | 0,8161 | 0,6423 | 0,4227 | 0,2141 | 0,0737 | 0,0138 | 0,0009 | 0    | 0    | 0 | 18 | 18 |  |  |  |
| 19 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9979 | 0,9904 | 0,9662 | 0,9047 | 0,7817 | 0,5887 | 0,3573 | 0,1556 | 0,0398 | 0,0039 | 0      | 0    | 0    | 0 | 19 | 19 |  |  |  |
| 20 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9970 | 0,9875 | 0,9579 | 0,8852 | 0,7437 | 0,5292 | 0,2866 | 0,0986 | 0,0147 | 0,0003 | 0    | 0    | 0 | 20 | 20 |  |  |  |
| 21 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9962 | 0,9845 | 0,9493 | 0,8642 | 0,7011 | 0,4613 | 0,2097 | 0,0471 | 0,0019 | 0    | 0    | 0 | 21 | 21 |  |  |  |
| 22 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9991 | 0,9954 | 0,9818 | 0,9409 | 0,8417 | 0,6520 | 0,3813 | 0,1266 | 0,0100 | 0    | 0    | 0 | 22 | 22 |  |  |  |
| 23 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9989 | 0,9949 | 0,9798 | 0,9334 | 0,8177 | 0,5928 | 0,2821 | 0,0437 | 0    | 0    | 0 | 23 | 23 |  |  |  |
| 24 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9990 | 0,9949 | 0,9793 | 0,9282 | 0,7926 | 0,5154 | 0,1505 | 0    | 0    | 0 | 24 | 24 |  |  |  |
| 25 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9958 | 0,9813 | 0,9284 | 0,7674 | 0,3939 | 0    | 0    | 0 | 25 | 25 |  |  |  |
| 26 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9976 | 0,9876 | 0,9419 | 0,7497 | 0    | 0    | 0 | 26 | 26 |  |  |  |
| 27 | 1      | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    | 1    | 1 | 27 | 27 |  |  |  |
| 28 | 0      | 0,2378       | 0,0523 | 0,0106 | 0,0019 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 28 | 28 |  |  |  |
| 1  | 0,5883 | 0,2152       | 0,0627 | 0,0155 | 0,0033 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 1  | 1  |  |  |  |
| 2  | 0,8373 | 0,4594       | 0,1871 | 0,0612 | 0,0166 | 0,0038 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 2  | 2  |  |  |  |
| 3  | 0,9509 | 0,6946       | 0,3772 | 0,1602 | 0,0551 | 0,0157 | 0,0037 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 3  | 3  |  |  |  |
| 4  | 0,9883 | 0,8579       | 0,5869 | 0,3149 | 0,1354 | 0,0474 | 0,0136 | 0,0032 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 4  | 4  |  |  |  |
| 5  | 0,9977 | 0,9450       | 0,7646 | 0,5005 | 0,2638 | 0,1128 | 0,0393 | 0,0111 | 0,0025 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 5  | 5  |  |  |  |
| 6  | 0,9996 | 0,9821       | 0,8848 | 0,6784 | 0,4279 | 0,2202 | 0,0923 | 0,0315 | 0,0086 | 0,0019 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 6  | 6  |  |  |  |
| 7  | 1      | 0,9950       | 0,9514 | 0,8182 | 0,5997 | 0,3648 | 0,1821 | 0,0740 | 0,0242 | 0,0063 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 7  | 7  |  |  |  |
| 8  | 1      | 0,9988       | 0,9823 | 0,9100 | 0,7501 | 0,5275 | 0,3089 | 0,1485 | 0,0578 | 0,0178 | 0,0043 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 8  | 8  |  |  |  |
| 9  | 1      | 0,9998       | 0,9944 | 0,9609 | 0,8615 | 0,6825 | 0,4607 | 0,2588 | 0,1187 | 0,0436 | 0,0125 | 0,0027 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 9  | 9  |  |  |  |
| 10 | 1      | 0,9985       | 0,9851 | 0,9321 | 0,8087 | 0,6160 | 0,3986 | 0,2135 | 0,0925 | 0,0315 | 0,0081 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 10 | 10 |  |  |  |
| 11 | 1      | 0,9996       | 0,9950 | 0,9706 | 0,8972 | 0,7529 | 0,5510 | 0,3404 | 0,1725 | 0,0696 | 0,0215 | 0,0048 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 11 | 11 |  |  |  |
| 12 | 1      | 0,9999       | 0,9985 | 0,9888 | 0,9509 | 0,8572 | 0,6950 | 0,4875 | 0,2858 | 0,1355 | 0,0499 | 0,0136 | 0,0025 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0    | 0 | 12 | 12 |  |  |  |



Continuación ... Distribución Binomial

| n  | x  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |
|----|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
|    |    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95 |
| 28 | 13 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 14 | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 15 | 15 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 16 | 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 17 | 17 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 18 | 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 19 | 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 20 | 20 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 21 | 21 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 22 | 22 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 23 | 23 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 24 | 24 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 25 | 25 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 26 | 26 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 27 | 27 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 28 | 28 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1    |
| 29 | 0  | 0,2259       | 0,0471 | 0,0090 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 1  | 1  | 0,5708       | 0,1989 | 0,0549 | 0,0128 | 0,0025 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 2  | 2  | 0,8249       | 0,4350 | 0,1684 | 0,0520 | 0,0133 | 0,0028 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 3  | 3  | 0,9452       | 0,6710 | 0,3487 | 0,1404 | 0,0455 | 0,0121 | 0,0026 | 0,0005 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 4  | 4  | 0,9864       | 0,8416 | 0,5555 | 0,2839 | 0,1153 | 0,0379 | 0,0101 | 0,0022 | 0,0004 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 5  | 5  | 0,9973       | 0,9363 | 0,7379 | 0,4634 | 0,2317 | 0,0932 | 0,0303 | 0,0080 | 0,0017 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 6  | 6  | 0,9995       | 0,9784 | 0,8667 | 0,6429 | 0,3868 | 0,1880 | 0,0738 | 0,0233 | 0,0059 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 7  | 7  | 0,9999       | 0,9938 | 0,9414 | 0,7903 | 0,5568 | 0,3214 | 0,1507 | 0,0570 | 0,0172 | 0,0041 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 8  | 8  | 1            | 0,9984 | 0,9777 | 0,8916 | 0,7125 | 0,4787 | 0,2645 | 0,1187 | 0,0427 | 0,0121 | 0,0026 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 9  | 9  | 1            | 0,9997 | 0,9926 | 0,9507 | 0,8337 | 0,6360 | 0,4076 | 0,2147 | 0,0913 | 0,0307 | 0,0080 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 10 | 10 | 1            | 0,9999 | 0,9978 | 0,9803 | 0,9145 | 0,7708 | 0,5617 | 0,3427 | 0,1708 | 0,0680 | 0,0210 | 0,0049 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 11 | 11 | 1            | 1      | 0,9995 | 0,9931 | 0,9610 | 0,8706 | 0,7050 | 0,4900 | 0,2833 | 0,1325 | 0,0486 | 0,0135 | 0,0027 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 12 | 12 | 1            | 1      | 0,9999 | 0,9978 | 0,9842 | 0,9348 | 0,8207 | 0,6374 | 0,4213 | 0,2291 | 0,0992 | 0,0329 | 0,0079 | 0,0013 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 13 | 13 | 1            | 1      | 1      | 0,9994 | 0,9944 | 0,9707 | 0,9022 | 0,7659 | 0,5689 | 0,3555 | 0,1801 | 0,0710 | 0,0206 | 0,0041 | 0,0005 | 0      | 0      | 0      | 0    |
| 14 | 14 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9982 | 0,9883 | 0,9524 | 0,8638 | 0,7070 | 0,5000 | 0,2930 | 0,1362 | 0,0476 | 0,0117 | 0,0018 | 0,0001 | 0      | 0    |
| 15 | 15 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9995 | 0,9959 | 0,9794 | 0,9290 | 0,8199 | 0,6445 | 0,4311 | 0,2341 | 0,0978 | 0,0293 | 0,0056 | 0,0006 | 0      | 0    |
| 16 | 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9987 | 0,9921 | 0,9671 | 0,9008 | 0,7709 | 0,5787 | 0,3626 | 0,1793 | 0,0652 | 0,0158 | 0,0022 | 0,0001 | 0    |

*Continuación ... Distribución Binomial*

| n  | Valores de p |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      | x  | n  |    |
|----|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|----|----|----|
|    | 0,05         | 0,10   | 0,15   | 0,20   | 0,25   | 0,30   | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95 |    |    |    |
| 29 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9973 | 0,9865 | 0,9514 | 0,8675 | 0,7167 | 0,5100 | 0,2950 | 0,1294 | 0,0390 | 0,0069 | 0,0005 | 0      | 0    | 17 | 29 |    |
| 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9951 | 0,9790 | 0,9320 | 0,8292 | 0,6573 | 0,4383 | 0,2292 | 0,0855 | 0,0197 | 0,0022 | 0,0001 | 0    | 18 |    |    |
| 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9985 | 0,9920 | 0,9693 | 0,9087 | 0,7853 | 0,5924 | 0,3640 | 0,1663 | 0,0493 | 0,0074 | 0,0003 | 0    | 19 |    |    |
| 20 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9974 | 0,9879 | 0,9573 | 0,8813 | 0,7355 | 0,5213 | 0,2875 | 0,1084 | 0,0223 | 0,0016 | 0      | 0    | 20 |    |    |
| 21 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9993 | 0,9959 | 0,9828 | 0,9430 | 0,8493 | 0,6786 | 0,4432 | 0,2097 | 0,0586 | 0,0062 | 0,0001 | 0    | 21 |    |    |
| 22 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9988 | 0,9941 | 0,9767 | 0,9262 | 0,8120 | 0,6132 | 0,3571 | 0,1333 | 0,0216 | 0,0005 | 0      | 0    | 22 |    |    |
| 23 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9997 | 0,9983 | 0,9920 | 0,9697 | 0,9068 | 0,7683 | 0,5366 | 0,2621 | 0,0637 | 0,0027 | 0      | 0    | 23 |    |    |
| 24 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9978 | 0,9899 | 0,9621 | 0,8847 | 0,7161 | 0,4445 | 0,1584 | 0,0136 | 0      | 0    | 24 |    |    |
| 25 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9974 | 0,9879 | 0,9545 | 0,8596 | 0,6513 | 0,3290 | 0,0548 | 0      | 0      | 0      | 0    | 25 |    |    |
| 26 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9974 | 0,9879 | 0,9545 | 0,8596 | 0,6513 | 0,3290 | 0,0548 | 0      | 0      | 0    | 0  | 26 |    |
| 27 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9995 | 0,9974 | 0,9879 | 0,9545 | 0,8596 | 0,6513 | 0,3290 | 0,0548 | 0      | 0    | 0  | 27 |    |
| 28 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9996 | 0,9975 | 0,9872 | 0,9451 | 0,8011 | 0,4292 | 0      | 0      | 0    | 0  | 28 |    |
| 29 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9985 | 0,9910 | 0,9529 | 0,7741 | 0      | 0    | 0  | 29 |    |
| 30 | 0            | 0,2146 | 0,0424 | 0,0076 | 0,0012 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 0  | 30 |
| 1  | 0,5535       | 0,1837 | 0,0480 | 0,0105 | 0,0020 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 1  |    |
| 2  | 0,8122       | 0,4114 | 0,1514 | 0,0442 | 0,0106 | 0,0021 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 2  |    |
| 3  | 0,9392       | 0,6474 | 0,3217 | 0,1227 | 0,0374 | 0,0093 | 0,0019 | 0,0003 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 3  |    |
| 4  | 0,9844       | 0,8245 | 0,5245 | 0,2552 | 0,0979 | 0,0302 | 0,0075 | 0,0015 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 4  |    |
| 5  | 0,9967       | 0,9268 | 0,7106 | 0,4275 | 0,2026 | 0,0766 | 0,0233 | 0,0057 | 0,0011 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 5  |    |
| 6  | 0,9994       | 0,9742 | 0,8474 | 0,6070 | 0,3481 | 0,1595 | 0,0586 | 0,0172 | 0,0040 | 0,0007 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 6  |    |
| 7  | 0,9999       | 0,9922 | 0,9302 | 0,7608 | 0,5143 | 0,2814 | 0,1238 | 0,0435 | 0,0121 | 0,0026 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 7  |    |
| 8  | 1            | 0,9980 | 0,9722 | 0,8713 | 0,6736 | 0,4315 | 0,2247 | 0,0940 | 0,0312 | 0,0081 | 0,0016 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 8  |    |
| 9  | 1            | 0,9995 | 0,9903 | 0,9389 | 0,8034 | 0,5888 | 0,3575 | 0,1763 | 0,0694 | 0,0214 | 0,0050 | 0,0009 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 9  |    |
| 10 | 1            | 0,9999 | 0,9971 | 0,9744 | 0,8943 | 0,7304 | 0,5078 | 0,2915 | 0,1350 | 0,0494 | 0,0138 | 0,0029 | 0,0004 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 10 |    |
| 11 | 1            | 1      | 0,9992 | 0,9905 | 0,9493 | 0,8407 | 0,6548 | 0,4311 | 0,2327 | 0,1002 | 0,0334 | 0,0083 | 0,0014 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 11 |    |
| 12 | 1            | 1      | 0,9998 | 0,9969 | 0,9784 | 0,9155 | 0,7802 | 0,5785 | 0,3592 | 0,1808 | 0,0714 | 0,0212 | 0,0045 | 0,0006 | 0,0001 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 12 |    |
| 13 | 1            | 1      | 1      | 0,9991 | 0,9918 | 0,9599 | 0,8737 | 0,7145 | 0,5025 | 0,2923 | 0,1356 | 0,0481 | 0,0124 | 0,0021 | 0,0002 | 0      | 0      | 0      | 0    | 0  | 13 |    |
| 14 | 1            | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9973 | 0,9831 | 0,9348 | 0,8246 | 0,6448 | 0,4278 | 0,2309 | 0,0971 | 0,0301 | 0,0064 | 0,0008 | 0,0001 | 0      | 0      | 0    | 0  | 14 |    |
| 15 | 1            | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9992 | 0,9936 | 0,9699 | 0,9029 | 0,7691 | 0,5722 | 0,3552 | 0,1754 | 0,0652 | 0,0169 | 0,0027 | 0,0002 | 0      | 0      | 0    | 0  | 15 |    |
| 16 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9979 | 0,9876 | 0,9519 | 0,8644 | 0,7077 | 0,4975 | 0,2855 | 0,1263 | 0,0401 | 0,0082 | 0,0009 | 0      | 0      | 0    | 0  | 16 |    |
| 17 | 1            | 1      | 1      | 1      | 0,9999 | 0,9994 | 0,9955 | 0,9788 | 0,9286 | 0,8192 | 0,6408 | 0,4215 | 0,2198 | 0,0845 | 0,0216 | 0,0031 | 0,0002 | 0      | 0    | 0  | 17 |    |
| 18 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9998 | 0,9986 | 0,9917 | 0,9666 | 0,8998 | 0,7673 | 0,5689 | 0,3452 | 0,1593 | 0,0507 | 0,0095 | 0,0008 | 0      | 0    | 0  | 18 |    |
| 19 | 1            | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 0,9996 | 0,9971 | 0,9862 | 0,9506 | 0,8650 | 0,7085 | 0,4922 | 0,2696 | 0,1057 | 0,0256 | 0,0029 | 0,0001 | 0    | 0  | 19 |    |



**Continuación ... Distribución Binomial**

| n  | x  | Valores de p |      |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|----|--------------|------|------|------|------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|    |    | 0,05         | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 | 0,35   | 0,40   | 0,45   | 0,50   | 0,55   | 0,60   | 0,65   | 0,70   | 0,75   | 0,80   | 0,85   | 0,90   | 0,95 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 30 | 20 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9999 | 0,9991 | 0,9950 | 0,9786 | 0,9306 | 0,8237 | 0,6425 | 0,4112 | 0,1966 | 0,0611 | 0,0097 | 0,0005 | 0    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 21 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9998 | 0,9984 | 0,9919 | 0,9688 | 0,9060 | 0,7753 | 0,5685 | 0,3264 | 0,1287 | 0,0278 | 0,0020 | 0      | 21   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 22 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9996 | 0,9974 | 0,9879 | 0,9565 | 0,8762 | 0,7186 | 0,4857 | 0,2392 | 0,0698 | 0,0078 | 0,0001 | 22     |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 23 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9999 | 0,9993 | 0,9960 | 0,9828 | 0,9414 | 0,8405 | 0,6519 | 0,3930 | 0,1526 | 0,0258 | 0,0006 | 23     |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 24 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9998 | 0,9989 | 0,9943 | 0,9767 | 0,9234 | 0,7974 | 0,5725 | 0,2894 | 0,0732 | 0,0033 | 24     |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 25 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9998 | 0,9985 | 0,9925 | 0,9698 | 0,9021 | 0,7448 | 0,4755 | 0,1755 | 0,0156 | 25     |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 26 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9997 | 0,9981 | 0,9907 | 0,9626 | 0,8773 | 0,6783 | 0,3526 | 0,0608 | 26     |        |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 27 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9997 | 0,9979 | 0,9894 | 0,9558 | 0,8486 | 0,5886 | 0,1878 | 27     |        |        |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 28 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9997 | 0,9980 | 0,9895 | 0,9520 | 0,8163 | 0,4465 | 28     |        |        |        |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 29 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0,9998 | 0,9988 | 0,9924 | 0,9576 | 0,7854 | 29     |        |        |        |        |        |        |      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|    | 30 | 1            | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 30   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |





**TABLA 2A - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA**

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{con } x = 0, 1, 2, \dots, \min(n, D)$$

| H | n | D | x | P(x)   | H | n | D | x | P(x)   | H | n | D | x | P(x)   |
|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|--------|
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0,5000 | 5 | 2 | 4 | 2 | 1,0000 | 6 | 3 | 2 | 2 | 1,0000 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 5 | 3 | 1 | 0 | 0,4000 | 6 | 3 | 3 | 0 | 0,0500 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 0,6667 | 5 | 3 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 3 | 3 | 1 | 0,5000 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 5 | 3 | 2 | 0 | 0,1000 | 6 | 3 | 3 | 2 | 0,9500 |
| 3 | 1 | 2 | 0 | 0,3333 | 5 | 3 | 2 | 1 | 0,7000 | 6 | 3 | 3 | 3 | 1,0000 |
| 3 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 | 5 | 3 | 2 | 2 | 1,0000 | 6 | 3 | 4 | 1 | 0,2000 |
| 3 | 2 | 1 | 0 | 0,3333 | 5 | 3 | 3 | 1 | 0,3000 | 6 | 3 | 4 | 2 | 0,8000 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | 1,0000 | 5 | 3 | 3 | 2 | 0,9000 | 6 | 3 | 4 | 3 | 1,0000 |
| 3 | 2 | 2 | 1 | 0,6667 | 5 | 3 | 3 | 3 | 1,0000 | 6 | 3 | 5 | 2 | 0,5000 |
| 3 | 2 | 2 | 2 | 1,0000 | 5 | 3 | 4 | 2 | 0,6000 | 6 | 3 | 5 | 3 | 1,0000 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 0,7500 | 5 | 3 | 4 | 3 | 1,0000 | 6 | 4 | 1 | 0 | 0,3333 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 5 | 4 | 1 | 0 | 0,2000 | 6 | 4 | 1 | 1 | 1,0000 |
| 4 | 1 | 2 | 0 | 0,5000 | 5 | 4 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 4 | 2 | 0 | 0,0667 |
| 4 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 | 5 | 4 | 2 | 1 | 0,4000 | 6 | 4 | 2 | 1 | 0,6000 |
| 4 | 1 | 3 | 0 | 0,2500 | 5 | 4 | 2 | 2 | 1,0000 | 6 | 4 | 2 | 2 | 1,0000 |
| 4 | 1 | 3 | 1 | 1,0000 | 5 | 4 | 3 | 2 | 0,6000 | 6 | 4 | 3 | 1 | 0,2000 |
| 4 | 2 | 1 | 0 | 0,5000 | 5 | 4 | 3 | 3 | 1,0000 | 6 | 4 | 3 | 2 | 0,8000 |
| 4 | 2 | 1 | 1 | 1,0000 | 5 | 4 | 4 | 3 | 0,8000 | 6 | 4 | 3 | 3 | 1,0000 |
| 4 | 2 | 2 | 0 | 0,1667 | 5 | 4 | 4 | 4 | 1,0000 | 6 | 4 | 4 | 2 | 0,4000 |
| 4 | 2 | 2 | 1 | 0,8334 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0,8333 | 6 | 4 | 4 | 3 | 0,9333 |
| 4 | 2 | 2 | 2 | 1,0000 | 6 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 4 | 4 | 4 | 1,0000 |
| 4 | 2 | 3 | 1 | 0,5000 | 6 | 1 | 2 | 0 | 0,6667 | 6 | 4 | 5 | 3 | 0,6667 |
| 4 | 2 | 3 | 2 | 1,0000 | 6 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 | 6 | 4 | 5 | 4 | 1,0000 |
| 4 | 3 | 1 | 0 | 0,2500 | 6 | 1 | 3 | 0 | 0,5000 | 6 | 5 | 1 | 0 | 0,1667 |
| 4 | 3 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 1 | 3 | 1 | 1,0000 | 6 | 5 | 1 | 1 | 1,0000 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | 0,5000 | 6 | 1 | 4 | 0 | 0,3333 | 6 | 5 | 2 | 1 | 0,3333 |
| 4 | 3 | 2 | 2 | 1,0000 | 6 | 1 | 4 | 1 | 1,0000 | 6 | 5 | 2 | 2 | 1,0000 |
| 4 | 3 | 3 | 2 | 0,7500 | 6 | 1 | 5 | 0 | 0,1667 | 6 | 5 | 3 | 2 | 0,5000 |
| 4 | 3 | 3 | 3 | 1,0000 | 6 | 1 | 5 | 1 | 1,0000 | 6 | 5 | 3 | 3 | 1,0000 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 0,8000 | 6 | 2 | 1 | 0 | 0,6667 | 6 | 5 | 4 | 3 | 0,6667 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 2 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 5 | 4 | 4 | 1,0000 |
| 5 | 1 | 2 | 0 | 0,6000 | 6 | 2 | 2 | 0 | 0,4000 | 6 | 5 | 5 | 4 | 0,8333 |
| 5 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 | 6 | 2 | 2 | 1 | 0,9333 | 6 | 5 | 5 | 5 | 1,0000 |
| 5 | 1 | 3 | 0 | 0,4000 | 6 | 2 | 2 | 2 | 1,0000 | 7 | 1 | 1 | 0 | 0,8571 |
| 5 | 1 | 3 | 1 | 1,0000 | 6 | 2 | 3 | 0 | 0,2000 | 7 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 1 | 4 | 0 | 0,2000 | 6 | 2 | 3 | 1 | 0,8000 | 7 | 1 | 2 | 0 | 0,7143 |
| 5 | 1 | 4 | 1 | 1,0000 | 6 | 2 | 3 | 2 | 1,0000 | 7 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 2 | 1 | 0 | 0,6000 | 6 | 2 | 4 | 0 | 0,0667 | 7 | 1 | 3 | 0 | 0,5714 |
| 5 | 2 | 1 | 1 | 1,0000 | 6 | 2 | 4 | 1 | 0,6000 | 7 | 1 | 3 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 2 | 2 | 0 | 0,3000 | 6 | 2 | 4 | 2 | 1,0000 | 7 | 1 | 4 | 0 | 0,4286 |
| 5 | 2 | 2 | 1 | 0,9000 | 6 | 2 | 5 | 1 | 0,3333 | 7 | 1 | 4 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 1,0000 | 6 | 2 | 5 | 2 | 1,0000 | 7 | 1 | 5 | 0 | 0,2857 |
| 5 | 2 | 3 | 0 | 0,1000 | 6 | 3 | 1 | 0 | 0,5000 | 7 | 1 | 5 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 2 | 3 | 1 | 0,7000 | 6 | 3 | 1 | 1 | 1,0000 | 7 | 1 | 6 | 0 | 0,1429 |
| 5 | 2 | 3 | 2 | 1,0000 | 6 | 3 | 2 | 0 | 0,2000 | 7 | 1 | 6 | 1 | 1,0000 |
| 5 | 2 | 4 | 1 | 0,4000 | 6 | 3 | 2 | 1 | 0,8000 | 7 | 2 | 1 | 0 | 0,7143 |



**Continuación Distribución Hipergeométrica**

| H | n | D | x | P(x)   | H | n | D | x | P(x)   | H | n | D | x | P(x)   | H | n | D | x | P(x)   |
|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|--------|---|---|---|---|--------|
| 7 | 2 | 3 | 0 | 0,2857 | 7 | 5 | 3 | 1 | 0,1429 | 8 | 2 | 6 | 1 | 0,4643 | 8 | 5 | 2 | 1 | 0,6428 |
| 7 | 2 | 3 | 1 | 0,8571 | 7 | 5 | 3 | 2 | 0,7143 | 8 | 2 | 6 | 2 | 1,0000 | 8 | 5 | 2 | 2 | 0,9999 |
| 7 | 2 | 3 | 2 | 1,0000 | 7 | 5 | 3 | 3 | 1,0000 | 8 | 2 | 7 | 1 | 0,2500 | 8 | 5 | 3 | 0 | 0,0179 |
| 7 | 2 | 4 | 0 | 0,1429 | 7 | 5 | 4 | 2 | 0,2857 | 8 | 2 | 7 | 2 | 1,0000 | 8 | 5 | 3 | 1 | 0,2858 |
| 7 | 2 | 4 | 1 | 0,7143 | 7 | 5 | 4 | 3 | 0,8571 | 8 | 3 | 1 | 0 | 0,6250 | 8 | 5 | 3 | 2 | 0,8215 |
| 7 | 2 | 4 | 2 | 1,0000 | 7 | 5 | 4 | 4 | 1,0000 | 8 | 3 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 5 | 3 | 3 | 1,0000 |
| 7 | 2 | 5 | 0 | 0,0476 | 7 | 5 | 5 | 3 | 0,4762 | 8 | 3 | 2 | 0 | 0,3571 | 8 | 5 | 4 | 1 | 0,0714 |
| 7 | 2 | 5 | 1 | 0,5238 | 7 | 5 | 5 | 4 | 0,9524 | 8 | 3 | 2 | 1 | 0,8928 | 8 | 5 | 4 | 2 | 0,5000 |
| 7 | 2 | 5 | 2 | 1,0000 | 7 | 5 | 5 | 5 | 1,0000 | 8 | 3 | 2 | 2 | 0,9999 | 8 | 5 | 4 | 3 | 0,9286 |
| 7 | 2 | 6 | 1 | 0,2857 | 7 | 5 | 6 | 4 | 0,7143 | 8 | 3 | 3 | 0 | 0,1786 | 8 | 5 | 4 | 4 | 1,0000 |
| 7 | 2 | 6 | 2 | 1,0000 | 7 | 5 | 6 | 5 | 1,0000 | 8 | 3 | 3 | 1 | 0,7143 | 8 | 5 | 5 | 2 | 0,1786 |
| 7 | 3 | 1 | 0 | 0,5714 | 7 | 6 | 1 | 0 | 0,1429 | 8 | 3 | 3 | 2 | 0,9822 | 8 | 5 | 5 | 3 | 0,7143 |
| 7 | 3 | 1 | 1 | 1,0000 | 7 | 6 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 3 | 3 | 3 | 1,0000 | 8 | 5 | 5 | 4 | 0,9822 |
| 7 | 3 | 2 | 0 | 0,2857 | 7 | 6 | 2 | 1 | 0,2857 | 8 | 3 | 4 | 0 | 0,0714 | 8 | 5 | 5 | 5 | 1,0000 |
| 7 | 3 | 2 | 1 | 0,8571 | 7 | 6 | 2 | 2 | 1,0000 | 8 | 3 | 4 | 1 | 0,5000 | 8 | 5 | 6 | 3 | 0,3571 |
| 7 | 3 | 2 | 2 | 1,0000 | 7 | 6 | 3 | 2 | 0,4286 | 8 | 3 | 4 | 2 | 0,9286 | 8 | 5 | 6 | 4 | 0,8928 |
| 7 | 3 | 3 | 0 | 0,1143 | 7 | 6 | 3 | 3 | 1,0000 | 8 | 3 | 4 | 3 | 1,0000 | 8 | 5 | 6 | 5 | 0,9999 |
| 7 | 3 | 3 | 1 | 0,6286 | 7 | 6 | 4 | 3 | 0,5714 | 8 | 3 | 5 | 0 | 0,0179 | 8 | 5 | 7 | 4 | 0,6250 |
| 7 | 3 | 3 | 2 | 0,9715 | 7 | 6 | 4 | 4 | 1,0000 | 8 | 3 | 5 | 1 | 0,2858 | 8 | 5 | 7 | 5 | 1,0000 |
| 7 | 3 | 3 | 3 | 1,0000 | 7 | 6 | 5 | 4 | 0,7143 | 8 | 3 | 5 | 2 | 0,8215 | 8 | 6 | 1 | 0 | 0,2500 |
| 7 | 3 | 4 | 0 | 0,0286 | 7 | 6 | 5 | 5 | 1,0000 | 8 | 3 | 5 | 3 | 1,0000 | 8 | 6 | 1 | 1 | 1,0000 |
| 7 | 3 | 4 | 1 | 0,3715 | 7 | 6 | 6 | 5 | 0,8571 | 8 | 3 | 6 | 1 | 0,1071 | 8 | 6 | 2 | 0 | 0,0357 |
| 7 | 3 | 4 | 2 | 0,8858 | 7 | 6 | 6 | 6 | 1,0000 | 8 | 3 | 6 | 2 | 0,6428 | 8 | 6 | 2 | 1 | 0,4643 |
| 7 | 3 | 4 | 3 | 1,0000 | 8 | 1 | 1 | 0 | 0,8750 | 8 | 3 | 6 | 3 | 0,9999 | 8 | 6 | 2 | 2 | 1,0000 |
| 7 | 3 | 5 | 1 | 0,1429 | 8 | 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 3 | 7 | 2 | 0,3750 | 8 | 6 | 3 | 1 | 0,1071 |
| 7 | 3 | 5 | 2 | 0,7143 | 8 | 1 | 2 | 0 | 0,7500 | 8 | 3 | 7 | 3 | 1,0000 | 8 | 6 | 3 | 2 | 0,6428 |
| 7 | 3 | 5 | 3 | 1,0000 | 8 | 1 | 2 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 1 | 0 | 0,5000 | 8 | 6 | 3 | 3 | 0,9999 |
| 7 | 3 | 6 | 2 | 0,4286 | 8 | 1 | 3 | 0 | 0,6250 | 8 | 4 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0,2143 |
| 7 | 3 | 6 | 3 | 1,0000 | 8 | 1 | 3 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 2 | 0 | 0,2143 | 8 | 6 | 4 | 3 | 0,7857 |
| 7 | 4 | 1 | 0 | 0,4286 | 8 | 1 | 4 | 0 | 0,5000 | 8 | 4 | 2 | 1 | 0,7857 | 8 | 6 | 4 | 4 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 1 | 4 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 2 | 2 | 1,0000 | 8 | 6 | 5 | 3 | 0,3571 |
| 7 | 4 | 2 | 0 | 0,1429 | 8 | 1 | 5 | 0 | 0,3750 | 8 | 4 | 3 | 0 | 0,0714 | 8 | 6 | 5 | 4 | 0,8928 |
| 7 | 4 | 2 | 1 | 0,7143 | 8 | 1 | 5 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 3 | 1 | 0,5000 | 8 | 6 | 5 | 5 | 0,9999 |
| 7 | 4 | 2 | 2 | 1,0000 | 8 | 1 | 6 | 0 | 0,2500 | 8 | 4 | 3 | 2 | 0,9286 | 8 | 6 | 6 | 4 | 0,5357 |
| 7 | 4 | 3 | 0 | 0,0286 | 8 | 1 | 6 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 3 | 3 | 1,0000 | 8 | 6 | 6 | 5 | 0,9643 |
| 7 | 4 | 3 | 1 | 0,3715 | 8 | 1 | 7 | 0 | 0,1250 | 8 | 4 | 4 | 0 | 0,0143 | 8 | 6 | 6 | 6 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 3 | 2 | 0,8858 | 8 | 1 | 7 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 4 | 1 | 0,2429 | 8 | 6 | 7 | 5 | 0,7500 |
| 7 | 4 | 3 | 3 | 1,0000 | 8 | 2 | 1 | 0 | 0,7500 | 8 | 4 | 4 | 2 | 0,7572 | 8 | 6 | 7 | 6 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 4 | 1 | 0,1143 | 8 | 2 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 4 | 4 | 3 | 0,9858 | 8 | 7 | 1 | 0 | 0,1250 |
| 7 | 4 | 4 | 2 | 0,6286 | 8 | 2 | 2 | 0 | 0,5357 | 8 | 4 | 4 | 4 | 1,0000 | 8 | 7 | 1 | 1 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 4 | 3 | 0,9715 | 8 | 2 | 2 | 1 | 0,9643 | 8 | 4 | 5 | 1 | 0,0714 | 8 | 7 | 2 | 1 | 0,2500 |
| 7 | 4 | 4 | 4 | 1,0000 | 8 | 2 | 2 | 2 | 1,0000 | 8 | 4 | 5 | 2 | 0,5000 | 8 | 7 | 2 | 2 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 5 | 2 | 0,2857 | 8 | 2 | 3 | 0 | 0,3571 | 8 | 4 | 5 | 3 | 0,9286 | 8 | 7 | 3 | 2 | 0,3750 |
| 7 | 4 | 5 | 3 | 0,8571 | 8 | 2 | 3 | 1 | 0,8928 | 8 | 4 | 5 | 4 | 1,0000 | 8 | 7 | 3 | 3 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 5 | 4 | 1,0000 | 8 | 2 | 3 | 2 | 0,9999 | 8 | 4 | 6 | 2 | 0,2143 | 8 | 7 | 4 | 3 | 0,5000 |
| 7 | 4 | 6 | 3 | 0,5714 | 8 | 2 | 4 | 0 | 0,2143 | 8 | 4 | 6 | 3 | 0,7857 | 8 | 7 | 4 | 4 | 1,0000 |
| 7 | 4 | 6 | 4 | 1,0000 | 8 | 2 | 4 | 1 | 0,7857 | 8 | 4 | 6 | 4 | 1,0000 | 8 | 7 | 5 | 4 | 0,6250 |
| 7 | 5 | 1 | 0 | 0,2857 | 8 | 2 | 4 | 2 | 1,0000 | 8 | 4 | 7 | 3 | 0,5000 | 8 | 7 | 5 | 5 | 1,0000 |
| 7 | 5 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 2 | 5 | 0 | 0,1071 | 8 | 4 | 7 | 4 | 1,0000 | 8 | 7 | 6 | 5 | 0,7500 |
| 7 | 5 | 2 | 0 | 0,0476 | 8 | 2 | 5 | 1 | 0,6428 | 8 | 5 | 1 | 0 | 0,3750 | 8 | 7 | 6 | 6 | 1,0000 |
| 7 | 5 | 2 | 1 | 0,5238 | 8 | 2 | 5 | 2 | 0,9999 | 8 | 5 | 1 | 1 | 1,0000 | 8 | 7 | 7 | 6 | 0,8750 |
| 7 | 5 | 2 | 2 | 1,0000 | 8 | 2 | 6 | 0 | 0,0357 | 8 | 5 | 2 | 0 | 0,1071 | 8 | 7 | 7 | 7 | 1,0000 |



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 100 rows of data for the Hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 50 rows of data for the Hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns: H, n, D, x, P(x) repeated five times. It lists hypergeometric distribution parameters and probabilities for various combinations of H, n, D, and x.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 100 rows of data for the hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns: H, n, D, x, P(x) repeated five times. It lists hypergeometric distribution parameters and probabilities for various combinations of H, n, D, and x.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 100 rows of data for the hypergeometric distribution.





*Continuación*                      **Distribución Hipergeométrica**

| H  | n | D  | X | P(x)   | H  | n | D  | X | P(x)   | H  | n  | D  | X  | P(x)   | H  | n  | D  | X  | P(x)   |
|----|---|----|---|--------|----|---|----|---|--------|----|----|----|----|--------|----|----|----|----|--------|
| 13 | 7 | 10 | 4 | 0,1224 | 13 | 8 | 10 | 5 | 0,1958 | 13 | 9  | 11 | 7  | 0,4615 | 13 | 11 | 3  | 1  | 0,0385 |
| 13 | 7 | 10 | 5 | 0,5630 | 13 | 8 | 10 | 6 | 0,6853 | 13 | 9  | 11 | 8  | 0,9230 | 13 | 11 | 3  | 2  | 0,4231 |
| 13 | 7 | 10 | 6 | 0,9301 | 13 | 8 | 10 | 7 | 0,9650 | 13 | 9  | 11 | 9  | 0,9999 | 13 | 11 | 3  | 3  | 1,0000 |
| 13 | 7 | 10 | 7 | 1,0000 | 13 | 8 | 10 | 8 | 1,0000 | 13 | 9  | 12 | 8  | 0,6923 | 13 | 11 | 4  | 2  | 0,0769 |
| 13 | 7 | 11 | 5 | 0,2692 | 13 | 8 | 11 | 6 | 0,3590 | 13 | 9  | 12 | 9  | 1,0000 | 13 | 11 | 4  | 3  | 0,5384 |
| 13 | 7 | 11 | 6 | 0,8077 | 13 | 8 | 11 | 7 | 0,8718 | 13 | 10 | 1  | 0  | 0,2308 | 13 | 11 | 4  | 4  | 0,9999 |
| 13 | 7 | 11 | 7 | 1,0000 | 13 | 8 | 11 | 8 | 1,0000 | 13 | 10 | 1  | 1  | 1,0000 | 13 | 11 | 5  | 3  | 0,1282 |
| 13 | 7 | 12 | 6 | 0,5385 | 13 | 8 | 12 | 7 | 0,6154 | 13 | 10 | 2  | 0  | 0,0385 | 13 | 11 | 5  | 4  | 0,6410 |
| 13 | 7 | 12 | 7 | 1,0000 | 13 | 8 | 12 | 8 | 1,0000 | 13 | 10 | 2  | 1  | 0,4231 | 13 | 11 | 5  | 5  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 1  | 0 | 0,3846 | 13 | 9 | 1  | 0 | 0,3077 | 13 | 10 | 2  | 2  | 1,0000 | 13 | 11 | 6  | 4  | 0,1923 |
| 13 | 8 | 1  | 1 | 1,0000 | 13 | 9 | 1  | 1 | 1,0000 | 13 | 10 | 3  | 0  | 0,0035 | 13 | 11 | 6  | 5  | 0,7308 |
| 13 | 8 | 2  | 0 | 0,1282 | 13 | 9 | 2  | 0 | 0,0769 | 13 | 10 | 3  | 1  | 0,1084 | 13 | 11 | 6  | 6  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 2  | 1 | 0,6410 | 13 | 9 | 2  | 1 | 0,5384 | 13 | 10 | 3  | 2  | 0,5804 | 13 | 11 | 7  | 5  | 0,2692 |
| 13 | 8 | 2  | 2 | 1,0000 | 13 | 9 | 2  | 2 | 0,9999 | 13 | 10 | 3  | 3  | 1,0000 | 13 | 11 | 7  | 6  | 0,8077 |
| 13 | 8 | 3  | 0 | 0,0350 | 13 | 9 | 3  | 0 | 0,0140 | 13 | 10 | 4  | 1  | 0,0140 | 13 | 11 | 7  | 7  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 3  | 1 | 0,3147 | 13 | 9 | 3  | 1 | 0,2028 | 13 | 10 | 4  | 2  | 0,2028 | 13 | 11 | 8  | 6  | 0,3590 |
| 13 | 8 | 3  | 2 | 0,8042 | 13 | 9 | 3  | 2 | 0,7063 | 13 | 10 | 4  | 3  | 0,7063 | 13 | 11 | 8  | 7  | 0,8718 |
| 13 | 8 | 3  | 3 | 1,0000 | 13 | 9 | 3  | 3 | 1,0000 | 13 | 10 | 4  | 4  | 1,0000 | 13 | 11 | 8  | 8  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 4  | 0 | 0,0070 | 13 | 9 | 4  | 0 | 0,0014 | 13 | 10 | 5  | 2  | 0,0350 | 13 | 11 | 9  | 7  | 0,4615 |
| 13 | 8 | 4  | 1 | 0,1189 | 13 | 9 | 4  | 1 | 0,0517 | 13 | 10 | 5  | 3  | 0,3147 | 13 | 11 | 9  | 8  | 0,9230 |
| 13 | 8 | 4  | 2 | 0,5105 | 13 | 9 | 4  | 2 | 0,3538 | 13 | 10 | 5  | 4  | 0,8042 | 13 | 11 | 9  | 9  | 0,9999 |
| 13 | 8 | 4  | 3 | 0,9021 | 13 | 9 | 4  | 3 | 0,8237 | 13 | 10 | 5  | 5  | 1,0000 | 13 | 11 | 10 | 8  | 0,5769 |
| 13 | 8 | 4  | 4 | 1,0000 | 13 | 9 | 4  | 4 | 0,9999 | 13 | 10 | 6  | 3  | 0,0699 | 13 | 11 | 10 | 9  | 0,9615 |
| 13 | 8 | 5  | 0 | 0,0008 | 13 | 9 | 5  | 1 | 0,0070 | 13 | 10 | 6  | 4  | 0,4370 | 13 | 11 | 10 | 10 | 1,0000 |
| 13 | 8 | 5  | 1 | 0,0319 | 13 | 9 | 5  | 2 | 0,1189 | 13 | 10 | 6  | 5  | 0,8776 | 13 | 11 | 11 | 9  | 0,7051 |
| 13 | 8 | 5  | 2 | 0,2495 | 13 | 9 | 5  | 3 | 0,5105 | 13 | 10 | 6  | 6  | 1,0000 | 13 | 11 | 11 | 10 | 0,9872 |
| 13 | 8 | 5  | 3 | 0,6846 | 13 | 9 | 5  | 4 | 0,9021 | 13 | 10 | 7  | 4  | 0,1224 | 13 | 11 | 11 | 11 | 1,0000 |
| 13 | 8 | 5  | 4 | 0,9566 | 13 | 9 | 5  | 5 | 1,0000 | 13 | 10 | 7  | 5  | 0,5630 | 13 | 11 | 12 | 10 | 0,8462 |
| 13 | 8 | 5  | 5 | 1,0000 | 13 | 9 | 6  | 2 | 0,0210 | 13 | 10 | 7  | 6  | 0,9301 | 13 | 11 | 12 | 11 | 1,0000 |
| 13 | 8 | 6  | 1 | 0,0047 | 13 | 9 | 6  | 3 | 0,2168 | 13 | 10 | 7  | 7  | 1,0000 | 13 | 12 | 1  | 0  | 0,0769 |
| 13 | 8 | 6  | 2 | 0,0863 | 13 | 9 | 6  | 4 | 0,6574 | 13 | 10 | 8  | 5  | 0,1958 | 13 | 12 | 1  | 1  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 6  | 3 | 0,4126 | 13 | 9 | 6  | 5 | 0,9511 | 13 | 10 | 8  | 6  | 0,6853 | 13 | 12 | 2  | 1  | 0,1538 |
| 13 | 8 | 6  | 4 | 0,8205 | 13 | 9 | 6  | 6 | 1,0000 | 13 | 10 | 8  | 7  | 0,9650 | 13 | 12 | 2  | 2  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 6  | 5 | 0,9837 | 13 | 9 | 7  | 3 | 0,0490 | 13 | 10 | 8  | 8  | 1,0000 | 13 | 12 | 3  | 2  | 0,2308 |
| 13 | 8 | 6  | 6 | 1,0000 | 13 | 9 | 7  | 4 | 0,3427 | 13 | 10 | 9  | 6  | 0,2937 | 13 | 12 | 3  | 3  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 7  | 2 | 0,0163 | 13 | 9 | 7  | 5 | 0,7833 | 13 | 10 | 9  | 7  | 0,7972 | 13 | 12 | 4  | 3  | 0,3077 |
| 13 | 8 | 7  | 3 | 0,1795 | 13 | 9 | 7  | 6 | 0,9791 | 13 | 10 | 9  | 8  | 0,9860 | 13 | 12 | 4  | 4  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 7  | 4 | 0,5874 | 13 | 9 | 7  | 7 | 1,0000 | 13 | 10 | 9  | 9  | 1,0000 | 13 | 12 | 5  | 4  | 0,3846 |
| 13 | 8 | 7  | 5 | 0,9137 | 13 | 9 | 8  | 4 | 0,0979 | 13 | 10 | 10 | 7  | 0,4196 | 13 | 12 | 5  | 5  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 7  | 6 | 0,9953 | 13 | 9 | 8  | 5 | 0,4895 | 13 | 10 | 10 | 8  | 0,8916 | 13 | 12 | 6  | 5  | 0,4615 |
| 13 | 8 | 7  | 7 | 1,0000 | 13 | 9 | 8  | 6 | 0,8811 | 13 | 10 | 10 | 9  | 0,9965 | 13 | 12 | 6  | 6  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 8  | 3 | 0,0435 | 13 | 9 | 8  | 7 | 0,9930 | 13 | 10 | 10 | 10 | 1,0000 | 13 | 12 | 7  | 6  | 0,5385 |
| 13 | 8 | 8  | 4 | 0,3155 | 13 | 9 | 8  | 8 | 1,0000 | 13 | 10 | 11 | 8  | 0,5769 | 13 | 12 | 7  | 7  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 8  | 5 | 0,7506 | 13 | 9 | 9  | 5 | 0,1762 | 13 | 10 | 11 | 9  | 0,9615 | 13 | 12 | 8  | 7  | 0,6154 |
| 13 | 8 | 8  | 6 | 0,9682 | 13 | 9 | 9  | 6 | 0,6461 | 13 | 10 | 11 | 10 | 1,0000 | 13 | 12 | 8  | 8  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 8  | 7 | 0,9993 | 13 | 9 | 9  | 7 | 0,9482 | 13 | 10 | 12 | 9  | 0,7692 | 13 | 12 | 9  | 8  | 0,6923 |
| 13 | 8 | 8  | 8 | 1,0000 | 13 | 9 | 9  | 8 | 0,9985 | 13 | 10 | 12 | 10 | 1,0000 | 13 | 12 | 9  | 9  | 1,0000 |
| 13 | 8 | 9  | 4 | 0,0979 | 13 | 9 | 9  | 9 | 0,9999 | 13 | 11 | 1  | 0  | 0,1538 | 13 | 12 | 10 | 9  | 0,7692 |
| 13 | 8 | 9  | 5 | 0,4895 | 13 | 9 | 10 | 6 | 0,2937 | 13 | 11 | 1  | 1  | 1,0000 | 13 | 12 | 10 | 10 | 1,0000 |
| 13 | 8 | 9  | 6 | 0,8811 | 13 | 9 | 10 | 7 | 0,7972 | 13 | 11 | 2  | 0  | 0,0128 | 13 | 12 | 11 | 10 | 0,8462 |
| 13 | 8 | 9  | 7 | 0,9930 | 13 | 9 | 10 | 8 | 0,9860 | 13 | 11 | 2  | 1  | 0,2949 | 13 | 12 | 11 | 11 | 1,0000 |
| 13 | 8 | 9  | 8 | 1,0000 | 13 | 9 | 10 | 9 | 1,0000 | 13 | 11 | 2  | 2  | 1,0000 | 13 | 12 | 12 | 11 | 1,0000 |



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 48 rows of data for the hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 100 rows of data for the Hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 5 columns of parameters (H, n, D, x, P(x)) repeated 10 times, listing values for a hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 5 columns of parameters (H, n, D, x) and 5 columns of probabilities P(x), repeated for multiple rows of values.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 100 rows of hypergeometric distribution data.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 20 columns (H, n, D, x, P(x)) and 50 rows of data for the hypergeometric distribution.



Continuación Distribución Hipergeométrica

Table with 15 columns: H, n, D, x, P(x) repeated three times. It lists hypergeometric distribution parameters and probabilities for various combinations of H, n, D, and x.



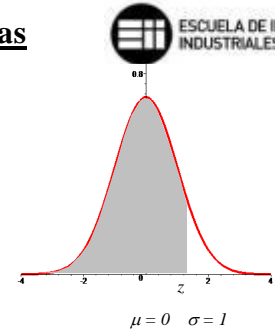


# Anexo B

## Modelos de distribución continuos



**TABLA 1B - FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL**



**Probabilidad de la función normal estándar**  $P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z f(z) dz$

*Valor = Área bajo la curva*

| <i>z</i> | <i>Valor = Área bajo la curva</i> |         |         |         |         |         |         |         |         |         | <i>z</i> |
|----------|-----------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| <i>z</i> | 0                                 | 0,01    | 0,02    | 0,03    | 0,04    | 0,05    | 0,06    | 0,07    | 0,08    | 0,09    | <i>z</i> |
| 0        | 0,50000                           | 0,50399 | 0,50798 | 0,51197 | 0,51595 | 0,51994 | 0,52392 | 0,52790 | 0,53188 | 0,53586 | 0        |
| 0,1      | 0,53983                           | 0,54380 | 0,54776 | 0,55172 | 0,55567 | 0,55962 | 0,56356 | 0,56749 | 0,57142 | 0,57535 | 0,1      |
| 0,2      | 0,57926                           | 0,58317 | 0,58706 | 0,59095 | 0,59483 | 0,59871 | 0,60257 | 0,60642 | 0,61026 | 0,61409 | 0,2      |
| 0,3      | 0,61791                           | 0,62172 | 0,62552 | 0,62930 | 0,63307 | 0,63683 | 0,64058 | 0,64431 | 0,64803 | 0,65173 | 0,3      |
| 0,4      | 0,65542                           | 0,65910 | 0,66276 | 0,66640 | 0,67003 | 0,67364 | 0,67724 | 0,68082 | 0,68439 | 0,68793 | 0,4      |
| 0,5      | 0,69146                           | 0,69497 | 0,69847 | 0,70194 | 0,70540 | 0,70884 | 0,71226 | 0,71566 | 0,71904 | 0,72240 | 0,5      |
| 0,6      | 0,72575                           | 0,72907 | 0,73237 | 0,73565 | 0,73891 | 0,74215 | 0,74537 | 0,74857 | 0,75175 | 0,75490 | 0,6      |
| 0,7      | 0,75804                           | 0,76115 | 0,76424 | 0,76730 | 0,77035 | 0,77337 | 0,77637 | 0,77935 | 0,78230 | 0,78524 | 0,7      |
| 0,8      | 0,78814                           | 0,79103 | 0,79389 | 0,79673 | 0,79955 | 0,80234 | 0,80511 | 0,80785 | 0,81057 | 0,81327 | 0,8      |
| 0,9      | 0,81594                           | 0,81859 | 0,82121 | 0,82381 | 0,82639 | 0,82894 | 0,83147 | 0,83398 | 0,83646 | 0,83891 | 0,9      |
| 1        | 0,84134                           | 0,84375 | 0,84614 | 0,84849 | 0,85083 | 0,85314 | 0,85543 | 0,85769 | 0,85993 | 0,86214 | 1        |
| 1,1      | 0,86433                           | 0,86650 | 0,86864 | 0,87076 | 0,87286 | 0,87493 | 0,87698 | 0,87900 | 0,88100 | 0,88298 | 1,1      |
| 1,2      | 0,88493                           | 0,88686 | 0,88877 | 0,89065 | 0,89251 | 0,89435 | 0,89617 | 0,89796 | 0,89973 | 0,90147 | 1,2      |
| 1,3      | 0,90320                           | 0,90490 | 0,90658 | 0,90824 | 0,90988 | 0,91149 | 0,91308 | 0,91466 | 0,91621 | 0,91774 | 1,3      |
| 1,4      | 0,91924                           | 0,92073 | 0,92220 | 0,92364 | 0,92507 | 0,92647 | 0,92785 | 0,92922 | 0,93056 | 0,93189 | 1,4      |
| 1,5      | 0,93319                           | 0,93448 | 0,93574 | 0,93699 | 0,93822 | 0,93943 | 0,94062 | 0,94179 | 0,94295 | 0,94408 | 1,5      |
| 1,6      | 0,94520                           | 0,94630 | 0,94738 | 0,94845 | 0,94950 | 0,95053 | 0,95154 | 0,95254 | 0,95352 | 0,95449 | 1,6      |
| 1,7      | 0,95543                           | 0,95637 | 0,95728 | 0,95818 | 0,95907 | 0,95994 | 0,96080 | 0,96164 | 0,96246 | 0,96327 | 1,7      |
| 1,8      | 0,96407                           | 0,96485 | 0,96562 | 0,96638 | 0,96712 | 0,96784 | 0,96856 | 0,96926 | 0,96995 | 0,97062 | 1,8      |
| 1,9      | 0,97128                           | 0,97193 | 0,97257 | 0,97320 | 0,97381 | 0,97441 | 0,97500 | 0,97558 | 0,97615 | 0,97670 | 1,9      |
| 2        | 0,97725                           | 0,97778 | 0,97831 | 0,97882 | 0,97932 | 0,97982 | 0,98030 | 0,98077 | 0,98124 | 0,98169 | 2        |
| 2,1      | 0,98214                           | 0,98257 | 0,98300 | 0,98341 | 0,98382 | 0,98422 | 0,98461 | 0,98500 | 0,98537 | 0,98574 | 2,1      |
| 2,2      | 0,98610                           | 0,98645 | 0,98679 | 0,98713 | 0,98745 | 0,98778 | 0,98809 | 0,98840 | 0,98870 | 0,98899 | 2,2      |
| 2,3      | 0,98928                           | 0,98956 | 0,98983 | 0,99010 | 0,99036 | 0,99061 | 0,99086 | 0,99111 | 0,99134 | 0,99158 | 2,3      |
| 2,4      | 0,99180                           | 0,99202 | 0,99224 | 0,99245 | 0,99266 | 0,99286 | 0,99305 | 0,99324 | 0,99343 | 0,99361 | 2,4      |
| 2,5      | 0,99379                           | 0,99396 | 0,99413 | 0,99430 | 0,99446 | 0,99461 | 0,99477 | 0,99492 | 0,99506 | 0,99520 | 2,5      |
| 2,6      | 0,99534                           | 0,99547 | 0,99560 | 0,99573 | 0,99585 | 0,99598 | 0,99609 | 0,99621 | 0,99632 | 0,99643 | 2,6      |
| 2,7      | 0,99653                           | 0,99664 | 0,99674 | 0,99683 | 0,99693 | 0,99702 | 0,99711 | 0,99720 | 0,99728 | 0,99736 | 2,7      |
| 2,8      | 0,99744                           | 0,99752 | 0,99760 | 0,99767 | 0,99774 | 0,99781 | 0,99788 | 0,99795 | 0,99801 | 0,99807 | 2,8      |
| 2,9      | 0,99813                           | 0,99819 | 0,99825 | 0,99831 | 0,99836 | 0,99841 | 0,99846 | 0,99851 | 0,99856 | 0,99861 | 2,9      |
| 3        | 0,99865                           | 0,99869 | 0,99874 | 0,99878 | 0,99882 | 0,99886 | 0,99889 | 0,99893 | 0,99896 | 0,99900 | 3        |
| 3,1      | 0,99903                           | 0,99906 | 0,99910 | 0,99913 | 0,99916 | 0,99918 | 0,99921 | 0,99924 | 0,99926 | 0,99929 | 3,1      |
| 3,2      | 0,99931                           | 0,99934 | 0,99936 | 0,99938 | 0,99940 | 0,99942 | 0,99944 | 0,99946 | 0,99948 | 0,99950 | 3,2      |
| 3,3      | 0,99952                           | 0,99953 | 0,99955 | 0,99957 | 0,99958 | 0,99960 | 0,99961 | 0,99962 | 0,99964 | 0,99965 | 3,3      |
| 3,4      | 0,99966                           | 0,99968 | 0,99969 | 0,99970 | 0,99971 | 0,99972 | 0,99973 | 0,99974 | 0,99975 | 0,99976 | 3,4      |
| 3,5      | 0,99977                           | 0,99978 | 0,99978 | 0,99979 | 0,99980 | 0,99981 | 0,99981 | 0,99982 | 0,99983 | 0,99983 | 3,5      |
| 3,6      | 0,99984                           | 0,99985 | 0,99985 | 0,99986 | 0,99986 | 0,99987 | 0,99987 | 0,99988 | 0,99988 | 0,99989 | 3,6      |
| 3,7      | 0,99989                           | 0,99990 | 0,99990 | 0,99990 | 0,99991 | 0,99991 | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 | 3,7      |
| 3,8      | 0,99993                           | 0,99993 | 0,99993 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99995 | 3,8      |
| 3,9      | 0,99995                           | 0,99995 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99997 | 0,99997 | 3,9      |



# Anexo C

## Intervalos de confianza

**INTERVALOS DE CONFIANZA**

| Parámetro   | Pivote   | Intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$  |   |
|---|--|---|---|
|   |  | L. Inferior   | L. Superior   |
| <b>PROBLEMA DE UNA MUESTRA: <math>X \sim N(\mu, \sigma); X_1, X_2, \dots, X_n</math> m.a.s.</b>   |  |   |   |
| $\mu$ ( $\sigma$ conocido)  | $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$  | $\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  | $\bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  |
| $\mu$ ( $\sigma$ desconocido)   | $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$  | $\bar{X} - t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$  | $\bar{X} + t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$  |
| $\sigma^2$ ( $\mu$ conocido)  | $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi_n^2$  | $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}$   | $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\chi_{n, \frac{\alpha}{2}}^2}$   |
| $\sigma^2$ ( $\mu$ desconocido)   | $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$  | $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}$   | $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}$   |
| <b>PROBLEMA DE DOS MUESTRAS: <math>X \sim N(\mu_1, \sigma_1), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)</math> independientes; <math>X_1, X_2, \dots, X_{n_1}</math> e <math>Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}</math> m.a.s.</b> |  |   |   |
| $\mu_1 - \mu_2$ ( $\sigma_1, \sigma_2$ conoc.)  | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$   | $\bar{X} - \bar{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$   | $\bar{X} - \bar{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$   |
| $\mu_1 - \mu_2$ ( $\sigma_1 = \sigma_2$ desc.)  | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1+n_2-2}$ | $\bar{X} - \bar{Y} - t_{n_1+n_2-2, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$ | $\bar{X} - \bar{Y} + t_{n_1+n_2-2, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$ |
| $\mu_1 - \mu_2$ ( $\sigma_1 \neq \sigma_2$ desc.)   | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \approx t_r$ (Ver nota 1)  | $\bar{X} - \bar{Y} - t_{r, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$  | $\bar{X} - \bar{Y} + t_{r, 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$  |
| $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ ( $\mu_1, \mu_2$ conocidos)   | $\frac{\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \mu_2)^2}{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \mu_1)^2} \sim F_{n_2, n_1}$  | $\frac{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \mu_1)^2}{\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \mu_2)^2} F_{n_2, n_1, \frac{\alpha}{2}}$                  | $\frac{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \mu_1)^2}{\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \mu_2)^2} F_{n_2, n_1, 1-\frac{\alpha}{2}}$                |
| $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ ( $\mu_1, \mu_2$ desc.)   | $\frac{\sigma_1^2 S_2^2}{\sigma_2^2 S_1^2} \sim F_{n_2-1, n_1-1}$  | $\frac{S_2^2}{S_1^2} F_{n_2-1, n_1-1, \frac{\alpha}{2}}$  | $\frac{S_2^2}{S_1^2} F_{n_2-1, n_1-1, 1-\frac{\alpha}{2}}$  |



**INTERVALOS DE CONFIANZA**

| Parámetro   | Pivote  | Intervalo de confianza de nivel $1 - \alpha$  |   |
|---|---|---|---|
|   |   | L. Inferior   | L. Superior   |
| <b>INTERVALOS DE CONFIANZA ASINTÓTICOS</b>  |   |   |   |
| <b>PROBLEMA DE UNA MUESTRA: <math>X \sim (\mu, \sigma); X_1, X_2, \dots, X_n</math> m.a.s.</b>  |   |   |   |
| $\mu$ ( $\sigma$ conocido)  | $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$   | $\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  | $\bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  |
| $\mu$ ( $\sigma$ desc.)   | $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$  | $\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$   | $\bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$   |
| <b>PROBLEMA DE DOS MUESTRAS: <math>X \sim (\mu_1, \sigma_1), Y \sim (\mu_2, \sigma_2)</math> independientes; <math>X_1, X_2, \dots, X_{n_1}</math> e <math>Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}</math> m.a.s.</b> |   |   |   |
| $\mu_1 - \mu_2$ ( $\sigma_1, \sigma_2$ conocidos)   | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \approx N(0, 1)$                          | $\bar{X} - \bar{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$                 | $\bar{X} - \bar{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$                 |
| $\mu_1 - \mu_2$ ( $\sigma_1, \sigma_2$ desc.)   | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \approx N(0, 1)$                                    | $\bar{X} - \bar{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$                           | $\bar{X} - \bar{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$                           |
| <b>I.C. PARA UNA PROPORCIÓN: <math>X \sim B(p); X_1, X_2, \dots, X_n</math> m.a.s.</b>  |   |   |   |
| $p$   | $\frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \approx N(0, 1)$ (Ver nota 2)  | $\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}$  | $\bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}$  |
| <b>I.C. PARA UNA DISTRIBUCIÓN DE POISSON: <math>X \sim P(\lambda); X_1, X_2, \dots, X_n</math> m.a.s.</b>   |   |   |   |
| $\lambda$   | $\frac{\bar{X} - \lambda}{\sqrt{\frac{\lambda}{n}}} \approx N(0, 1)$  | $\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$   | $\bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}}{n}}$   |
| <b>I.C. PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES: <math>X \sim B(p_1), Y \sim B(p_2)</math> independientes; <math>X_1, X_2, \dots, X_{n_1}</math> e <math>Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}</math> m.a.s.</b>    |   |   |   |
| $p_1 - p_2$   | $\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \approx N(0, 1)$ (Ver nota 3) | $\bar{X} - \bar{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n_1} + \frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n_2}}$ | $\bar{X} - \bar{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n_1} + \frac{\bar{Y}(1-\bar{Y})}{n_2}}$ |

- $r$  representa el entero más próximo al valor  $\frac{\left(\frac{s^2_1}{n_1} + \frac{s^2_2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{s^2_1/n_1}{n_1+1} + \frac{s^2_2/n_2}{n_2+1}\right)^2} - 2$ .
- $\bar{X}$  corresponde a la proporción muestral del suceso considerado.
- $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  corresponden a las proporciones muestrales de los sucesos cuyas probabilidades  $p_1$  y  $p_2$  consideramos.

Si los datos son apareados se considera la m.a.s. de las diferencias  $D_i = Y_i - X_i$  y se aplican los intervalos de confianza para una muestra correspondientes.



# Anexo D

## Muestreo de aceptación



**TABLA 1D NCA** ( $n \cdot p_{NCA}$ )

|          |    | $P_{a,NCA}=0,99$<br>$\alpha=0,01$           | $P_{a,NCA}=0,95$<br>$\alpha=0,05$ | $P_{a,NCA}=0,90$<br>$\alpha=0,10$ |
|----------|----|---|-----------------------------------|-----------------------------------|
|          |    | <i>valor = <math>n \cdot p_{NCA}</math></i> |                                   |                                   |
| <i>c</i> | 0  | 0,010                                       | 0,051                             | 0,105                             |
|          | 1  | 0,149                                       | 0,355                             | 0,532                             |
|          | 2  | 0,436                                       | 0,818                             | 1,102                             |
|          | 3  | 0,823                                       | 1,366,                            | 1,745                             |
|          | 4  | 1,279                                       | 1,970                             | 2,433                             |
|          | 5  | 1,785                                       | 2,613                             | 3,152                             |
|          | 6  | 2,330                                       | 3,286                             | 3,895                             |
|          | 7  | 2,906                                       | 3,981                             | 4,656                             |
|          | 8  | 3,507                                       | 4,695                             | 5,432                             |
|          | 9  | 4,130                                       | 5,426                             | 6,221                             |
|          | 10 | 4,771                                       | 6,169                             | 7,021                             |
|          | 11 | 5,428                                       | 6,924                             | 7,829                             |
|          | 12 | 6,099                                       | 7,690                             | 8,646                             |
|          | 13 | 6,782                                       | 8,464                             | 9,470                             |
|          | 14 | 7,477                                       | 9,246                             | 10,300                            |



**TABLA 2D NCL** ( $n \cdot p_{NCL}$ )

|          |    | $P_{a,NCL}=0,10$<br>$\beta=0,10$   | $P_{a,NCL}=0,05$<br>$\beta=0,05$ | $P_{a,NCL}=0,01$<br>$\beta=0,01$ |
|----------|----|------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
|          |    | <i>valor = n · p<sub>NCL</sub></i> |                                  |                                  |
| <i>c</i> | 0  | 2,303                              | 2,996                            | 4,605                            |
|          | 1  | 3,890                              | 4,744                            | 6,638                            |
|          | 2  | 5,322                              | 6,296                            | 8,406                            |
|          | 3  | 6,681                              | 7,754                            | 10,045                           |
|          | 4  | 7,994                              | 9,154                            | 11,605                           |
|          | 5  | 9,275                              | 10,513                           | 13,108                           |
|          | 6  | 10,532                             | 11,842                           | 14,571                           |
|          | 7  | 11,771                             | 13,148                           | 16,000                           |
|          | 8  | 12,995                             | 14,434                           | 17,403                           |
|          | 9  | 14,206                             | 15,705                           | 18,783                           |
|          | 10 | 15,407                             | 16,962                           | 20,145                           |
|          | 11 | 16,598                             | 18,208                           | 21,490                           |
|          | 12 | 17,782                             | 19,442                           | 22,821                           |
|          | 13 | 18,958                             | 20,668                           | 24,139                           |
|          | 14 | 20,128                             | 21,886                           | 25,446                           |





**TABLA 3D1 – MUESTREO SIMPLE, DODGE-ROMIG**  
**PORCENTAJE DEFECTUOSO TOLERADO EN EL LOTE PDDL=2%**  
**RIESGO DEL CONSUMIDOR  $\beta=10\%$ .**

| Calidad Media del proceso → | 0 - 0'02 |   | 0'03 - 0'20 |      | 0'21 - 0'40 |        | 0'41 - 0'60 |   | 0'61 - 0'80 |      | 0'81 - 1'00 |        |
|-----------------------------|----------|---|-------------|------|-------------|--------|-------------|---|-------------|------|-------------|--------|
| Tamaño del lote ↓           | n        | c | LCSM %      | n    | c           | LCSM % | n           | c | LCSM %      | n    | c           | LCSM % |
| 1-75                        | Todo     | 0 | 0           | Todo | 0           | 0      | Todo        | 0 | 0           | Todo | 0           | 0      |
| 76-100                      | 70       | 0 | 0'16        | 70   | 0           | 0'16   | 70          | 0 | 0'16        | 70   | 0           | 0'16   |
| 101-200                     | 85       | 0 | 0'25        | 85   | 0           | 0'25   | 85          | 0 | 0'25        | 85   | 0           | 0'25   |
| 201-300                     | 85       | 0 | 0'26        | 95   | 0           | 0'26   | 95          | 0 | 0'26        | 95   | 0           | 0'26   |
| 301-400                     | 100      | 0 | 0'28        | 100  | 0           | 0'28   | 160         | 1 | 0'32        | 160  | 1           | 0'32   |
| 401-500                     | 105      | 0 | 0'28        | 105  | 0           | 0'28   | 165         | 1 | 0'34        | 165  | 1           | 0'34   |
| 501-600                     | 105      | 0 | 0'29        | 105  | 0           | 0'29   | 175         | 0 | 0'34        | 175  | 1           | 0'36   |
| 601-800                     | 110      | 0 | 0'29        | 110  | 0           | 0'29   | 180         | 0 | 0'36        | 240  | 2           | 0'40   |
| 801-1000                    | 115      | 0 | 0'28        | 115  | 0           | 0'28   | 185         | 0 | 0'37        | 245  | 2           | 0'42   |
| 1001-2000                   | 115      | 0 | 0'30        | 190  | 1           | 0'40   | 255         | 0 | 0'47        | 325  | 3           | 0'50   |
| 2001-3000                   | 115      | 0 | 0'31        | 190  | 1           | 0'41   | 260         | 0 | 0'48        | 385  | 4           | 0'58   |
| 3001-4000                   | 115      | 0 | 0'31        | 195  | 1           | 0'41   | 330         | 0 | 0'54        | 450  | 5           | 0'63   |
| 4001-5000                   | 195      | 0 | 0'41        | 260  | 2           | 0'50   | 335         | 0 | 0'54        | 455  | 5           | 0'63   |
| 5001-7000                   | 195      | 0 | 0'42        | 265  | 2           | 0'50   | 335         | 0 | 0'62        | 515  | 6           | 0'69   |
| 7001-10000                  | 195      | 0 | 0'42        | 265  | 2           | 0'50   | 395         | 0 | 0'55        | 520  | 6           | 0'69   |
| 10001-20000                 | 200      | 0 | 0'42        | 265  | 2           | 0'51   | 460         | 0 | 0'67        | 650  | 8           | 0'77   |
| 20001-50000                 | 200      | 0 | 0'42        | 335  | 3           | 0'58   | 520         | 0 | 0'73        | 710  | 9           | 0'81   |
| 50001-100000                | 200      | 0 | 0'42        | 335  | 3           | 0'58   | 585         | 0 | 0'76        | 770  | 10          | 0'84   |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 885  | 12          | 0'86   |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 1060 | 15          | 0'93   |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 1180 | 17          | 0'97   |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 1230 | 18          | 0'94   |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 1520 | 23          | 1'0    |
|                             |          |   |             |      |             |        |             |   |             | 1690 | 26          | 1'1    |



**TABLA 3D2 – MUESTREO SIMPLE, DODGE-ROMIG (CONTINUACIÓN)**

**LIMITE DE LA CALIDAD SALIENTE MEDIA LCSM=1%.**

| Calidad Media del proceso → | 0 - 0'02 |   | 0'03 - 0'20      |      | 0'21 - 0'40 |                  | 0'41 - 0'60 |   | 0'61 - 0'80      |      | 0'81 - 1'00 |                  |
|-----------------------------|----------|---|------------------|------|-------------|------------------|-------------|---|------------------|------|-------------|------------------|
| Tamaño del lote ↓           | n        | c | p <sub>1</sub> % | n    | c           | p <sub>1</sub> % | n           | c | p <sub>1</sub> % | n    | c           | p <sub>1</sub> % |
| 1-25                        | Todo     | 0 | -                | Todo | 0           | -                | Todo        | 0 | -                | Todo | 0           | -                |
| 26-50                       | 22       | 0 | 7'7              | 22   | 0           | 7'7              | 22          | 0 | 7'7              | 22   | 0           | 7'7              |
| 51-100                      | 27       | 0 | 7'1              | 27   | 0           | 7'1              | 27          | 0 | 7'1              | 27   | 0           | 7'1              |
| 101-200                     | 32       | 0 | 6'4              | 32   | 0           | 6'4              | 32          | 0 | 6'4              | 32   | 0           | 6'4              |
| 201-300                     | 33       | 0 | 6'3              | 33   | 0           | 6'3              | 33          | 0 | 6'3              | 33   | 0           | 6'3              |
| 301-400                     | 34       | 0 | 6'1              | 34   | 0           | 6'1              | 70          | 1 | 4'6              | 70   | 1           | 4'6              |
| 401-500                     | 35       | 0 | 6'1              | 35   | 0           | 6'1              | 70          | 1 | 4'7              | 70   | 1           | 4'7              |
| 501-600                     | 35       | 0 | 6'1              | 35   | 0           | 6'1              | 75          | 1 | 4'4              | 75   | 1           | 4'4              |
| 601-800                     | 35       | 0 | 6'2              | 35   | 0           | 6'2              | 75          | 1 | 4'4              | 75   | 1           | 4'4              |
| 801-1000                    | 35       | 0 | 6'3              | 35   | 0           | 6'3              | 80          | 1 | 4'4              | 120  | 2           | 4'3              |
| 1001-2000                   | 36       | 0 | 6'2              | 80   | 1           | 4'5              | 130         | 2 | 4'0              | 130  | 2           | 4'0              |
| 2001-3000                   | 36       | 0 | 6'2              | 80   | 1           | 4'6              | 130         | 2 | 4'0              | 185  | 3           | 3'6              |
| 3001-4000                   | 36       | 0 | 6'2              | 80   | 1           | 4'7              | 135         | 2 | 3'9              | 185  | 3           | 3'6              |
| 4001-5000                   | 36       | 0 | 6'2              | 85   | 1           | 4'6              | 135         | 2 | 3'9              | 245  | 4           | 3'2              |
| 5001-7000                   | 36       | 0 | 6'1              | 85   | 1           | 4'6              | 135         | 2 | 3'9              | 305  | 5           | 3'0              |
| 7001-10000                  | 37       | 0 | 6'2              | 85   | 1           | 4'6              | 135         | 2 | 3'9              | 310  | 5           | 3'0              |
| 10001-20000                 | 85       | 1 | 4'6              | 135  | 2           | 3'9              | 195         | 3 | 3'4              | 435  | 7           | 2'7              |
| 20001-50000                 | 85       | 1 | 4'6              | 135  | 2           | 3'9              | 255         | 4 | 3'1              | 575  | 9           | 2'5              |
| 50001-100000                | 85       | 1 | 4'6              | 135  | 2           | 3'9              | 255         | 4 | 3'1              | 790  | 12          | 2'3              |



**TABLA 4D1 – MUESTREO DOBLE, DODGE-ROMIG**  
**PORCENTAJE DEFECTUOSO TOLERADO EN EL LOTE PDTL=5%**  
**RIESGO DEL CONSUMIDOR B=10%.**

| Calidad Media del proceso → | 0 - 0'05       |                |                |                                |                |           | 0'06 - 0'50    |                |                |                                |                |           | 0'51 - 1'00    |                |                |                                |                |           |
|-----------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|-----------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|-----------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|-----------|
|                             | Muestra 1      |                | Muestra 2      |                                |                | LCSM en % | Muestra 1      |                | Muestra 2      |                                |                | LCSM en % | Muestra 1      |                | Muestra 2      |                                |                | LCSM en % |
|                             | n <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |           | n <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |           | n <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> |           |
| Tamaño del lote ↓           |                |                |                |                                |                |           |                |                |                |                                |                |           |                |                |                |                                |                |           |
| 1-30                        | Todo           | 0              | -              | -                              | -              | 0         | Todo           | 0              | -              | -                              | -              | 0         | Todo           | 0              | -              | -                              | -              | 0         |
| 31-50                       | 30             | 0              | -              | -                              | -              | 0'49      | 30             | 0              | -              | -                              | -              | 0'49      | 30             | 0              | -              | -                              | -              | 0'49      |
| 51-75                       | 38             | 0              | -              | -                              | -              | 0'59      | 38             | 0              | -              | -                              | -              | 0'59      | 38             | 0              | -              | -                              | -              | 0'59      |
| 76-100                      | 44             | 0              | 21             | 65                             | 1              | 0'64      | 44             | 0              | 21             | 65                             | 1              | 0'64      | 44             | 0              | 21             | 65                             | 1              | 0'64      |
| 101-200                     | 49             | 0              | 26             | 75                             | 1              | 0'84      | 49             | 0              | 26             | 75                             | 1              | 0'84      | 49             | 0              | 26             | 75                             | 1              | 0'84      |
| 201-300                     | 50             | 0              | 30             | 80                             | 1              | 0'91      | 50             | 0              | 30             | 80                             | 1              | 0'91      | 50             | 0              | 55             | 105                            | 2              | 1'0       |
| 301-400                     | 55             | 0              | 30             | 85                             | 1              | 0'92      | 55             | 0              | 5              | 110                            | 2              | 1'1       | 55             | 0              | 55             | 110                            | 2              | 1'1       |
| 401-500                     | 55             | 0              | 30             | 85                             | 1              | 0'93      | 55             | 0              | 5              | 110                            | 2              | 1'1       | 55             | 0              | 80             | 135                            | 3              | 1'2       |
| 501-600                     | 55             | 0              | 30             | 85                             | 1              | 0'94      | 55             | 0              | 60             | 115                            | 2              | 1'1       | 55             | 0              | 85             | 140                            | 3              | 1'2       |
| 601-800                     | 55             | 0              | 35             | 90                             | 1              | 0'95      | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'1       | 55             | 0              | 85             | 140                            | 3              | 1'3       |
| 801-1000                    | 55             | 0              | 35             | 90                             | 1              | 0'96      | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'1       | 55             | 0              | 115            | 170                            | 4              | 1'4       |
| 1001-2000                   | 55             | 0              | 35             | 90                             | 1              | 0'98      | 55             | 0              | 95             | 150                            | 3              | 1'3       | 55             | 0              | 120            | 175                            | 4              | 1'4       |
| 2001-3000                   | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 95             | 150                            | 3              | 1'3       | 55             | 0              | 150            | 205                            | 5              | 1'5       |
| 3001-4000                   | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 95             | 150                            | 3              | 1'3       | 90             | 1              | 140            | 230                            | 6              | 1'6       |
| 4001-5000                   | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 95             | 150                            | 3              | 1'4       | 90             | 1              | 165            | 255                            | 7              | 1'8       |
| 5001-7000                   | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 95             | 150                            | 3              | 1'4       | 90             | 1              | 165            | 255                            | 7              | 1'8       |
| 7001-10000                  | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 120            | 175                            | 4              | 1'5       | 90             | 1              | 190            | 280                            | 8              | 1'9       |
| 10001-20000                 | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 120            | 175                            | 4              | 1'5       | 90             | 1              | 190            | 280                            | 8              | 1'9       |
| 20001-50000                 | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 150            | 205                            | 5              | 1'7       | 90             | 1              | 215            | 305                            | 9              | 2'0       |
| 50001-100000                | 55             | 0              | 65             | 120                            | 2              | 1'2       | 55             | 0              | 150            | 205                            | 5              | 1'7       | 90             | 1              | 240            | 330                            | 10             | 2'1       |



**TABLA 4D2 – MUESTREO DOBLE, DODGE-ROMIG (CONTINUACIÓN)**

LIMITE DE LA CALIDAD SALIENTE MEDIA LCSM=7%.

| Calidad Media del proceso → | 0 - 0'14       |                |                |                                |                |                | 0'15 - 1'40      |                |                |                                |                |                  | 1'41 - 2'80    |                  |                |                |                                |                |                  |  |                  |
|-----------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|----------------|------------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|------------------|----------------|------------------|----------------|----------------|--------------------------------|----------------|------------------|--|------------------|
| Tamaño del lote ↓           | Muestra 1      |                | Muestra 2      |                                |                |                | P <sub>i</sub> % | Muestra 1      |                | Muestra 2                      |                |                  |                | P <sub>i</sub> % | Muestra 1      |                | Muestra 2                      |                |                  |  | P <sub>i</sub> % |
|                             | n <sub>1</sub> | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> |                  | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> | P <sub>i</sub> % | n <sub>1</sub> |                  | c <sub>1</sub> | n <sub>2</sub> | n <sub>1</sub> +n <sub>2</sub> | c <sub>2</sub> | P <sub>i</sub> % |  |                  |
| 1-5                         | Todo           | 0              | -              | -                              | -              | -              | Todo             | 0              | -              | -                              | -              | -                | Todo           | 0                | -              | -              | -                              | -              |                  |  |                  |
| 6-25                        | 5              | 0              | -              | -                              | -              | 35'5           | 5                | 0              | -              | -                              | -              | 35'5             | 5              | 0                | -              | -              | -                              | 35'5           |                  |  |                  |
| 26-50                       | 7              | 0              | 4              | 11                             | 1              | 38'5           | 7                | 0              | 4              | 11                             | 1              | 38'5             | 7              | 0                | 4              | 11             | 1                              | 38'5           |                  |  |                  |
| 51-100                      | 7              | 0              | 5              | 12                             | 1              | 36'5           | 7                | 0              | 5              | 12                             | 1              | 36'5             | 9              | 0                | 9              | 18             | 2                              | 31'5           |                  |  |                  |
| 101-200                     | 8              | 0              | 5              | 13                             | 1              | 36'0           | 9                | 0              | 10             | 19                             | 2              | 30'5             | 10             | 0                | 15             | 25             | 3                              | 27'5           |                  |  |                  |
| 201-300                     | 8              | 0              | 6              | 14                             | 1              | 35'5           | 9                | 0              | 11             | 20                             | 2              | 30'0             | 10             | 0                | 17             | 27             | 3                              | 27'0           |                  |  |                  |
| 301-400                     | 9              | 0              | 11             | 20                             | 2              | 30'0           | 9                | 0              | 11             | 20                             | 2              | 30'0             | 11             | 0                | 17             | 28             | 3                              | 26'0           |                  |  |                  |
| 401-500                     | 9              | 0              | 11             | 20                             | 2              | 30'0           | 9                | 0              | 11             | 20                             | 2              | 30'0             | 11             | 0                | 17             | 28             | 3                              | 26'0           |                  |  |                  |
| 501-600                     | 9              | 0              | 12             | 21                             | 2              | 29'5           | 9                | 0              | 12             | 21                             | 2              | 29'5             | 12             | 0                | 25             | 37             | 4                              | 24'0           |                  |  |                  |
| 601-800                     | 9              | 0              | 12             | 21                             | 2              | 29'5           | 9                | 0              | 12             | 21                             | 2              | 29'5             | 12             | 0                | 25             | 37             | 4                              | 24'0           |                  |  |                  |
| 801-1000                    | 9              | 0              | 12             | 21                             | 2              | 29'5           | 11               | 0              | 18             | 29                             | 3              | 25'5             | 12             | 0                | 25             | 37             | 4                              | 24'0           |                  |  |                  |
| 1001-2000                   | 10             | 0              | 11             | 21                             | 2              | 29'0           | 11               | 0              | 18             | 29                             | 3              | 25'5             | 12             | 0                | 25             | 37             | 4                              | 24'0           |                  |  |                  |
| 2001-3000                   | 10             | 0              | 11             | 21                             | 2              | 29'0           | 11               | 0              | 19             | 30                             | 3              | 25'5             | 13             | 0                | 34             | 47             | 5                              | 21'5           |                  |  |                  |
| 3001-4000                   | 10             | 0              | 11             | 21                             | 2              | 29'0           | 11               | 0              | 19             | 30                             | 3              | 25'5             | 13             | 0                | 34             | 47             | 5                              | 21'5           |                  |  |                  |
| 4001-5000                   | 10             | 0              | 11             | 21                             | 2              | 29'0           | 11               | 0              | 19             | 30                             | 3              | 25'5             | 13             | 0                | 35             | 48             | 5                              | 21'5           |                  |  |                  |
| 5001-7000                   | 10             | 0              | 12             | 22                             | 2              | 28'5           | 11               | 0              | 19             | 30                             | 3              | 26'0             | 14             | 0                | 46             | 60             | 6                              | 20'0           |                  |  |                  |
| 7001-10000                  | 10             | 0              | 12             | 22                             | 2              | 28'5           | 12               | 0              | 26             | 38                             | 4              | 23'5             | 25             | 0                | 50             | 75             | 8                              | 18'5           |                  |  |                  |
| 10001-20000                 | 10             | 0              | 12             | 22                             | 2              | 28'5           | 12               | 0              | 27             | 39                             | 4              | 23'0             | 25             | 1                | 55             | 80             | 8                              | 18'0           |                  |  |                  |
| 20001-50000                 | 10             | 0              | 12             | 22                             | 2              | 28'5           | 13               | 0              | 36             | 49                             | 5              | 21'0             | 25             | 1                | 60             | 85             | 9                              | 17'8           |                  |  |                  |
| 50001-100000                | 10             | 0              | 12             | 22                             | 2              | 28'5           | 13               | 0              | 36             | 49                             | 5              | 21'0             | 26             | 1                | 69             | 95             | 10                             | 17'5           |                  |  |                  |



# MIL-STD-105D



**TABLA 5D - CÓDIGOS DE TAMAÑO DE LA MUESTRA**

| Tamaño de Lote |        | Niveles de Inspección Especial |     |     |     | Niveles de Inspección General |    |     |
|----------------|--------|--------------------------------|-----|-----|-----|-------------------------------|----|-----|
|                |        | S-1                            | S-2 | S-3 | S-4 | I                             | II | III |
| 2 a            | 8      | A                              | A   | A   | A   | A                             | A  | B   |
| 9 a            | 15     | A                              | A   | A   | A   | A                             | B  | C   |
| 16 a           | 25     | A                              | A   | B   | B   | B                             | C  | D   |
| 26 a           | 50     | A                              | B   | B   | C   | C                             | D  | E   |
| 51 a           | 90     | B                              | B   | C   | C   | C                             | E  | F   |
| 91 a           | 150    | B                              | B   | C   | D   | D                             | F  | G   |
| 151 a          | 280    | B                              | C   | D   | E   | E                             | G  | H   |
| 281 a          | 500    | B                              | C   | D   | E   | F                             | H  | J   |
| 501 a          | 1200   | C                              | C   | E   | F   | G                             | J  | K   |
| 1 201 a        | 3200   | C                              | D   | E   | G   | H                             | K  | L   |
| 3 201 a        | 10000  | C                              | D   | F   | G   | J                             | L  | M   |
| 10 001 a       | 35000  | C                              | D   | F   | H   | K                             | M  | N   |
| 35 001 a       | 150000 | D                              | E   | G   | J   | L                             | N  | P   |
| 150 061 a      | 500000 | D                              | E   | G   | J   | M                             | P  | Q   |
| 500 001 y más  |        | D                              | E   | H   | K   | N                             | Q  | R   |



**TABLA 6D – VALORES DEL NIVEL DE CALIDAD ACEPTABLE (NCA)**

| Para valores de NCA% dentro de estos intervalos                                 | Usar como valores de NCA% los siguientes |
|---|--|
| Hasta 0'018<br>0'019 a 0'039<br>0'040 a 0'069<br>0'070 a 0'109<br>0'110 a 0'164 | 0'015<br>0'035<br>0'065<br>0'10<br>0'15  |
| 0'165 a 0'279<br>0'280 a 0'439<br>0'440 a 0'699<br>0'700 a 1'09<br>1'10 a 1'64  | 0'25<br>0'40<br>0'65<br>1'0<br>1'5       |
| 1'65 a 2'79<br>2'80 a 4'39<br>4'40 a 6'99<br>7'00 a 10'9<br>11'0 a 16'4         | 2'5<br>4'0<br>6'5<br>10'0<br>15'0        |
| 16'5 a 27'9<br>28'0 a 43'9<br>44'0 a 69'9<br>70'0 a 109<br>110 a 164            | 25'0<br>40'0<br>65'0<br>100'0<br>150'0   |
| 165 a 279<br>280 a 439<br>440 a 699<br>700 a 1.090                              | 250'0<br>400'0<br>650'0<br>1.000'0       |



**TABLA 7D - PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN NORMAL**

| Letra código de tamaño de muestra | Tamaño de muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes o no conformidades por 100 items (inspección normal) |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |    |
|-----------------------------------|-------------------|--|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|----|
|                                   |                   | 0.010  | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1 000 |    |
| A                                 | 2                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| B                                 | 3                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| C                                 | 5                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| D                                 | 8                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| E                                 | 13                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| F                                 | 20                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| G                                 | 32                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| H                                 | 50                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| I                                 | 80                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| J                                 | 125               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| K                                 | 200               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| L                                 | 315               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| M                                 | 500               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| N                                 | 800               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| P                                 | 1 250             | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| Q                                 | 2 000             | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |

↓ use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ↑ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo





**TABLA 8D – PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN RIGUROSA**

| Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección rigurosa) | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección rigurosa) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|  | 0.010  | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 1.0   | 1.5   | 2.5   | 4.0   | 6.5   | 10    | 15    | 25    | 40    | 65    | 100   | 150   | 250   | 400   | 650   | 1 000 |
| A 2  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| B 3  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| C 5  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| D 8  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| E 13   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| F 20   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| G 32   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| H 50   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| J 80   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| K 125  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| L 200  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| M 315  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| N 500  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| P 800  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| Q 1 250  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| R 2 000  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| S 3 150  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |

⇓ use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ⇑ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo



**TABLA 9D – PLANES DE MUESTREO SIMPLES PARA INSPECCIÓN REDUCIDA**

| Letra código de muestra | Número de muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes o no conformidades por 100 items (inspección reducida) |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |    |
|-------------------------|-------------------|--|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|----|
|                         |                   | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 1,0 | 1,5 | 2,5 | 4,0 | 6,5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1 000 |    |
| A                       | 2                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| B                       | 2                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| C                       | 2                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| D                       | 3                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| E                       | 5                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| F                       | 8                 | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| G                       | 13                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| H                       | 20                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| J                       | 32                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| K                       | 50                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| L                       | 80                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| M                       | 125               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| N                       | 200               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| P                       | 315               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| Q                       | 500               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |
| R                       | 800               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac    | Re |

⇐ use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %  
 ⇐ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo

**TABLA 10D - PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN NORMAL**

**Límite de calidad aceptable, LCA en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 (ítems inspección normal)**

| Letra código muestra | Número de ítems de muestra | Número de ítems de muestra | Límite de calidad aceptable, LCA en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 (ítems inspección normal) |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|---|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
|                      |                            |                            | 0,010   | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 1,0 | 1,5 | 2,5 | 4,0 | 6,5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1.000 |
| A                    | Primera 2                  | Segunda 2                  | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| B                    | Primera 3                  | Segunda 3                  | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| C                    | Primera 5                  | Segunda 5                  | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| D                    | Primera 8                  | Segunda 8                  | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| E                    | Primera 13                 | Segunda 13                 | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| F                    | Primera 20                 | Segunda 20                 | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| G                    | Primera 32                 | Segunda 32                 | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| H                    | Primera 50                 | Segunda 50                 | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| J                    | Primera 80                 | Segunda 80                 | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| K                    | Primera 125                | Segunda 125                | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| L                    | Primera 200                | Segunda 200                | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| M                    | Primera 315                | Segunda 315                | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| N                    | Primera 500                | Segunda 500                | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| P                    | Primera 800                | Segunda 800                | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| Q                    | Primera 1.250              | Segunda 1.250              | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |
| R                    | Primera 2.000              | Segunda 2.000              | →   | →     | →     | →     | →     | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     |



TABLA 11D- PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA

Table with columns for sample size (N), acceptance (Ac) and rejection (Re) limits for various defect rates (0.010 to 1.000), and arrows indicating the inspection plan to use.

use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %. use el primer plan de muestreo arriba de la flecha. Número de aceptación. Número de rechazo. use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)

Legend symbols: arrow pointing down, arrow pointing up, Ac, Re, \*



**TABLA 12D – PLANES DE MUESTREO DOBLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA**

| Línea clásica | Número de muestra | Número de lotes | Número de inspección | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items, no conformes o no conformidades por 100 items (inspección reducida) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
|---------------|-------------------|-----------------|----------------------|---|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
|               |                   |                 |                      | 0.010   | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 35 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1 000 |
| A             |                   |                 |                      | Ac  | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re    |
| B             |                   |                 |                      | Ac  | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re    |
| C             |                   |                 |                      | Ac  | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re    |
| D             | Primero           | 2               | 2                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| D             | Segunda           | 2               | 4                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| E             | Primero           | 3               | 3                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| E             | Segunda           | 3               | 6                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| F             | Primero           | 5               | 5                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| F             | Segunda           | 5               | 10                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| G             | Primero           | 8               | 8                    |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| G             | Segunda           | 8               | 16                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| H             | Primero           | 13              | 13                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| H             | Segunda           | 13              | 26                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| J             | Primero           | 20              | 20                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| J             | Segunda           | 20              | 40                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| K             | Primero           | 32              | 32                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| K             | Segunda           | 32              | 64                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| L             | Primero           | 50              | 50                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| L             | Segunda           | 50              | 100                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| M             | Primero           | 80              | 80                   |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| M             | Segunda           | 80              | 160                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| N             | Primero           | 125             | 125                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| N             | Segunda           | 125             | 250                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| P             | Primero           | 200             | 200                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| P             | Segunda           | 200             | 400                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| Q             | Primero           | 315             | 315                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| Q             | Segunda           | 315             | 630                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| R             | Primero           | 500             | 500                  |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |
| R             | Segunda           | 500             | 1 000                |   |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %  
 = use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 = Número de aceptación  
 = Número de rechazo  
 = use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)

**TABLA 13D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL**

| Letra código de control de calidad | Número de lotes | Número de la muestra | Número de la muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems. (inspección normal) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                    |                 |                      |                      | 0.010   | 0.015 | 0.025 | 0.40  | 0.65  | 1.0   | 1.5   | 2.5   | 4.0   | 6.5   | 10    | 15    | 25    | 40    | 65    | 100   | 150   | 250   | 400   | 850   | 1 000 |
|                                    |                 |                      |                      | Ac Re   | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| A                                  |                 |                      |                      |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| B                                  |                 |                      |                      |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| C                                  |                 |                      |                      |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| D                                  | 2               | 2                    | 2                    |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| E                                  | 3               | 3                    | 3                    |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| F                                  | 5               | 5                    | 5                    |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| G                                  | 8               | 8                    | 8                    |   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

↓ use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ↑ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo  
 \* use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # = la aceptación no está permitida para este tamaño de lote

**TABLA 14D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL (CONTINUACIÓN)**

| Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección normal) | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección normal) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |    |
|--|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|----|
|  | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10 | 0,15 | 0,25 | 0,40 | 0,65 | 1,0 | 1,5 | 2,5 | 4,0 | 6,5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1 000 |    |
|  | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re    | Ac |
| 13 13<br>Primera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 13 28<br>Segunda   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 13 38<br>Tercera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 13 52<br>Cuarta  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 13 65<br>Quinta  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 20 20<br>Primera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 20 40<br>Segunda   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 20 60<br>Tercera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 20 80<br>Cuarta  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 20 100<br>Quinta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 32 32<br>Primera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 32 64<br>Segunda   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 32 96<br>Tercera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 32 128<br>Cuarta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 32 160<br>Quinta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 50 50<br>Primera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 50 100<br>Segunda  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 50 150<br>Tercera  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 50 200<br>Cuarta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 50 250<br>Quinta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 80 80<br>Primera   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 80 160<br>Segunda  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 80 240<br>Tercera  | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 80 320<br>Cuarta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |
| 80 400<br>Quinta   | ↑  | ↑     | ↑     | ↑     | ↑     | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑    | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑  | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑   | ↑     | ↑  |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ↑ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo  
 \* use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # la aceptación no está permitida para este tamaño de lote



**TABLA 15D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN NORMAL (FINAL)**

| Letra código de tamaño de muestra | Muestra | Tamaño de la muestra | Número de lotes | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección normal) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------------------|---------|----------------------|-----------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                   |         |                      |                 | 0.010  | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10  | 0.15  | 0.25  | 0.40  | 0.65  | 1.0   | 1.5   | 2.5   | 4.0   | 6.5   | 10    | 15    | 25    | 40    | 65    | 100   | 150   | 250   | 400   | 650   | 1 000 |       |       |       |       |
| N                                 | Primera | 125                  | 125             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |       |
|                                   | Segunda | 125                  | 250             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Tercera | 125                  | 375             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Cuarta  | 125                  | 500             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Quinta  | 125                  | 625             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
| P                                 | Primera | 200                  | 200             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Segunda | 200                  | 400             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Tercera | 200                  | 600             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |
|                                   | Cuarta  | 200                  | 800             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |
|                                   | Quinta  | 200                  | 1 000           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |
| Q                                 | Primera | 315                  | 315             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |       |
|                                   | Segunda | 315                  | 630             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |
|                                   | Tercera | 315                  | 945             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |
|                                   | Cuarta  | 315                  | 1 260           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |
|                                   | Quinta  | 315                  | 1 575           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |
| R                                 | Primera | 500                  | 500             | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |       |
|                                   | Segunda | 500                  | 1 000           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |       |
|                                   | Tercera | 500                  | 1 500           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                                   | Cuarta  | 500                  | 2 000           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                                   | Quinta  | 500                  | 2 500           | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ⇐ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac = Número de aceptación  
 Re = Número de rechazo  
 \* = use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ = use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # = la aceptación no está permitida para este tamaño de lote



**TABLA 16D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA**

| Letra código de tamaño de muestra | Número de muestra | Número de lotes | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes por 100 ítems (inspección) |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|-----------------------------------|-------------------|-----------------|--|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
|                                   |                   |                 | 0.010  | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 |
| Ac                                |                   | Re              |  | Ac    |       | Re    |       | Ac  |     | Re  |     | Ac  |    | Re |    | Ac |    | Re  |     | Ac  |     | Re  |      |
| A                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| B                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| C                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| D                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| E                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| F                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
| G                                 | 2                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 3                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 4                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 5                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|                                   | 6                 |                 |  |       |       |       |       |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 = use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo  
 \* use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # la aceptación no esta permitida para este tamaño de lote

**TABLA 17D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA (CONTINUACIÓN)**

| Letra código muestra | Número de muestra | Número de inspección | Número de muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes o no conformados por 100 items (inspección rigurosa) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |      |
|----------------------|-------------------|----------------------|-------------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
|                      |                   |                      |                   | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,055 | 0,10 | 0,15 | 0,25 | 0,40 | 0,65 | 1,0 | 1,5 | 2,5 | 4,0 | 6,5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 |
| H                    | Primera           | 13                   | 13                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Segunda           | 43                   | 26                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Tercera           | 13                   | 39                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Cuarta            | 13                   | 52                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Quinta            | 13                   | 65                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
| J                    | Primera           | 20                   | 20                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Segunda           | 20                   | 40                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Tercera           | 20                   | 60                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Cuarta            | 20                   | 80                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Quinta            | 20                   | 100               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
| K                    | Primera           | 32                   | 32                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Segunda           | 32                   | 64                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Tercera           | 32                   | 96                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Cuarta            | 32                   | 128               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Quinta            | 32                   | 160               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
| L                    | Primera           | 50                   | 50                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Segunda           | 50                   | 100               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Tercera           | 50                   | 150               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Cuarta            | 50                   | 200               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Quinta            | 50                   | 250               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
| M                    | Primera           | 80                   | 80                | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Segunda           | 80                   | 160               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Tercera           | 80                   | 240               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Cuarta            | 80                   | 320               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |
|                      | Quinta            | 80                   | 400               | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re   |

↓ = use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 ↑ = use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac = Número de aceptación  
 Re = Número de rechazo  
 \* = use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ = use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # = la aceptación no está permitida para este tamaño de lote



**TABLA 18D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN RIGUROSA (FINAL)**

Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección rigurosa)

| Letra código de identificación | Número de muestra | Número de ítems de lote | Número de ítems de lote | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de ítems no conformes o no conformidades por 100 ítems (inspección rigurosa) |       |       |       |       |      |      |      |      |      |     |     |     |     |     |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |       |    |    |    |    |    |    |   |   |   |
|--------------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|----|----|----|----|----|----|---|---|---|
|                                |                   |                         |                         | 0.010  | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1 000 |    |    |    |    |    |    |   |   |   |
|                                |                   |                         |                         | Ac   | Re    | Ac    | Re    | Ac    | Re   | Ac   | Re   | Ac   | Re   | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re  | Ac  | Re  | Ac  | Re    | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |   |   |   |
| N                              | Primera           | 125                     | 200                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  |   |   |   |
|                                | Segunda           | 125                     | 250                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → |   |   |
|                                | Tercera           | 125                     | 375                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Cuarta            | 125                     | 500                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
| P                              | Primera           | 200                     | 200                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Segunda           | 200                     | 400                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Tercera           | 200                     | 600                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Cuarta            | 200                     | 800                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
| Q                              | Primera           | 315                     | 315                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Segunda           | 315                     | 630                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Tercera           | 315                     | 945                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Cuarta            | 315                     | 1 260                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
| R                              | Primera           | 500                     | 500                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → |   |
|                                | Segunda           | 500                     | 1 000                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Tercera           | 500                     | 1 500                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Cuarta            | 500                     | 2 000                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
| S                              | Primera           | 800                     | 800                     | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Segunda           | 800                     | 1 600                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Tercera           | 800                     | 2 400                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |
|                                | Cuarta            | 800                     | 3 200                   | →  | →     | →     | →     | →     | →    | →    | →    | →    | →    | →   | →   | →   | →   | →   | →  | →  | →  | →  | →  | →   | →   | →   | →   | →   | →     | →  | →  | →  | →  | →  | →  | → | → | → |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 → use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 Ac Número de aceptación  
 Re Número de rechazo  
 \* use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 ++ use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 # la aceptación no está permitida para este tamaño de lote



TABLA 19D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA

Table with columns for sample size (n), acceptance (Ac), and rejection (Re) limits for various lot sizes (1000, 650, 400, 250, 150, 100, 65, 40, 25, 15, 10, 6.5, 4.0, 2.5, 1.5, 1.0, 0.85, 0.40, 0.25, 0.15, 0.10, 0.085, 0.040, 0.025, 0.015, 0.010). Rows are labeled A through H, representing different sampling plans.

use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.
use el primer plan de muestreo arriba de la flecha
Número de aceptación
Número de rechazo
use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)
use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)
la aceptación no está permitida para este tamaño de lote

↓ use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.
↑ use el primer plan de muestreo arriba de la flecha
Ac Número de aceptación
Re Número de rechazo
\* use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)
++ use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)
# la aceptación no está permitida para este tamaño de lote

**TABLA 20D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA (CONTINUACIÓN)**

| Letra código de la muestra | Muestra | Número de muestra | Número de muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes y no conformidades en 100 items (inspección reducida) |    |       |    |       |    |      |    |       |    |     |    |      |    |      |    |    |    |    |    |     |    |     |    |     |    |     |    |     |    |      |    |   |   |   |   |
|----------------------------|---------|-------------------|-------------------|---|----|-------|----|-------|----|------|----|-------|----|-----|----|------|----|------|----|----|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|------|----|---|---|---|---|
|                            |         |                   |                   | 0.01  |    | 0.015 |    | 0.025 |    | 0.04 |    | 0.065 |    | 0.1 |    | 0.15 |    | 0.25 |    | 40 |    | 65 |    | 100 |    | 150 |    | 250 |    | 400 |    | 650 |    | 1000 |    |   |   |   |   |
|                            |         |                   |                   | Ac  | Re | Ac    | Re | Ac    | Re | Ac   | Re | Ac    | Re | Ac  | Re | Ac   | Re | Ac   | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac  | Re | Ac  | Re | Ac  | Re | Ac  | Re | Ac  | Re | Ac   | Re |   |   |   |   |
| J                          | Primera | 8                 | 8                 | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← |   |   |   |
|                            | Segunda | 8                 | 16                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← |   |   |   |
|                            | Tercera | 8                 | 24                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← |   |   |
|                            | Cuarta  | 8                 | 32                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
|                            | Quinta  | 8                 | 40                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
| K                          | Primera | 13                | 13                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← |   |   |
|                            | Segunda | 13                | 26                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
|                            | Tercera | 13                | 39                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Cuarta  | 13                | 52                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Quinta  | 13                | 65                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
| L                          | Primera | 20                | 20                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
|                            | Segunda | 20                | 40                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Tercera | 20                | 60                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Cuarta  | 20                | 80                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Quinta  | 20                | 100               | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
| M                          | Primera | 32                | 32                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
|                            | Segunda | 32                | 64                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← |   |
|                            | Tercera | 32                | 96                | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Cuarta  | 32                | 128               | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |
|                            | Quinta  | 32                | 160               | ←   | ←  | ←     | ←  | ←     | ←  | ←    | ←  | ←     | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ←    | ←  | ←  | ←  | ←  | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←   | ←  | ←    | ←  | ← | ← | ← | ← |

← = Use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo a inspección 100 %.

→ = Use el primer plan de muestreo arriba de la flecha.

Ac = Número de aceptación

Re = Número de rechazo

\* = use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)

++ = use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)

# = la aceptación no esta permitida para este tamaño de lote



**TABLA 21D – PLANES DE MUESTREO MÚLTIPLE PARA INSPECCIÓN REDUCIDA (FINAL)**

| Letra código de muestra | Número de muestra | Número de la muestra | Límite de calidad aceptable, LCA, en porcentaje de items no conformes o no conformidades por 100 items (inspección reducida) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------|-------------------|----------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                         |                   |                      | 0,010  | 0,015 | 0,025 | 0,040 | 0,065 | 0,10  | 0,15  | 0,25  | 0,40  | 0,65  | 1,0   | 1,5   | 2,5   | 4,0   | 6,5   | 10    | 15    | 25    | 40    | 65    | 100   | 150   | 250   | 400   | 650   | 1 000 |
| N                       | Primera           | 50                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Segunda           | 50                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Tercera           | 50                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Cuarta            | 50                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Quinta            | 50                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| P                       | Primera           | 80                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Segunda           | 80                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Tercera           | 80                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Cuarta            | 80                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Quinta            | 80                   | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| Q                       | Primera           | 125                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Segunda           | 125                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Tercera           | 125                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Cuarta            | 125                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Quinta            | 125                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
| R                       | Primera           | 200                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Segunda           | 200                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Tercera           | 200                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Cuarta            | 200                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |
|                         | Quinta            | 200                  | Ac Re  | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re | Ac Re |

= use el primer plan de muestreo debajo de la flecha. Si el tamaño de la muestra es igual o excede el tamaño del lote lleve a cabo inspección 100 %.  
 = use el primer plan de muestreo arriba de la flecha  
 = Número de aceptación  
 = Número de rechazo  
 = use el plan de muestreo simple correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo doble de abajo, si está disponible)  
 = use el plan de muestreo doble correspondiente (o alternativamente use el plan de muestreo múltiple de abajo, si está disponible)  
 = la aceptación no esta permitida para este tamaño de lote



**TABLA 22D - MIL-STD-414 (Tablas A-1 y A-2)**

**TABLA DE CONVERSION DEL NCA**

| Para valores especificados del NCA% que caen dentro de estos intervalos | Emplear este valor de NCA% |
|---|----------------------------|
| Hasta 0'049<br>0'050-0'069<br>0'070-0'109                               | 0'04<br>0'065<br>0'10      |
| 0'110-0'164<br>0'165-0'279<br>0'280-0'439                               | 0'15<br>0'25<br>0'40       |
| 0'440-0'699<br>0'700-1'09<br>1'10-1'64                                  | 0'65<br>1'0<br>1'5         |
| 1'65-2'79<br>2'80-4'39<br>4'40-6'99                                     | 2'5<br>4'0<br>6'5          |
| 7'00-10'9<br>11'00-16-4   | 10'0<br>15'0               |

**LETRAS DE CODIGO DE TAMAÑO MUESTRAL**

| Tamaño del lote                                     | Niveles de inspección |             |             |             |             |
|---|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|   | I                     | II          | III         | IV          | V           |
| 3 a 8<br>9 a 15<br>16 a 25                          | B<br>B<br>B           | B<br>B<br>B | B<br>B<br>B | B<br>B<br>C | C<br>D<br>E |
| 26 a 40<br>41 a 65<br>66 a 110                      | B<br>B<br>B           | B<br>B<br>B | B<br>C<br>D | D<br>E<br>F | F<br>G<br>H |
| 111 a 180<br>181 a 300<br>301 a 500                 | B<br>B<br>C           | C<br>D<br>E | E<br>F<br>G | G<br>H<br>I | I<br>J<br>K |
| 501 a 800<br>801 a 1.300<br>1.301 a 3.200           | D<br>E<br>F           | F<br>G<br>H | H<br>I<br>J | J<br>K<br>L | L<br>L<br>M |
| 3.201 a 8.000<br>8.001 a 22.000<br>22.001 a 110.000 | G<br>H<br>I           | I<br>J<br>K | L<br>M<br>N | M<br>N<br>O | N<br>O<br>P |
| 110.001 a 550.000<br>550.001 y más                  | I<br>I                | K<br>K      | O<br>P      | P<br>Q      | Q<br>Q      |

NOTA.- Las letras de código del tamaño de muestra dadas en el cuerpo de la tabla, son aplicables cuando se emplean los niveles de inspección indicados.



**TABLA 23D - MIL-STD-414 (Tabla B-I)**

**TABLA PATRON PARA INSPECCION NORMAL Y RIGUROSA, PARA PLANES BASADOS EN VARIABILIDAD DESCONOCIDA (Forma 1 - Límite de Especificación único) Método de la desviación tipo**

| Letra de código del tamaño de muestra                   | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) - Inspección normal |       |      |      |      |      |      |
|---|-------------------|---|-------|------|------|------|------|------|
|   |                   | 0'04  | 0'065 | 0'10 | 0'15 | 0'25 | 0'40 | 0'65 |
|   |                   | k   | k     | k    | k    | k    | k    | k    |
| B   | 3                 |   |       |      |      |      |      |      |
| C   | 4                 |   |       |      |      |      |      |      |
| D   | 5                 |   |       |      |      |      |      | 1'65 |
| E   | 7                 |   |       |      |      | 2'00 | 1'88 | 1'75 |
| F   | 10                |   |       |      | 2'24 | 2'11 | 1'98 | 1'84 |
| G   | 15                | 2'64  | 2'53  | 2'42 | 2'32 | 2'20 | 2'06 | 1'91 |
| H   | 20                | 2'69  | 2'58  | 2'47 | 2'36 | 2'24 | 2'11 | 1'96 |
| I   | 25                | 2'72  | 2'61  | 2'50 | 2'40 | 2'26 | 2'14 | 1'98 |
| J   | 30                | 2'73  | 2'61  | 2'51 | 2'41 | 2'28 | 2'15 | 2'00 |
| K   | 35                | 2'77  | 2'65  | 2'54 | 2'45 | 2'31 | 2'18 | 2'03 |
| L   | 40                | 2'77  | 2'66  | 2'55 | 2'44 | 2'31 | 2'18 | 2'03 |
| M   | 50                | 2'83  | 2'71  | 2'60 | 2'50 | 2'35 | 2'22 | 2'08 |
| N   | 75                | 2'90  | 2'77  | 2'66 | 2'55 | 2'41 | 2'27 | 2'12 |
| O   | 100               | 2'92  | 2'80  | 2'69 | 2'58 | 2'43 | 2'29 | 2'14 |
| P   | 150               | 2'96  | 2'84  | 2'73 | 2'61 | 2'47 | 2'33 | 2'18 |
| Q   | 200               | 2'97  | 2'85  | 2'73 | 2'62 | 2'47 | 2'33 | 2'18 |
|   |                   | 0'065   | 0'10  | 0'15 | 0'25 | 0'40 | 0'65 | 1'00 |
| Nivel de calidad aceptable (NCA%) - Inspección rigurosa |                   |   |       |      |      |      |      |      |

| Letra de código del tamaño de muestra                   | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) - Inspección normal |      |      |       |       |       |       |
|---|-------------------|---|------|------|-------|-------|-------|-------|
|   |                   | 1'00  | 1'50 | 2'50 | 4'00  | 6'50  | 10'00 | 15'00 |
|   |                   | k   | k    | k    | k     | k     | k     | k     |
| B   | 3                 |   |      | 1'12 | 0'958 | 0'765 | 0'566 | 0'341 |
| C   | 4                 | 1'45  | 1'34 | 1'17 | 1'01  | 0'814 | 0'617 | 0'393 |
| D   | 5                 | 1'53  | 1'40 | 1'24 | 1'07  | 0'874 | 0'675 | 0'455 |
| E   | 7                 | 1'62  | 1'50 | 1'33 | 1'15  | 0'955 | 0'755 | 0'536 |
| F   | 10                | 1'72  | 1'58 | 1'41 | 1'23  | 1'03  | 0'828 | 0'611 |
| G   | 15                | 1'79  | 1'65 | 1'47 | 1'30  | 1'09  | 0'886 | 0'664 |
| H   | 20                | 1'82  | 1'69 | 1'51 | 1'33  | 1'12  | 0'917 | 0'695 |
| I   | 25                | 1'85  | 1'72 | 1'53 | 1'35  | 1'14  | 0'936 | 0'712 |
| J   | 30                | 1'86  | 1'73 | 1'55 | 1'36  | 1'15  | 0'946 | 0'723 |
| K   | 35                | 1'89  | 1'76 | 1'57 | 1'39  | 1'18  | 0'969 | 0'745 |
| L   | 40                | 1'89  | 1'76 | 1'58 | 1'39  | 1'18  | 0'971 | 0'746 |
| M   | 50                | 1'93  | 1'80 | 1'61 | 1'42  | 1'21  | 1'00  | 0'774 |
| N   | 75                | 1'98  | 1'84 | 1'65 | 1'46  | 1'24  | 1'03  | 0'804 |
| O   | 100               | 2'00  | 1'86 | 1'67 | 1'48  | 1'26  | 1'05  | 0'819 |
| P   | 150               | 2'03  | 1'89 | 1'70 | 1'51  | 1'29  | 1'07  | 0'841 |
| Q   | 200               | 2'04  | 1'89 | 1'70 | 1'51  | 1'29  | 1'07  | 0'845 |
|   |                   | 1'50  | 2'50 | 4'00 | 6'50  | 10'00 | 15'00 |       |
| Nivel de calidad aceptable (NCA%) - Inspección rigurosa |                   |   |      |      |       |       |       |       |

Notas.- Para celda vacía, emplear el plan de muestreo de la celda inferior con datos de esa columna, es decir, el determinado por el tamaño de la muestra y por el valor de k. Cuando el tamaño de muestra es igual o mayor que el tamaño del lote, deben inspeccionarse todas las unidades del lote.





**TABLA 24D - MIL-STD-414 (Tabla B-2)**

**TABLA PATRON PARA INSPECCION REDUCIDA,  
PARA PLANES BASADOS EN VARIABILIDAD DESCONOCIDA  
(Forma 1 - Límite de Especificación único)  
Método de la desviación tipo**

| Letra de código del tamaño de muestra | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) |       |      |      |      |      |      |
|---------------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------|------|------|------|------|------|
|                                       |                   | 0'04                              | 0'065 | 0'10 | 0'15 | 0'25 | 0'40 | 0'65 |
|                                       |                   | k                                 | k     | k    | k    | k    | k    | k    |
| B                                     | 3                 |                                   |       |      |      |      |      |      |
| C                                     | 3                 |                                   |       |      |      |      |      |      |
| D                                     | 3                 |                                   |       |      |      |      |      |      |
| E                                     | 3                 |                                   |       |      |      |      |      |      |
| F                                     | 4                 |                                   |       |      |      |      |      | 1'45 |
| G                                     | 5                 |                                   |       |      |      |      | 1'65 | 1'53 |
| H                                     | 7                 |                                   |       |      | 2'00 | 1'88 | 1'75 | 1'62 |
| I                                     | 10                |                                   |       | 2'24 | 2'11 | 1'98 | 1'84 | 1'72 |
| J                                     | 10                |                                   |       | 2'24 | 2'11 | 1'98 | 1'84 | 1'72 |
| K                                     | 15                | 2'53                              | 2'42  | 2'32 | 2'20 | 2'06 | 1'91 | 1'79 |
| L                                     | 20                | 2'58                              | 2'47  | 2'36 | 2'24 | 2'11 | 1'96 | 1'82 |
| M                                     | 20                | 2'58                              | 2'47  | 2'36 | 2'24 | 2'11 | 1'96 | 1'82 |
| N                                     | 25                | 2'61                              | 2'50  | 2'40 | 2'26 | 2'14 | 1'98 | 1'85 |
| O                                     | 30                | 2'61                              | 2'51  | 2'41 | 2'28 | 2'15 | 2'00 | 1'86 |
| P                                     | 50                | 2'71                              | 2'60  | 2'50 | 2'35 | 2'22 | 2'08 | 1'93 |
| Q                                     | 75                | 2'77                              | 2'66  | 2'55 | 2'41 | 2'27 | 2'12 | 1'98 |

| Letra de código del tamaño de muestra | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) |      |       |       |       |       |
|---------------------------------------|-------------------|-----------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
|                                       |                   | 1'00                              | 1'50 | 2'50  | 4'00  | 6'50  | 10'00 |
|                                       |                   | k                                 | k    | k     | k     | k     | k     |
| B                                     | 3                 |                                   | 1'12 | 0'958 | 0'765 | 0'566 | 0'341 |
| C                                     | 3                 |                                   | 1'12 | 0'958 | 0'765 | 0'566 | 0'341 |
| D                                     | 3                 |                                   | 1'12 | 0'958 | 0'765 | 0'566 | 0'341 |
| E                                     | 3                 |                                   | 1'12 | 0'958 | 0'765 | 0'566 | 0'341 |
| F                                     | 4                 | 1'34                              | 1'17 | 1'01  | 0'814 | 0'617 | 0'393 |
| G                                     | 5                 | 1'40                              | 1'24 | 1'07  | 0'874 | 0'675 | 0'455 |
| H                                     | 7                 | 1'50                              | 1'33 | 1'15  | 0'955 | 0'755 | 0'536 |
| I                                     | 10                | 1'58                              | 1'41 | 1'23  | 1'03  | 0'828 | 0'611 |
| J                                     | 10                | 1'58                              | 1'41 | 1'23  | 1'03  | 0'828 | 0'611 |
| K                                     | 15                | 1'65                              | 1'47 | 1'30  | 1'09  | 0'886 | 0'664 |
| L                                     | 20                | 1'69                              | 1'51 | 1'33  | 1'12  | 0'917 | 0'695 |
| M                                     | 20                | 1'69                              | 1'51 | 1'33  | 1'12  | 0'917 | 0'695 |
| N                                     | 25                | 1'72                              | 1'53 | 1'35  | 1'14  | 0'936 | 0'712 |
| O                                     | 30                | 1'73                              | 1'55 | 1'36  | 1'15  | 0'946 | 0'723 |
| P                                     | 50                | 1'80                              | 1'61 | 1'42  | 1'21  | 1'00  | 0'774 |
| Q                                     | 75                | 1'84                              | 1'65 | 1'46  | 1'24  | 1'03  | 0'804 |

Notas.- Para celda vacía, emplear el plan de muestreo de la celda inferior con datos de esa columna, es decir, el determinado por el tamaño de la muestra y por el valor de k. Cuando el tamaño de muestra es igual o mayor que el tamaño del lote, deben inspeccionarse todas las unidades del lote.



**TABLA 25D - MIL-STD-414 (Tabla B-8)**

VALORES DE F PARA LA DESVIACION TIPO MAXIMA (DTM)

$$DTM = F \cdot (S - D)$$

| Letra de código del tamaño de muestra | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) |       |       |       |       |       |       |
|---------------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                       |                   | 0'04                              | 0'065 | 0'10  | 0'15  | 0'25  | 0'40  | 0'65  |
| B                                     | 3                 |                                   |       |       |       |       |       |       |
| C                                     | 4                 |                                   |       |       |       |       |       |       |
| D                                     | 5                 |                                   |       |       |       |       |       | 0'294 |
| E                                     | 7                 |                                   |       |       |       | 0'242 | 0'253 | 0'266 |
| F                                     | 10                |                                   |       |       | 0'214 | 0'224 | 0'235 | 0'248 |
| G                                     | 15                | 0'182                             | 0'188 | 0'195 | 0'202 | 0'211 | 0'222 | 0'235 |
| H                                     | 20                | 0'177                             | 0'183 | 0'190 | 0'197 | 0'206 | 0'216 | 0'229 |
| I                                     | 25                | 0'174                             | 0'180 | 0'187 | 0'193 | 0'203 | 0'212 | 0'225 |
| J                                     | 30                | 0'173                             | 0'179 | 0'185 | 0'192 | 0'201 | 0'210 | 0'223 |
| K                                     | 35                | 0'170                             | 0'176 | 0'183 | 0'189 | 0'198 | 0'208 | 0'220 |
| L                                     | 40                | 0'169                             | 0'176 | 0'182 | 0'188 | 0'198 | 0'207 | 0'219 |
| M                                     | 50                | 0'166                             | 0'172 | 0'178 | 0'184 | 0'194 | 0'203 | 0'214 |
| N                                     | 75                | 0'162                             | 0'168 | 0'174 | 0'181 | 0'189 | 0'199 | 0'211 |
| O                                     | 100               | 0'160                             | 0'166 | 0'172 | 0'179 | 0'187 | 0'197 | 0'208 |
| P                                     | 150               | 0'158                             | 0'163 | 0'170 | 0'175 | 0'185 | 0'193 | 0'206 |
| Q                                     | 200               | 0'157                             | 0'163 | 0'168 | 0'175 | 0'183 | 0'193 | 0'203 |

| Letra de código del tamaño de muestra | Tamaño de muestra | Nivel de calidad aceptable (NCA%) |       |       |       |       |       |       |
|---------------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                       |                   | 1'00                              | 1'50  | 2'50  | 4'00  | 6'50  | 10'00 | 15'00 |
| B                                     | 3                 |                                   |       | 0'436 | 0'453 | 0'475 | 0'502 | 0'538 |
| C                                     | 4                 | 0'339                             | 0'353 | 0'374 | 0'399 | 0'432 | 0'472 | 0'528 |
| D                                     | 5                 | 0'308                             | 0'323 | 0'346 | 0'372 | 0'408 | 0'452 | 0'511 |
| E                                     | 7                 | 0'280                             | 0'295 | 0'318 | 0'345 | 0'381 | 0'425 | 0'485 |
| F                                     | 10                | 0'261                             | 0'276 | 0'298 | 0'324 | 0'359 | 0'403 | 0'460 |
| G                                     | 15                | 0'248                             | 0'262 | 0'284 | 0'309 | 0'344 | 0'386 | 0'442 |
| H                                     | 20                | 0'242                             | 0'255 | 0'277 | 0'302 | 0'336 | 0'377 | 0'432 |
| I                                     | 25                | 0'238                             | 0'251 | 0'273 | 0'297 | 0'331 | 0'372 | 0'426 |
| J                                     | 30                | 0'236                             | 0'249 | 0'270 | 0'295 | 0'328 | 0'369 | 0'423 |
| K                                     | 35                | 0'232                             | 0'245 | 0'266 | 0'291 | 0'323 | 0'364 | 0'416 |
| L                                     | 40                | 0'232                             | 0'245 | 0'266 | 0'290 | 0'323 | 0'363 | 0'416 |
| M                                     | 50                | 0'227                             | 0'241 | 0'261 | 0'284 | 0'317 | 0'356 | 0'408 |
| N                                     | 75                | 0'223                             | 0'235 | 0'255 | 0'279 | 0'310 | 0'348 | 0'399 |
| O                                     | 100               | 0'220                             | 0'233 | 0'253 | 0'276 | 0'307 | 0'345 | 0'395 |
| P                                     | 150               | 0'216                             | 0'230 | 0'249 | 0'271 | 0'302 | 0'341 | 0'388 |
| Q                                     | 200               | 0'215                             | 0'228 | 0'248 | 0'269 | 0'302 | 0'338 | 0'386 |



# Anexo E

## Control estadístico de procesos



## Análisis estadístico del control de calidad en las empresas



### TABLA 1E – PARÁMETROS PARA EL CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS

| n      | MEDIAS |                |                |                | INTERVALOS     |                |                |                |                |                      | DESVIACIONES TÍPICAS |                |                |                |                |                | n              |                |
|--------|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|        | A      | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | a <sub>n</sub> | d <sub>2</sub> | d <sub>3</sub> | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | D <sub>4</sub>       | c <sub>2</sub>       | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | B <sub>3</sub> | B <sub>4</sub> | B <sub>5</sub> |                | B <sub>6</sub> |
| 2      | 2,121  | 1,881          | 2,659          | 0,7979         | 1,128          | 0,853          | 0              | 3,687          | 0              | 3,269                | 0,560                | 0              | 1,840          | 0              | 3,266          | 0              | 2,606          | 2              |
| 3      | 1,732  | 1,023          | 1,954          | 0,8862         | 1,693          | 0,888          | 0              | 4,357          | 0              | 2,574                | 0,720                | 0              | 1,860          | 0              | 2,568          | 0              | 2,276          | 3              |
| 4      | 1,500  | 0,729          | 1,628          | 0,9213         | 2,059          | 0,880          | 0              | 4,699          | 0              | 2,282                | 0,800                | 0              | 1,810          | 0              | 2,266          | 0              | 2,088          | 4              |
| 5      | 1,342  | 0,577          | 1,427          | 0,9400         | 2,326          | 0,864          | 0              | 4,918          | 0              | 2,114                | 0,840                | 0              | 1,760          | 0              | 2,089          | 0              | 1,964          | 5              |
| 6      | 1,225  | 0,483          | 1,287          | 0,9515         | 2,534          | 0,848          | 0              | 5,078          | 0              | 2,004                | 0,870                | 0,030          | 1,710          | 0,030          | 1,970          | 0,029          | 1,874          | 6              |
| 7      | 1,134  | 0,419          | 1,182          | 0,9594         | 2,704          | 0,833          | 0,205          | 5,203          | 0,076          | 1,924                | 0,890                | 0,115          | 1,670          | 0,118          | 1,882          | 0,113          | 1,806          | 7              |
| 8      | 1,061  | 0,373          | 1,099          | 0,9650         | 2,847          | 0,820          | 0,387          | 5,307          | 0,136          | 1,864                | 0,900                | 0,185          | 1,640          | 0,185          | 1,815          | 0,178          | 1,752          | 8              |
| 9      | 1,000  | 0,337          | 1,032          | 0,9693         | 2,970          | 0,808          | 0,546          | 5,394          | 0,184          | 1,816                | 0,910                | 0,239          | 1,610          | 0,239          | 1,761          | 0,232          | 1,707          | 9              |
| 10     | 0,949  | 0,308          | 0,975          | 0,9727         | 3,078          | 0,797          | 0,687          | 5,469          | 0,223          | 1,777                | 0,920                | 0,284          | 1,580          | 0,284          | 1,716          | 0,277          | 1,669          | 10             |
| 11     | 0,905  | 0,285          | 0,927          | 0,9754         | 3,173          | 0,787          | 0,812          | 5,534          | 0,256          | 1,744                | 0,930                | 0,321          | 1,560          | 0,322          | 1,678          | 0,314          | 1,637          | 11             |
| 12     | 0,866  | 0,266          | 0,886          | 0,9776         | 3,258          | 0,778          | 0,924          | 5,592          | 0,284          | 1,716                | 0,940                | 0,354          | 1,540          | 0,354          | 1,646          | 0,346          | 1,609          | 12             |
| 13     | 0,832  | 0,249          | 0,850          | 0,9794         | 3,336          | 0,770          | 1,026          | 5,646          | 0,308          | 1,692                | 0,940                | 0,382          | 1,520          | 0,381          | 1,619          | 0,374          | 1,585          | 13             |
| 14     | 0,802  | 0,235          | 0,817          | 0,9810         | 3,407          | 0,763          | 1,118          | 5,696          | 0,328          | 1,672                | 0,950                | 0,406          | 1,510          | 0,407          | 1,593          | 0,399          | 1,563          | 14             |
| 15     | 0,775  | 0,223          | 0,789          | 0,9823         | 3,472          | 0,756          | 1,204          | 5,74           | 0,347          | 1,653                | 0,950                | 0,428          | 1,490          | 0,428          | 1,572          | 0,420          | 1,544          | 15             |
| 16     | 0,750  | 0,212          | 0,763          | 0,9835         | 3,532          | 0,750          | 1,282          | 5,782          | 0,363          | 1,637                | 0,950                | 0,448          | 1,480          | 0,448          | 1,552          | 0,441          | 1,526          | 16             |
| 17     | 0,728  | 0,203          | 0,739          | 0,9845         | 3,588          | 0,744          | 1,356          | 5,82           | 0,378          | 1,622                | 0,960                | 0,466          | 1,460          | 0,466          | 1,534          | 0,458          | 1,511          | 17             |
| 18     | 0,707  | 0,194          | 0,718          | 0,9854         | 3,640          | 0,739          | 1,423          | 5,857          | 0,391          | 1,609                | 0,960                | 0,482          | 1,450          | 0,482          | 1,518          | 0,475          | 1,496          | 18             |
| 19     | 0,688  | 0,187          | 0,698          | 0,9862         | 3,689          | 0,734          | 1,487          | 5,891          | 0,403          | 1,597                | 0,960                | 0,497          | 1,440          | 0,496          | 1,504          | 0,490          | 1,483          | 19             |
| 20     | 0,671  | 0,180          | 0,680          | 0,9869         | 3,735          | 0,729          | 1,548          | 5,922          | 0,414          | 1,586                | 0,960                | 0,510          | 1,430          | 0,510          | 1,490          | 0,503          | 1,471          | 20             |
| 21     | 0,655  | 0,173          | 0,663          | 0,9876         | 3,778          | 0,724          | 1,606          | 5,95           | 0,425          | 1,575                | 0,960                | 0,523          | 1,420          | 0,523          | 1,477          | 0,517          | 1,459          | 21             |
| 22     | 0,640  | 0,167          | 0,647          | 0,9882         | 3,819          | 0,720          | 1,659          | 5,979          | 0,434          | 1,566                | 0,970                | 0,534          | 1,410          | 0,535          | 1,465          | 0,529          | 1,448          | 22             |
| 23     | 0,626  | 0,162          | 0,633          | 0,9887         | 3,858          | 0,716          | 1,710          | 6,006          | 0,443          | 1,557                | 0,970                | 0,545          | 1,410          | 0,545          | 1,455          | 0,539          | 1,438          | 23             |
| 24     | 0,612  | 0,157          | 0,619          | 0,9892         | 3,895          | 0,712          | 1,759          | 6,031          | 0,452          | 1,548                | 0,970                | 0,555          | 1,400          | 0,555          | 1,445          | 0,549          | 1,429          | 24             |
| 25     | 0,600  | 0,153          | 0,606          | 0,9896         | 3,931          | 0,708          | 1,807          | 6,055          | 0,460          | 1,540                | 0,970                | 0,565          | 1,390          | 0,564          | 1,436          | 0,558          | 1,421          | 25             |
| n      | A      | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | a <sub>n</sub> | d <sub>2</sub> | d <sub>3</sub> | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | D <sub>4</sub>       | c <sub>2</sub>       | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | B <sub>3</sub> | B <sub>4</sub> | B <sub>5</sub> | B <sub>6</sub> | n              |
| MEDIAS |        |                |                | INTERVALOS     |                |                |                |                |                | DESVIACIONES TÍPICAS |                      |                |                |                |                |                |                |                |

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}}$$

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$$

$$A_3 = \frac{3}{a_n \sqrt{n}}$$

$$D_1 = d_2 - 3 \cdot d_3$$

$$D_2 = d_2 + 3 \cdot d_3$$

$$D_3 = 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}$$

$$D_4 = 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}$$

$$B_3 = a_n - 3 \cdot \frac{\sqrt{1 - a_n^2}}{a_n}$$

$$B_4 = a_n + 3 \cdot \frac{\sqrt{1 - a_n^2}}{a_n}$$

$$B_5 = a_n - 3 \cdot \sqrt{1 - a_n^2}$$

$$B_6 = a_n + 3 \cdot \sqrt{1 - a_n^2}$$